

8.

LEONARDI EULERI Commentatio de Matheseos sublimioris utilitate

ex autographo edidit *G. Friedlaenderus.*

Berolini MDCCCXLVII.

LEONARDI EULERI ea, quam nunc publici juris facturus sum commentatio, quantum comperire mihi licuit, nondum in lucem prodiit, immo ne cognita quidem cuiquam videtur: quippe cujus neque *Nicolaus Fufsius* meminerit in Eulerianorum operum indice ¹⁾, quem immortalis viri elogio adjecit, neque junior ille *P. H. Fufsius*, qui eum indicem et examinavit et auxit. Jam vero priusquam hic vir doctissimus ex uberrimis Petropolitanae academiae thesauris ²⁾ promissum ³⁾ selectarum *Friderici Magni* et *Euleri* epistolarum librum ediderit, propter rei gravitatem etiam hanc dissertationem, cujus autographum in patris collectione asservatur, seorsim publicatam lectoribus gratam fore judicavi, praesertim si causam, qua ductus *Eulerus* eum commentariolum conscripsit, ex adjecto *Meriani* ⁴⁾ libello comperissent, quem ille anno 1792 coram doctis Berolinensis academiae sodalibus recitavit. *Eulerus* enim, cum primum Berolini (anno 1741) consedit, *Jordani* auctoritate motus constituit, aliquam descriptionem componere, unde Rex de matheseos sublimioris utilitate edoceret, eumque in usum hasce schedulas conscripsit. Quae utrum ab *Jordano* in gallicum sermonem versae, an de latine scripto ab eodem coram Rege recitatae fuerint hodie, nequit dijudicari.

¹⁾ Lobrede auf Herrn *Leonhard Euler*. Basel. 1786.

²⁾ Non multo ex tempore Bibliotheca regia Berolinensis donatam ab heredibus *Formeyanis* collectionem epistolarum possidet, quas *Jo. Alb. Eulerus* ad patrem Petropoli dedit, inde ab anno 1761 ad 1790 pertinentes.

³⁾ Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du 18^{me} siècle. Pétersb. 1843. 8. p. 35.

⁴⁾ *Ancillon*. Eloge de *Merian*. p. 61.

(Manu v. d. *Meriani* scriptum.)

Lu le 15 Novbr. 1792.

J'ai trouvé, dans les papiers délaissés par feu Mr. *Jordan*, père de ma femme, ce petit Mémoire du grand *Euler*, écrit de sa propre main, que je vais avoir l'honneur de vous lire.

Aussitôt qu'il frappa mes regards, je me rappelai parfaitement le but dans lequel il fut composé, comme j'en tenois le récit de la bouche même de Mr. *Euler*, et comme j'ai eu depuis plus d'une occasion de le vérifier.

Quand Frédéric II., encore jeune prince, commença ses études de Géométrie, son esprit précoce et ardent voulut anticiper sur tout; ayant parcouru d'un oeil fugitif les différentes parties des Mathématiques, il désira de savoir l'application et l'usage de chacune de ces parties; mais surtout celui de la Géométrie transcendante. Sa curiosité infatigable fatigua ses maîtres. L'un d'eux, soit que lui-même n'en sût pas plus loin, soit pour se débarrasser des importunités du jeune questionneur, s'attacha à lui persuader que le calcul infinitésimal n'étoit qu'une affaire de pure ostentation sans utilité réelle, que la méthode ordinaire suffisoit à tout, et que celle des infiniment petits n'aboutissoit qu'à des subtilités infiniment vaines et stériles.

Cependant malgré le soin que l'on avait pris de le nourrir de ce préjugé, son esprit étoit trop pénétrant pour y acquiescer sans réserve, et ne pas se douter qu'on pouvoit l'avoir induit en erreur. Pour se détromper entièrement, il eut fallu sans doute qu'il se familiarisât un peu avec ce nouveau calcul, ou que du moins il en acquit les notions les plus essentielles; mais il ne tarda point à avoir bien d'autres choses à calculer.

Ce qui fait voir évidemment combien ce préjugé influoit peu dans sa conduite, c'est qu'à peine monté sur le trône, il fit tout son possible pour attirer chez lui les premiers géomètres de l'Europe, et récompensa royalement ces mêmes travaux qu'on lui avoit dépeints comme étant si inutiles et si frivoles. Il n'eût pas tenu à lui que toute la famille des *Bernoulli*, le père et les deux fils ne se transplantassent dans notre capitale, où il les appela sous les conditions les plus honorables et les plus lucratives. Mr. *Euler* s'y rendit de Pétersbourg et fut succédé depuis par Mr. *de la Grange*. Mr. *de Maupertuis* a longtems présidé à cette Académie.

Tout cela n'empêcha pourtant pas le Roi d'entretenir des doutes au sujet de la Géométrie sublime. Dès le commencement de son règne, c'étoit

encore la matière la plus fréquente de ses conversations avec les savants qui l'entouroient, et dans le commerce desquels il se délassait des soins du gouvernement. Ce fut alors que Mr. *Jordan* s'adressa à *Euler* nouvellement arrivé, pour lui demander un court exposé des principaux avantages qui résul-
toient pour les sciences de l'analyse des infinis, afin de pouvoir s'en servir dans l'occasion. Personne n'étoit plus propre pour cette tâche que Mr. *Euler*. Il savait répandre la plus grande clarté sur les matières les plus abstruses et descendre des plus hautes régions de la Géométrie jusqu'à la portée la plus commune. C'est ce qu'on voit dans ses lettres françoises à une princesse d'Allemagne, et c'est ce que l'on retrouvera dans ce Mémoire latin.

Au reste, je ne sais quel emploi Mr. *Jordan* a fait de ce Mémoire, s'il l'a traduit en françois pour le mettre sous les yeux du Roi, ou bien s'il s'est borné à lui en rapporter le contenu.

Mais ce qui prouve combien il importe de donner de bonne heure à la jeunesse, et surtout aux jeunes princes, des idées justes de toute chose, ou du moins de ne leur en jamais donner de fausses, c'est que le roi Frédéric a été toute sa vie flottant et incertain au sujet du calcul infinitésimal, et que cette fluctuation paroissoit l'embarrasser et quelquefois véritablement l'inquiéter.

Je parle ici d'après ma propre expérience. La première fois que je parus devant ce grand prince, il me fit sur ce sujet des questions, en m'enjoignant de lui dire en conscience ce que j'en pensois. Je répondis avec la modestie qui me convenoit, que j'avais malheureusement trop négligé mes études mathématiques, après avoir eu le bonheur d'en poser les fondements dans ma patrie sous les *Bernoulli*, que cependant je croyois en avoir assez retenu pour pouvoir assurer à Sa Majesté que le calcul infinitésimal étoit une des plus belles et des plus sublimes découvertes de l'esprit humain, qu'il avoit fait faire des pas de géant à la Géométrie tant pure que mixte ou appliquée à la physique, que par son moyen on étoit parvenu à résoudre des problèmes absolument inaccessibles à l'Arithmétique et à l'Algèbre communes, et qu'il facilitoit la solution d'une infinité d'autres, qui selon l'ancienne méthode exigeroient les plus longues et les plus pénibles opérations. Pour le rendre plus sensible, je citois, le mieux que je pouvois, quelques exemples, entr'autre le mouvement accéléré ou retardé des planètes et des comètes autour du soleil. Enfin, me servant d'un argument populaire, je le priai de vouloir bien considérer que, si ce calcul n'étoit pas un objet de la plus haute importance, il seroit inconcevable, que les plus grands hommes, les *Newton*, les *Leibnitz*, les

Bernoulli s'en fussent occupés avant tant de zèle, et se fussent disputé l'honneur de son invention avec tant de chaleur et d'animosité, ni que leurs plus illustres successeurs, les *Euler*, les *Clairaut*, les *Dalembert* consacraient leurs veilles et leur vie entière à le perfectionner, et à en reculer les bornes. Quoique le Roi parut assez satisfait de cet éclaircissement, il y revenoit sans cesse et fit encore en ma présence les mêmes questions à Mr. *de la Grange*, lequel y fit à peu près les mêmes réponses, quoique beaucoup mieux motivées et exprimées.

Mais voyons plutôt ce que Mr. *Euler* y avait répondu longtemps auparavant.

De Matheseos Sublimioris utilitate.

Quaquam nunc quidem summa matheseos utilitas a nemine in dubium vocari solet propterea quod variae disciplinae et artes in vita communi necessariae sine ejus cognitione tractari nequeunt, haec tamen laus a plerisque inferioribus tantum istius scientiae partibus et tanquam elementis ita propria esse putatur ut eam partem, quae ob excellentiam sublimior vocari solet, omni usu atque utilitate carere arbitrentur. His scilicet qui ita sentiunt mathesis sublimior telae aranae similis videtur, quae ob nimiam subtilitatem omni utilitate destituatur. Cum autem universa mathesis in investigatione quantitatum incognitarum versetur, atque in hunc finem vel methodos et quasi vias ad veritatem ducentes patefaciat, vel ipsas veritates maxime reconditas eruat atque in lucem protrahat, quorum altero vis ingenii acuitur, altero cognitio nostra amplificatur: in neutro certe nimium operae collocari potest. Cum enim veritas non solum ipsa per se sit laudabilis, sed etiam ob summum nexum, quo cunctae veritates inter se cohaerent, utilitate vacare nequeat, etiamsi non statim usus perspiciatur; objectio illa, qua mathesis sublimior nimis profunde in investigatione veritatis penetrare arguitur, in laudationem potius quam vituperium scientiae vertitur (abit). Neque vero in hac aliquanto nimis abscondita laude acquiescendum est, quin potius luculenter ostendi potest, analysi sublimiori non solum eandem utilitatem, quae vulgo in elementari mathesi agnoscitur, tribui oportere, sed etiam ejus usum multo latius patere. Tantum scilicet abest, ut nunc quidem mathesis ultra necessitatem sit exulta, ut potius insignis adhuc ejus perfectio desideretur, et hoc quidem pro iis ipsis

disciplinis, in quibus prima fere rudimenta vulgo sufficere videantur. In hac igitur dissertatione demonstrare constitui, eam utilitatem, quae communiter elementis mathematicis concedatur, in sublimiori mathesi non solum non cessare, sed etiam continuo crescere quo ulterius etiamnum ista scientia promoveatur, neque eam adhuc eousque esse excultam, quantum ejus usus maxime vulgaris plerumque postulet. Ad hoc luculenter ostendendum, eas disciplinas percurram, quarum utilitas atque adeo necessitas ab omnibus agnosci solet, cujusmodi sunt Mechanica, Hydrostatica, Astronomia, Artilleria, Navigatio, Physica et Physiologia, atque evidenter monstrabo, quo majorem utilitatem ab his disciplinis expectemus, eo sublimiorem analysin ad eas requiri, atque adeo, si quando fructus hinc percipiendus spem nostram fallat, causam in ipsa subtiliori mathesi plerumque esse positam, quod nondum satis sit exculta.

Hoc igitur primum de mechanica ostensurus, non eam mechanicae partem intellectam volo, quae in enodandis motibus complicatissimis iisque ad primas motus leges revocandis versatur: hanc enim sine subtilissima analysi tractari non posse, extra omnem dubitationem est positum. Quamvis enim haec mechanicae pars quasi sublimior sit utilissima, tamen eandem objectionem incurrere solet, a qua universam mathesin sublimiorem hic vindicare constitui. Loquar itaque hoc loco de ipsa mechanica in elementis tradi solita, quae ad usum communem omnis generis machinas suppeditat, atque ob hoc ipsum maximae utilitatis laude extolli solet. In hac mechanicae parte crassiore machinae tantum ratione status aequilibrii considerantur, atque vis seu potentia determinatur quae oneri per machinam sustinendo sit par, ipse autem oneris motus, qui tamen in praxi potissimum spectari debebat, omnino negligitur. Cum enim ostensum sit ab hujusmodi mechanicae scriptoribus, quanta vis in quaque machina requiratur ad onus in aequilibrio sustentandum: si onus moveri debeat, nil aliud praecipere solent, nisi ut vis major, quam aequilibrii status postulat, intendatur. Etsi vero tum oneris motus subsequitur, tamen ipsum motum, utrum futurus sit tardus an celer, minime determinant, neque ad circumstantias, quibus motus afficitur, respiciunt. Hinc fit, quod operariis practicis est notissimum, ut saepissime machinarum effectus spem, quam de iis conceperant, vehementer fallant, multoque minus praestent quam expectaverant. Quin etiam causa hujus defectus theoriae tribuitur atque idcirco machinae per theoriam inventae admodum suspectae haberi solent, antequam per praxin sint approbatae. Hanc igitur machinarum theoriam, quae in mechanica elementari traditur, summopere mancam esse omnes agnoscunt, simulque certiore theoriam, quae a praxi minus

abludat, desiderant. At vero mechanica vulgaris hoc minime praestare valet; cum enim solis principiis staticis, quibus solum aequilibrium est propositum, innitatur, quam primum motus definiendus occurrit, aqua ipsi haeret, neque se ullo modo extricare potest. Ad theoriam ergo machinarum perficiendam omnino ipse motus, qui sublato aequilibrio oritur, definiri debet, in quo negotio praeter vim sollicitantem ad omnes causas extrinsecas motum impediētes, cujusmodi sunt frictio et resistentia aeris, imprimis spectari oportet. In subsidium ergo vocari debet mechanica subtilissima, quae in motibus maxime perplexis enodandis occupatur, hic autem sine analysi sublimiori atque calculo infinitorum ita nihil effici potest, ut omnia incrementa, quae adhuc accesserunt et quae omni utilitate carere videntur, vix sufficiant ad simplicissimarum machinarum motus explicandos. Ostendi hoc clarissime in dissertatione quadam, quam Petropoli *) de machinis simplicibus et compositis conscripsi, ubi motus et effectus, qui quovis casu producuntur, per analysin sublimiorem determinavi. Praeterea vero cum idem effectus propositus per plures imo innumerabiles machinas tam ejusdem quam diversi generis obtineri queat, ex his eam investigare docui, quae vel brevissimo tempore vel minimo virium dispendio optatum effectum producat, cujus problematis solutio, uti in vitam communem amplissimum usum transfundit, ita etiam maximam calculi atque analyseos infinitorum vim requirit. Pluribus adhuc aliis rationibus summa matheseos sublimioris utilitas, quam per mechanicam in vitam communem transfert, declarari posset, sed quae hic breviter commemoravi, abunde sufficere videntur ad id, quod mihi proposueram, evincendum, scilicet non solum mathesin sublimiorem maximam in mechanica habere utilitatem, sed etiam elementarem, cui vulgo omnis utilitatis laus adscribitur, sine ea fere nihil valere, et ubique claudicare.

Transeo itaque ad hydrostaticam, sub qua simul hydraulicam complector, unde quanta commoda in vitam communem promanaverint, nemo est qui ignorat. Verum si ad vulgarem hydrostaticam, qualis in elementis tradi et quae tanquam origo omnium illorum commodorum spectari solet, attentius respiciamus, multo magis ii, qui praxin exercent, conqueri solent, quam parum saepenumero successus theoriae respondeat. Neutiquam vero hae querelae ratione destituuntur, nam ea aquarum fluentium theoria, quae vulgo in scholis explicatur, maximam partem est erronea et a veritate plurimum abhorret, unde non mirum,

*) De machinarum tam simplicium quam compositarum usu maxime lucroso. (Comm. Petrop. X. 1747. p. 67.)

tam exiguum plerumque ejus cum experientia consensum deprehendi. Quo igitur felicius commodis publicis consulatur, in locum hujus theoriae falsae vera substitui debet, quae autem vires matheseos communis tam longe superat, ut sine analysis sublimioris adminiculo nihil prorsus in hoc negotio effici possit. Clarissime hoc perspicere licet ex celeb. *Danielis Bernoulli* *) libro excellentissimo quem de hydrodynamica publicavit, in quo primus veras leges, quas fluida in motu observant, detexit atque ad usum accommodavit. Tum vero etiam ejus Pater pro summo quo jam pridem inclaruit acumine ingenii easdem leges ex aliis principiis demonstravit, sicque veram theoriam aquarum fluentium corroboravit. Ex utriusque autem tractatione calculo infinitorum refertissima luculenter perspicitur, ignorantiae analyseos sublimioris potissimum esse tribuendum, quod tam sero ad veram theoriam hydraulicam pervenerimus, atque adeo insignis adhuc hujus scientiae amplificatio requiritur, antequam ista theoria ad summum perfectionis gradum, cum quo simul maxima utilitas sit conjuncta, evehatur.

Astronomiam unam ex utilissimis matheseos partibus esse ab omnibus facile conceditur, et cum ejus utilitas ex veritate atque consensu theoriae cum coelo pendeat, dubitari nequit, quin utilitas simul cum perfectione scientiae crescat. Antehac cum verum corporum coelestium eorumque motuum systema adhuc esset incognitum, arithmeticae et elementorum geometriae cognitio cum optica astronomo sufficere poterat. Postquam autem *Keplerus* veras leges motus corporum coelestium detexisset, ipse statim sentire coepit, mathesin elementarem astronomiae ulterius excolendae minime esse parem. *Newtonus* autem, qui id, quod *Keplerus* inchoaverat, mirifice perfecit, quantum apparatus matheseos sublimioris ad hoc negotium adhibuerit, nemini dubium esse potest, qui ejus incomparabile opus perlustraverit. Hinc novimus, planetas circa solem in ellipsis circumferri, areasque temporibus proportionales abscindere, unde ad tabulas motuum planetarum construendas quadratura ellipseos opus est, quae certe mathesin elementarem superat. Multo magis autem alia utilissima et maxime necessaria problemata, quae ad ipsas planetarum orbitas ex observationibus determinandas pertinent, auxilium ab analysi sublimiori exigunt, atque imprimis sine his subsidiis vix quicquam circa cometarum vias explorari potest, quemadmodum et ego ostendi in miscell. Berol. volumine VII. **) Lunae theoriam

*) *Dan. Bernoulli* Hydrodynamica Strash. 1738. 4.

**) *Eulerus*: Determinatio orbitae cometae a. 1742 observatae in Miscell. Berol. VII. p. 1.

autem quanquam *Newtonus* felicissime adumbravit ac firmissimis rationibus confirmavit, tamen eam ad optatum finem perducere non potuit. Requiritur enim ad ejus perfectionem tot difficillimorum problematum mechanicorum solutiones, ad quas analysis infinitorum, quantumvis ea plerumque jam exulta videatur, minime sufficiens deprehenditur. Quod denique ad observationes attinet, eas ob refractionem corrigi debere notissimum est, ad tabulam autem refractionum condendam sola experientia non sufficit, sed requiritur theoria ex qua pro quavis altitudine apparente effectus refractionis definiri queat. Haec autem subtilissimos calculos ex analysi sublimiori omnino postulat, quemadmodum luculenter monstravit *Celeb. Bouguer* *) in dissertatione hac de re Parisiis edita. Ex his igitur conficitur, astronomiam non solum analysi infinitorum maxime indigere, sed etiam ipsam analysin nondum tantopere esse exultam, quantum usus astronomicus requirat.

Artilleria seu Pyrotechnia vulgo quoque partibus matheseos annumeratur, hocque nomine matheseos utilitas in bellicis disciplinis imprimis effertur. Praeter trivialia autem quaedam problemata geometrica, quibus ex diametris globorum projiciendorum eorum pondus et vice versa quaeritur, potissimum spectari solet via, quam globus ex tormento projectus describit, hincque regulas sibi formant secundum quas tormenta dirigi debeant ut globus datum locum feriat. Assumunt autem in hoc negotio mobile projectum parabolam describere, uti *Galilaeus* ostendit, quod autem, nisi motus in vacuo fiat, veritati non est consentaneum; fallunt igitur vehementer regulae et tabulae, quas ex hac hypothesi formaverunt, ipsis fatentibus artificibus, atque adeo errorem in theoriam conjiciunt, eam, nisi per praxin emendetur, nihil valere autumantes. Quamvis autem aer sit fluidum adeo subtile ut ab eo resistentia sensibilis oriri non posse videatur, tamen in motibus velocissimis, cujusmodi sunt globorum ex sclopetis et tormentis ejaculatorum, tanta aeris vis cernitur, ut via in aere descripta a parabola maxime abhorreat. Ad hunc ergo insignem errorem tollendum loco parabolae perperam ad hunc usum adhibitae induci debet vera illa linea curva, secundum quam mobilia in aere projecta moventur. In qua invenienda *Newtonus* multum desudasse videtur, neque tamen summa ejus in analysi sublimiori dexteritas ipsi ad hoc problema solvendum sufficiebat, honorem ergo hujus inventionis *Celeb. Joh. Bernoullio* **) reliquit, ex quo sufficienter apparet, quantopere in mathesi

*) Essai d'optique. Paris 1729. 8.

**) De motu corporum gravium pendulorum et projectilium. (Op. T. I. 515.)

sublimiori versatum esse oporteat eum, qui has pyrotechniae quaestiones adaequate resolvere voluerit. Deinde etiam haec pyrotechniae ars ob ignorantem principiorum, quibus innititur, nil minus adhuc quam nomen scientiae meruit; praeter ipsum enim corporum explosorum motum vis atque actio pulveris pyrii accensi, in qua cardo negotii versatur, nondum satis est explorata. Nuper demum sollertissimus Anglus *Robins* *) veram theoriam circa vim pulveris pyrii per profundissima ratiocinia elicit, determinavit scilicet primo, quantam vim pulvis pyrius, statim ac ignem concipit, exerat et quanta celeritate globum ex tormento expellat, tum vero ipsum globi explosi motum accurate assignat. In quibus expediendis, etsi experimenta ipsum plurimum adjuverint, tamen nisi analysi sublimiori fuisset probe instructus, neque haec experimenta excogitare, neque quicquam ex iis concludere potuisset.

Circa navigationem brevior esse potero, vix enim quemquam fore arbitror, qui usum matheseos sublimioris in hoc negotio negare audeat. Si enim ad cursus navium qui per oceanum suscipiuntur attendamus, statim se offert linea loxodromica, cujus inventio certe mathesi elementari tribui nequit et per quam fere omnia problemata, quae circa cursum instituendum proponi solent, resolvuntur. Deinde vero universa hujus disciplinae theoria, qua fundamenta tam constructionis quam gubernationis navium continentur et evolvuntur, ita est ardua et profundissimam cum mechanicae tum hydrostaticae cognitionem requirit, ut sine analyseos sublimioris subsidio nihil prorsus praestari possit. Determinatio situs, quem navis in aqua occupat, ingentem calculum postulat, unde si figura et operationis ratio definiri debeat, quo navis firmiter in suo situ perseveret, vim velorum sustineat atque subversioni reluctetur, ad abstrusissimos calculos est deveniendum. Postmodum quomodo navis sit dirigenda et vela disponenda ut propositus cursus maxime retineatur, etiamsi ventus obsistat, nisi analyseos sublimioris beneficio determinari nullo modo potest. Quae omnia evidentissime cognosci possunt ex *Celeb. Bernoullii* **) excellentissimo tractatu de manuarum nautica, egoque fusius exposui in binis libris, quos de scientia navali conscripsi, ita ut ex hac parte nullum prorsus dubium superesse possit.

Etiamsi physica, quae in cognoscendis omnium phaenomenorum, quae in mundo spectantur, causis occupatur, omni aperta utilitate careret, tamen ob

*) *Robins*: New principles of gunnery. London 1742. 8.

**) *Essai d'une nouvelle théorie de la manoeuvre des vaisseaux*. Basle 1714. 4.

summam objecti, circa quod versatur, dignitatem atque excellentiam a homine veritatis amante nullo modo negligi posset. Hinc igitur omnes eae disciplinae quae ad physicam uberius exolendam et perficiendam inserviunt ob hoc ipsum summopere utiles essent censendae. At vero physica non solum utilitate non caret, sed etiam uberrimos fructus in vitam communem importat, ex quo eo major matheseos utilitas erit censenda, si ostendero, sine ea in physica nihil omnino profici posse. Ac certe pleraque phaenomena, quae quidem explicare valemus, aequae ad mathesin atque ad physicam pertinent, cujusmodi sunt ea, quae per mechanicam, hydrostaticam, aerometriam, opticam et astronomiam explicantur. In omnibus autem phaenomenis, in quibus mutatio quaequam spectatur, imprimis ad motum est respiciendum, unde is et quomodo efficiatur, quasnam variationes perpetiatur, et hujusmodi alia, quae plerumque profundissimam mechanicæ cognitionem requirunt; quando autem natura fluiditatis se cuiquam phaenomeno immiscet, tum ex hydrodynamica multo accuratiori notitia est opus. Cum igitur in mundo omnes mutationes per motum efficiantur, perspicuum est, nisi mechanica seu motus scientia in subsidium vocetur, ne unicam quidem mutationem in mundo evenientem recte explicari posse. Casus autem, qui in natura videntur simplicissimi, si penitus (sic) inspiciantur et secundum leges mechanicas inquirentur, plerumque tantopere fiunt intricati, ut etiamsi analysis sublimioris usus concedatur, tamen enodatio perfecta ejus vires superet. Maxime hoc usu venit in physiologia, quae in explicandis motibus corporis animalis versatur: haec uti est pars physicae, ita phaenomena explicatu multo difficiliora occurrunt, ad quae praeter consummatam motuum tam solidorum quam fluidorum notitiam profundissima analyseos infinitorum cognitio requiritur. Quis enim his adminiculis destitutus audebit in motum sanguinis ex corde expulsi ejusque per arterias et venas promotionem inquirere? ante certe quam ista explicatio suscipiatur, multa eaque difficillima problemata resolvi debent, quibus analysis sublimior, utcunque ea exculta videatur, vix adhuc accomodata judicari potest. Haec vero omnia luce meridiana fient clariora, si scripta eorum, qui phaenomena cum ad physicam tum ad physiologiam pertinentia rationali modo explicare sunt aggressi. Inter haec solum *Borellii* *) librum de motu animalium nominasse sufficiat, ex quo fere ubique apparet, maximam analyseos vim requiri ad ea enucleanda, quae suscepisset, ob hunc enim defectum frequenter anxius haeret neque unde auxilium petat habet. Etiamsi enim pro eo tempore quo vixerat

*) *J. Alph. Borelli: de motu animalium. Romae 1681. 2 Voll. 4.*

esset matheseos peritissimus, tamen deinceps demum ea accesserunt incrementa, quae in hujusmodi investigationibus opem ferre queant.

His igitur instituto meo, quo summam analyseos sublimioris utilitatem declarare constitueram, abunde me satisfacisse arbitror. Quamvis enim pluribus aliis rationibus hoc idem uberius confirmari posset ostendendo, quantum vis ingenii per eam acuatur atque ad veritatem indagandam aptior reddatur, tamen quia contra has rationes ab osoribus matheseos multum excipi posset, in istis, quae attuli et quae nullo modo refelli possunt, acquiesco.
