E599

Corollarium 2.

§. 45. Nunc igitur omnia Theoremata, quae circa huiusmodi diuisores olim in Comment. veter. Tomo XIV. dederam, multo maiorem gradum certitudinis sunt adepta, postquam a celeb. *la Grange* formae istorum diuisorum sunt demonstratae; atque nullum dubium esse videtur, quin mox quod in hoc genere adhuc desideratur perfecta Demonstratione muniatur.

Corollarium 3.

§. 46. Antequam hoc argumentum penitus deseram, memorabilem adhuc obseruationem adiungam circa signa numerorum α, dum scilicet omnes eius valores infra $2n$ deprimuntur. Cum enim horum numerorum primus et vltimus simul sumti fiant $2n$, dispiciendum est, vtrum hi duo numeri habeant vel paria signa vel disparia, vtroque enim casu bini quicunque horum numerorum ab extremis aequidistantes, quorum ergo summa semper est $2n$, etiam habebunt siue eadem signa siue contraria. Ita nostro casu, quo erat $2n = 78$, vltimus 77 habebat signum $-$, dum primus 1 semper habet signum $+$, vnde etiam signa binorum ab extremis aeque distantium perpetuo erunt contraria. E contrario autem in Exemplo 11, vbi erat $2n = 60$, vltimus numerus 59 habebat signum $+$, vnde etiam bini quicunque alii ab extremis aequidistantes eodem signo affecti deprehenduntur, cuius quidem phaenomeni ratio haud difficulter inuestigari poterit. Huiusmodi autem obseruationes laborem inuestigationis Diuisorum non mediocriter subleuant.

SO-

quae circa
omo XIV.
nt adepta,
orum sunt
quin mox
Demonstra-
Q
A
us deseram,
a signa nu-
ra 2n de-
is et vlti-
vtrum hi
, vtroque
m ab ex-
er est 2n,
Ita nostro
signum −,
signa bino-
t contraria.
= 60, vl-
etiam bini
signo affecti
haud dif-
seruationes
r subleuant.
SO-

SOLVTIO QVAESTIONIS AD CALCVLVM PROBABILITATIS PERTINENTIS.

QVANTVM DVO CONIVGES PERSOLVERE DEBEANT, VT SVIS HAEREDIBVS POST VTRIVSQVE MORTEM CERTA ARGENTI SVMMA PERSOLVATVR.

§. 1.

Assumimus hic eiusmodi aerarium publicum esse constitutum, cuius facultates quotannis vicesima sui parte augeri queant, ita vt summa 100 Rubellonum post annum ad 105 Rub. excrescat; quare si breuitatis gratia ponamus $\frac{105}{100} = \lambda$, praesens pecuniae summa $= C$ post n annos aestimanda erit $\lambda^n C$. Viciffim autem quaeuis pecuniae summa C post n annos soluenda praesenti tempore valorem habere censenda est $= \frac{C}{\lambda^n}$.

 §. 2.

§. 2. Ponamus nunc argenti summam, quam ambo coniuges post vtriusque mortem acquirere optant, esse = 1000 Rub. vnde intelligitur si tempus huius solutionis esset cognitum, annorum praeterlapsorum numero existente $= n$, eius valorem praesentem futurum esse $= \frac{1000}{\lambda^n}$. Tantum igitur illi coniuges praesenti tempore in aerarium conferre tenerentur. Verum cum tempus solutionis maxime sit incertum, siquidem demum post vtriusque mortem fieri debet, verum et praesentem valorem huius summae secundum regulas calculi probabilium ex longaeuis mortalitatis obseruationibus petitas determinari oportet. Hunc in finem vtar tabula, quam olim in Tomo Memor. Berol. pro Anno 1760 inserui, vbi, si praemagnus numerus M infantum simul natorum consideretur, eorum numerum post n annos adhuc superstitum indicaui charactere (n) M; ex quo intelligitur, talem characterem (n) designare fractiones eo minores, quo maior fuerit annorum numerus n, ac tandem circa 100 annos prorsus in nihilum abire; Tabulam igitur horum valorum pro singulis annis elapsis hic exponamus.

(1) =

ambo
= 1000
cogni-
, eius
igitur
neren-
ertum,
verum
calculi
petitas
n olim
si prae-
eretur,
ndicaui
em (n)
annorum
nihilum
s annis

(1) =

(1) = 0,804	(25) = 0,552	(49) = 0,370	(73) = 0,145
(2) = 0,786	(26) = 0,544	(50) = 0,362	(74) = 0,135
(3) = 0,736	(27) = 0,535	(51) = 0,354	(75) = 0,125
(4) = 0,709	(28) = 0,525	(52) = 0,345	(76) = 0,114
(5) = 0,688	(29) = 0,516	(53) = 0,336	(77) = 0,104
(6) = 0,676	(30) = 0,507	(54) = 0,327	(78) = 0,093
(7) = 0,664	(31) = 0,499	(55) = 0,319	(79) = 0,0[illegible]2
(8) = 0,653	(32) = 0,490	(56) = 0,310	(80) = 0,072
(9) = 0,646	(33) = 0,4[illegible]2	(57) = 0,301	(81) = 0,063
(10) = 0,639	(34) = 0,475	(58) = 0,291	(82) = 0,054
(11) = 0,633	(35) = 0,468	(59) = 0,282	(83) = 0,046
(12) = 0,627	(36) = 0,461	(60) = 0,273	(84) = 0,039
(13) = 0,621	(37) = 0,454	(61) = 0,264	(85) = 0,032
(14) = 0,616	(38) = 0,446	(62) = 0,254	(86) = 0,026
(15) = 0,611	(39) = 0,439	(63) = 0,245	(87) = 0,020
(16) = 0,606	(40) = 0,432	(64) = 0,235	(88) = 0,015
(17) = 0,601	(41) = 0,426	(65) = 0,225	(89) = 0,011
(18) = 0,596	(42) = 0,420	(66) = 0,215	(90) = 0,008
(19) = 0,590	(43) = 0,413	(67) = 0,205	(91) = 0,006
(20) = 0,584	(44) = 0,406	(68) = 0,195	(92) = 0,004
(21) = 0,577	(45) = 0,403	(69) = 0,185	(93) = 0,003
(22) = 0,571	(46) = 0,393	(70) = 0,175	(94) = 0,002
(23) = 0,565	(47) = 0,386	(71) = 0,165	(95) = 0,001
(24) = 0,559	(48) = 0,378	(72) = 0,155	

§. 3. Ponamus nunc praesenti tempore aetatem mariti esse $= a$ annorum, vxoris vero $= b$ annorum, et quo ratiocinia instituenda clarius percipi queant, fingamus simul ingentem numerum talium coniugum, qui sit N, eiusdem aetatis a desse, qui pariter suis haeredibus post vtriusque mortem summam 1000 Rub. acquirere optent, vnde si summa initio per-

persoluenda statuatur $= x$, aerarium ab his omnibus accipiet summam $N x$.

§. 4. Sin autem magis arrideat, vt istud pretium x non statim ab initio totum, sed potius per totam vitam aequaliter distributum soluatur, calculum nostrum ad duplicem solutionem accommodemus, dum altera statim ab initio summa $= x$ in aerarium soluitur, altera autem quotannis insuper quaepiam summa $= z$ soluitur, quamdiu scilicet non solum ambo coniuges sed etiam altervter tantum superstites fuerint. Solutione autem hoc modo absoluta si quis voluerit totum pretium statim ab initio persoluere, pro hoc casu poni oportebit $z = 0$ et littera x quaesitum pretium indicabit. Sin autem quis maluerit hoc pretium per totam vitam aequaliter distribui, poni oportebit $x = z$, eritque z summa singulis annis soluenda vsque ad mortem vtriusque coniugis.

§. 5. His constitutis statim ab initio ab omnibus illis N coniugiis soluetur summa $= N x$. Nunc videamus, postquam elapsi fuerint n anni, quot coniugia adhuc tam integra quam dissoluta, dum scilicet interea altervter fuerit mortuus, sint superfutura; tum enim a singulis istis in aerarium soluetur summa $= z$, cuius valor praesens aestimandus est $\frac{z}{\lambda^n}$. Praeterea vero pro quouis anno currente inquirendum est, quot coniugia penitus extinguantur: quoties enim hoc euenit, toties eorum haeredibus praemium illud 1000 Rubl. persolui debet, cuius ergo valor praesens erit $\frac{1000}{\lambda^n}$. Hoc igitur modo calculum nostrum prosequi oportet vsque ad extre-

tremum vitae humanae terminum, et cum omnes tam expensae quam reditus fuerint ad praesens tempus reducti, eos inter se aequari conueniet, vnde pro lubitu siue x siue z determinare licebit.

§. 6. His praemissis incipiamus ab anno primo, cuius initio adesse ponuntur N mariti, omnes eiusdem aetatis $= a$, totidemque vxores eiusdem aetatis $= b$, a quibus aerarium accepit summam $= N x$. Nunc igitur elapso anno primo secundum tabulam supra allatam numerus maritorum adhuc superstitum erit $\frac{(a+1)}{(a)} N$, ideoque numerus interea defunctorum $= \frac{(a)-(a+1)}{(a)} N$. Simili modo numerus vxorum adhuc superstitum erit $\frac{(b+1)}{(b)} N$, earum autem quae interea sunt mortuae numerus $\frac{(b)-(b+1)}{(b)} N$. Quia igitur quilibet horum maritorum superstitum initio habuit coniugem, instituatur haec proportio: vti numerus omnium vxorum initio se habet ad earum numerum superstitum, ita numerus virorum elapso anno superstitum ad numerum eorum, quorum vxores adhuc erunt superstites, qui ergo numerus erit $\frac{(a+1)}{(a)} \cdot \frac{(b+1)}{(b)} N$, a quibus singulis in aerarium soluitur summa $= z$, cuius valor praesens cum sit $\frac{z}{\lambda}$, hinc orietur valor $= \frac{(a+1)(b+1)}{(a)(b)} \frac{N z}{\lambda}$. Tum vero numerus eorum maritorum, qui interea vxores amiserint, erit $\frac{(a+1)}{(a)}\left(1 - \frac{(b+1)}{(b)}\right) N$, qui cum itidem in aerarium soluant summam z, ea ad initium relata erit $\frac{(a+1)}{(a)}\left(1 - \frac{(b+1)}{(b)}\right) \frac{N z}{\lambda}$; vnde patet, hunc valorem cum praecedente coniunctum fore $\frac{(a+1)}{(a)} \frac{N z}{\lambda}$, id quod per se est manifestum, quia quilibet maritus superstes hanc summam z soluere tenetur, siue eius vxor adhuc viuat siue secus.

§. 7.

§. 7. Consideremus nunc etiam eos maritos, qui intra hunc annum erunt mortui, quorum numerus est $(1-\frac{(a+1)}{a})N$; vbi duo casus se offerunt. Alter casus eos spectat maritos, quorum vxores adhuc sunt superstites, quorum numerus per superiorem analogiam inuenitur: vti se habet numerus omnium vxorum initio viuentium ad earum numerum post annum superstitum, ita numerus virorum interea defunctorum ad eorum numerum, quorum vxores adhuc sunt superstites, qui ergo numerus erit $\frac{(b+1)}{(b)}(1-\frac{(a+1)}{(a)})N$, quae cum singulae etiam in aerarium conferant summam $=z$, eius valor ad initium relatus erit $\frac{(b+1)}{(b)}(1-\frac{(a+1)}{(a)})\frac{Nz}{\lambda}$, vnde omnes reditus primo anno elapso in aerarium influentes erunt

$$\frac{Nz}{\lambda}\left(\frac{(a+1)}{(a)}+\frac{(b+1)}{(b)}-\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)}\right),$$

quae ergo quantitas tribus constat partibus. Primo scilicet valor $\frac{z}{\lambda}$ multiplicatur per numerum maritorum superstitum, qui est $\frac{(a+1)}{(a)}N$, deinde etiam per numerum vxorum superstitum, qui est $\frac{(b+1)}{(b)}N$. Hinc autem auferri debet numerus coniugiorum adhuc integrorum, quia singula non duo z sed tantum vnum z expendunt.

§. 8. Alter casus eos spectat maritos, quorum vxores non amplius sunt superstites. Ex praecedente autem calculo apparet, numerum eorum maritorum mortuorum, quorum vxores interea quoque sunt defunctae, esse $(1-\frac{(a+1)}{(a)})(1-\frac{(b+1)}{(b)})N$. Tot ergo coniugia penitus sunt extincta, quorum igitur haeredibus ex aerario soluendum erit praemium constitutum 1000 Rubl. quod cum statim persolui debeat, nullam vsuram lucrari interea potuit, vnde istae expensae ad initium relatae etiamnunc valebunt

$$1000\,N\left(1-\frac{(a+1)}{a}-\frac{(b+1)}{(b)}+\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)}\right).$$

§. 9.

§. 9. Progrediamur nunc ad annum secundum, cuius initio superstites erant mariti $\frac{(a+1)}{(a)}N$, vxores vero $\frac{(b+1)}{(b)}N$, inter quos subsistent adhuc coniugia integra $\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)}N$, soluta vero $(\frac{(a+1)}{(a)}+\frac{(b+1)}{(b)}-\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)})N$; ita vt numerus coniugiorum penitus extinctorum sit

$$N\left(1-\frac{(a+1)}{(a)}-\frac{(b+1)}{(b)}+\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)}\right), \text{ siue}$$

$$N\left(1-\frac{(a+1)}{(a)}\right)\left(1-\frac{(b+1)}{(b)}\right).$$

At vero in fine anni secundi numerus maritorum superstitum adhuc erit $\frac{(a+2)}{(a)}N$, numerus vero eorum qui hoc biennio sunt mortui $=(1-\frac{(a+2)}{(a)})N$. Similique modo numerus vxorum adhuc superstitum erit $\frac{(b+2)}{(b)}N$, earum vero quae biennio sunt mortuae $(1-\frac{(b+2)}{(b)})N$, vnde numerus coniugiorum hoc biennio extinctorum erit

$$\left(1-\frac{(a+2)}{(a)}\right)\left(1-\frac{(b+2)}{(b)}\right)N.$$

Quare cum numerus coniugiorum primo anno extinctorum fuerit $(1-\frac{(a+1)}{(a)})(1-\frac{(b+1)}{(b)})N$, numerus eorum quae intra hunc secundum annum sunt extincta erit

$$\left(\frac{(a+1)}{(a)}+\frac{(b+1)}{(b)}-\frac{(a+2)}{(a)}-\frac{(b+2)}{(b)}-\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)}+\frac{(a+2)}{(a)}\frac{(b+2)}{(b)}\right)N$$

pro quibus singulis quia persoluitur summa mille Rubell., tota summa ob vsuram ad initium relata valebit

$$\frac{1000\,N}{\lambda}\left[\frac{(a+1)-(a+2)}{(a)}+\frac{(b+1)-(b+2)}{(b)}-\left(\frac{(a+1)(b+1)-(a+2)(b+2)}{(a)(b)}\right)\right].$$

§. 10. Quia nunc initio secundi anni numerus coniugiorum tam integrorum quam solutorum erat

$$N\left(\frac{(a+1)}{(a)}+\frac{(b+1)}{(b)}-\frac{(a+1)}{(a)}\frac{(b+1)}{(b)}\right),$$

si hinc auferamus numerum coniugiorum hoc anno extinctorum, remanebit numerus eorum qui circa finem secundi anni singuli soluent summam z, quorum ergo numerus erit

$$N\left(\frac{(a+2)}{(a)}+\frac{(b+2)}{(b)}-\frac{(a+2)}{(a)}\frac{(b+2)}{(b)}\right).$$

Toties igitur ab his summa z in aerarium infertur, vnde totus valor ob vsuram duorum annorum minutus primo initio valebit

$$\frac{Nz}{\lambda^2}\left(\frac{(a+2)}{(a)}+\frac{(b+2)}{(b)}-\frac{(a+2)}{(a)}\frac{(b+2)}{(b)}\right).$$

§. 11. His expositis iam ad annum quemcunque sequentem progredi poterimus. Ponamus igitur iam elapsos esse n annos, hocque tempore numerus maritorum superstitum erit $\frac{(a+n)}{(a)}N$, ante autem iam defunctorum

$$\left(1-\frac{(a+n)}{(a)}\right)N.$$

Eodemque modo numerus vxorum adhuc superstitum est $\frac{(b+n)}{(b)}N$ demortuarum vero $\left(1-\frac{(b+n)}{(b)}\right)N$, vnde numerus coniugiorum tam integrorum quam solutorum hoc tempore erit

$$\left(\frac{(a+n)}{(a)}+\frac{(b+n)}{(b)}-\frac{(a+n)}{(a)}\frac{(b+n)}{(b)}\right)N;$$

at vero numerus coniugiorum toto hoc tempore penitus extinctorum erit

$$\left(1-\frac{(a+n)}{(a)}\right)\left(1-\frac{(b+n)}{(b)}\right)N.$$

§. 12. Iam procedamus ad finem istius anni, ac simili modo numerus coniugiorum, siue integrorum, siue solutorum nunc erit

$$N\left(\frac{(a+n+1)}{(a)}+\frac{(b+n+1)}{(b)}-\frac{(a+n+1)}{(a)}\frac{(b+n+1)}{(b)}\right)$$

a quibus singulis in aerarium persoluitur summa z, cuius valor ad initium translatus est $\frac{z}{\lambda^{n+1}}$, vnde tota summa circa finem huius anni in aerarium soluta pro initio valebit

$$\frac{Nz}{\lambda^{n+1}}\left(\frac{(a+n+1)}{(a)}+\frac{(b+n+1)}{(b)}-\frac{(a+n+1)}{(a)}\frac{(b+n+1)}{(b)}\right).$$

Tum

Tum vero numerus omnium coniugiorum ab ipso initio vsque ad tempus $n+1$ annorum extinctorum erit

$$N\left(1-\frac{(a+n+1)}{(a)}\right)\left(1-\frac{(b+n+1)}{(b)}\right),$$

quare cum vsque ad initium huius anni iam extincta fuissent

$$N\left(1-\frac{(a+n)}{(a)}\right)\left(1-\frac{(b+n)}{(b)}\right)$$

coniugia, numerus eorum quae hoc demum anno sunt extincta erit

$$N\left(\frac{(a+n)-(a+n+1)}{(a)}+\frac{(b+n)-(b+n+1)}{(b)}-\frac{(a+n)(b+n)-(a+n+1)(b+n+1)}{(a)(b)}\right)$$

Quoniam igitur pro his singulis expendi debet summa 1000 Rbl. valor harum expensarum ad initium relatus erit

$$\frac{1000\,N}{\lambda^n}\left(\frac{(a+n)-(a+n+1)}{(a)}+\frac{(b+n)-(b+n+1)}{(b)}-\frac{(a+n)(b+n)-(a+n+1)(b+n+1)}{(a)(b)}\right).$$

§. 13. Colligamus nunc omnes tam reditus ex quantitate z oriundos quam expensas ex solutione illorum 1000 Rubell. ortas, ac primo quidem omnes reditus, qui praeter summam principalem Nz in aerarium inferuntur, per ternas sequentes series expressi inueniuntur:

$$Nz\begin{cases}+\frac{(a+1)}{\lambda(a)}+\frac{(a+2)}{\lambda^2(a)}+\frac{(a+3)}{\lambda^3(a)}\cdots\cdots+\frac{(a+n)}{\lambda^n(a)}\\ +\frac{(b+1)}{\lambda(b)}+\frac{(b+2)}{\lambda^2(b)}+\frac{(b+3)}{\lambda^3(b)}\cdots\cdots+\frac{(b+n)}{\lambda^n(b)}\\ -\frac{(a+1)(b+1)}{\lambda(a)(b)}-\frac{(a+2)(b+2)}{\lambda^2(a)(b)}-\frac{(a+3)(b+3)}{\lambda^3(a)(b)}\cdots\cdots-\frac{(a+n)(b+n)}{\lambda^n(a)(b)}\end{cases}$$

Quod si ergo breuitatis gratia statuamus

P =

$$P = \frac{(a+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)}{\lambda^2} + \frac{(a+3)}{\lambda^3} + \frac{(a+4)}{\lambda^4} + \ldots\ldots \frac{(95)}{\lambda^{95-a}}$$

$$Q = \frac{(b+1)}{\lambda} + \frac{(b+2)}{\lambda^2} + \frac{(b+3)}{\lambda^3} + \frac{(b+4)}{\lambda^4} + \ldots\ldots \frac{(95)}{\lambda^{95-b}}$$

$$R = \frac{(a+1)(b+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)(b+2)}{\lambda^2} + \frac{(a+3)(b+3)}{\lambda^3} + \text{etc.}$$

erit tota ſumma redituum

$$N x + N z\left(\frac{P}{(a)} + \frac{Q}{(b)} - \frac{R}{(a)(b)}\right).$$

Colligamus ſimili modo omnes expenſas in vnam ſummam, quae ſumma ex ſex ſequentibus ſeriebus erit compoſita:

$$1000\,N \left\{ \begin{array}{lllll} \frac{(a)}{(a)} & + \frac{(a+1)}{\lambda(a)} & + \frac{(a+2)}{\lambda^2(a)} & + \frac{(a+3)}{\lambda^3(a)} & + \text{etc.} \\ - \frac{(a+1)}{(a)} & - \frac{(a+2)}{\lambda(a)} & - \frac{(a+3)}{\lambda^2(a)} & - \frac{(a+4)}{\lambda^3(a)} & - \text{etc.} \\ + \frac{(b)}{(b)} & + \frac{(b+1)}{\lambda(b)} & + \frac{(b+2)}{\lambda^2(b)} & + \frac{(b+3)}{\lambda^3(b)} & + \text{etc.} \\ - \frac{(b+1)}{(b)} & - \frac{(b+2)}{\lambda(b)} & - \frac{(b+3)}{\lambda^2(b)} & - \frac{(b+4)}{\lambda^3(b)} & - \text{etc.} \\ - \frac{(a)(b)}{(a)(b)} & - \frac{(a+1)(b+1)}{\lambda(a)(b)} & - \frac{(a+2)(b+2)}{\lambda^2(a)(b)} & - \frac{(a+3)(b+3)}{\lambda^3(a)(b)} & - \text{etc.} \\ + \frac{(a+1)(b+1)}{(a)(b)} & + \frac{(a+2)(b+2)}{\lambda(a)(b)} & + \frac{(a+3)(b+3)}{\lambda^2(a)(b)} & + \frac{(a+4)(b+4)}{\lambda^3(a)(b)} & + \text{etc.} \end{array} \right\}$$

§. 14. Perſpicuum eſt etiam hic ſummas trium ſerierum conſtitutas P, Q, R, commode in ſubſidium vocari poſſe, hincque omnes expenſas ad initium relatas expreſſum iri per ſequentem formam:

$$1000\,N\left(\frac{(a)+P}{(a)} - \frac{\lambda P}{(a)} + \frac{(b)+Q}{(b)} - \frac{\lambda Q}{(b)} - \frac{(a)(b)-R}{(a)(b)} + \frac{\lambda R}{(a)(b)}\right), \text{ ſeu}$$

$$1000\,N\left(1 + \frac{(1-\lambda)P}{(a)} + \frac{(1-\lambda)Q}{(b)} + \frac{(\lambda-1)R}{(a)(b)}\right),$$

conſequenter aequatio pro ſolutione quaeſtionis propoſitae erit

$$x + z\left(\frac{P}{(a)} + \frac{Q}{(b)} - \frac{R}{(a)(b)}\right) = 1000\left(1 + \frac{(1-\lambda)P}{(a)} + \frac{(1-\lambda)Q}{(b)} + \frac{(\lambda-1)R}{(a)(b)}\right)$$

§. 16.

$\frac{(95)}{\lambda^{95-a}}$ $\frac{(95)}{\lambda^{95-b}}$ - etc. ſummam, oſita: + etc. — etc. + etc. — etc. — etc. + etc. trium ſe- idium vo- m relatas $\frac{\lambda R}{(a)(b)}$), ſeu propoſitae $\frac{(\lambda-1)R}{(a)(b)}$) §. 16.

§. 15. Cum iam ſit $\lambda = \frac{105}{100}$, erit $\lambda - 1 = \frac{5}{100}$ et $1000(\lambda - 1) = 50$, vnde noſtra aequatio erit

$$x + z\left(\frac{P}{(a)} + \frac{Q}{(b)} - \frac{R}{(a)(b)}\right) = 1000 - \frac{50\,P}{(a)} - \frac{50\,Q}{(b)} + \frac{50\,R}{(a)(b)}.$$

Quamobrem ſi totum pretium ſtatim ab initio perſolui debeat, ita vt ſit $z = 0$, erit hoc pretium

$$x = 1000 - \frac{50\,P}{(a)} - \frac{50\,Q}{(b)} + \frac{50\,R}{(a)(b)}.$$

Sin autem velimus vt pretium per totum temporis intervallum vsque ad mortem vtriusque coniugis aequaliter diſtribuatur, poni debet $x = z$, atque contributio annua prodibit ſequens:

$$z = \frac{1000 - \frac{50\,P}{(a)} - \frac{50\,Q}{(b)} + \frac{50\,R}{(a)(b)}}{1 + \frac{P}{(a)} + \frac{Q}{(b)} \cdot\cdot \frac{R}{(a)(b)}}$$

ſicque totum negotium huc redit, vt pro qualibet aetate vtriusque coniugis valores ternarum ſerierum litteris P, Q, R inſignitarum inueſtigentur, quos ergo in ſequentibus euoluamus.

Euolutio valorum P et Q.

§. 16. Quoniam ſeries Q ſimili modo ex aetate b definitur, quo ſeries P ex aetate a erui debet, ſufficiet alterutram tantum pro ſingulis aetatibus euoluiſſe. Cum igitur ſit

$$P = \frac{(a+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)}{\lambda^2} + \frac{(a+3)}{\lambda^3} \ldots\ldots + \frac{(95)}{\lambda^{95-a}}$$

ſi omnes termini huius ſeriei ad eandem denominationem λ^{95-a} reducantur, atque ordine retrogrado diſponantur, fiet

$$P = \frac{1}{\lambda^{95-a}}\left((95) + (94)\lambda + (93)\lambda^2 + (92)\lambda^3 + \ldots + \lambda^{94-a}(a+1)\right).$$

§. 17.

§. 17. Euolutio autem huius feriei non parum foret taediofa, fi per fingulos annos eam abfoluere vellemus. Quia autem valores characterum (a) et (b) non adeo funt certi, vt non aliquam aberrationem agnofcere debeamus, fufficiet quinos terminos fe infequentes inuicem coniungere eorumque fummam quintuplo termini medii aequalem ftatuere, ita vt pro quinis prioribus terminis fcribi queat $5(93)\lambda^2$, quo facto valor noftrae litterae P erit

$$P=\frac{5}{\lambda^{95-a}}((93)\lambda^2+(88)\lambda^7+(83)\lambda^{12}\ \ldots\ (a+3)\lambda^{92-a});$$

quare fi hanc feriem littera p defignemus, vt fit

$$p=(93)\lambda^2+(88)\lambda^7+(83)\lambda^{12}+\ \ldots\ +(a+3)\lambda^{92-a}$$

inuento valore litterae p erit

$$P=\frac{5p}{\lambda^{95-a}},\ \text{hincque}\ \frac{P}{(a)}=\frac{5p}{(a)\lambda^{95-a}}.$$

Eodem modo, fi ponatur

$$q=(92)\lambda^2+(83)\lambda^7+(83)\lambda^{12}\ \ldots\ +(b+3)\lambda^{92-b}$$

habebitur

$$Q=\frac{5q}{\lambda^{95-b}}\ \text{et}\ \frac{Q}{(b)}=\frac{5q}{(b)\lambda^{95-b}}.$$

Euolutio tertii valoris R.

§. 18. Series quam littera R defignauimus erat haec:

$$R=\frac{(a+1)(b+1)}{\lambda}+\frac{(a+2)(b+2)}{\lambda\lambda}+\ldots\ \frac{(a+n)(b+n)}{\lambda^n}$$

quam feriem eo vsque continuari oportet, donec termini fequentes euanefcant, quod fit, fi alteruter numerorum $(a+n)$ vel $(b+n)$ fuperet 95, vnde ftatim ac maior horum duorum numerorum ad iftum terminum exfurgit, feries hic terminata eft cenfenda.

§. 19. Quia autem ambo numeri a et b in noftrum calculum aequaliter ingrediuntur, neque vllum difcrimen inde nafcitur, etiamfi hae duae litterae inter fe permutentur, ita vt a denotet aetatem vxoris et b aetatem mariti: affumere poterimus aetatem a femper effe maiorem quam b; fi enim vxor natu maior fuerit quam maritus, tum a defignabit aetatem vxoris, at b mariti. Quare cum aetatem b tanquam minorem fpectemus, difcrimen littera d defignemus, ita vt fit $b=a-d$, vbi quidem differentia d nulla erit, fi ambo coniuges eandem habuerint aetatem.

§. 20. Hoc obferuato vltimus noftrae feriei terminus ibi erit, vbi fit $a+n=95$ ideoque $n=95-a$, ita vt iam noftra feries futura fit

$$R=\frac{(a+1)(b+1)}{\lambda}+\frac{(a+2)(b+2)}{\lambda^2}+\ldots\ \frac{(95)(b+95-a)}{\lambda^{95-a}}$$

vbi ergo vltimus terminus eft $\frac{(95)(95-d)}{\lambda^{95-a}}$. Reducamus nunc, vt ante, omnes has fractiones ad eandem denominationem λ^{95-a}, ac totam feriem ordine retrogrado difponamus, reperiemusque

$$R=\frac{1}{\lambda^{95-a}}((95)(95-d)+(94)(94-d)\lambda+(93)(93-d)\lambda^2$$
$$+(92)(92-d)\lambda^3+\ \ldots\ \lambda^{94-a}(a+1)(a-d+1)),$$

cuius ergo feriei fummam pro fingulis valoribus amborum numerorum a et d computari oportet.

§. 21. Quo autem ifte calculus facilior reddatur, iterum quinos terminos, vt ante fecimus, in vnum contrahamus, dum fcilicet eorum fummam quintuplo medii inter eos aequalem aeftimabimus, quo facto habebimus

R =

$$R = \frac{5}{\lambda^{95-a}}((93)(93-d)\lambda^2 + (88)(88-d)\lambda^7 \ldots (a+3)(a+3-d)\lambda^{92-a}.$$

Quod si ergo ponamus

$r = (93)(93-d)\lambda^2 + (88)(88-d)\lambda^7 \ldots + (a+3)(a+3-d)\lambda^{92-a}$, inuento valore huius seriei r erit ipse valor, quem quaerimus $R = \frac{5r}{\lambda^{95-a}}$; et quoniam pro nostro calculo indigemus valore, $\frac{R}{(a)(b)}$ erit

$$\frac{R}{(a)(b)} = \frac{5r}{(a)(b)\lambda^{95-a}},$$

hisque valoribus pro singulis casibus inuentis aequatio nostra generalis erit

$$x + z\left(\frac{P}{(a)} + \frac{Q}{(b)} - \frac{R}{(a)(b)}\right) = 1000 - \frac{50\,P}{(a)} - \frac{50\,Q}{(b)} + \frac{55^2 R}{(a)(b)}.$$

§. 22. Quoniam hic duo numeri occurrunt a et d, iste calculus multo maiorem laborem postulat quam praecedens pro seriebus P et Q, quem vt subleuemus, ambos numeros a et d per quinarium vel crescere vel decrescere assumemus, hanc ob rem plures casus euolui oportebit pro variis valoribus differentiae d, quam successiue statuemus 0, 5, 10, 15, 20, etc. Vnde hos casus sequenti modo ordine referamus.

I. Casus.

quo $d = 0$ ideoque $b = a$.

Hic ergo erit

$$r = (93)^2\lambda^2 + (88)^2\lambda^7 + (83)^2\lambda^{12} \ldots (a+3)^2\lambda^{92-a}$$

vnde fit

$$\frac{R}{(a)^2} = \frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)^2}.$$

II.

II. Casus

quo $d = 5$ ideoque $b = a - 5$.

Tum ergo erit

$$r = (93)(88)\lambda^2 + (88)(83)\lambda^7 + (83)(78)\lambda^{12} \ldots (a+3)(a-2)\lambda^{92-a},$$

vnde fit

$$R = \frac{5r}{\lambda^{95-a}} \text{ et } \frac{R}{(a)(a-5)} = \frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)(a-5)}.$$

III. Casus

quo $d = 10$ ideoque $b = a - 10$.

Hic ergo erit

$$r = (93)(83)\lambda^2 + (88)(78)\lambda^7 + (83)(73)\lambda^{12} \ldots (a+3)(a-7)\lambda^{92-a},$$

vnde fit

$$R = \frac{5r}{\lambda^{95-a}} \text{ et } \frac{R}{(a)(a-10)} = \frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)(a-10)}.$$

IV. Casus

quo $d = 15$ ideoque $b = a - 15$.

Hoc casu erit

$$r = (93)(78)\lambda^2 + (88)(73)\lambda^7 + \ldots (a+3)(a-12)\lambda^{92-a},$$

vnde fit

$$R = \frac{5r}{\lambda^{95-a}} \text{ et } \frac{R}{(a)(a-15)} = \frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)(a-15)}.$$

V. Casus

quo $d = 20$ ideoque $b = a - 20$.

Tum ergo erit

$$r = (93)(73)\lambda^2 + (8\text{[illegible]})(68)\lambda^7 + \ldots (a+3)(a-17)\lambda^{92-a},$$

vnde

vnde fit

$$R=\frac{5r}{\lambda^{95-a}} \text{ et } \frac{R}{(a)(a-20)}=\frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)(a-20)}.$$

VI. Casus

quo $d=25$ ideoque $b=a-25$.

Hoc casu erit

$$r=(93)(68)\lambda^2+(88)(63)\lambda^7+(83)(58)\lambda^{12}\ldots(a+3)(a-22)\lambda^{92-a},$$

vnde fit

$$R=\frac{5r}{\lambda^{95-a}} \text{ et } \frac{R}{(a)(a-25)}=\frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)(a-25)}.$$

VII. Casus

quo $d=30$ ideoque $b=a-30$.

Tum ergo erit

$$r=(93)(63)\lambda^2+(88)(58)\lambda^7+(83)(53)\lambda^{12}\ldots(a+3)(a-27)\lambda^{92-a}$$

vnde fit

$$R=\frac{5r}{\lambda^{95-a}} \text{ et } \frac{R}{(a)(a-30)}=\frac{5r}{\lambda^{95-a}(a)(a-30)}.$$

SO-

SOLVTIO QVARVNDAM QVAESTIONVM DIFFICILIORVM IN CALCVLO PROBABILIVM.

§. 1.

His quaestionibus occasionem dedit ludus passim publice institutus, quo ex nonaginta schedulis, numeris 1, 2, 3, 4 . . . . 90 signatis, statis temporibus quinae schedulae forte extrahi solent. Hinc ergo huiusmodi quaestiones oriuntur: quanta scilicet sit probabilitas vt, postquam datus extractionum numerus fuerit peractus, vel omnes nonaginta numeri exierint, vel saltem 89, vel 88, vel pauciores. Has igitur quaestiones, vtpote difficillimas, hic ex principiis calculi Probabilium iam pridem vsu receptis, resoluere constitui. Neque me deterrent obiectiones Illustris *D'Alembert*, qui hunc calculum suspectum reddere est conatus. Postquam enim summus Geometra studiis mathematicis valedixit, iis etiam bellum indixisse videtur, dum pleraque fundamenta solidissime stabilita euertere est aggressus. Quamvis enim hae obiectiones apud ignaros maximi ponderis esse debeant, haud tamen metuendum est, inde ipsi scientiae vllum detrimentum allatum iri.

§. 2. Qui in huiusmodi inuestigationibus elaborarunt, facile perspicient, resolutionem harum quaestionum calculos

culos