EXTRAIT D'UNE LETTRE
de M. Euler à M. Beguelin,
en Mai 1778.

J'ai entendu avec plaisir la lecture du Mémoire de M. Beguelin, sur les nombres premiers, inséré dans le dernier Volume des Mémoires de l'Académie Royale de Berlin (*); & comme j'ai travaillé depuis quelque temps sur le même sujet, je crois qu'il recevra avec autant de satisfaction quelques observations que j'ai eu occasion de faire relativement au probleme qu'il a traité dans le Mémoire mentionné.

Ses recherches sont fondées sur cette belle propriété, que tous les nombres qui ne sont contenus qu'une seule fois dans la formule $xx + yy$, sont ou premiers, ou doubles de premiers, en prenant les nombres x & y premiers entr'eux. Or j'ai remarqué que plusieurs autres formules semblables de la forme $nxx + yy$ sont doués de la même propriété, & que, pourvu qu'on donne à la lettre n des valeurs *convenables*, telles que, par exemple, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 &c. on en tire toujours des nombres premiers; ou bien, qu'à l'exclusion des valeurs suivantes de n sc. 11, 14, 17, 19, 20, 23, 26, 27 &c. la formule $nxx + yy$ donne toujours des nombres premiers; car le nombre 15 par ex. quoique contenu d'une seule façon dans la formule $11xx + yy$, est un nombre composé. Il en est ainsi des autres nombres que je viens d'exclure; au lieu que ceux que j'ai nommés valeurs convenables, donnent surement pour premier, tout nombre qui est contenu d'une seule façon dans la forme $nxx + yy$. Il est donc de la derniere importance de bien distinguer les valeurs convenables de la lettre n de celles qu'il faut exclure dans ces recherches.

(*) Pour l'année 1775.

Pour cet effet j'ai trouvé & démontré cette regle: que si tous les nombres contenus dans la forme $n + yy$ & moindres que $4n$ (en prenant pour y des nombres premiers à n), sont ou premiers p, ou doubles de premiers $2p$, ou quarrés de premiers pp, ou enfin quelque puissance de 2, alors la valeur de n, qui satisfait à ces conditions, pourra être admise comme convenable à l'examen de tel nombre qu'on se propose. Ainsi, par exemple, j'ai trouvé que le nombre 60 est dans la serie des valeurs convenables; car il y a $60 + 1^2 = 61 = p$; $60 + 7^2 = 109 = p$; $60 + 11^2 = 181 = p$, $60 + 13^2 = 229$, où il faut s'arrêter, les suivans surpassant la limite $4 . 60$. Il en est de même du nombre 15, puisque $15 + 1^2 = 16 = 2^4$; $15 + 4^2 = 31 = p$.

Moyennant cette regle j'ai été en état de trouver avec assez de facilité toutes les valeurs qu'on peut donner à la lettre n, pour que tout nombre contenu d'une seule façon dans la forme $nxx + yy$ puisse être censé premier. Voici ces valeurs:

1 - -	16 - -	48 - -	120 - -	312
2 - -	18 - -	57 - -	130 - -	330
3 - -	21 - -	58 - -	133 - -	345
4 - -	22 - -	60 - -	165 - -	357
5 - -	24 - -	70 - -	168 - -	385
6 - -	25 - -	72 - -	177 - -	408
7 - -	28 - -	78 - -	190 - -	462
8 - -	30 - -	85 - -	210 - -	520
9 - -	33 - -	88 - -	232 - -	760
10 - -	37 - -	93 - -	240 - -	840
12 - -	40 - -	102 - -	253 - -	1320
13 - -	42 - -	105 - -	273 - -	1365
15 - -	44 - -	112 - -	280 - -	1848.

Ces nombres, qui, loin d'être semés au hazard, ont une loi de progression, qui est assez évidente lorsqu'on parcourt toutes les exclusions successives par lesquelles il faut passer pour trouver les valeurs convenables, ſemblent devoir aller à l'infini; j'ai donc été bien ſurpris de me voir arrêté au dernier 1848, au delà duquel je n'ai plus trouvé que des valeurs incongrues. Cependant, moyennant la derniere valeur 1848, on eſt en état de découvrir des nombres premiers extrêmement grands, vu que rien n'eſt plus facile que d'examiner, ſi quelque nombre propoſé eſt contenu une ſeule fois dans la forme $1848xx + yy$, ou non, & dans le premier cas on pourra prononcer hardiment, que ce nombre eſt premier. Par le moyen de cette forme j'ai trouvé premiers entr'autres les nombres ſuivans: 1016401, 1103257, 1288057, 1487641, 1702009, 2995609, 4658809, 9094009, 11866009, 18518809. Dans l'autre cas, où le nombre propoſé eſt contenu de plus d'une façon dans la forme $1848xx + yy$, il ſeroit ſuperflu de remarquer qu'on pourra aſſigner très facilement les diviſeurs de ce nombre. Mais je juge à propos d'ajoûter, que dans la Table des nombres premiers inſérée dans le Volume XIX. des Commentaires de notre Académie, il s'eſt gliſſé une erreur provenue de ce qu'on a négligé le diviſeur 293, qui au reſte n'influe que ſur le nombre 100009, qui doit être effacé de cette liſte, étant $= 293 \cdot 3413$.