RÉPONSE

A LA Question proposée par l'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES de Paris, pour l'année 1772.

De perfectionner les methodes sur lesquelles est fondée la théorie de la Lune, de fixer par ce moyen celles des équations de ce Satellite, qui sont encore incertaines, & d'examiner en particulier si l'on peut rendre raison, par cette théorie de l'équation séculaire du mouvement moyen de la Lune.

PAR M. EULER.

NOUVELLES
RECHERCHES
SUR LE VRAI MOUVEMENT
DE LA LUNE.

Où l'on détermine toutes les inégalités auxquelles il est assujetti.

> Hic labor extremus, longarum hæc meta viarum,
> hinc jam digressi, vestris appellimus oris.

LA théorie de la Lune étant un objet qui demande les plus longs & pénibles calculs, qui pourroient remplir un Volume tout entier, il me sera permis de n'en rapporter ici que les points essentiels avec les résultats que j'en ai déduits: je supprimerai donc tous les détails que je regarde toujours comme superflus, lorsqu'on a à comparoître devant des Juges aussi éclairés que font ceux qui compofent l'Académie-Royale des Sciences de Paris. Je prendrai pour bafe le Mémoire qui a été couronné en 1770 fur cette même queftion, & je commencerai par y faire quelques réflexions.

I I.

D'abord il eft indubitable que la manière dont cette recherche a été développée dans le fufdit Mémoire, par le moyen des trois coordonnées, mérite à bien des égards la préférence fur toutes les autres méthodes, que les Géomètres ont employées jufqu'ici pour déterminer les inégalités dans le mouvement de la Lune. Cependant je ne me fervirai ici que l'idée générale, qui y conftitue le fonds de de la folution, ayant trouvé à propos d'y faire plufieurs changemens, tant à l'égard de la fituation des trois coordonnées, que dans la réfolution même des équations qui en déterminent les valeurs.

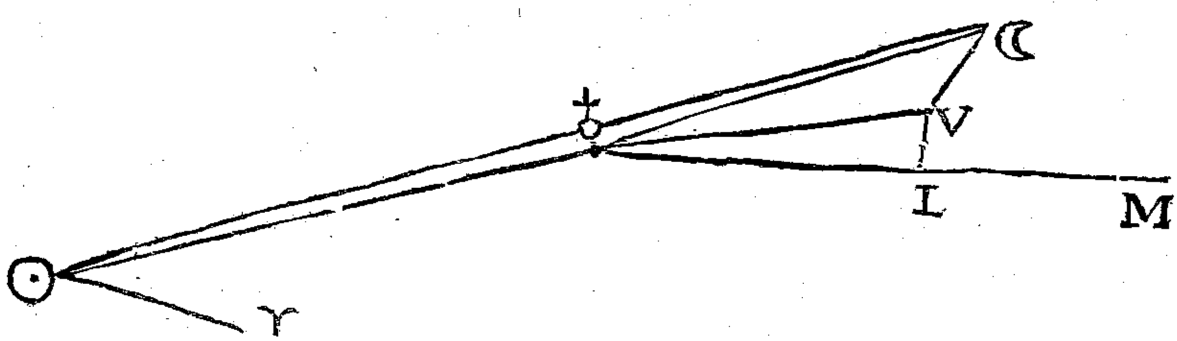
I I I.

D'ailleurs il s'en faut beaucoup que le développement du calcul, qui eft rapporté dans ledit Mémoire, foit exécuté avec toute la jufteffe réquife, & il paroît que l'Auteur n'a pas eu affez de tems, ou peut-être de patience pour achever un travail auffi fatiguant que l'eft furtout le calcul numérique, calcul auquel on ne fauroit même fe fier, à moins qu'on ne l'ait réfait à diverfes reprifes, & avec tout le foin imaginable.

I V.

Que le plan de la figure repréfente le plan de l'écliptique, où je fuppofe le centre du Soleil immobile en ☉,

& pour un tems proposé quelconque le centre de la Terre en ♁, la droite ☉ ♈ marquant le lieu de l'équinoxe du printems. Soit ensuite hors de ce plan, ☾ le centre de la Lune, d'où j'abaisse sur ce plan de l'écliptique la perpendiculaire ☾ *V*, de sorte que la droite ♁ *V* marque la longitude vraie de la Lune, & l'angle ☾ ♁ *V* sa latitude, que je suppose boréale. Je tire ensuite dans le plan de l'écliptique la droite ♁ *M* qui doit indiquer la longitude moyenne de la Lune, sur laquelle j'abaisse enfin de *V* la perpendiculaire *V L*, pour avoir les trois coordonnées orthogonales ♁ *L*, *L V*, & *V* ☾, dont il s'agit de déterminer les valeurs. On voit d'abord que cette disposition est un peu différente de celle qui a été employée dans le Mémoire susmentionné ; mais aussi verra-t-on bientôt que j'en retire l'avantage, que mes formules deviennent par-là plus simples & leurs applications au calcul moins embarrassantes. Cependant la conduite du calcul reste à peu près la même, de sorte qu'il seroit superflu de les déduire de nouveau des premiers principes de la méchanique.



V.

Suivant le Mémoire couronné, les trois coordonnées ont été nommées : $\male L = a(1 + x)$, $LV = ay$ & $V☾ = az$, où la lettre a marque une certaine diſtance moyenne de la Lune à la Terre, l'unité exprimant la diſtance moyenne de la Terre au Soleil. Mais pour rendre le calcul plus aiſé, je nommerai ici la

1ere. $\male L = 1 + x$; 2de. $LV = y$; 3me. $V☾ = z$,

& maintenant la diſtance moyenne de la Terre au Soleil ſera exprimée par $\frac{1}{a}$, où il eſt bon de remarquer que la derniere détermination de la parallaxe du Soleil donne à connoître, que la valeur de cette lettre a eſt fort à peu près $\frac{1}{390}$ & par conſéquent $\frac{1}{a} = 390$.

VI.

Il s'agit donc de trouver les équations différentio-différentielles, qui déterminent les valeurs de ces trois coordonnées $1 + x, y, z$, où je ſuppoſe qu'on emploie la même méthode qui eſt détaillée dans le Mémoire déja cité, où il convient de remarquer, que les tems y ſont exprimés par le mouvement de l'anomalie moyenne du Soleil, qui y eſt nommé t, de ſorte que ſa différentielle dt ſoit conſtante. Enſuite il entrera dans ces équations l'angle p, qui marque l'élongation moyenne de la Lune au Soleil, & qu'on tire aiſément des Tables des moyens mouvemens, en ſouſtrayant la longitude moyenne du Soleil de celle de la Lune. Or, pour le rapport entre ces deux angles p & t, je poſe, comme dans ledit Mémoire

$\frac{dp}{dt} = m$, de ſorte que $m = 12{,}368903$, au moins pour le ſiécle préſent, en cas que la réſiſtance de l'éther ſoit capable d'y cauſer, avec le tems, quelque changement. Outre cela, il ſe trouvera dans ces équations encore un autre nombre conſtant λ, dont la valeur doit être ſuppoſée conformément aux raiſons alléguées dans ledit Mémoire $\lambda = (m + 1)^2 + \frac{1}{2}$, ou bien $\lambda = 179{,}228928$. Enfin, l'excentricité de l'orbite du Soleil, que je nommerai ici $\varkappa$, s'introduit auſſi dans nos équations, dont la valeur eſt $\varkappa = 0{,}01678$.

VII.

Après ces explications, ayant réduit le calcul à ces trois nouvelles coordonnées, & développé les formules irrationelles, de la même manière qu'on l'avoit déja fait dans le Mémoire ſuſdit, on trouvera enfin les trois équations différentio-différentielles, telles que je les ai repréſentées ſur les feuilles détachées ci-jointes, Table première, ſeconde & troiſième, où la différentielle du tems dt eſt ſuppoſé conſtante.

VIII.

On verra par là que j'ai pouſſé ici beaucoup plus loin l'évolution des formules irrationnelles, & même juſqu'à la ſixième dimenſion des trois inconnues x, y & z, puiſque j'ai trouvé dans la ſuite que quelques inégalités de la Lune demandent abſolument la cinquième dimenſion, ſans quoi leur détermination deviendroit tout a fait fauſſe. Auſſi les petits termes affectés par les lettres a & x ſont ici plus ſoigneuſement développés, & dans les derniers on remarquera d'abord une grande différence par rapport à ceux du Mémoire allégué, dont la raiſon eſt, que les coordonnées ſont rapportées ici à un autre axe que là. Mais à l'égard des autres membres on découvrira une belle harmonie.

I X.

En conſidérant la grande prolixité de ces équations, on conviendra aiſément qu'il faut entiérement renoncer à toute eſpérance de les intégrer, & tous nos ſoins ne doivent aboutir qu'à chercher par des convenables approximations les juſtes valeurs de nos trois inconnues x, y & z, & qui renferment même les conſtantes arbitraires que les intégrations actuelles y introduiroient.

X.

Parmi ces conſtantes, il ſe préſente d'abord l'excentricité de l'orbite lunaire, que je déſignerai ici par la lettre k, à laquelle ſe rapporte un nouvel angle q, qui eſt l'anomalie moyenne de la Lune, & dont le rapport à l'angle t eſt ſuppoſé $\frac{dq}{dt} = n = 13,25604$, & je ne répete pas ici tout ce qui eſt rapporté à cette occaſion ſur le mouvement de l'apogée de la Lune. Enſuite une autre conſtante renfermera l'inclinaiſon de l'orbite lunaire à l'écliptique, que je marquerai dans la ſuite par la lettre i, à laquelle ſe rapporte auſſi un certain angle r, nommé l'argument de latitude, qu'on trouve en ôtant la longitude moyenne du nœud aſcendant de celle de la Lune; tout comme l'angle précédent q ſe trouve en ôtant la longitude moyenne de l'apogée lunaire de celle de la Lune, de ſorte que ces deux angles ſont auſſi proportionels au tems: or pour ce dernier je poſe $\frac{dr}{dt} = l$, dont la valeur ſe tire des tables

qui

qui donnent $l = 13,42263$. Outre ces deux constantes k & i, les angles q & r même renferment encore deux constantes : car puisque nous n'avons posé que leurs différentielles $dq = n\,dt$, & $dr = l\,dt$, leurs intégrales, où les angles q & r même renfermeront sans doute chacun une constante. Il en est de même de l'angle p, parce que l'intégration de la formule $dp = mdt$ reçoit aussi une constante. Enfin la sixième constante se trouve déja dans la lettre a, entant qu'elle se rapporte à la quantité de l'orbite lunaire. Voilà donc toutes les six constantes, que les doubles intégrations de nos trois équations introduiroient dans le calcul, & dont les valeurs doivent être tirées de l'état actuel où se trouve le mouvement de la Lune.

X I.

En réfléchissant bien sur la forme des valeurs qui ont été trouvées pour nos trois inconnues x, y & z, on verra d'abord que les deux premières x & y contiennent quelques termes indépendans des constantes k, i, a & $\varkappa$, qu'on comprend communément sous le nom de VARIATION. Ensuite on y trouve des termes affectés simplement par la lettre k, & il est bon d'en distinguer ceux qui sont affectés par le quarré k^2, ou même le cube k^3. Or, ces derniers deviennent déja si extrêmement petits, qu'on peut hardiment négliger ceux qui seroient affectés par des plus hautes puissances de k. Il y aura aussi des termes affectés simplement par la lettre a, & ensuite aussi par ak & $a\varkappa$; enfin des termes multipliés par $\varkappa$ & $\varkappa k$, en négligeant tous les autres termes akk, &c, qui à cause de leur petitesse ne seroient également d'aucune conséquence. Pour ce qui regarde la troisième inconnue z, elle renfermera principalement des termes affectés par la constante i simplement, & ensuite aussi par ik, ia & $i\varkappa$, enfin des termes multipliés par ik^2 & i^3 en négligeant d'autres combinaisons qui meneroient à des inégalités trop petites, pour mériter quelque attention.

XII.

Mais puisque les deux premières équations renferment aussi le quarré de la troisième inconnue, zz, il s'ensuit que les quantités x & y doivent aussi renfermer des parties affectées premièrement par ii, & ensuite aussi par iik & iix, en négligeant des combinaisons plus compliquées. Or, ayant bien réfléchi sur tous les différens ordres des termes, dont nos trois inconnues x, y & z seront composées; j'ai trouvé que les termes de chaque ordre se peuvent déterminer à part, ce qui m'a fourni un très-grand secours pour déterminer exactement les valeurs cherchées, & pour m'assurer de leur justesse. Pour cet effet je distribue les valeurs de x, y & z conformément à ces classes que je viens d'établir: en supposant

$$x = O' + k.P' + k^2.Q' + k^3.R' + a.S' + ak.T' + x.U' + xk.V' + ax.W' + i^2.X' + i^2k.Y' + i^2x.Z'.$$

$$y = O + k.P + k^2.Q + k^3.R + a.S + ak.T + x.U + xk.V + ax.W + i^2.X + i^2k.Y + i^2x.Z.$$

$$z = i.p + ik.q + ik^2.r + ix.u + s^3.t + ia.r.$$

XIII.

Concevons à présent qu'on substitue réellement ces valeurs au lieu de x, y & z, dans nos trois équations générales, & qu'on distingue pour chacune les membres de chacun des ordres que je viens d'établir, en rejettant ceux qui monteroient à des ordres plus compliqués, comme ne méritant aucune attention, & on pourra séparément égaler à zero les membres de chaque ordre, ce qui nous fournira une multitude d'équations particulières, dont je ne rapporterai ici que celles des cinq premiers ordres (*), vu que les autres ont toutes des formes semblables, & que leur résolution demande la même méthode qui est enseignée dans le Mémoire cité, en y employant certains artifices qui ont rendu la solution plus aisée & en même tems plus certaine; de sorte qu'il ne reste plus aucun doute sur les coëfficiens de tous les termes qui en ont été trouvés. TABLE IV. *a, b, c, d.*

XIV.

Je passe maintenant aux résultats même de ces recherches pénibles, que je me contenterai d'avoir mis ici sous les yeux de l'Académie, tels que je les ai trouvé avec l'assistance de trois habiles Calculateurs, dont chacun s'est donné la peine de les calculer selon les différentes méthodes que je leur ai fournies, & répéter ces calculs plusieurs fois de suite; de sorte que je puis répondre parfaitement de l'exactitude & de la justesse des valeurs trouvées pour les coëfficiens O, P, Q, &c. p, q, r, &c. & qui sont représentés dans les Tables V^me. VI^me. VII^me. Les recherches même & les artifices analytiques, qu'il m'a fallu employer pour y parvenir, remplissent un assez grand volume, que je ne manquerai cependant pas de mettre en son tems sous les yeux du Public.

(*) J'y ai ajouté encore les équations particulières du septième & onzième ordre, comme les moins compliqués, ne renfermant que les inégalités qui dépendent de l'excentricité de la Terre x & du quarré de l'inclinaison i^2.

XV.

En ſubſtituant toutes ces valeurs, pour avoir celles de nos trois inconnues x, y & z, je comparai d'abord ces formules avec celles que Meſſieurs Mayer & Clairaut ont employées pour conſtruire leurs Tables lunaires: je m'aſſurai par ce moyen des juſtes valeurs qu'il faut donner aux deux conſtantes k & i, & je les trouvai

$$k = 0,05449;\ i = 0,08944.$$

Mais ayant enſuite comparé mes formules trouvées avec pluſieurs obſervations actuelles, ſur leſquelles j'avois fait le calcul, j'ai remarqué que l'erreur, dans quelques-unes, montoit à preſque une minute; de ſorte que pour obtenir un plus juſte accord entre les formules trouvées & les obſervations, il m'a fallu apporter encore quelques légères corrections aux valeurs de k & i, que j'ai enfin trouvé

$$k = 0,05450;\ i = 0,08964.$$

XVI.

Subſtituons donc en effet ces valeurs pour k & i, & ſuppoſons $a = \frac{i}{390}$ & $x = 0,01678$, pour obtenir les valeurs entiérement développées en nombres de nos trois coordonnées $\mathfrak{z}\, L = 1 + x$, $LV = y$ & $V☾ = z$, que je mettrai ici devant les yeux dans les VIIIme. IXme. & Xme. Table, où au lieu des fractions décimales, j'ai exprimé tous les coëfficiens en dix millionièmes parties de l'unité. Ces parties ſont ſi petites que 100 ne ſauroient produiер que 2 ſecondes dans le lieu de la Lune.

XVII.

Pour ſe ſervir de ces formules, d'où l'on pourroit aiſément conſtruire des Tables ordinaires, on n'a qu'à tirer des bonnes Tables des moyens mouvemens, pour un tems propoſé quelconque, les cinq élémens ſuivans

1°. Longitude moyenne de la Lune = L.

2°. Longitude de ſon apogée . . . . = P.

3°. Longitude du nœud aſcendant . = N.

4°. Longitude moyenne du Soleil . . = Λ.

5°. Longitude de ſon apogée . . . . = Π.

Et de former de là les quatre argumens ſuivans:

I°. $p = L - \Lambda$;

II°. $q = L - P$;

III°. $r = L - N$;

IV°. $t = \Delta - \Pi$.

D'où l'on trouvera aiſément les juſtes valeurs de nos trois coordonnées

$$\text{♁}L = 1 + x;\ LV = y;\ V\text{☾} = z.$$

XVIII.

Ayant trouvé ces trois valeurs, qu'on cherche les deux angles ſuivans

$$L\,\text{♁}\,V = \varphi \ \&\ V\,\text{♁}\,\text{☾} = \psi.$$

Par le moyen de ces ſimples formules:

$$tang.\ \varphi = \frac{y}{1+x};\ tang.\ \psi = \frac{z \cdot cof.\ \varphi}{1+x}$$

Et alors l'angle φ ou ajouté, ou retranché de la longitude moyenne de la Lune $= L$, ſelon que y provient *poſitif* ou *négatif*, donnera d'abord la vraie longitude de la Lune, pendant que l'autre angle ψ, montre ſur le champ ſa vraie latitude ou *boréale*, ou *méridionale*, ſelon que z eſt *poſitif* ou *négatif*. Ce calcul paroît d'autant plus aiſé, qu'il ne s'agit ici que des angles, connus par les ſeules Tables des moyens mouvemens, ſans s'embarraſſer ni d'aucune correction dans le lieu des nœuds, ou dans l'inclinaiſon de l'orbite lunaire, ni même de la réduction à l'écliptique. Car tous ces articles, d'ailleurs aſſez embarraſſans, ſe trouvent déja renfermés dans nos formules.

XIX.

Enfin, il eſt fort aiſé de tirer de-là la vraie diſtance de la Lune à la Terre, en calculant cette formule

$$(1 + x)\ sec\ \varphi\ sec\ \psi.$$

Ou bien pour connoître la vraie parallaxe équatorienne de la Lune, elle ſera exprimée par cette formule

$$\frac{10{,}000{,}000}{1+x} \times 56'\ 35'' \times cof.\ \varphi \times cof.\ \psi,$$

où je remarque que j'ai conclu cette parallaxe moyenne de $56'\,35''$, qui répond à la diſtance moyenne 1, ou plutôt 10,000,000 de l'éclipſe du Soleil de l'année 1769 ; de ſorte qu'on en peut être aſſuré à quelques ſecondes près. On reconnoîtra aiſément que cette détermination de la parallaxe doit être infiniment plus exacte que celle qu'on tire des Tables ordinaires, vu qu'elle dépend ici ouvertement de toutes les inégalités de la Lune, pendant que les Tables, dont on ſe ſert, n'y employent que quelques inégalités qui y influent principalement.

X X.

Par là, j'eſpère avoir pleinement ſatisfait aux vues de l'illuſtre ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, ayant entiérement développé & fixé toutes les inégalités, auxquelles le mouvement de ce ſatellite eſt aſſujetti, ſans en excepter aucune, qui pourroit influer ſur le lieu de la Lune pour plus de dix ſecondes, & ayant enfin fait voir que, comme aucune de ces inégalités ne ſauroit produire une équation ſéculaire, dans le moyen mouvement de la Lune, on n'en pourra non plus rendre raiſon par la ſeule attraction du Soleil & de tout autre Corps céleſte ; de ſorte qu'il ne reſte plus aucun doute que cette équation ſéculaire, qu'on obſerve, ne ſoit l'effet de la réſiſtance du milieu, dans lequel les planètes ſe meuvent.

Au reſte, je ne doute pas, qu'en corrigeant tant ſoit peu les lieux moyens de l'apogée & du nœud dans les Tables ordinaires, on ne puiſſe, par ce moyen, parvenir à déterminer le lieu de la Lune à 30 secondes près. Or, pour un plus haut degré de précision, on ne sauroit jamais l'espérer à cause de l'action des autres planètes à laquelle la Lune est assujettie.

FIN.

TABLE

PREMIÈRE.

§ 7.

Première Équation générale.

$$\frac{ddx}{dt^2} - \frac{2(m+1)dy}{dt} - 3\lambda x$$

$$-\tfrac{3}{2}\cos. 2p$$

$$-\tfrac{3}{2}x\cos. 2p + \tfrac{3}{2}y\sin. 2p$$

$$+3\lambda x^2 - \tfrac{3}{2}\lambda(y^2+z^2)$$

$$-4\lambda x^3 + 6\lambda x(y^2+z^2)$$

$$+5\lambda x^4 - 15\lambda x^2(y^2+z^2 + \tfrac{15}{8}\lambda(y^2+z^2)^2$$

$$-6\lambda x^5 + 30\lambda x^3(y^2+z^2) - \tfrac{45}{4}\lambda x(y^2+z^2)^2$$

$$+7\lambda x^6 - \tfrac{105}{2}\lambda x^4(y^2+z^2) + \tfrac{315}{8}\lambda x^2(y^2+z^2)^2$$
$$-\tfrac{35}{16}(y^2+z^2)^3$$

$$-\tfrac{3}{8}a(3\cos. p + 5\cos. 3p)$$

$$-\tfrac{3}{4}ax(3\cos. p + 5\cos. 3p) + \tfrac{3}{4}ay(\sin. p + 5\sin. 3p)$$

$$-\tfrac{3}{8}ax^2(3\cos. p + 5\cos. 3p) + \tfrac{3}{4}axy(\sin. p + 5\sin. 3p)$$
$$-\tfrac{3}{8}ay^2(\cos. p - 5\cos. 3p) + \tfrac{3}{2}az^2\cos. p$$

$$+\tfrac{3}{4}x(2\cos. t + 7\cos.(2p-t) - \cos.(2p+t))$$

$$+\tfrac{3}{4}kx\big(2\,cos.\,t+7\,cos.\,(2p-t)-cos.\,2p+t)\big)$$
$$-\tfrac{3}{4}ky\big(7\,fin.\,(2p-t)-fin.\,(2p+t)\big)$$
$$+\tfrac{3}{8}ak\big(9\,cos.(p-t)+3\,cos.\,p+t)+25\,cos.(3p-t)$$
$$-5\,cos.\,(3p+t)\big)$$
$$+\tfrac{3}{4}akx\big(9\,cos.\,(p-t)+3\,cos.\,(p+t)+25\,cos.(3p-t)$$
$$-5\,cos.(3p+t)\big)-\tfrac{3}{4}aky\big(3\,fin.\,(p-t)+fin.\,(p+t)$$
$$+25\,fin.\,(3p-t)-5\,fin.\,(3p+t)\big)$$
$$+\tfrac{3}{8}akx^2\big(9\,cos.\,(p-t)+3\,cos.\,(p+t)+25\,cos\,(3p-t)$$
$$-5\,cos.\,(3p+t)\big)-\tfrac{3}{4}akxy\big(3\,fin.\,(p-t)+fin.(p+t)$$
$$+25\,fin.\,(3p-t)-5\,fin.\,(3p+t)\big)$$
$$+\tfrac{3}{8}aky^2\big(3\,cos.\,(p-t)+cos.(p+t)-25\,cos.(3p-t)$$
$$+5\,cos.\,(3p+t)\big)-\tfrac{3}{2}akz^2\big(3\,cos.(p-t)+cos.(p+t)\big)$$
$$=0.$$

TABLE II.

§ 7.

Seconde Equation générale.

$$\frac{ddy}{dt^2}+\frac{2(m+1)dx}{dt}$$
$$+\tfrac{3}{2}\,fin.\,2p$$
$$+\tfrac{3}{2}x\,fin.\,2p+\tfrac{3}{2}y\;cos.\,2p$$
$$-3\lambda xy$$
$$+6\lambda x^2y-\tfrac{3}{2}\lambda y(y^2+z^2)$$

$$- 10 \lambda x^3 y + \tfrac{15}{2} \lambda x y (y^2 + z^2)$$
$$+ 15 \lambda x^4 y - \tfrac{45}{2} \lambda x^2 y (y^2 + z^2) + \tfrac{15}{8} \lambda y (y^2 + z^2)^2$$
$$- 21 \lambda x^5 y + \tfrac{105}{2} \lambda x^3 y (y^2 + z^2) + \tfrac{105}{8} \lambda x y (y^2 + z^2)^2$$
$$+ \tfrac{3}{8} a (\sin. p + 5 \sin. 3p)$$
$$+ \tfrac{3}{4} a x (\sin. p + 5 \sin. 3p) - \tfrac{3}{4} a y (\cos. p - 5 \cos. 3p)$$
$$+ \tfrac{3}{8} a x^2 (\sin. p + 5 \sin. 3p) - \tfrac{3}{4} a x y (\cos. p - 5 \cos. 3p)$$
$$+ \tfrac{3}{8} a y^2 (3 \sin. p - 5 \sin. 3p) - \tfrac{3}{2} a z^2 \sin. p$$
$$- \tfrac{3}{4} k (7 \sin. (2p - t) - \sin. (2p + t))$$
$$- \tfrac{3}{4} k x (7 \sin. (2p - t) - \sin. (2p + t)) + \tfrac{3}{4} k y (2 \cos. t$$
$$- 7 \cos. (2p - t) + \cos. (2p + t))$$
$$- \tfrac{3}{8} a k (3 \sin. (p - t) + \sin. (p + t) + 25 \sin. (3p - t)$$
$$- 5 \sin. (3p + t))$$
$$- \tfrac{3}{4} a x x (3 \sin. (p - t) + \sin. (p + t) + 25 \sin. (3p - t)$$
$$- 5 \sin. (3p + t)) + \tfrac{3}{4} a k y (3 \cos. (p - t) + \cos. (p + t)$$
$$- 25 \cos. (3p - t) + 5 \cos. (3p + t))$$
$$- \tfrac{3}{8} a k x x (3 \sin. (p - t) + \sin. (p + t) + 25 \sin. (3p - t)$$
$$- 5 \sin. (3p + t)) + \tfrac{3}{4} a k x y (3 \cos. (p - t) + \cos. (p + t)$$
$$- 25 \cos. (3p - t) + 5 \cos. (3p + t))$$
$$- \tfrac{3}{8} a k y y (9 \sin. (p - t) + 3 \sin. (p + t) - 25 \sin. (3p - t)$$
$$+ 5 \sin. (3p + t)) + \tfrac{3}{2} a k z z (3 \sin. (p - t) + \sin. (p + t))$$
$$= 0.$$

TABLE III.

§ 7.

Troisième Equation générale.

$$
\begin{aligned}
&\frac{ddz}{dt^2} + (\lambda + 1) z \\
&- 3 \lambda x z \\
&+ 6 \lambda x^2 z - \tfrac{3}{2} \lambda z (y^2 + z^2) \\
&- 10 \lambda x^3 z + \tfrac{15}{2} \lambda x z (y^2 + z^2) \\
&+ 15 \lambda x^4 z - \tfrac{45}{2} \lambda x^2 z (y^2 + \tfrac{15}{8} \lambda z (y^2 + z^2) + z^2)^2 \\
&- 21 \lambda x^5 z + \tfrac{105}{2} \lambda x^3 z (y^2 + z^2) - \tfrac{105}{8} \lambda x z (y^2 + z^2)^2 \\
&+ 3 a z \cos. p \\
&+ 3 a x z \cos. p - 3 a y z \sin. p \\
&- 3 k z \cos. t \\
&- 3 a k z (3 \cos. (p - t) + \cos. (p + t)) \\
&- 3 a k x z (3 \cos. (p - t) + \cos. (p + t)) + 3 a k y z \\
&\quad (3 \sin. (p - t) + \sin. (p + t)) = 0.
\end{aligned}
$$

TABLE IV. *a.*

§ 13.

Equations particulières du premier ordre, pour déterminer les valeurs de O′ & O

1. $\frac{ddO'}{dt^2} - \frac{2(m+1)dO}{dt} - 3\lambda O' - \frac{3}{2} cos. 2p - \frac{3}{2} O' cos. 2p$
$+ \frac{3}{2} O\, sin. 2p + 3\lambda O'^2 - \frac{3}{2}\lambda O^2 = 0.$

2. $\frac{ddO}{dt^2} + \frac{2(m+1)dO'}{dt} + \frac{3}{2} sin. 2p + \frac{3}{2} O' sin. 2p + \frac{3}{2} O\, cos. 2p$
$- 3\lambda O' O = 0.$

Equations particulières du second ordre, pour déterminer les valeurs de P′ & P.

1. $\frac{ddP'}{dt^2} - \frac{2(m+1)dP}{dt} - 3\lambda P' + P'. (-\frac{3}{2} cos. 2p + 6\lambda O'$
$- 12\lambda O'^2 + 6\lambda O^2) + P. (+\frac{3}{2} sin. 2p - 3\lambda O$
$+ 12\lambda O' O) = 0.$

2. $\frac{ddP}{dt^2} + \frac{2(m+1)dP'}{dt} + P'. (+\frac{3}{2} sin. 2p - 3\lambda O + 12\lambda O' O)$
$+ P. (+\frac{3}{2} cos. 2p - 3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \frac{9}{2}\lambda O^2) = 0.$

Equations particulières du troisième ordre, pour déterminer les valeurs de Q' & Q.

$$1.\ \frac{ddQ'}{dt^2} - \frac{2(m+1)dQ}{dt} - 3\lambda Q'$$
$$+ Q'.(-\tfrac{3}{2}cos.2p + 6\lambda O' - 12\lambda O'^2 + 6\lambda O^2)$$
$$+ Q.(+\tfrac{3}{2}sin.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda.O'O)$$
$$+ P'^2.(3\lambda - 12\lambda O' + 30\lambda O'^2 - 15\lambda O^2)$$
$$+ P'.P.(12\lambda O - 60\lambda O'O)$$
$$+ P^2.(-\tfrac{3}{2}\lambda + 6\lambda O' - 15\lambda O'^2 + \tfrac{45}{4}\lambda O^2) = 0.$$

$$2.\ \frac{ddQ}{dt^2} + \frac{2(m+1)dQ'}{dt}$$
$$+ Q'.(\tfrac{3}{2}sin.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O)$$
$$+ Q.(\tfrac{3}{2}cos.2p - 3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{9}{2}\lambda O^2)$$
$$+ P'^2.(6\lambda O - 30\lambda O'O)$$
$$+ P'.P.(-3\lambda + 12\lambda O' - 30\lambda O'^2 + \tfrac{45}{2}\lambda O^2)$$
$$+ P^2.(-\tfrac{9}{2}\lambda O + \tfrac{45}{2}\lambda O'O) = 0.$$

TABLE IV. *b.* § 13.

Equations particulières du quatrième ordre, pour déterminer les valeurs de R' & R.

$$
\begin{aligned}
1.\ \frac{ddR'}{dt^2} &- \frac{2(m+1)dR}{dt} - 3\lambda R' \\
&+ R'(-\tfrac{3}{2}\cos.2p + 6\lambda O' - 12\lambda O'^2 + 6\lambda O^2) \\
&+ R(\tfrac{3}{2}\sin.2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O) \\
&+ 2P'Q(3\lambda - 12\lambda O' + 30\lambda O'^2 - 15\lambda O^2) \\
&+ (P'Q + PQ')(12\lambda O - 60\lambda O'O) \\
&+ 2PQ(-\tfrac{3}{2}\lambda + 6\lambda O' - 15\lambda O'^2 + \tfrac{45}{4}\lambda O^2) \\
&+ P'^3(-4\lambda + 20\lambda O' - 60\lambda O'^2 + 30\lambda O^2) \\
&+ 3P'^2P(-10\lambda O + 60\lambda O'O) \\
&+ 3P'P^2(3\lambda - 10\lambda O' + 30\lambda O' - \tfrac{45}{2}\lambda O^2) \\
&+ P^3(\tfrac{15}{2}\lambda O - 45\lambda O'O) = 0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2.\ \frac{ddR}{dt^2} &+ \frac{2(m+1)dR'}{dt} \\
&+ R'(\tfrac{3}{2}\sin.2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O) \\
&+ R(\tfrac{3}{2}\cos.2p - 3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{9}{2}\lambda O^2) \\
&+ 2P'Q'(6\lambda O - 30\lambda O'O) \\
&+ (P'Q + PQ')(-3\lambda + 12\lambda O' - 30\lambda O'^2 + \tfrac{45}{2}\lambda O^2) \\
&+ 2PQ(-\tfrac{9}{2}\lambda O + \tfrac{45}{2}\lambda O'O) \\
&+ P'^3(-10\lambda O + 60\lambda O'O) \\
&+ 3P'^2P(2\lambda - 10\lambda O' + 30\lambda O'^2 - \tfrac{45}{2}\lambda O^2) \\
&+ 3P'P^2(\tfrac{15}{2}\lambda O - 45\lambda O'O) \\
&+ P^3(-\tfrac{3}{2}\lambda + \tfrac{15}{2}\lambda O' - \tfrac{45}{2}\lambda O'^2 + \tfrac{75}{4}\lambda O^2) = 0.
\end{aligned}
$$

TABLE IV. c. § 13.

Equations particulières du cinquième ordre, pour déterminer les valeurs de S' & S.

$$1.\quad \frac{ddS'}{dt^2} - \frac{2(m+1)\,dS}{dt} - 3\lambda S'$$

$$+ S'\left(-\tfrac{3}{2}\,\mathrm{cos}.2p + 6\lambda O' - 12\lambda O'^2 + 6\lambda O^2\right)$$
$$+ S\left(\tfrac{3}{2}\,\mathrm{sin}.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O\right)$$
$$- \tfrac{3}{8}(3\,\mathrm{cos}.p + 5\,\mathrm{cos}.3p)(1 + 2O' + O'^2)$$
$$+ \tfrac{3}{4}(\mathrm{sin}.\,p + 5\,\mathrm{sin}.\,3p)(O + O'O)$$
$$- \tfrac{3}{8}(\mathrm{cos}.\,p - 5\,\mathrm{cos}.\,3\,p)O^2 = 0.$$

$$2.\quad \frac{ddS}{dt^2} + \frac{2(m+1)\,dS'}{dt}$$
$$+ S'\left(\tfrac{3}{2}\,\mathrm{sin}.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O\right)$$
$$+ S\left(\tfrac{3}{2}\,\mathrm{cos}.2p - 3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{2}{2}\lambda O^2\right)$$
$$+ \tfrac{3}{8}(\mathrm{sin}.\,p + 5\,\mathrm{sin}.\,3p)(1 + 2O' + O'^2)$$
$$- \tfrac{3}{4}(\mathrm{cos}.\,p - 5\,\mathrm{cos}.\,3p)(O + O'O)$$
$$+ \tfrac{3}{8}(3\,\mathrm{sin}.\,p - \mathrm{sin}.\,3p)O^2 = 0.$$

Equations particulières du septième ordre, pour déterminer les valeurs de U' & U.

$$1.\quad \frac{ddU'}{dt^2} - \frac{2(m+1)\,dU'}{dt} - 3\lambda U'$$
$$+ U'\left(-\tfrac{3}{2}\,\mathrm{cos}.2p + 6\lambda O' - 12\lambda O'^2 + 6\lambda O^2\right)$$
$$+ U\left(\tfrac{3}{2}\,\mathrm{sin}.\,2\,p - 3\lambda O + 12\lambda O'O\right)$$
$$+ \tfrac{3}{4}\left(2\,\mathrm{cos}.\,t + 7\,\mathrm{cos}.(2p - t) - \mathrm{cos}.(2p + t)\right)(1 + O')$$
$$- \tfrac{3}{4}\left(7\,\mathrm{sin}.\,(2p - t) - \mathrm{sin}.\,(2p + t)\right)O = 0.$$

2.

$$2.\ \frac{ddU}{dt^2} + \frac{2(m+1)dU'}{dt}$$
$$+ U'(\tfrac{3}{2}\,\text{sin}.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O)$$
$$+ U(\tfrac{3}{2}\,\text{cos}.\,2p - 3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{9}{2}\lambda O^2)$$
$$- \tfrac{3}{4}\big(7\,\text{sin}.\,(2p - t) - \text{sin}.\,(2p+t)\big)\,(1+O')$$
$$+ \tfrac{3}{4}\big(2\,\text{cos}.\,t - 7\,\text{cos}.\,(2p - t) + \text{cos}.\,(2p + t)\big)O$$
$$= 0.$$

Equations particulières du onzième ordre, pour déterminer les valeurs de X' & X.

$$1.\ \frac{ddX'}{dt^2} - \frac{2(m+1)\,dX}{dt} - 3\lambda X'$$
$$+ X'(-\tfrac{3}{2}\,\text{cos}.\,2p + 6\lambda O' - 12\lambda O'^2 + 6\lambda O^2)$$
$$+ X.(\tfrac{3}{2}\,\text{sin}.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O)$$
$$+ zz'(-\tfrac{3}{2}\lambda + 6\lambda O' - 1{,}5\lambda O'^2 + \tfrac{15}{4}\lambda O^2) = 0.$$

$$2.\ \frac{ddX}{dt^2} + \frac{2(m+1)\,dX'}{dt}$$
$$+ X'(\tfrac{3}{2}\,\text{sin}.\,2p - 3\lambda O + 12\lambda O'O)$$
$$+ X(\tfrac{3}{2}\,\text{cos}.\,2p - 3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{9}{2}\lambda O^2)$$
$$+ zz'(-\tfrac{3}{2}\lambda O + \tfrac{15}{2}\lambda O'O) = 0.$$

TABLE IV. *d.* § 13.

Pour la troisieme Coordonnée z.

Equation particulière du premier ordre, pour déterminer la valeur de p'.

$$\frac{ddp'}{dt^2} + (\lambda+1)p' + p'(-3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{3}{2}\lambda O^2) = 0.$$

Equation particulière du second ordre, pour déterminer la valeur de q'.

$$\begin{aligned}\frac{ddq}{dt^2} &+ (\lambda+1)q + q(-3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{3}{2}\lambda O^2)\\ &+ P'.\,p'(-3\lambda + 12\lambda O' - 30\lambda O'^2 + \tfrac{15}{2}\lambda O^2)\\ &+ P.\,p'(-3\lambda O + 15\lambda O'O = 0.\end{aligned}$$

Equation particulière du troisième ordre, pour déterminer la valeur de r'

$$\begin{aligned}\frac{ddr'}{dt^2} &+ (\lambda+1)r' + r'(-3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{3}{2}\lambda O^2\\ &+ (P'q' + Q'p')(-3\lambda + 12\lambda O' - 30\lambda o'^2 + \tfrac{15}{2}\lambda O^2)\\ &+ (Pq' + Q'p')(-3\lambda O + 14\lambda O'O)\\ &+ P'^2.\,p'(6\lambda - 30\lambda O' + 90\lambda O'^2 - \tfrac{45}{2}\lambda O^2)\\ &+ P'.\,P.\,p'(15\lambda O - 90\lambda O'O)\\ &+ P^2.\,p(-\tfrac{3}{2}\lambda + \tfrac{15}{2}\lambda O' - \tfrac{45}{2}\lambda O'^2 + \tfrac{45}{4}\lambda O^2)\\ &= 0.\end{aligned}$$

Equation particulière du quatrième ordre, pour déterminer la valeur de s'.

$$
\begin{aligned}
\frac{dd\,s'}{dt^2} &+ (\lambda + 1)s' + s'.\left(-3\lambda O' + 6\lambda O'^2 - \tfrac{3}{2}\lambda O^2\right) \\
&+ U'p'\left(-3\lambda + 12\lambda O' - 30\lambda O'^2 + \tfrac{15}{2}\lambda O^2\right) \\
&+ U p'\left(-3\lambda O + 15\lambda O' O\right. \\
&- 3p'.\cos.t = 0.
\end{aligned}
$$

TABLE V.

§ 14.

Pour la première Coordonnée.

$$x = O' + k \,.\, P' + k^2 \,.\, Q' + k^3 \,.\, R' + a \,.\, S' + ak \,.\, T' + x \,.\, U' + xk \,.\, V' + ax \,.\, W' + i^2 \,.\, X' + i^2 k \,.\, Y' + i^2 x \,.\, Z'.$$

On trouve

$$O' = +0,0000240 - 0,0071801 \,.\, cos.\, 2p + 0,0000060 \,.\, cos.\, 4p.$$

$$P' = + cos.\, q + 0,187695 \,.\, cos.\, (2p - q) - 0,000514 \,.\, cos.(4p - q) - 0,002703 \,.\, cos.(2p + q) - 0,000021\, cos.(4p + q)$$

$$Q' = -0,53896 - 0,21903 \,.\, cos.\, 2p + 0,00195 \,.\, cos.\, 4p + 0,50967 \,.\, cos.\, q - 0,20179 \,.\, cos.(2p - 2q) + 0,02278 \,.\, cos.(4p - 2q) + 0,00482 \,.\, cos.(2p + 2q) + 0,00004 \,.\, cos.(4p + 2q)$$

$$R' = 0 \,.\, cos.\, q - 0,1908 \,.\, cos.\, (2p - q) - 0,0482 \,.\, cos.\, (4p - q) - 0,3807 \,.\, cos.\, 3q - 0,2300 \,.\, cos.(2p + q) - 0,0058 \,.\, cos.(4p + q) + 0,2623 \,.\, cos.\, (2p - 3q) - 0,0239 \,.\, cos.\, (4p - 3q) - 0,0068 \,.\, cos.\, (2p + 3q) + 0,0000 \,.\, cos.\, (4p + 3q)$$

$$S' = +0,11419 \,.\, cos.\, p - 0,00289 \,.\, cos.\, 3p$$

$$T' = -0,0813 \,.\, cos.\, (p - q) + 0,1205 \,.\, cos.\, (p + q) - 0,0088 \,.\, cos.\, (3p - q) + 0,0015 \,.\, cos.\, (3p + q)$$

$$U' = -0{,}006829 \cdot cos.\,t + 0{,}029397 \cdot cos.\,(2p - t)$$
$$+ 0{,}000046 \cdot cos.\,(4p - t) - 0{,}003452 \cdot cos.\,(2p + t)$$
$$- 0{,}000004 \cdot cos.\,(4p + t)$$

$$V' = -0{,}17091 \cdot cos.\,(q - t) + 0{,}02943 \cdot cos.\,(2p - q + t)$$
$$- 0{,}43632 \cdot cos.\,(2p - q - t) + 0{,}10743 \cdot cos.\,(q + t)$$
$$+ 0{,}01372 \cdot cos.\,(2p + q - t) - 0{,}00037 \cdot cos.\,(2p + q + t)$$

$$W' = +0{,}1164 \cdot cos.\,(p - t) + 0{,}6135 \cdot cos.\,(p + t)$$
$$+ 0{,}0162 \cdot cos.\,(3p - t) - 0{,}0048 \cdot cos.\,(3p + t)$$

$$X' = -0{,}25019 + 0{,}01928 \cdot cos.\,2p + 0{,}24728 \cdot cos.\,2r$$
$$- 0{,}01255 \cdot cos.\,(2p - 2r) + 0{,}00025 \cdot cos.\,(4p - 2r)$$
$$+ 0{,}00002 \cdot cos.\,4p + 0{,}00038 \cdot cos.\,(2p + 2r)$$
$$+ 0{,}00000 \cdot cos.\,(4p + 2r)$$

$$Y' = +0 \cdot cos.\,q - 0{,}0709 \cdot cos.\,(2p - q) - 0{,}0755 \cdot cos.\,(q - 2r)$$
$$- 0{,}0268 \cdot cos.\,(2p - q + 2r) - 0{,}0847 \cdot cos.\,(2p + q - 2r)$$
$$- 0{,}0046 \cdot cos.\,(2p + q) - 0{,}1261 \cdot cos.\,(q + 2r)$$
$$+ 0{,}0252 \cdot cos.\,(2p - q - 2r) - 0{,}0010 \cdot cos.\,(2p + q + 2r)$$

$$Z' = +0{,}0098 \cdot cos.\,t - 0{,}0584 \cdot cos.\,(2p - t)$$
$$+ 0{,}0189 \cdot cos.\,(t - 2r) + 0{,}0220 \cdot cos.\,(2p + t)$$
$$- 0{,}0108 \cdot cos.\,(t + 2r) - 0{,}0017 \cdot cos.\,(2p - t + 2r)$$
$$- 0{,}0096 \cdot cos.\,(2p + t - 2r) + 0{,}0288 \cdot cos.\,(2p - t - 2r)$$
$$+ 0{,}0001 \cdot cos.\,(2p + t + 2r)$$

TABLE VI.

§ 14.

Pour la feconde Coordonnée.

$$y = O + k.P + k^2.Q + k^3.R + a.S + ak.T + x.U + xk.V + ax.W + i^2.X + i^2k.Y + i^2x.Z.$$

On trouve

$O = +0{,}0102117.\sin.\ 2p + 0{,}0000057.\sin.\ 4p.$

$P = -2{,}012639.\sin.q - 0{,}411247.\sin.(2p-q) - 0{,}000724.\sin.(4p-q) - 0{,}003212.\sin.(2p+q) - 0{,}000019.\sin.(4p+q)$

$Q = +0{,}09800.\sin.\ 2p + 0{,}00175.\sin.\ 4p + 0{,}25209.\sin.\ 2q + 0{,}31159.\sin.(2p-2q) + 0{,}01183.\sin.(4p-2q) + 0{,}00428.\sin.(2p+2q) + 0{,}00005.\sin.(4p+2q)$

$R = +1{,}3662.\sin.q + 0{,}4255.\sin.(2p-q) - 0{,}0377.\sin.(4p-q) - 0{,}2955.\sin.3q - 0{,}0353.\sin.(2p+q) + 0{,}0010.\sin.(4p+q) - 0{,}2211.\sin.(2p-3q) - 0{,}0071.\sin.(4p-3q) - 0{,}0061.\sin.(2p+3q) - 0{,}0001.\sin.(4p+3q)$

$S = -0{,}24035.\sin.p + 0{,}00285.\sin.3p$

$T = +1{,}8056.\sin.(p-q) + 0{,}0603.\sin.(p+q) + 0{,}0720.\sin.(3p-q) - 0{,}0008.\sin.(3p+q)$

$$U = +0{,}190587 . \sin. t - 0{,}043312 . \sin. (2p - t) - 0{,}000143 . \sin.(4p - t) + 0{,}005525 . \sin.(2p + t) + 0{,}000005 . \sin.(4p + t)$$

$$V = +0{,}66190 . \sin.(q - t) - 0{,}12631 . \sin.(2p - q + t) + 1{,}08068 . \sin. (2p - q - t) - 0{,}41712 . \sin. (q + t) + 0{,}01372 . \sin.(2p + q - t) - 0{,}00441 . \sin.(2p + q + t)$$

$$W = - 0{,}1093 . \sin.(p - t) - 1{,}2630 . \sin. (p + t) - 0{,}0167 . \sin.(3p - t) + 0{,}0015 . \sin. (3p + t)$$

$$X = - 0{,}02145 . \sin. 2p - 0{,}24645 . \sin. 2r + 0{,}03407 . \sin. (2p - 2r) - 0{,}00014 . \sin. (4p - 2r) - 0{,}00003 . \sin. 4p - 0{,}00037 . \sin. (2p + 2r) + 0{,}00000 . \sin. (4p + 2r)$$

$$Y = +0{,}0014 . \sin. q + 0{,}1917 . \sin.(2p - q) - 0{,}4966 . \sin. (q - 2r) + 0{,}0289 . \sin.(2p - q + 2r) + 0{,}1802 . \sin. (2p + q - 2r) + 0{,}0095 . \sin. (2p + q) + 0{,}1249 . \sin.(q + 2r) - 0{,}0590 . \sin.(2p - q - 2r) + 0{,}0009 . \sin. (2p + q + 2r)$$

$$Z = - 0{,}2496 . \sin. t + 0{,}0697 . \sin. (2p - t) + 0{,}0204 . \sin. (t - 2r) - 0{,}0247 . \sin. (2p + t) + 0{,}0099 . \sin. (t + 2r) + 0{,}0017 . \sin. (2p - t + 2r) + 0{,}1016 . \sin. (2p + t - 2r) - 0{,}0755 . \sin. (2p - t - 2r) - 0{,}0004 . \sin. (2p + t + 2r).$$

TABLE VII.

§ 14.

Pour la troisième Coordonnée.

$$Z = i\,.\,p' + ik\,.\,q' + ik^2\,.\,r' + ix\,.\,s' + i^3\,.\,t' + ia\,.\,u'$$

On trouve

$p' = \sin. r + 0{,}036982\,.\,\sin.(2p - r) + 0{,}001513\,.\,\sin.(2p+r) + 0{,}000047\,.\,\sin.(4p - r) + 0{,}000006\,.\,\sin.(4p+r)$

$q' = -1{,}48323\,.\,\sin.(q - r) - 0{,}31149\,.\,\sin.(2p - q + r) - 0{,}01634\,.\,\sin.(2p + q - r) - 0{,}50496\,.\,\sin.(q + r) - 0{,}24129\,.\,\sin.(2p - q - r) - 0{,}00296\,.\,\sin.(2p + q + r) - 0{,}00063\,.\,\sin.(4p - q + r) - 0{,}00364\,.\,\sin.(4p - q - r) - 0{,}00008\,.\,\sin.(4p + q - r) - 0{,}00002\,.\,\sin.(4p + q + r)$

$r' = 0\,.\,\sin. r + 0{,}0363\,.\,\sin.(2p - r) + 0{,}3425\,.\,\sin.(2q - r) + 0{,}1701\,.\,\sin.(2p - 2q - r) + 0{,}0126\,.\,\sin.(2p + 2q - r) + 0{,}1589\,.\,\sin.(2p + r) + 0{,}3799\,.\,\sin.(2q + r) + 0{,}0498\,.\,\sin.(2p - 2q + r) + 0{,}0046\,.\,\sin.(2p + 2q + r)$

$s' = -0{,}02384\,.\,\sin.(r - t) + 0{,}03864\,.\,\sin.(2p - r + t) - 0{,}00681\,.\,\sin.(2p + r - t) + 0{,}02022\,.\,\sin.(r + t) - 0{,}10985\,.\,\sin.(2p - r - t) + 0{,}00089\,.\,\sin.(2p + r + t)$

$t' = 0.$

$$t' = 0 \,.\, \sin. r + 0,0035 \,.\, \sin.(2p - r) + 0,0001 \,.\, \sin.(4p - r) - 0,0006 \,.\, \sin.(2p + r) + 0,0000 \,.\, \sin.(4p + r) + 0,0004 \,.\, \sin. 3r + 0,0172 \,.\, \sin.(2p - 3r) + 0,0009 \,.\, \sin.(4p - 3r) + 0,0001 \,.\, \sin.(2p + 3r) + 0,0000 \,.\, \sin.(4p + 3r)$$

$$u' = - 0,1583 \,.\, \sin.(p - r) - 0,0616 \,.\, \sin.(p + r) - 0,0036 \,.\, \sin.(3p - r) - 0,0000 \,.\, \sin.(3p + r).$$

TABLE VIII.

§ 16.

Valeur de la première Coordonnée ♄ $L = 1 + x$.

$+ 9964129.$	$+ 424 . cos\, 2p - 3q$
$+ 2928 . cos.p$	$- 38 . cos.4p - 3q$
$- 63746 . cos.2p$	$- 1133 . cos.t$
$- 74 . cos.3p$	$+ 264 . cos.p+t$
$+ 120 . cos.4p$	$+ 50 . cos.p-t$
$+ 545000 . cos.q$	$- 549 . cos.2p+t$
$+ 15139 . cos.2q$	$+ 4854 . cos.2p-t$
$- 616 . cos.3q$	$- 2 . cos.3p+t$
$+ 168 . cos.p+q$	$+ 7 . cos.3p-t$
$+ 143 . cos.2p+2q$	$- 1 . cos.4p+t$
$- 114 . cos.p-q$	$+ 7 . cos.4p-t$
$- 5994 . cos.2p-2q$	$+ 771 . cos.q+t$
$- 1875 . cos.2p+q$	$- 1663 . cos.q-t$
$+ 101675 . cos.2p-q$	$- 8 . cos.2p+q+t$
$+ 677 . cos.4p-2q$	$- 3727 . cos.2p-q-t$
$- 20 . cos\, 4p+q$	$+ 126 . cos.2p+q-t$
$- 358 . cos.4p-q$	$+ 282 . cos.2p-q+t$
$- 11 . cos.2p+3q$	$+ 19870 . cos.2r$

$+$	$30.\cos.2p+2r$	$-$	$118.\cos.2p-q+2r$
$-$	$1008.\cos.2p-2r$	$-$	$14.\cos t+2r$
$+$	$4.\cos.4p-2r$	$+$	$25.\cos.t-2r$
$-$	$553.\cos.q+2r$	$+$	$1.\cos.2p+t+2r$
$-$	$267.\cos.q-2r$	$+$	$38.\cos.2p-t-2r$
$-$	$4.\cos.2p+p+2r$	$-$	$13.\cos.2p+t-2r$
$+$	$113.\cos.2p-q-2r$	$-$	$2.\cos.2p-t+2r$
$-$	$457.\cos.2p+q-2r$		

TABLE X.

§ 16.

Valeur de la troisieme Coordonnée $V☾ = z$.

$+$	$896400.\sin.r$	$-$	$145.\sin.2p+q+r$
$+$	$3.\sin.3r$	$-$	$11787.\sin.2p-q-r$
$-$	$139.\sin.p+r$	$-$	$798.\sin.2p+q-r$
$-$	$363.\sin.p-r$	$-$	$5447.\sin.2p-q+r$
$+$	$1774.\sin.2p+r$	$+$	$12.\sin.2p+2q+r$
$+$	$33265.\sin.2p-r$	$+$	$453.\sin.2p-2q-r$
$-$	$1.\sin.3p-r$	$+$	$33.\sin.2p+2q-r$
$+$	$5.\sin.4p+r$	$+$	$132.\sin.2p-2q+r$
$+$	$42.\sin.4p-r$	$+$	$252.\sin.r+t$
$+$	$127.\sin.2p-3r$	$-$	$302.\sin.r-t$
$-$	$24669.\sin.q+r$	$+$	$13.\sin.2p+r+t$
$-$	$72460.\sin.q-r$	$-$	$1649.\sin.2p-r-t$
$+$	$1012.\sin.2q+r$	$-$	$103.\sin.2p+r-t$
$+$	$912.\sin.2q-r$	$+$	$601.\sin.2p-r+t$

FIN.