SECONDE PARTIE,

Où l'on traite de la réſiſtance que les Vaiſſeaux rencontrent dans leurs mouvemens progreſſifs, & de l'action du Gouvernail.

CHAPITRE PREMIER.

Sur la réſiſtance d'une ſurface plane étant mue dans l'eau.

§. 1. TANT qu'un corps plongé dans l'eau ſe trouve en repos, il ſoutient par toute ſa ſurface des preſſions qu'on décompoſe en horizontales & verticales. Les horizontales ſe détruiſent mutuellement, & les verticales ſe réduiſent à une force égale au poids d'un volume d'eau égal à celui du corps plongé, par laquelle il eſt pouſſé verticalement en haut, comme nous l'avons démontré ci-deſſus. Mais lorſque le corps eſt en mouvement, il ſouffre, outre ces preſſions, une force qui s'oppoſe à ſon mouvement, qu'on nomme la réſiſtance

de l'eau, & que nous nous propoſons de déterminer ici. Il faut d'abord remarquer que cette force de réſiſtance dépend principalement de la figure du corps, pendant que les preſſions dont nous venons de parler, en ſont abſolument indépendantes. D'après cette conſidération, nous commencerons nos recherches par des ſurfaces planes que nous ſuppoſerons ſe mouvoir dans l'eau avec une certaine vîteſſe, tant directement qu'obliquement. Une ſurface eſt dite ſe mouvoir directement dans l'eau, lorſque la direction de ſon mouvement eſt perpendiculaire à cette même ſurface; & obliquement, ſi cette direction lui eſt oblique.

§. 2. Conſidérons donc une ſurface plane quelconque, qui ſe meut dans l'eau ſelon la direction EF, perpendiculaire à ladite ſurface, avec une vîteſſe que nous nommerons = *c*, *c* déſignant l'eſpace que cette vîteſſe feroit parcourir à un corps dans une ſeconde de tems. Cette maniere de repréſenter les vîteſſes eſt la plus propre à en donner une idée juſte. Cela poſé, puiſque cette ſurface ne ſauroit continuer ſon mouvement ſans pouſſer l'eau qu'elle rencontre, il y aura un choc d'où réſultera néceſſairement une certaine force par laquelle *Fig.* 2.

la ſurface ſera pouſſée en arriere, & cette force, comme on le voit, ſera perpendiculaire à la ſurface, & partant, directement contraire à ſon mouvement; ou, ce qui revient au même, cette ſurface ſe trouvera dans le même état que ſi, étant poſée horizontalement, elle avoit à ſoutenir une certaine colonne d'eau; de ſorte que connoiſſant la hauteur de cette colonne, nous aurions une connoiſſance exacte de la réſiſtance que cette ſurface rencontre actuellement dans l'eau. Il ne s'agit donc que de trouver la hauteur de cette colonne, & nous aurons la meſure de la réſiſtance que nous cherchons: car multipliant cette hauteur par la ſurface même, nous aurons la ſolidité d'une maſſe d'eau, dont le poids ſera préciſément égal à la force de la réſiſtance.

§. 3. Or le raiſonnement ſuivant nous conduira à la connoiſſance de cette hauteur: d'abord il eſt très-clair que notre ſurface ABCD en ſe mouvant dans l'eau avec la vîteſſe $= c$, ſoutiendra le même effort de la part de l'eau, que ſi elle étoit en repos, & que l'eau vînt la frapper perpendiculairement avec la même vîteſſe. Or, dans ce dernier cas, ſi la ſurface étoit percée quelque part d'un petit trou, l'eau

échapperoi
ſe mouvoir
à préſent à
dent, une
avec la mê
baſe, il pa
preſſée dan
force qu'el
faiſant cett
baſe ou de
de la colo
égal volun
ble valeur
pendiculair
une directi
vement.

§. 4. O
par l'expé
un vaſe à l
trou fait
qu'un cor
teur h po
que ſi la l
un corps
teſſe acqu
fera parc
$= 2\sqrt{g}$
$= c$. On
nant les

échapperoit par ce trou, & continueroit de ſe mouvoir avec la vîteſſe $= c$. Suppoſons à préſent à la colonne d'eau du § précédent, une hauteur telle que l'eau échappe avec la même vîteſſe par un trou fait à la baſe, il paroît clair que notre ſurface eſt preſſée dans ce dernier cas avec la même force qu'elle l'eſt dans le premier. Donc faiſant cette hauteur $= h$, & l'aire de la baſe ou de notre ſurface $= ff$, la ſolidité de la colonne ſera ffh, & le poids d'un égal volume d'eau nous fournira la véritable valeur de la réſiſtance qui agira perpendiculairement ſur la ſurface, & dans une direction contraire à celle de ſon mouvement.

§. 4. Or on ſait, tant par la théorie que par l'expérience, que l'eau contenue dans un vaſe à la hauteur $= h$, s'échappe par un trou fait à la baſe avec la même vîteſſe qu'un corps tombant de cette même hauteur h pourroit acquérir. On ſait encore que ſi la lettre g déſigne la hauteur dont un corps tombe dans une ſeconde, la vîteſſe acquiſe en tombant de la hauteur h, fera parcourir dans une ſeconde un eſpace $= 2\sqrt{gh}$. Or cette vîteſſe eſt ſuppoſée $= c$. On aura donc $2\sqrt{gh} = c$; & en prenant les quarrés $4gh = cc$, d'où on tirera

la hauteur cherchée $h = \frac{cc}{4g}$: par conſéquent la force de la réſiſtance que la ſurface plane propoſée ABCD $= ff$, éprouve en ſe mouvant directement dans l'eau avec la vîteſſe $= c$, ſera $= \frac{ccff}{4g}$, & la ſurface ſera repouſſée par cette force dans une direction contraire à celle de ſon mouvement. De-là on voit que cette réſiſtance eſt déterminée & eſt toujours proportionnelle au quarré de la vîteſſe, & à l'aire de la ſurface.

§. 5. Conſidérons à préſent de la même maniere le cas où la ſurface ABCD ſe meut dans l'eau avec la même vîteſſe $= c$, mais ſelon une direction oblique à ſon plan, & qui y ſoit inclinée d'un angle quelconque $= \phi$. Repréſentons ce cas dans la deuxieme figure, où AB ſoit la ſurface plane propoſée, EF la direction de ſon mouvement avec la vîteſſe $= c$, & l'angle AEF $= \phi$, il eſt certain que ce plan ſoutiendroit le même effort s'il étoit en repos, & qu'il fût choqué par l'eau en mouvement, ſelon la direction FE, avec la même vîteſſe. Cette force pourra donc encore être comparée avec le poids d'une certaine colonne d'eau ſoutenue par la même baſe; & comme cette force n'eſt proprement qu'une preſſion, il s'enſuit qu'elle agit per- *Fig. 2.*

pendiculair
la direction
ſéquent, di
tion du m
cette preſſi
$= P$, on la
EH, la mê
GH, qui l
poſe point
directemer
donc $= P$
demment
repréſenta
total étant
ſion, appl
nous veno
cédent, &
vient cho
pos ſuiva
$= c$. Il e
percée d'u
brement,
ger ni de
poſons ce
perpendic
parallele à
niere vîte
la premi
ſeule con
ſurface é

$= \frac{cc}{4g}$: par conſé-
nce que la ſurface
$= ff$, éprouve en
dans l'eau avec la
& la ſurface ſera
lans une direction
ouvement. De-
tance eſt déter-
oportionnelle au
ire de la ſurface.

ſent de la même
face ABCD ſe
me vîteſſe $= c$,
lique à ſon plan,
angle quelcon-
cas dans la deu-
la ſurface plane
de ſon mouve-
& l'angle AEF
e plan ſoutien-
étoit en repos,
eau en mouve-
, avec la même
a donc encore
s d'une certaine
la même baſe;
ſt proprement
u'elle agit per-

pendiculairement ſur la ſurface AB ſelon la direction EG, qui ne ſera plus, par conſéquent, directement contraire à la direction du mouvement EF. Ayant trouvé cette preſſion EG, que nous ſuppoſerons $= P$, on la décompoſera ſelon la direction EH, la même que EF, & ſelon la direction GH, qui lui étant perpendiculaire ne s'oppoſe point au mouvement. La réſiſtance directement contraire au mouvement ſera donc $= P$ ſin. ϕ, l'angle EGH étant évidemment égal à l'angle AEF $= \phi$, & EH repréſentant le ſinus de cet angle, le ſinus total étant $=$ EG. Pour trouver cette preſſion, appliquons le même principe dont nous venons de nous ſervir dans le cas précédent, & conſidérons un courant d'eau qui vient choquer ſur notre ſurface AB en repos ſuivant la direction FE avec la vîteſſe $= c$. Il eſt clair que ſi notre ſurface étoit percée d'un trou en E, l'eau y paſſeroit librement, ſelon la direction EH, ſans changer ni de direction, ni de vîteſſe. Décompoſons cette vîteſſe ſelon la direction EI perpendiculaire, & ſelon la direction IH parallele à la ſurface, & comme cette derniere vîteſſe n'influe pas ſur le mouvement, la premiere ſelon EI doit être regardée ſeule comme la cauſe du choc que notre ſurface éprouve. Or, à cauſe de l'angle *Fig. 3.*

EHI = AEF = φ, cette vîteſſe ſelon EI eſt = c ſin. φ. Il s'agit donc de chercher quelle devroit être la hauteur d'une colonne d'eau ſoutenue par la même baſe, pour que l'eau ſortît par un trou fait à la baſe, avec une vîteſſe = c ſin. φ. Mais nous venons de voir que nommant cette hauteur h, on auroit $2\sqrt{hg} = c$ ſin. φ, d'où l'on tire $h = \frac{cc\,ſin.\,\varphi^2}{4g}$. Multipliant par l'aire ff de notre ſurface cette valeur de h, le produit exprimera la force de la réſiſtance perpendiculaire à la ſurface ſelon FG : c'eſt la réſiſtance totale que nous avons fait ci-deſſus = P. Partant, la réſiſtance directement contraire au mouvement, ſera P ſin. $\varphi = \frac{ccff\,ſin.\,\varphi^3}{4g}$.

Fig. 2.

§. 6. Un raiſonnement aſſez ſimple & lumineux nous a conduit, comme on le voit, à des formules qui nous font connoître dans tous les cas, où une ſurface plane AB = ff ſe meut dans l'eau avec une vîteſſe = c, ſous une obliquité AEF = φ, tant la réſiſtance totale = $\frac{ccff\,ſin.\,\varphi^2}{4g}$, que celle qui eſt directement contraire au mouvement = $\frac{ccff\,ſin.\,\varphi^3}{4g}$. On voit, par la premiere, que la réſiſtance totale eſt en raiſon compoſée, 1°. de l'aire ff de la ſurface;

2°. du quarr
quarré du fi
AEF = φ. (
conde, que l
vement ſuit l
ff; 2°. du q
cube du ſinu
deux princip
par les Géo
théorie de l
des ont à v
fluide quelc
qu'ici diffé
principes; n
fournir ici,
ſolide.

§. 7. Po
comparons
1°. ſoit AE
ſe meuve d
direction A
2°. qu'une
lon la mêm
teſſe = c,
l'obliquité
core que l'a
de la premi
AC eſt au
ſurface AC

vîteſſe ſelon EI
donc de chercher
auteur d'une co-
r la même baſe,
un trou fait à la
c ſin. φ. Mais nous
mant cette hau-
$g = c$ ſin. φ, d'où
ltipliant par l'aire
valeur de h, le
e de la réſiſtance
face ſelon FG :
que nous avons
ant, la réſiſtance
mouvement, fera

: aſſez ſimple &
t, comme on le
ous font connoî-
ne ſurface plane
'eau avec une vî-
uité AEF = φ,
$= \frac{ccff\,ſin.\,\varphi^2}{4g}$, que
ontraire au mou-
voit, par la pre-
tale eſt en raiſon
f de la ſurface;

2°. du quarré de la vîteſſe cc; & 3°. du quarré du ſinus de l'obliquité ou de l'angle AEF = φ. On voit de même, par la ſeconde, que la réſiſtance contraire au mouvement ſuit la raiſon compoſée, 1°. de l'aire ff; 2°. du quarré de la vîteſſe cc; 3°. du cube du ſinus de l'obliquité. C'eſt ſur ces deux principes, reconnus depuis long-tems par les Géometres, qu'on a fondé toute la théorie de la réſiſtance que les corps ſolides ont à vaincre en ſe mouvant dans un fluide quelconque. On a auſſi donné juſqu'ici différentes démonſtrations de ces principes; mais celle que nous venons de fournir ici, paroît la plus claire & la plus ſolide.

§. 7. Pour mieux éclaircir cet article, comparons entr'eux les deux cas ſuivans : *Fig. 4.* 1°. ſoit AB une ſurface plane = ff, qui ſe meuve directement dans l'eau ſelon la direction Aa avec une vîteſſe = c; & 2°. qu'une autre ſurface AC ſe meuve ſelon la même direction avec la même vîteſſe = c, mais obliquement, l'angle de l'obliquité étant aAC = φ; ſuppoſant encore que l'aire de la ſurface AC eſt à l'aire de la premiere AB, comme l'hypothénuſe AC eſt au cathete AB, il eſt clair que la ſurface AC ſera = $\frac{ff}{ſin.\,\varphi}$. Ayant enfin me-

né la ligne Bb parallele à Aa, on voit que ces deux ſurfaces auront à lutter contre la même colonne d'eau. Cela poſé, puiſque la réſiſtance de la ſurface AB ayant été trouvée $= \frac{ccff}{4g}$, & la réſiſtance de la ſurface AC, en tant qu'elle eſt contraire au mouvement, étant $= \frac{ccff\,\mathit{ſin.}\,\varphi^2}{4g}$, en mettant dans notre derniere formule $\frac{ff}{\mathit{ſin.}\,\varphi}$, au lieu de ff, ces deux réſiſtances ſont entr'elles comme l'unité eſt au quarré du ſinus de l'obliquité. Il ſuit de-là que ſi l'angle BAC étoit $= 45°$, à cauſe de $\varphi = 45°$, & $\mathit{ſin.}\,\varphi^2 = \frac{1}{2}$, la réſiſtance de l'hypothénuſe AC ſeroit préciſément la moitié de celle de la ſurface AB; & ſi l'on faiſoit l'angle BAC $= 60°$, φ étant en ce cas $= 30°$, & $\mathit{ſin.}\,\varphi = \frac{1}{2}$, la réſiſtance de AC deviendroit quatre fois plus petite que celle de AB. En général, plus on augmente l'angle BAC, plus la réſiſtance de la ſurface AC deviendra petite, & s'évanouira enfin preſqu'entiérement. Car prenant l'angle BAC $= 80°$, de ſorte que $\varphi = 10°$, la réſiſtance de AC ſera 33 fois plus petite que celle de AB, & prenant cet angle BAC $= 85°$, ou, ce qui revient au même, $\varphi = 5°$, la réſiſtance ſera réduite à la 131me partie. De-là on voit comment la

Ce
réſiſtance des
très-conſidéra
treciſſant la p

§. 8. Dans
vons conſidér
rectement con
eſt ſans doute
force de la
éprouvent da
ſifs; & on vo
doit s'y prend
tance, quelle
Car il ne faut
la carene en
petits, qu'on
ſurfaces plane
chacun à l'ég
vement. Il e
miner, dans
réſiſtance exe
on ſe ſervira
principale $\frac{cc}{}$
tance totale,
ſolution des
bles de produ
enfin ſe ſou
une longueu
peu-près; ce
recherches.

Aa, on voit que
à lutter contre la
la poſé, puiſque
e AB ayant été
ſtance de la ſur-
eſt contraire au
$\frac{\mathit{ſin.}\,\varphi^2}{}$, en met-
formule $\frac{ff}{\mathit{ſin.}\,\varphi}$, au
autres ſont en-
au quarré du
de-là que ſi l'an-
ule de $\varphi = 45°$,
e de l'hypothé-
it la moitié de
e ſi l'on faiſoit
tant en ce cas
ſiſtance de AC
petite que celle
on augmente
tance de la ſur-
, & s'évanouira
ar prenant l'an-
que $\varphi = 10°$, la
fois plus petite
ant cet angle
ient au même,
a réduite à la
it comment la

réſiſtance des vaiſſeaux peut être diminuée très-conſidérablement en alongeant & rétreciſſant la proue.

§. 8. Dans cette comparaiſon nous n'avons conſidéré que la réſiſtance qui eſt directement contraire au mouvement; ce qui eſt ſans doute ſuffiſant pour déterminer la force de la réſiſtance que les vaiſſeaux éprouvent dans leurs mouvemens progreſſifs; & on voit déjà de quelle maniere on doit s'y prendre pour trouver cette réſiſtance, quelle que ſoit la figure du vaiſſeau. Car il ne faut que partager la ſurface de la carene en pluſieurs quadrilateres très-petits, qu'on pourra regarder comme des ſurfaces planes, & chercher l'obliquité de chacun à l'égard de la direction du mouvement. Il eſt encore néceſſaire de déterminer, dans tous ces cas, la force que la réſiſtance exerce pour incliner le vaiſſeau: on ſe ſervira pour cela de notre formule principale $\frac{ccff\,\mathit{ſin.}\,\phi^2}{4g}$, qui exprime la réſiſtance totale, & l'on en déduira par la réſolution des forces, celles qui ſont capables de produire quelque inclinaiſon. Il faut enfin ſe ſouvenir que la lettre g exprime une longueur de 16 pieds de Londres à-peu-près; ce qui ſuffit pour ces ſortes de recherches.

CHAPITRE II.

Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans leurs routes directes.

§. 9. LORSQU'UN vaiſſeau ſe meut dans l'eau, de façon que la direction de ſon mouvement eſt parallele à ſa quille ou plutôt au grand axe de ſa carene, ſa route eſt nommée *directe*, pour la diſtinguer de toute autre route dont la direction ſeroit inclinée à celle de la quille. Nous commencerons par la route directe, & pour chercher la réſiſtance que le vaiſſeau faiſant cette route éprouvera, nous conſidérerons la figure Fig. 5. ABCD comme repréſentant la ſection diamétrale de la carene; de ſorte que la droite AB repréſente en même tems le grand axe de la ſection, & la direction du mouvement. Nous ſuppoſerons toujours la vîteſſe $= c$, déſignant par cette lettre l'eſpace parcouru par cette vîteſſe dans une ſeconde. Cela poſé, ſoit A la proue, B la pouppe, CD la quille, & G le centre de gravité du vaiſſeau entier, par lequel faiſant paſſer la verticale GE, elle coupera la ſection d'eau AB en F, & la quille en E.

§. 10. Suppoſons d'abord que le vaiſſeau choque l'eau par ſa plus grande ſection

tranſverſale avec la vîteſſe $= c$, la direction du mouvement étant perpendiculaire à cette ſection. Dans cette ſuppoſition le vaiſſeau auroit une figure priſmatique, & toutes ces ſections tranſverſales ſeroient égales entr'elles. La proue en A ſeroit donc terminée par un plan vertical Aa, perpendiculaire à l'axe AB, & égal à la ſection tranſverſale FE, que nous conſidérerons toujours comme la plus grande. Suppoſant encore l'aire de cette ſurface $Aa = ff$, comme elle choque l'eau directement, la réſiſtance ſera $= \frac{ccff}{4g}$, & directement contraire à la direction du mouvement.

§. 11. Il eſt encore évident que la direction moyenne de cette réſiſtance paſſera par le centre de gravité de la ſurface plane Aa. Suppoſant donc ce centre en c, la ligne horizontale cd parallele à AB, ſera la direction de la force de la réſiſtance totale que le vaiſſeau éprouve en ſa route directe. Il ſuit de-là, 1°. que le mouvement du vaiſſeau ſera retardé par la force $= \frac{cc.ff}{4g}$; 2°. que la direction cd ne paſſant point par le centre de gravité G, cette même force produira un moment pour incliner le vaiſſeau autour de ſon axe tranſverſal, paſſant par le point G perpendicu-

lairement au plan diamétral repréſenté dans la figure : ce moment ſera donc $= \frac{cc.ff}{4g}.Gd$, & l'effet de ce moment ſera d'incliner le vaiſſeau vers la proue A, qui ſe plongera par conſéquent davantage dans l'eau. De plus connoiſſant la ſtabilité du vaiſſeau par rapport au même axe qu'on peut ſuppoſer $= Ms$, on pourra aſſigner l'angle $= i$ de l'inclinaiſon. Pour cet effet, il faut conſidérer que puiſque M déſigne le poids du vaiſſeau, & que le moment de force eſt exprimé par un volume d'eau, il faut réduire auſſi ce moment à un poids abſolu. Faiſant donc le volume entier de la carene $= V$, comme ci-deſſus, le moment de force deviendra $= \frac{M}{V}.\frac{cc.ff}{4g}.Gd$, lequel étant diviſé par la ſtabilité Ms, donnera le ſinus de l'inclinaiſon ſin. $i = \frac{cc.ff}{4gV}.\frac{Gd}{s}$.

§. 12. Cette réſiſtance que ſouffriroit la plus grande ſection tranſverſale, ſi elle ſe mouvoit directement dans l'eau avec la même vîteſſe que le vaiſſeau, eſt regardée comme un terme de comparaiſon auquel il faut rapporter la réſiſtance qu'une figure quelconque de la proue auroit à ſoutenir en déterminant combien de fois la réſiſtance actuelle eſt plus petite que celle de la

réſenté dans
$= \frac{cc.ff}{4g}.Gd$,
d'incliner le
ſe plongera
ıs l'eau. De
vaiſſeau par
eut ſuppoſer
ngle $= i$ de
l faut conſi-
le poids du
force eſt ex-
faut réduire
abſolu. Fai-
de la carene
moment de
, lequel étant
ınera le ſinus
$\frac{Gd}{s}$.
ſouffriroit la
ıle, ſi elle ſe
'eau avec la
eſt regardée
aiſon auquel
ıu'une figure
it à ſoutenir
ois la réſiſ-
que celle de
la

la ſection tranſverſale. Or on voit déjà, par ce que nous avons dit, que la réſiſtance actuelle peut devenir pluſieurs fois plus petite que celle qu'éprouveroit la ſection tranſverſale : car nous avons démontré que plus la proue eſt frappée obliquement par l'eau, plus la réſiſtance devient petite. D'où il ſuit que plus la proue d'un vaiſſeau eſt alongée, & rétrecie ſucceſſivement vers l'avant, plus ſa réſiſtance ſera diminuée. Mais comme le rétreciſſement ſe fait ordinairement, non-ſeulement des côtés vers le milieu, mais encore de bas en haut, on voit qu'il en réſultera une force par laquelle le vaiſſeau ſera pouſſé verticalement en haut, outre celle qui s'oppoſe directement à ſon mouvement. C'eſt donc ſur ces deux forces enſemble, que nous devons fixer notre attention, ſi nous voulons nous former une idée juſte de l'effet entier que la réſiſtance eſt capable de produire.

§. 13. Mais comme la recherche de ces forces exige des calculs extrêmement difficiles, lors même que les figures des vaiſſeaux ſont aſſez ſimples, & que l'on ne peut guere obtenir que des approximations, avant d'entrer dans aucun détail, il ſera bon de conſidérer la choſe en général. Soit donc ABCD la ſection diamétrale du vaiſſeau, Fig. 61.

mouvement, qu'on nomme la réſiſtance

ou plutôt de la carene, comme ci-deſſus, & que la ligne AC repréſente la montée de la proue depuis la quille C juſqu'à l'extrêmité A à la ſurface de l'eau; ou bien que cette ligne AC repréſente l'étrave, & que la vîteſſe avec laquelle le vaiſſeau court dans la direction BA ſoit $= c$. Il eſt d'abord évident que tous les efforts de la réſiſtance peuvent être réduits, 1°. à une force horizontale dans la direction cP, & partant, directement contraire à celle du mouvement: nous déſignerons cette force par la lettre P; 2°. à une force verticale dont la direction eſt dQ, & que nous déſignerons par la lettre Q. Il eſt bon de remarquer encore le point d'interſection R, par lequel paſſera la direction de la force RS équivalente aux deux forces précédentes; ce point pourroit être appellé le centre de la réſiſtance. L'on pourroit dire que tous les efforts de la réſiſtance ſe réduiſent à la ſeule force ſelon RS, dont la quantité ſera, comme on ſait, $= \sqrt{(P^2 + Q^2)}$, ſon inclinaiſon à l'horizon ou l'angle PRS ayant pour ſa tangente la fraction $\frac{Q}{P}$. On voit de-là qu'il ſuffit de conſidérer les deux forces P & Q, qui ſont l'une & l'autre toujours proportionnelles au quarré de la vîteſſe du vaiſſeau.

§.

ci-deſſus,
la montée
uſqu'à l'ex-
u; ou bien
l'étrave, &
ſſeau court
Il eſt d'a-
ts de la ré-
1°. à une
ion cP, &
à celle du
cette force
e verticale
e nous dé-
bon de re-
ſection R,
le la force
précéden-
llé le cen-
it dire que
réduiſent à
la quantité
$P^2 + Q^2$),
angle PRS
ion $\frac{Q}{P}$. On
er les deux
& l'autre
uarré de la

§. 14. Voyons à préſent quel effet chacune de ces deux forces produira ſur le vaiſſeau. La premiere ou l'horizontale P produit, comme dans le cas précédent, un double effet; par l'un elle s'oppoſe directement au mouvement, comme ſi elle étoit appliquée dans le centre de gravité G, & qu'elle pouſsît le vaiſſeau en arriere; l'autre effet réſulte du moment de cette force par rapport à l'axe tranſverſal du vaiſſeau: ce moment $= P.GP$ tend à faire incliner le vaiſſeau vers la proue A. L'autre force $= Q$, qui eſt verticale, produit également un double effet: l'un de ces effets eſt de pouſſer le vaiſſeau directement en haut, comme ſi elle étoit appliquée au centre de gravité G, de ſorte que le poids du vaiſſeau en ſera diminué du poids Q; l'autre effet de cette force eſt de fournir un moment par rapport au même axe tranſverſal $= Q.FQ$; la direction de ce moment étant oppoſée à celle du premier moment $P.GP$, il tend à donner au vaiſſeau une inclinaiſon contraire, & par conſéquent à élever la proue; enſorte que ſi ce moment ſurpaſſe le premier, le vaiſſeau s'inclinera vers la pouppe par un moment de force $= Q.FQ. - P.GP$, lequel étant diviſé par la ſtabilité du vaiſſeau relative au même

axe tranſverſal, donnera le ſinus de l'inclinaiſon qui en réſultera.

§. 15. Il ſuit de ce qui vient d'être dit, que pour conſerver le vaiſſeau dans le mouvement que nous lui ſuppoſons avec la viteſſe $= c$, il faut d'abord qu'il ſoit pouſſé directement en avant par une force égale à la force P réſultante de la réſiſtance qui le pouſſe en arriere ; & de plus, comme le poids du vaiſſeau M eſt diminué par la réſiſtance, d'un poids $= Q$, il faut le charger d'un nouveau poids Q, placé dans le centre même de gravité G, afin que le lieu de ce point ne change pas. Enfin pour empêcher que le vaiſſeau ne prenne aucune inclinaiſon, on appliquera la premiere force ſuppoſée $= P$ au-deſſus du centre de gravité G, comme en H, enſorte que ſon moment P. GH devienne préciſément égal au moment Q. FQ — P. GP, qui tend à incliner le vaiſſeau en arriere. On aura donc $P.GH = Q.FQ - P.GP$, d'où l'on tire $GH = \frac{Q}{P}.FQ - GP$, & $PH = \frac{Q}{P}.FQ$. Suppoſant donc que HK repréſente cette force $= P$, appliquée au vaiſſeau, il eſt évident que le point H ſe trouvera préciſément dans l'interſection de l'axe vertical EG avec la véritable direction de la réſiſtance RS.

§. 16. Il n'eſt pas néceſſaire, dans la pratique, de charger le vaiſſeau d'un nouveau poids Q ; ce ſeroit ſe priver mal-à-propos de l'avantage de diminuer le poids du vaiſſeau : & comme, dans ce cas, le vaiſſeau ſeroit un peu moins calé, le creux de la carene deviendroit plus petit ; circonſtance très-favorable, en ce que la réſiſtance s'en trouveroit un peu diminuée, & qu'une moindre force ſuffiroit par conſéquent pour conſerver le vaiſſeau dans ſon mouvement.

CHAPITRE III.

Sur la maniere d'eſtimer la réſiſtance d'une proue donnée.

§. 17. Si la figure de la proue eſt telle que tous les élémens de la ſurface ſoient également inclinés à la direction du mouvement, il eſt aiſé de déterminer la réſiſtance contraire au mouvement : car pour la partie de la réſiſtance dont l'effet eſt de pouſſer le vaiſſeau vers le haut, on peut ſe paſſer de chercher à la déterminer, comme nous venons de le voir. Suppoſant donc l'aire de la ſection tranſverſale, ou de la coupe la plus large de la carene $= ff$, la

vîteſſe du vaiſſeau dans la direction de ſon grand axe $BA = c$, & l'angle dont la ſurface entiere de la proue eſt inclinée à la direction du mouvement $= \varphi$, la réſiſtance qui s'oppoſe au mouvement, eſt, comme on l'a vu, égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume ſeroit $= \frac{ccff\,\mathit{fin.}\,\varphi^2}{4g}$. Or ſi la coupe la plus large couroit dans l'eau directement & avec la même vîteſſe, ſa réſiſtance ſeroit $= \frac{cc.ff}{4g}$; la réſiſtance de la proue eſt donc autant de fois plus petite que le quarré du ſinus de l'angle φ eſt plus petit que l'unité. Il ſuit de-là qu'il ſeroit poſſible de diminuer la réſiſtance autant de fois qu'on voudroit, s'il n'y avoit d'autres circonſtances également eſſentielles au vaiſſeau, qui y mettent des bornes.

§. 18. Or une telle égalité d'inclinaiſon par toute la ſurface de la proue, peut avoir lieu dans une infinité de cas. Nous en mettrons ici quelques-uns ſous les yeux. Si la coupe la plus large étoit un parallélogramme rectangle comme $MNmn$, & que la proue eût la figure d'un coin terminé par la ligne verticale Aa, de ſorte que toutes les ſections horizontales fuſſent des triangles AMN & amn tous égaux entr'eux, les deux faces $AaMm$ & $AaNn$ ſoutien- *Fig. 7.*

droie ction de ſon
ſous dont la ſur-
dont nclinée à la
cette la réſiſtance
com eſt, comme
la ré maſſe d'eau
de n $\frac{\mathit{fin.}\,\varphi^2}{g}$. Or ſi
dans l'eau
§. îteſſe, ſa ré-
la pl ſtance de la
parall plus petite
toit c le φ eſt plus
EA, qu'il ſeroit
leles e autant de
fuſſe oit d'autres
AFE illes au vaiſ-
ſeroit .

fulte 'inclinaiſon
prim peut avoir
coup ous en met-
enco yeux. Si la
un d llélogram-
prou & que la
baſe rminé par
voit que toutes
pyra des trian-
un pc entr'eux,
n ſoutien-

droient en ce cas tous les efforts de l'eau ſous le même angle $FAM = FAN = \varphi$, dont le ſinus étant $= \frac{FM}{AM}$, la réſiſtance de cette figure ſera à celle de la baſe $MNmn$ comme FM^2 à AM^2 : ou bien exprimant la réſiſtance de la baſe par la lettre R, celle de notre proue, ſera $= R.\frac{FM^2}{AM^2}$.

§. 19. Il en ſeroit de même ſi la coupe la plus large étant comme auparavant un parallélogramme rectangle, la proue montoit de E juſqu'en A par un plan incliné EA, de ſorte que toutes les ſections paralleles à la diamétrale, ſuivant la longueur, fuſſent des triangles rectangles égaux à AFE. Car, dans ce cas, l'angle d'obliquité ſeroit FAE, & ſon ſinus $= \frac{EF}{AE}$, d'où réſulteroit la réſiſtance $= R.\frac{EF^2}{AE^2}$, où R exprime la réſiſtance de la plus grande coupe FE. Cette même réſiſtance auroit encore lieu, ſi la plus grande coupe étoit un demi-cercle décrit du rayon EF, & la proue la moitié du cône décrit ſur cette baſe, ſon ſommet étant en A. Enfin on voit que cette réſiſtance conviendroit à une pyramide quelconque, qui auroit pour baſe un polygone circonſcrit autour de celle du *Fig. 8.*

cône dont nous venons de parler ; mais comme toutes ces figures ne conviennent pas à la pratique, il eſt inutile de s'en occuper ; il vaut mieux chercher les moyens de déterminer la réſiſtance d'une proue donnée quelconque.

Fig. 9. §. 20. Pour cet effet, ſoit CDE la moitié de la plus grande ſection ou coupe tranſverſale, & ſuppoſons qu'on faſſe dans le vaiſſeau, depuis cette coupe juſqu'à l'extrêmité de la proue, pluſieurs ſections paralleles à des diſtances données entr'elles, qu'on rapporte leurs figures par projection ſur la plus grande, dont une quelconque ſoit repréſentée par MPQN, & celle qui la ſuit vers l'avant par $mpqn$, ſuivant la méthode pratiquée par les Conſtructeurs dans les plans qu'ils font des vaiſſeaux. Il ſuffira, pour l'objet que nous nous propoſons, de conſidérer ces figures depuis la quille E juſqu'à la ſurface de l'eau CD. Qu'on tire enſuite pluſieurs lignes tranſverſales, comme RPpr & SQqs, qui coupent les premieres lignes à-peu-près à angles droits, de ſorte que l'aire de la premiere demi-ſection CDE ſe trouve partagée par ces deux ordres de lignes en pluſieurs petits trapezes & triangles preſque rectangles, comme, par exemple, le tra-

peze $PpQq$, qu'on doit prendre ſi petit, que la portion de la ſurface de la proue, qui répond à chacune de ces figures, puiſſe être regardée comme un plan dont il s'agit de trouver l'inclinaiſon à la direction du mouvement. Cette inclinaiſon étant trouvée, on n'a qu'à multiplier la petite aire PQpq par le quarré du ſinus de cette inclinaiſon, & prendre la ſomme de tous ces produits, pour avoir la valeur de la formule ff ſin. φ^2, dont le double étant multiplié par $\frac{cc}{4g}$, donnera la réſiſtance de cette proue, contraire au mouvement.

§. 21. Pour faire ces opérations, conſidérons une des ſuſdites caſes quelconques PQpq, décrites ſur le plan de la ſection MN ; & ſuppoſant l'intervalle entre cette ſection & la ſuivante $mn = k$, élevons ſur ce plan les perpendiculaires Pπ & Q$\rho = k$, les points π & ρ ſe trouveront dans la ſurface de la proue, auſſi-bien que les points P & Q ; & la figure quadrilatérale P$\pi\rho$Q repréſentera une portion de la ſurface de la proue, correſpondante à la petite aire Pp Qq dans la figure précédente. Mais les perpendiculaires Pπ & Qρ étant paralleles au grand axe de la carene, & par conſéquent à la direction du mouvement, tout

ſe réduit à déterminer l'angle dont ces lignes ſont inclinées à la ſurface PpqQ. Or il eſt clair que ſi les angles Ppq & Qqp étoient droits, les angles $P\pi p$ & $Q\rho q$ meſureroient exactement cette inclinaiſon : donc, puiſque nous ſuppoſons ces angles à-peu-près droits, l'aberration ne ſera pas ſenſible. Cependant, comme il faut multiplier par le quarré du ſinus de l'inclinaiſon, ſi les deux angles $P\pi p$ & $Q\rho q$ ne ſont pas exactement égaux, on multipliera par le produit des ſinus de ces deux angles, leſquels ſont $\frac{Pp}{P\pi}$ & $\frac{Qq}{Q\rho}$. Nous aurons donc pour la caſe $PQpq$, ce produit $\frac{PQ.pq.Pp.Qq.}{P\pi.Q\rho}$. Ayant trouvé de cette maniere tous les autres produits ſemblables, on procédera, comme nous venons de l'enſeigner dans l'article précédent.

§. 22. Si l'on vouloit mettre plus d'exactitude dans ce calcul, comme il eſt poſſible que les quatre points P, Q, π, ρ ne ſoient pas dans le même plan, on pourroit mener une diagonale $P\rho$ ou $Q\pi$, pour avoir deux triangles dont chacun ſeroit un plan, & dont on détermineroit aiſément les inclinaiſons. Mais comme, en ſuivant ce procédé, il ſeroit preſque impoſſible de

: dont ces li-
e PpqQ. Or
Ppq & Qqp
& $Q\rho q$ me-
inclinaiſon :
ces angles à-
ne ſera pas
l faut multi-
'inclinaiſon,
ne ſont pas
liera par le
ngles, leſ-
s donc pour
$\frac{Pp.Qq.}{P\pi.Q\rho}$.
tous les au-
procédera,
igner dans

lus d'exac-
l eſt poſſi-
Q, π, ρ ne
on pour-
$Q\pi$, pour
n ſeroit un
: aiſément
en ſuivant
poſſible de

décider à laquelle des deux diagonales $P\rho$ & $Q\pi$ il faudroit donner la préférence, on ne ſauroit guere ſe flatter d'approcher plus de la vérité, qu'en ſe ſervant de notre regle. D'ailleurs toutes ces précautions n'aboutiroient qu'à des minuties auxquelles on ne ſauroit faire attention dans la pratique ; & on doit être très-content d'avoir trouvé, par exemple, qu'une proue propoſée ſouffrira une réſiſtance dix fois plus petite que ſa ſection la plus large, quand même ce rapport ſeroit en effet comme 1 : $9\frac{1}{2}$, ou comme 1 : $10\frac{1}{2}$.

§. 23. Mais ce qui doit nous déterminer à abandonner cette recherche épineuſe, c'eſt qu'on ne peut ſe diſſimuler que la théorie de la réſiſtance que nous avons expoſée ici, eſt encore très-défectueuſe, & qu'on ne ſauroit compter qu'en gros ſur les réſultats qu'on en tire. Pour le premier défaut, nous l'avons déjà remarqué ci-deſſus, en rapportant que les ſimples preſſions qu'une carene ſoutient en ſe mouvant dans l'eau, ſe détruiſent mutuellement, comme il arrive effectivement dans l'état de repos ; mais on s'aſſurera aiſément que cela ne peut plus avoir lieu lorſque le vaiſſeau eſt en mouvement, ſi l'on conſidere que l'eau de l'arriere du vaiſſeau devant le ſuivre & l'atteindre avant de pouvoir exercer ſa preſ-

sion, la pression de l'eau sur la pouppe d'un vaisseau, lorsqu'il est en mouvement, n'est pas si forte que lorsqu'il est en repos, pendant que la pression sur la proue doit être à-peu-près la même dans l'un & l'autre cas. D'où il suit évidemment que puisque la pression sur la proue n'est plus contrebalancée par celle sur la pouppe, l'effet de la résistance en doit acquérir quelque accroissement, lequel sera d'autant plus considérable, que le mouvement du vaisseau est plus rapide. On sentira encore, pour peu qu'on y réfléchisse, que cet accroissement dépend aussi principalement de la figure de la pouppe, qu'on a entiérement négligée dans la recherche de la résistance.

§. 24. Cette circonstance seule fait assez voir que, malgré toutes les peines qu'on pourroit se donner pour déterminer par cette méthode la résistance d'un vaisseau, on ne pourroit guere se flatter de parvenir à un résultat exact. Il vaut mieux, laissant là tous ces calculs aussi pénibles qu'ennuyeux, chercher une formule assez simple dont on puisse se servir pour déterminer à-peu-près dans chaque cas la résistance d'un vaisseau. Pour cet effet, supposant la résistance de la section la plus large de la carene $= R$, comme ci-dessus, on fera la demi-longueur de la carene, ou la

sur la pouppe
en mouvement,
l'il est en repos,
r la proue doit
ans l'un & l'au-
ment que puis-
n'est plus con-
pouppe, l'effet
quérir quelque
d'autant plus
ment du vais-
ra encore, pour
cet accroisse-
lement de la
a entiérement
la résistance.

seule fait assez
peines qu'on
terminer par
d'un vaisseau,
r de parvenir
ieux, laissant
ibles qu'en-
le assez sim-
our détermi-
cas la résis-
effet, suppo-
la plus large
i-dessus, on
arene, ou la

distance de AF de l'extrêmité de la proue à cette section $= a$, & sa demi-largeur $FM = b$, à laquelle il est à-peu-près égale la profondeur. Maintenant si la proue étoit un parallélepipede, la résistance seroit $= R$; mais si elle étoit un cône ou pyramide terminée en A, la résistance seroit, comme on a vu ci-dessus, $R.\frac{FM^2}{AM^2} = \frac{bb}{aa+bb}.R$. Or il est clair que toutes les figures des carenes, qui sont en usage, tiennent un certain milieu entre ces deux extrêmes; de sorte que supposant la résistance actuelle d'une telle proue $= n.R$, la lettre n marquera une fraction moyenne entre l'unité 1, & la fraction $\frac{bb}{aa+bb}$. C'est donc ce milieu qu'il est question d'assigner. Il paroît, d'après quelques expériences faites sur des vaisseaux de ligne, qu'on approchera assez près de la vérité, en prenant pour n le milieu harmonique entre 1 & $\frac{bb}{aa+bb}$, lequel est $= \frac{2bb}{aa+2bb}$, & l'on pourra se servir presque toujours de cette formule, à moins que la figure de la proue ne s'écarte très-sensiblement de la figure ordinaire des proues des vaisseaux de ligne. Dans ce cas même, il ne sera pas difficile d'estimer de laquelle de nos deux limites la valeur de la résistance est la plus voisine.

Fig. 7.

§. 25. Prenant cette formule $\frac{2bb}{aa+2bb}$. R, pour exprimer la réſiſtance des vaiſſeaux, on voit qu'elle dépend uniquement du rapport entre la longueur de la carene, & ſa largeur, les lettres a & b en déſignant les moitiés, & la lettre R exprimant la réſiſtance de la ſection la plus large de la carene, ſi elle ſe mouvoit directement dans l'eau. Nous ajouterons ici une petite Table où l'on trouvera pour chaque rapport propoſé entre la longueur & la largeur d'une carene, la valeur de la formule $\frac{2bb}{aa+2bb}$. R, ou la véritable valeur de la réſiſtance.

RAPPORT. $a : b$	RÉSISTANCE.
2 : 1	$\frac{1}{3}$. R.
$2\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{33}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{4}$. R.
3 : 1	$\frac{2}{11}$. R.
$3\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{57}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{7}$. R.
4 : 1	$\frac{1}{9}$. R.
$4\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{89}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{11}$. R.
5 : 1	$\frac{2}{27}$. R.
$5\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{129}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{16}$. R.
6 : 1	$\frac{1}{19}$. R.
$6\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{177}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{22}$. R.
7 : 1	$\frac{2}{51}$. R.

CHAPITRE IV.

Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans la route oblique, & de la dérive en général,

§. 26. QUAND les vaiſſeaux font route pouſſés par l'action du vent, il eſt ſouvent impoſſible qu'ils ſuivent une route directe, & ils ſont obligés de ſiller ſuivant une direction plus ou moins différente de celle de leur grand axe : l'angle que fait alors la route du vaiſſeau avec ſon grand axe, eſt nommé *la dérive*. Nous n'entrerons pas encore dans la diſcuſſion des circonſtances qui obligent le vaiſſeau de ſuivre une route oblique, & nous ſuppoſerons ſimplement que le vaiſſeau ſe meut actuellement ſelon une telle route oblique avec une certaine viteſſe, & nous tâcherons de déterminer la réſiſtance que l'eau lui oppoſe. Cela poſé, il eſt clair que, dans ce cas, la moyenne direction de tous les efforts que l'eau exerce ſur la ſurface de la carene, ne tombera plus dans le plan diamétral du vaiſſeau, mais qu'elle en ſera éloignée plus ou moins vers l'un ou l'autre côté ; elle ne ſera pas auſſi toujours horizontale, elle pourra être inclinée à l'horizon. De plus, il eſt ſouvent im-

possible de réduire toutes les pressions élémentaires à une seule force qui agisse selon une certaine direction; mais on pourra toujours les réduire à trois forces, dont les directions sont paralleles aux trois axes principaux du vaisseau, lesquels sont, 1°. l'axe horizontal tiré selon la longueur du vaisseau; 2°. l'axe horizontal selon sa largeur; & 3°. l'axe vertical. Ces trois axes se croisent dans le centre de gravité du vaisseau.

§. 27. Mais comme la considération de ces trois forces en général seroit trop abstraite, & ne nous fourniroit aucune connoissance lumineuse & utile, nous commencerons nos recherches, sur ce sujet, par un cas très-simple à la vérité, qui ne sauroit avoir lieu dans la pratique; mais qui nous fournira des idées claires & précises sur la nature du sujet que nous avons à traiter. Nous supposerons à la carene la figure d'un parallelépipede rectangle représenté dans la dixieme figure, où AB est le grand
Fig. 10. axe de la carene, CD son petit axe, & FE l'axe vertical, qui mesure en même-tems la profondeur de la carene. Dans cette supposition toutes les sections perpendiculaires à chacun de ces trois axes sont des parallélogrammes rectangles; & comme les faces qui choquent l'eau sont verticales; tous

tous les efforts de la résistance agiront selon des directions horizontales, & il n'en résultera aucune force dont la direction soit verticale. De plus, la direction du mouvement étant toujours horizontale, quelque angle qu'elle fasse avec le grand axe AB, toutes les sections horizontales auront à soutenir les mêmes efforts de la part de l'eau. On peut donc se borner à considérer la seule section faite à fleur d'eau ACBD, & dans toutes les courses obliques, il suffira de considérer les deux côtés de ce parallélogramme, qui sont choqués par l'eau. Ayant trouvé les efforts que chacun de ces deux côtés soutient, on les multipliera par la profondeur de la carene FE, & le produit donnera la résistance que cette carene éprouve de la part de l'eau.

§. 28. Supposant donc que le parallélogramme rectangle ACBD est la section Fig. 11.
horizontale du vaisseau faite à fleur d'eau, la ligne AB son grand axe, & CD son petit axe, nous ferons, pour abréger, le demi-grand axe AF $= a$, & le demi-petit axe CF $= b$. Soit de plus FX la direction oblique suivant laquelle se meut le vaisseau. L'angle AFX que fait cette direction avec le grand axe, & qu'on nomme la dérive du vaisseau, étant $= \varphi$, il est clair que la

face $aAa = 2b$, ſera choquée par l'eau ſous l'angle AxF ou $axX = 90° - \phi$, dont le ſinus eſt $=$ cof. ϕ : d'où il ſuit que la force de l'eau ſera exprimée par $2b$. cof. ϕ^2. (Cette formule devroit être multipliée par la profondeur de la carene, & par la quantité $\frac{cc}{4g}$: la lettre c déſignant la viteſſe du vaiſſeau dans la direction FX ; & par-tout, dans la ſuite, il faut ſous-entendre cette double multiplication). Pareillement menant la droite Cc parallele à FX, on voit que la face $aCb = 2a$ ſera frappée par l'eau ſous l'angle $aCc = \phi$; d'où l'on doit conclure la force $= 2a$. ſin. ϕ^2. Ces deux forces agiſſent perpendiculairement chacune ſur la face qui lui correſpond, & chacune paſſe par le milieu de cette face. La premiere de ces forces $2b$. cof. ϕ^2, pouſſera donc ſelon la direction AF, & la ſuppoſant repréſentée par la ligne Fr, elle agira comme ſi elle étoit appliquée au centre F : pareillement la ligne $Fs = 2a$. ſin. ϕ^2 repréſentera la force qui agit ſur la face aCb. Achevant donc le petit rectangle $Frys$, la diagonale Fy repréſentera la force de la réſiſtance que le vaiſſeau éprouve dans ce mouvement. Cette force entiere ſera donc $y = V(4bb \text{ cof. } \phi^4 + 4aa \text{ ſin. } \phi^4)$, & l'obliquité de cette force par rapport

au grand axe AB ſera l'angle BFy, dont la tangente eſt $\frac{ry}{Fr} = \frac{a. \text{ ſin. } \phi^2}{b. \text{ cof. } \phi^2}$.

§. 29. Cette force étant trouvée, il eſt évident que pour que le vaiſſeau ſe maintienne dans le mouvement que nous lui ſuppoſons ſelon la direction FX, il faut qu'il ſoit pouſſé par une force directement contraire à celle de la réſiſtance. Continuant donc la diagonale yF vers Y, la droite FY ſera la direction de la force par laquelle il faut que le vaiſſeau ſoit pouſſé pour qu'il ſuive la route propoſée FX. Or nous venons de voir que la tangente de l'angle AFY eſt $= \frac{a. \text{ ſin. } \phi^2}{b. \text{ cof. } \phi^2}$. Nous connoiſſons donc le rapport entre l'obliquité de la route FX, & celle de la force pouſſante FY, rapport indépendant de la viteſſe c du vaiſſeau. Mais pour avoir la force même qui eſt requiſe pour conſerver le vaiſſeau dans ce mouvement, il faut multiplier la formule trouvée $V(4aa. \text{ ſin. } \phi^4 + 4bb. \text{ cof. } \phi^4$, tant par la profondeur de la carene que par la quantité $\frac{cc}{4g}$, en ſe reſſouvenant que c déſigne l'eſpace que le vaiſſeau parcourt dans une ſeconde, & g la hauteur dont la gravité fait tomber les corps dans le même tems ; de ſorte que cette hauteur g peut

être estimée de 16 pieds de Londres. On se rappellera encore que nous exprimons cette force par le poids d'une masse d'eau dont le volume est exprimé par la formule que nous lui assignons.

§. 30. Ce qui mérite ici le plus notre attention, c'est le rapport qui se trouve entre les deux angles AFX & AFY, ou entre l'obliquité de la route ou la dérive, que nous faisons $= \varphi$, & l'obliquité AFY de la force poussante, que nous supposerons $= \psi$; de sorte que Tang. $\psi = \frac{a \sin. \varphi^2}{b \cos. \varphi^2}$, ou bien $\frac{a}{b}$. Tang. φ^2 = Tang. ψ. Il suit de-là que sachant le rapport des lettres a & b, il est aisé de trouver tant pour tous les angles φ, les angles ψ qui leur correspondent, que réciproquement pour tous les angles ψ, les angles φ qui leur conviennent. On a pour ce dernier cas, Tang. $\varphi = \sqrt{(\frac{b}{a}}$. Tang. $\psi)$; & comme la quantité a est ordinairement beaucoup plus grande que b, il en résulte que l'obliquité de la force poussante AFY surpasse assez considérablement la dérive ou l'angle AFX dans le plus grand nombre de cas. On voit au reste, par notre formule, que ces deux obliquités deviennent égales entr'elles lorsque Tang. φ

lres. On
primons
le d'eau
formule

us notre
ouve en-
, ou en-
ive, que
AFY de
poserons
$\frac{\sin. \varphi^2}{\cos. \varphi^2}$, ou
uit de-là
a & b,
us les an-
pondent,
angles ψ,
nt. On a
$= \sqrt{(\frac{b}{a}}$.
a est or-
le que b,
la force
sidérable-
ns le plus
reste, par
quités de-
Tang. φ

$= \frac{b}{a}$; car alors on aura aussi Tang. $\psi = \frac{b}{a}$: d'où il suit que, si la dérive étoit encore moindre, l'obliquité ψ deviendroit encore plus petite; mais dès que l'ang. $\varphi > \frac{a}{b}$, ψ devient aussi $> \varphi$. Pour rendre ceci plus clair, qu'on se représente un angle α, tel que Tang. $\alpha = \frac{a}{b}$, & on aura Tang. φ^2 = Tang. α. Tang. ψ; c'est-à-dire, que les trois angles α, φ & ψ, ont toujours entr'eux une telle relation, que leurs tangentes sont en proportion géométrique, ou que Tang. φ est moyenne proportionnelle entre Tang. α & Tang. ψ.

§. 31. Nous venons de voir que les deux obliquités φ & ψ deviennent égales entr'elles lorsque $\varphi = \alpha$, & que dans ce cas on a aussi $\psi = \alpha$. On voit encore qu'une telle égalité doit avoir lieu lorsque $\varphi = 0$, & lorsque $\varphi = 90$. Dans le premier de ces cas la route du vaisseau seroit directe, & dans l'autre le vaisseau se mouvroit selon la direction du petit axe FC, qu'on peut aussi regarder comme directe. Puisque dans ces trois cas de $\varphi = 0$, de $\varphi = \alpha$, & de $\varphi = 90°$, on a $\psi = \varphi$, & que dans tous les autres cas ces deux angles φ & ψ sont différens entr'eux, on demandera sans doute

dans quel cas la différence de ces deux angles deviendra la plus grande, ou, ce qui revient au même, dans quel cas l'angle XFY ſera le plus grand? Faiſant cette recherche ſelon les regles de l'analyſe, on trouvera que ce cas aura lieu lorſque le ſinus du double angle 2ψ eſt égal à la moitié du ſinus du double angle 2φ, ou bien lorſque ſin. $2\psi = \frac{1}{2}$ ſin. 2φ. Mais le développement de cette queſtion dépend de la réſolution d'une équation du quatrieme degré, laquelle eſt Tang. $\varphi^4 = 2$ Tang. α. Tang. $\varphi^3 - 2$ Tang. α. Tang. $\varphi +$ Tang. $\alpha^2 = 0$, dont on ne ſauroit aſſigner les racines que par approximation; de ſorte que la réſolution de cette queſtion qui paroiſſoit d'abord aſſez facile, exige pour chaque valeur de α des calculs aſſez embarraſſans.

§. 32. Tout ce que nous venons de rapporter étant tiré d'un cas qui ne ſauroit avoir lieu dans la pratique, on trouvera peut-être étrange que nous nous y arrêtions ſi long-tems. Mais nous ferons voir bientôt que la conſidération de ce cas peut nous conduire à des concluſions aſſez générales & applicables à preſque tous les vaiſſeaux. Pour cela, nous lierons avec les lettres a & b, qui marquent les deux demi-axes de notre figure, d'autres notions qui

leur peuvent également convenir. Car ſi notre figure ſe mouvoit directement ſelon le grand axe BA, la réſiſtance ſeroit $2b$; & ſi la même figure étoit mue ſelon ſon petit axe, la réſiſtance deviendroit $= 2a$: de-là on peut conclure que nos formules deviendront applicables à tous les vaiſſeaux, ſi au lieu de $2b$ on ſubſtitue la réſiſtance que le vaiſſeau ſouffriroit dans ſa route directe, & que nous nommerons P; & au lieu de $2a$, celle que le même vaiſſeau ſouffriroit s'il ſe mouvoit avec la même vîteſſe dans la direction de ſon petit axe; nous déſignerons cette réſiſtance par la lettre Q. Ainſi, étant queſtion d'un vaiſſeau quelconque, on écrira au lieu des lettres $2b$ & $2a$, les réſiſtances P & Q; & le rapport trouvé entre les deux obliquités φ & ψ, continuera d'avoir lieu: de ſorte qu'on aura Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$. Tang. φ^2. C'eſt ce qui doit être en effet; car pour peu qu'on y veuille réfléchir, on reconnoîtra que les lettres a & b ne ſont entrées dans les formules ci-deſſus, qu'en tant qu'elles exprimoient les deux réſiſtances dont nous venons de parler. Il ſuit encore de ce que nous venons d'établir, que la force ſelon la direction FY requiſe pour maintenir le vaiſſeau dans ſa route EX, ſera $= V(P^2 \text{ ſin. } \varphi^4 + Q^2 \cdot$

cos. φ^4). Si ces formules ne donnent pas des résultats exactement conformes à la vérité, au moins ne s'en écarteront-ils pas considérablement. Cette considération nous fournira le sujet du Chapitre suivant.

CHAPITRE V.

Sur le rapport entre les obliquités de la route d'un vaisseau, & de la force poussante.

§ 33. APRÈS ces recherches sur le rapport des deux angles φ & ψ, considérons un vaisseau quelconque, dont les trois axes principaux de la carene soient le grand axe AB $= a$, le petit axe CD $= b$, & la profondeur FE $= e$; & voyons comment le rapport dont il s'agit ici pourra être exprimé uniquement par ces trois dimensions de la carene a, b & e. Déterminons d'abord par les principes établis ci-dessus, la résistance que ce vaisseau éprouveroit dans sa route directe suivant la direction de sa longueur BA. Pour cet effet, on considérera que sa plus grande section transversale CED ayant pour base CD $= b$, & pour hauteur FE $= e$, son aire sera contenue entre les limites be & $\frac{1}{2}be$; nous la supposerons par conséquent $= \frac{3}{4}be$. On verra bientôt qu'une *Fig.* 12.

petite erreur, dans cette valeur moyenne, ne sera presque d'aucune conséquence. Maintenant cette même aire $\frac{3}{4}be$ exprimera la résistance qu'elle souffriroit directement dans l'eau, sous-entendant toujours la multiplication par $\frac{cc}{4g}$: ce sera donc la valeur de la lettre R, que nous avons employée dans le troisieme Chapitre, pour exprimer la résistance dans la route directe. Il suit de-là que, la raison $a : b$ étant la même que nous avons indiquée par les mêmes lettres, la résistance que ce vaisseau souffrira dans sa course directe, sera $= \frac{2bb}{aa + 2bb} \cdot \frac{3}{4}be$: c'est donc la même quantité que nous venons de désigner par la lettre P sur la fin du Chapitre précédent. On a donc $P = \frac{2bb}{aa + 2bb} \cdot \frac{3}{4}be$.

§. 34. Concevons à présent que le même vaisseau se meut avec la même vîtesse c selon la direction de son petit axe DC: l'on comprend d'abord qu'il éprouvera une résistance énorme. Pour la trouver, nous n'avons qu'à considérer la section diamétrale de la carene AEB, comme choquant directement l'eau. Cela posé, l'aire de cette section étant comprise entre les limites ae & $\frac{1}{2}ae$, nous la supposerons $= \frac{3}{4}ae$, quan-

rité qui exprimera de la même maniere la réſiſtance de cette ſection. La courbure du vaiſſeau ne diminuera pas ſenſiblement cette réſiſtance; car conſidérant ici b comme le grand axe, & a comme le petit, notre regle nous donnera dans ce cas là réſiſtance $= \frac{2aa}{2aa+bb} \cdot \frac{3}{4} ae$; réſiſtance que nous avons déſignée ci-deſſus par la lettre Q. De-là nous tirons la fraction $\frac{Q}{P} = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{(2aa+2bb)}{(aa+2bb)}$, dans laquelle la profondeur e, & le coefficient $\frac{3}{4}$, ne ſe trouvent plus. Si a eſt pluſieurs fois plus grand que b, &, à plus forte raiſon, aa plus grand que bb, cette fraction ſe réduit à fort peu près à $\frac{a^3}{2b^3}$; & comme il eſt bien difficile d'atteindre à un plus haut degré de préciſion, nous nous en tiendrons à cette derniere formule dont on pourra ſe ſervir ſans craindre aucune erreur conſidérable.

§. 35. Il ſera maintenant très-facile de remplir l'objet que nous nous propoſons. car ſuppoſons que notre vaiſſeau fait route obliquement ſelon la direction FX, & que pour le maintenir dans cette route il faut le pouſſer ſuivant la direction FY; faiſant l'angle de la premiere obliquité FX, ou la dérive du vaiſſeau $AFX = \varphi$, & l'obli-

quité de la force pouſſante FY, ou l'angle $AFY = \psi$, nous aurons pour l'expreſſion du rapport entre ces deux angles cette égalité $\text{Tang. } \psi = \frac{a^3}{2b^3} \text{ Tang. } \varphi^2$, d'où l'on tirera aiſément l'angle ψ, l'autre φ étant donné. Mais ſi l'angle ψ étoit donné, pour trouver l'autre φ on auroit à réſoudre cette égalité $\text{Tang. } \varphi = \sqrt{\frac{2b^3}{a^3}} \cdot \text{Tang. } \psi$. On pourra, comme on le voit, calculer ſans beaucoup de peine des Tables pour chaque eſpece de vaiſſeaux, & ces Tables pourront être en petit nombre, le rapport entre la longueur a & la largeur b étant compris dans preſque tous les vaiſſeaux entre les limites 3 : 1 & 6 : 1; de ſorte que les cas ſuivans de la raiſon $a : b$, ſavoir, 3 : 1; $3\frac{1}{2}$: 1; 4 : 1; $4\frac{1}{2}$: 1; 5 : 1; $5\frac{1}{2}$: 1; 6 : 1 fourniront tous les éclairciſſemens qu'on peut ſouhaiter. Et comme la dérive φ ne ſauroit jamais aller au-delà de 20 ou 30 degrés, & qu'il ſuffira de calculer ces Tables de cinq en cinq degrés, elles ſe trouveront réduites à un aſſez petit nombre de termes.

Fig. 12.

Ire Espece où AB = 3 CD.			IIde Espece où AB = 3½ CD.		
AFX	AFY		AFX	AFY	
5°	5°	54′	5°	9°	19′
10	22	46	10	33	41
15	44	16	15	56	59
20	60	47	20	70	36
25	71	11	25	77	54
30	77	28	30	82	2
35	81	24	35	84	34

IIIme Espece où AB = 4 CD.			IVme Espece où AB = 4½ CD.		
AFX	AFY		AFX	AFY	
5°	13°	46′	5°	19°	14′
10	44	51	10	54	47
15	66	29	15	78	1
20	76	44	20	80	36
25	81	49	25	84	14
30	84	39	30	86	14
35	86	21	35	87	27

Vme où AB	de Espece 3 = 3½ CD.	
AFX	AFY	
5°	9°	19′
10	33	41
15	56	59
20	70	36
25	77	54
30	82	2
35	84	34

ie Espece = 4½ CD.
AFY
19° 14′
54 47
78 1
80 36
84 14
86 14
87 27

§. 3
soit de
pouſſa
vaiſſea

Vme Espece où AB = 5 CD.			VIme Espece où AB = 5½ CD.		
AFX	AFY		AFX	AFY	
5°	25°	34′	5°	32°	29′
10	62	46	10	68	51
15	77	26	15	80	30
20	83	7	20	84	49
25	85	47	25	86	50
30	87	15	30	87	56
35	88	8	35	88	36

VIIme Espece où AB = 6 CD.		
AFX	AFY	
5°	39°	35′
10	73	25
15	82	39
20	86	1
25	87	34
30	88	25
35	88	55

§. 36. Quoique l'objet de ces Tables ſoit de faire trouver l'obliquité de la force pouſſante AFY pour chaque eſpece de vaiſſeaux, la dérive ou l'angle AFX étant

donné, on peut auſſi s'en ſervir pour trouver la dérive AFX, l'obliquité AFY étant donnée. Si, par exemple, dans la cinquieme eſpece, où AB = 5. CD, l'obliquité de la force pouſſante étoit AFY = 62°, on voit que la dérive ou l'angle AFX ſeroit à très-peu près = 10°. Mais il ſe préſente un inconvénient; les angles AFY ſautent par de trop grands intervalles, pour qu'il ſoit aiſé d'y appliquer une interpolation ſatisfaiſante. Cette queſtion cependant ſe préſentant le plus ſouvent dans la pratique, il ſera néceſſaire de calculer une autre Table où l'on puiſſe trouver pour chaque eſpece de vaiſſeaux, & pour chaque angle AFY, la vraie valeur de la dérive AFX. Il ſuffira de faire croître les angles AFY de dix en dix degrés juſqu'à 60°, delà juſqu'à 80° de cinq en cinq degrés; enfin de 80° juſqu'à 85° par degrés: il ſeroit inutile d'aller au-delà de 85°. Pour calculer cette Table on ſe ſervira de cette formule tang. $\phi = V.\left(\frac{2b^3}{a^3}.\text{ tang. }\psi\right)$, d'où l'on tire log. tang. $\phi = \frac{1}{2}.$ log. tang. $\psi - \frac{1}{2}.$ log. $\frac{a^3}{2b^3}$. Nous donnerons donc à cette Table la forme ſuivante:

TABL

vaiſſea

de la f

L'angle AFY	
10°	
20	
30	1
40	1
50	1
60	1
65	2
70	2
75	2
80	3
81	3
82	3
83	3
84	4
85	4

ir pour trou-
té AFY étant
ns la cinquie-
), l'obliquité
AFY = 62°,
gle AFX ſe-
Mais il ſe pré-
angles AFY
ervalles, pour
ne interpola-
on cependant
dans la prati-
culer une au-
er pour cha-
pour chaque
de la dérive
re les angles
qu'à 60°, de-
degrés; en-
grés: il ſeroit
Pour calculer
ette formule
), d'où l'on
ang. $\psi - \frac{1}{2}.$
c à cette Ta-

TABLE pour connoître la dérive des vaiſſeaux de chaque eſpece, l'obliquité de la force pouſſante AFY *étant donnée.*

L'angle AFY	Longueur du vaiſſeau AB. 3. CD	$3\frac{1}{2}$. CD	4. CD	$4\frac{1}{2}$. CD
10°	6° 31′	5° 11′	4° 14′	3° 33′
20	9 19	7 25	6 5	5 7
30	11 41	9 19	7 39	6 25
40	14 1	11 11	9 12	7 44
50	16 33	13 16	10 55	9 18
60	19 43	15 52	13 6	11 3
65	21 43	17 31	14 29	12 15
70	24 17	19 42	16 20	13 48
75	27 44	22 39	18 51	15 56
80	32 57	27 13	22 50	19 26
81	34 22	28 29	23 57	20 25
82	35 59	29 57	25 15	21 34
83	37 49	31 38	26 45	22 54
84	40 1	33 40	28 37	24 33
85	42 37	36 9	30 52	26 36

TABLE pour connoître la dérive des vaiſſeaux de chaque eſpece, l'obliquité de la force pouſſante AFY *étant donnée.*

L'angle AFY	Longueur du vaiſſeau AB. 5. CD	5½. CD	6. CD.
10°	3° 2′	2° 38′	2° 19′
20	4 22	3 47	3 19
30	5 29	4 45	4 11
40	6 37	5 44	5 3
50	7 52	6 49	5 59
60	9 27	8 13	7 13
65	10 31	9 7	8 1
70	11 50	10 18	9 4
75	13 44	11 57	10 32
80	16 46	14 38	12 55
81	17 38	15 24	13 36
82	18 39	16 18	14 24
83	19 50	17 22	15 21
84	21 19	18 41	16 32
85	23 9	20 20	18 1

§. 37. Il ſera maintenant aiſé, à l'aide de cette Table, de réſoudre la queſtion dont nous avons parlé ci-deſſus, & où il s'agiſſoit d'aſſigner pour chaque eſpece de vaiſſeaux les deux obliquités ou angles AFX & AFY, tels que leur différence, ou l'angle

a dérive des
, l'obliquité
étant donnée.

ſſeau AB.

6. CD.
2° 19′
3 19
4 11
5 3
5 59
7 13
8 1
9 4
10 32
12 55
13 36
14 24
15 21
16 32
18 1

aiſé, à l'aide
e la queſtion
:ſſus, & où il
ue eſpece de
:s ou angles
lifférence, ou
l'angle

l'angle XFY devint le plus grand. La réſolution de ce problême eſt de la derniere importance dans l'art du Pilotage, pour pouvoir profiter de tous les vents, comme nous le montrerons plus en détail dans la Partie ſuivante. En attendant, nous rapporterons ici les deux angles AFX & AFY, qui donnent la plus grande différence pour chaque eſpece de vaiſſeaux. C'eſt ce qu'on voit dans la Table ſuivante.

Eſpece de vaiſſeaux.	L'angle AFX	L'angle AFY	Leur différ. XFY
AB = 3 CD	29° 30′	76° 53′	47° 23′
AB = 3½ CD	26 4	78 56	52 52
AB = 4 CD	23 45	80 6	56 21
AB = 4½ CD	20 0	80 36	60 36
AB = 5 CD	18 27	81 53	63 26
AB = 5½ CD	16 18	82 6	65 48
AB = 6 CD	15 4	82 50	67 46

§. 38. Nous n'avons conſidéré juſqu'ici que la direction de la force pouſſante : or des principes d'où nous l'avons tirée, on peut auſſi conclure la force requiſe pour imprimer au vaiſſeau la vîteſſe donnée *c*. Nous avons trouvé ci-deſſus (§. 32), la formule $V(P^2 \text{ cof. } \phi^4 + Q^2 \text{. fin. } \phi^4)$, pour exprimer la force que nous cherchons.

Le même paragraphe nous fournit cette équation : Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$ Tang. φ^2, d'où l'on tire $P = \frac{Q.\,tang.\,\varphi^2}{tang.\,\psi}$, & par conséquent P cos. $\varphi^2 = \frac{Q.\,sin.\,\varphi^2}{tang.\,\psi}$, & P^2 cos. $\varphi^4 = \frac{Q^2\,sin.\,\varphi^4}{tang.\,\psi^2} = \frac{Q^2\,sin.\,\varphi^4\,cos.\,\psi^2}{sin.\,\psi^2}$. Substituant dans la formule cette derniere valeur de P^2 cos. φ^4, elle deviendra Q sin. $\varphi^2 \sqrt{(\frac{cos.\,\psi^2}{sin.\,\psi^2} + 1)} = Q$ sin. $\varphi^2 \times \sqrt{(\frac{cos.\,\psi^2 + sin.\,\psi^2}{sin.\,\psi^2})} = \frac{Q\,sin.\,\varphi^2}{sin.\,\psi}$, expression de la force poussante. Nous avons encore trouvé (§. 34) que la valeur de Q étoit la quantité $\frac{3}{4}\,ae.\,\frac{2aa}{2aa + bb}$, multipliée par $\frac{cc}{4g}$. L'expression de la force poussante sera donc $\frac{cc}{4g}.\frac{3}{4}\,ae.\,\frac{2aa}{2aa + bb}.\frac{sin.\,\varphi}{sin.\,\psi}$, ou simplement $\frac{cc}{4g}\,\frac{3}{4}\,ae.\,\frac{sin.\,\varphi^2}{sin.\,\psi}$, la quantité bb pouvant être négligée relativement à $2aa$. Si la force poussante étoit donnée, & = F, on en concluroit aisément la vîteſſe que le vaiſſeau recevra au moyen de cette égalité $\frac{cc}{4g} = \frac{4F}{3ae}.\frac{sin.\,\psi}{sin.\,\varphi^2}$. Nous venons, comme on le voit, de déterminer la grandeur de la force

pouſſant
lieu de l
ce qui v
dans le

§. 39
ferons o
dans la
qui expr
devient
que $\varphi =$
quand l
directior
quand il
tit axe (
puiſque
P, la p
lieu dan
nulle. C
ſiſtance
le cas d'
que tang
quent tr
$\varphi = \sqrt{1}$
& par co
& QQ f

urnit cette
^{2}, d'où l'on
nſéquent P
$= \frac{Q^2\,sin.\,\varphi^4}{tang.\,\psi^2}$
dans la for-
P^2 cos. φ^4,
$\frac{sf.\,\psi^2}{n.\,\psi^2} + 1)$
$\frac{+ sin.\,\psi^2}{n.\,\psi^2})$
force pouſ-
vé (§. 34)
iantité $\frac{3}{4}\,ae.$
L'expreſſion
onc $\frac{cc}{4g}.\frac{3}{4}\,ae.$
nt $\frac{cc}{4g}\,\frac{3}{4}\,ae.$
être négli-
force pouſ-
on en con-
: le vaiſſeau
égalité $\frac{cc}{4g}$
omme on le
r de la force

pouſſante. Il reſte encore à déterminer le lieu de l'application de cette force. C'eſt ce qui va faire l'objet de nos recherches dans le Chapitre ſuivant.

§. 39. Avant de finir ce Chapitre, nous ferons obſerver un paradoxe bien ſingulier dans la formule $\sqrt{P^2\,cos.\,\varphi^4 + Q^2\,sin.\,\varphi^4}$, qui exprime la force de la réſiſtance. Elle devient = P lorſque $\varphi = 0$, & = Q lorſque $\varphi = 90°$. Le premier de ces cas a lieu quand le vaiſſeau ſuit dans ſa marche la direction du grand axe BA ; & le ſecond, quand il ſe meut dans la direction du petit axe CD. Il paroîtroit ſuivre de-là que puiſque Q eſt pluſieurs fois plus grand que P, la plus petite réſiſtance devroit avoir lieu dans la route directe, où la dérive φ eſt nulle. Cependant il eſt certain que la réſiſtance deviendra encore plus petite dans le cas d'une certaine dérive qui a lieu lorſque tang. $\varphi = \frac{P}{Q}$, & qui ſera par conſéquent très-petite. Car on aura alors sin. $\varphi = \frac{P}{\sqrt{PP + QQ}}$, cos. $\varphi = \frac{Q}{\sqrt{PP + QQ}}$, & par conſéquent PP cos. $\varphi^4 = \frac{PPQ^4}{(PP+QQ)^2}$, & QQ sin. $\varphi^4 = \frac{QQP^4}{(PP + QQ)^2}$: donc PP

cos. $\varphi^4 + QQ$. sin. $\varphi^4 = \frac{PPQ^4 + QQP^4}{(PP+QQ)^2}$ $= \frac{PPQQ}{PP+QQ}$, dont la racine quarrée donne la réſiſtance $= \frac{PQ}{\sqrt{PP+QQ}}$, quantité plus petite que P, parce que $\frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$ eſt plus petit que 1. Tel eſt ce grand paradoxe : en donnant au vaiſſeau une petite dérive φ, telle que tang. $\varphi = \frac{P}{Q}$, la réſiſtance ſe trouve plus petite que dans la route directe. C'eſt le cas que nous avons déjà remarqué ci-deſſus, où l'angle XFY s'évanouit; de ſorte que la direction de la réſiſtance eſt ici directement contraire à celle du mouvement.

C

C H

Sur le lie

§. 40 E
avons fait
parallélogra
réſiſtance s'
même de la
enſuite géné
cluſions que
gardé que la
& ſon obli
direction fa
l'on ſe trom
loit étendre
lieu de l'app
cette vérité
carene la figu
le grand axe
le faire mou
forte que la
l'angle ABC
rant plus ra
deviennent
que d'un autr
jet, de trouv

+ QQP⁴ / + QQ)²

arrée don-

, quantité

Q / √PP + QQ

grand pa-
une petite
, la réſiſ-
dans la
ous avons
igle XFY
tion de la
ontraire à

CHAPITRE VI.

Sur le lieu de l'application de la force pouſſante.

§. 40 EN conſidérant, comme nous avons fait ci-deſſus, la carene comme un parallélogramme rectangle, la force de la réſiſtance s'eſt trouvée appliquée au centre même de la carene F; & quand nous avons enſuite généraliſé cette hypotheſe, les concluſions que nous en avons tirées n'ont regardé que la quantité de la réſiſtance Fy, & ſon obliquité, ou l'angle *r*Fy que ſa direction fait avec le grand axe AB; & l'on ſe tromperoit beaucoup ſi l'on vouloit étendre cette généraliſation juſqu'au lieu de l'application. Pour ſe convaincre de cette vérité, il ne faut que ſuppoſer à la carene la figure d'un rhombe ACBD, dont le grand axe ſoit AB, & le petit CD, & le faire mouvoir dans la direction FX; enſorte que la dérive AFX ſoit moindre que l'angle ABC. Cette ſuppoſition eſt d'autant plus raiſonnable, que les dérives ne deviennent jamais très-conſidérables, & que d'un autre côté il ſuffit, pour notre objet, de trouver le vrai lieu de l'application

Fig. 111.

Fig. 112.

pour les petites dérives. Cela posé, il est clair que le vaisseau ne sera choqué par l'eau que par les deux faces de l'avant AC & AD; & comme l'obliquité d'incidence est par-tout la même sur chacune de ces faces, la moyenne direction de la force de l'eau passera par les points M & N, où elles sont divisées en deux parties égales; mais ces forces sont perpendiculaires aux faces. Menant donc les perpendiculaires MQ & NQ, elles se couperont sur le grand axe au point Q, par lequel passera la moyenne direction de ces deux forces, qui est celle de la résistance même.

§. 41. La direction de la force poussante QY passera donc en ce cas par le point Q, ou bien la force requise pour maintenir le vaisseau dans son mouvement oblique, devra être appliquée au point Q, ou plutôt à un autre point élevé perpendiculairement au-dessus de Q. Nous nous bornons ici à chercher la distance horizontale du milieu du vaisseau F, au point où l'on doit appliquer cette force, sans nous embarrasser encore de sa hauteur verticale, qui dépend de circonstances particulieres que nous développerons dans la suite. Pour déterminer le point Q, on menera CK perpendiculaire au côté AC; il est clair que le

point Q
valle A
AF : FC
FK =
moitié
clut l'in
donc en
Q, que
quée,
FQ la
geur en
valle FC

§. 42
figures
rene : c
nous av
d'un rh
tervalle
cluons
étant é
gures e
comme
en gén
certain
$\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$
dre de

E.
posé, il est
qué par l'eau
ant AC &
ncidence est
de ces faces,
rce de l'eau
où elles sont
s; mais ces
s faces. Me-
MQ & NQ,
xe au point
ne direction
le de la ré-

e poussante
le point Q,
naintenir le
blique, de-
, ou plutôt
culairement
ornons ici à
du milieu
on doit ap-
embarrasser
qui dépend
ne nous dé-
ir détermi-
K perpen-
clair que le

point Q se trouvera au milieu de l'intervalle AK, & l'on aura cette proportion AF : FC :: FC : FK, & par conséquent $FK = \frac{FC^2}{AF}$, & $AK = AF + \frac{FC^2}{AF}$, dont la moitié $AQ = \frac{1}{2}AF + \frac{CF^2}{2AF}$; d'où l'on conclut l'intervalle $FQ = \frac{1}{2}AF - \frac{CF^2}{2AF}$. C'est donc en avant du centre F de la carene en Q, que la force poussante doit être appliquée, & en introduisant dans la valeur de FQ la longueur entiere $AB = a$, & la largeur entiere $CD = b$, nous aurons l'intervalle $FQ = \frac{1}{4}a - \frac{bb}{4.a}$.

§. 42. Comparons maintenant les deux figures que nous avons données à la carene : celle d'un parallélogramme rectangle nous avoit fourni l'intervalle $FQ = o$, celle d'un rhombe vient de nous donner cet intervalle $FQ = \frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$; d'où nous concluons que, toutes les figures des carenes étant également éloignées de ces deux figures extrêmes, qu'on en peut regarder comme les limites pour tous les vaisseaux en général, l'intervalle FQ tiendra un certain milieu entre ces deux valeurs o & $\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$. Nous pouvons donc, sans craindre de nous tromper beaucoup, établir gé-

néralement cette distance $FQ = \frac{a}{8} - \frac{bb}{8a}$: s'il arrive que cette valeur devienne quelquefois un peu trop grande, & d'autres fois un peu trop petite, la différence sera presque toujours insensible, & pourra être négligée dans la pratique.

§. 43. La distance FQ étant ainsi déterminée, & la force poussante devant être appliquée dans les courses obliques au-dessus du point Q, on voit que c'est dans ce point que le mât principal du vaisseau, ou celui qu'on pourroit regarder comme équivalent à tous les mâts pris ensemble, doit être établi. Il est donc très-important de déterminer ce point avec exactitude. On voit d'abord que le mât principal doit être plus près de la proue A que de la pouppe B; c'est ce que pratiquent les Constructeurs, & ils ne s'écartent guere d'un certain rapport entre les distances AQ & BQ, qu'ils font presque généralement comme 2 à 3; ce qui s'accorde assez bien avec nos déterminations: car ayant $AQ = \frac{3}{8}a + \frac{bb}{8a}$, & $BQ = \frac{5}{8}a - \frac{bb}{8a}$, le rapport entre AQ & BQ, devient $3 + \frac{bb}{aa} : 5 - \frac{bb}{aa}$, lequel rapport seroit le même que celui de 2 : 3, si l'on avoit $\frac{bb}{aa} = \frac{1}{5}$. Mais

il faut
laquell
une va
deux l
peu de
que le
plus d'
suppol
AQ =
Valeu
on né
servati
cord d
peut c
nous

§. 4
roit si
quée
voit c
mouv
sistanc
en qu
quée;
rectio
truiro
applic
absolu

= $\frac{a}{8} - \frac{bb}{8a}$:
nne quel-
'autres fois
sera pres-
a être né-

insi déter-
evant être
iques au-
c'est dans
vaisseau,
r comme
nsemble,
important
itude. On
doit être
a pouppe
Construc-
d'un cer-
s AQ &
éralement
rde assez
car ayant
$- \frac{bb}{8a}$, le
$: 3 + \frac{bb}{aa}$:
ême que
$: \frac{1}{5}$. Mais

il faut considérer que la supposition par laquelle nous avons assigné à l'intervalle FQ une valeur moyenne arithmétique entre les deux limites, pourroit bien s'écarter un peu de la vérité. Il paroît même probable que les figures réelles approchent un peu plus d'un rectangle que d'un rhombe; ainsi supposant $FQ = \frac{1}{5}\left(\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}\right)$, on auroit $AQ = \frac{2}{5}a + \frac{bb}{10aa}$, & $BQ = \frac{3}{5}a - \frac{bb}{10aa}$. Valeurs dont le rapport sera de 2 : 3, si on néglige le très-petit terme $\frac{bb}{10aa}$. L'observation que nous venons de faire de l'accord de l'expérience avec notre théorie, ne peut que confirmer la méthode dont nous nous sommes servis.

§. 44. Voyons à présent ce qui arriveroit si la force poussante n'étoit pas appliquée dans le lieu où elle doit l'être. On voit d'abord que pour ce qui regarde le mouvement progressif du vaisseau, la résistance produiroit toujours le même effet en quelque endroit que la force fût appliquée, pourvu que ce soit sous la même direction, & qu'une force contraire en détruiroit l'effet en quelque lieu qu'elle fût appliquée. Ainsi le lieu de l'application est absolument indifférent par rapport au mou-

vement progreſſif. Mais il n'en eſt pas de même relativement à l'inclinaiſon du vaiſſeau qui dépend du moment de la force de la réſiſtance par rapport à un axe horizontal paſſant par le centre de gravité ; & quoique la force contraire fût égale à la réſiſtance, il pourroit bien arriver que l'inclinaiſon cauſée par la réſiſtance, n'en fût pas détruite, ou qu'il en réſultât même une nouvelle. C'eſt ce qui arrive ordinairement dans les routes obliques, & il ſemble preſque impoſſible d'empêcher que le vaiſſeau ne ſouffre alors une inclinaiſon très-ſenſible ; mais un vaiſſeau incliné doit ſouffrir une autre réſiſtance que celle que nous lui avons aſſignée, & il ſemble que la réſiſtance directe P en doit le plus ſouvent recevoir quelque augmentation, pendant que la latérale Q en eſt un peu diminuée : la fraction $\frac{P}{Q}$ dans la formule Tang. $\psi = \frac{P}{Q}$. Tang. φ^2, ſera donc un peu augmentée. Cela n'empêche pas que cette formule & les tables que nous en avons déduites, ne puiſſent être d'uſage. Il ne faut que diminuer un peu le rapport de la longueur à la largeur du vaiſſeau. Ainſi, ſi le vaiſſeau appartenoit à la quatrieme eſpece, il faudroit ſe ſervir des Tables de la troiſieme eſpece.

E.

eſt pas de
n du vaiſ-
la force de
e horizon-
ravité ; &
égale à la
r que l'in-
, n'en fût
tât même
e ordinai-
& il ſem-
er que le
nclinaiſon
cliné doit
celle que
ble que la
s ſouvent
, pendant
liminuée :
$\psi = \frac{P}{Q}$.
gmentée.
ormule &
luites, ne
que dimi-
ueur à la
iſſeau ap-
faudroit
e eſpece.

§. 45. Mais ce qui fait ici le principal objet, c'eſt le moment de la réſiſtance par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau, paſſant par ſon centre de gravité ; ainſi dans la figure treizieme, où la ligne Qy repréſente la force de la réſiſtance, & où l'axe vertical paſſe par le point F, le moment de cette force eſt Qy. QF ſin. FQy, & il tend à faire tourner le vaiſſeau autour de l'axe vertical dans le ſens A α. Il ſuit delà que ſi la force pouſſante n'eſt pas appliquée de façon que le moment qui en réſulte en ſens contraire ſoit préciſément égal à celui-là, le vaiſſeau en recevra un mouvement de rotation autour de ſon axe vertical ; & ſi ce mouvement n'eſt pas détruit, le vaiſſeau ne pourra pas ſe maintenir dans la route propoſée : car ſi la différence dans le lieu de l'application de la force étoit un peu conſidérable, le gouvernail ſeul ne ſeroit pas ſuffiſant pour détruire cet effet. De-là ſuit la néceſſité d'obſerver la regle que nous venons de trouver pour le lieu de l'application de la force pouſſante ; au moins à-peu-près, l'effet qui réſulteroit d'une petite aberration pouvant être détruit par l'action du gouvernail, outre que les Pilotes doivent toujours avoir quelques voiles à leur diſpoſition pour ſuppléer à l'action du gouvernail.

§. 46. Nous avons conſidéré juſqu'ici toutes ces forces comme appliquées à la ſurface de l'eau; mais il eſt aiſé de voir que la hauteur à laquelle on applique la force pouſſante, doit être principalement miſe en conſidération lorſqu'il s'agit de l'inclinaiſon que le vaiſſeau ſouffrira par l'action tant de la réſiſtance, que par celle de la force pouſſante, étant évident que plus le lieu de l'application eſt élevé, plus le vaiſſeau en ſera incliné; & comme dans la route oblique la direction de la force pouſſante QY eſt preſque perpendiculaire au grand axe AB, il en réſultera un moment très-conſidérable pour incliner le vaiſſeau autour de cet axe; dont l'effet eſt d'autant plus à craindre, que la ſtabilité par rapport au même axe eſt plus petite. L'on voit delà que pour rendre les vaiſſeaux propres à ſuivre des routes obliques, il eſt néceſſaire d'augmenter leur ſtabilité par rapport au grand axe. Cette matiere ſera traitée plus particuliérement dans la Partie ſuivante.

C

Sur l'ac

§. 47. C
ſente ur
à une p
face de
la direc
vement
vertical
Soit de
obliqui
*b*BK,
poſé, i
vernail
tour d
nous a
de rot
axe pa
corps.
cherch
dans
miner
tical

§.
la di

jusqu'ici
juées à la
voir que
la force
ent miſe
de l'incli-
ur l'action
lle de la
e plus le
s le vaiſ-
dans la
rce pouſ-
laire au
moment
vaiſſeau
d'autant
rapport
voit de-
ropres à
éceſſaire
port au
ée plus
vante.

CHAPITRE VII.

Sur l'action du gouvernail dans la route directe.

§. 47. SUPPOSANT que la figure repréſente une ſection horizontale de la carene, à une profondeur quelconque ſous la ſurface de l'eau, ſoit BA le grand axe, dont la direction eſt la même que celle du mouvement, dont la vîteſſe $= c$, & que l'axe vertical du vaiſſeau paſſe par le point F. Soit de plus BK le gouvernail fixé à une obliquité quelconque, meſurée par l'angle *b*BK, que nous ſuppoſerons $= \zeta$. Cela poſé, il s'agit de trouver l'effet du gouvernail, pour faire tourner le vaiſſeau autour de ſon axe vertical, la méchanique nous apprenant que tous les mouvemens de rotation doivent être rapportés à un axe paſſant par le centre de gravité du corps. Ainſi nous devons premiérement chercher la force qui agit ſur le gouvernail dans cette ſituation, & enſuite en déterminer le moment par rapport à l'axe vertical FG, ou par rapport au point F. *Fig.* 14.

§. 48. Lorſque le vaiſſeau marche dans la direction BA avec la vîteſſe $= c$, le

gouvernail BK ſoutient le même effort que ſi l'eau le choquoit dans une direction contraire avec la même vîteſſe, en ſuppoſant néanmoins que ce choc ou ſa direction n'eſt pas troublée par la figure de la carene; car on comprend aiſément que la figure du corps du vaiſſeau peut altérer très-conſidérablement, non-ſeulement la direction, mais auſſi la vîteſſe avec laquelle l'eau frappe le gouvernail. Mais nous commencerons nos recherches ſur ce ſujet, en faiſant abſtraction de ces irrégularités; nous ſuppoſerons que l'eau vient frapper le gouvernail BK dans la direction BA ou IL avec la vîteſſe $= c$, & quand nous aurons développé ce cas, il ne ſera pas difficile d'eſtimer les aberrations qui peuvent être cauſées par les ſuſdites irrégularités.

§. 49. Le gouvernail étant un plan ſur lequel l'eau arrive par-tout ſous la même obliquité BLI $= bBK = \zeta$, la moyenne direction des efforts de l'eau paſſera par le centre de gravité de la partie de ſon aire plongée dans l'eau. Nous ſuppoſerons ce centre en L, & faiſant cette portion de l'aire $= ff$, nous aurons la force de l'eau égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume eſt égal au produit de l'aire ff par ſin. ζ^2, quarré du ſinus d'incidence, mul-

CH

tiplié par $\frac{cc}{4g}$
$= \frac{ccff}{4g}$. ſin.
par le point
au plan du
de l'effet de
poſerons en
rallele à l'ax
eſt perpendi
tervalle BL
gle $bBL =$
ſin. ζ: mais
en décompo
ſin. ζ^3, &
cof. ζ; la p
ment au m
conde Lq p
& l'autre co
au centre d
l'effet de l'
port au mo

§. 50. O
Lq tomber
centre de g
mens dont
la premier
l'axe tranſ
autour de

effort que
direction
en ſuppo-
ſa direc-
ure de la
nt que la
it altérer
ement la
c laquelle
ous com-
ſujet, en
ularités;
: frapper
n BA ou
nous au-
pas diffi-
peuvent
ularités.

plan ſur
a même
noyenne
ra par le
ſon aire
rons ce
rtion de
de l'eau
dont le
e ff par
, mul-

tiplié par $\frac{cc}{4g}$; de ſorte que cette force ſera $= \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2, ſa direction Lb paſſant par le point L, & étant perpendiculaire au plan du gouvernail. Pour mieux juger de l'effet de cette force, nous la décompoſerons en deux latérales, ſuivant Lp parallele à l'axe AB, & ſuivant Lq qui lui eſt perpendiculaire. Nommant enſuite l'intervalle BL, l, nous aurons, à cauſe de l'angle $bBL = \zeta$, $Bq = l$ cof. ζ & $Lq = l$ ſin. ζ: mais l'angle $Lpb = \zeta$, on aura donc en décompoſant la force ſelon $Lp = \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^3, & celle ſelon $Lq = \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2. cof. ζ; la premiere Lp s'oppoſe directement au mouvement du vaiſſeau; la ſeconde Lq pouſſe le vaiſſeau de côté, l'une & l'autre comme ſi elles étoient appliquées au centre de gravité du vaiſſeau. Tel eſt l'effet de l'action du gouvernail par rapport au mouvement progreſſif du vaiſſeau.

§. 50. Or ſelon que ces deux forces Lp, Lq tombent, au-deſſus ou au-deſſous du centre de gravité, elles fourniſſent des momens dont l'effet eſt d'incliner le vaiſſeau; la premiere Lp autour du petit axe ou de l'axe tranſverſal du vaiſſeau, & l'autre Lq autour de ſon grand axe. Mais le centre

de gravité G du vaiſſeau ſe trouvant ordinairement plus haut que le point L, ſi l'on ſuppoſe cette hauteur FG = h, le moment de la premiere force Lp ſera = $\frac{ccff.h}{4g}$. ſin. ζ^3, dont l'effet eſt d'incliner le vaiſſeau vers la proue qui ſera plongée davantage dans l'eau. L'autre force Lq donne le moment $\frac{ccffh}{4g}$. ſin. ζ^2 cof. ζ, tendant à incliner le vaiſſeau vers le côté droit de la figure, ou vers le côté où ſe trouve le gouvernail. On remarquera que ces effets ſeront d'autant moins ſenſibles, que le centre de gravité G ſera placé plus bas dans le vaiſſeau; & comme la hauteur FG = h ne ſauroit jamais être conſidérable, cet effet du gouvernail ne peut devenir dangereux: auſſi n'y fait-on ordinairement aucune attention.

§. 51. L'effet principal du gouvernail eſt le mouvement qu'il imprime au vaiſſeau autour de l'axe vertical GF; &, pour trouver ce mouvement, il faut chercher le moment des forces par rapport au même axe vertical FG. La force ſuivant Lp étant multipliée par l'intervalle Lq = l ſin. ζ, donnera pour l'axe FG le moment $\frac{ccff}{4g}.l$ ſin. ζ^4, tendant à faire tourner la proue A vers la droite. L'autre force ſuivant Lq, étant

étant multipliée par l'intervalle qF = Bq + BF, donne un moment exprimé par ces deux termes $\frac{ccff.l}{4g}$. ſin. ζ^2. cof. ζ^2 + $\frac{ccf}{4g}$. ſin. ζ^2 cof. ζ. BF, dont l'effet eſt de faire également tourner la proue vers la droite, ou vers le côté où ſe trouve le gouvernail. Ajoutons ces deux momens enſemble, leur ſomme ſera le moment entier tendant à faire tourner le vaiſſeau autour de l'axe FG dans le ſens Aα: cette ſomme eſt $\frac{ccffl}{4g}$ ſin. ζ^2 + $\frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2. cof. ζ. BF. Cette formule fait voir que ſi l'angle bBK étoit = 0, ou ſi le gouvernail étoit dans ſa ſituation naturelle, ce moment de force s'évanouiroit entiérement. Dans le cas où l'on auroit ce même angle ζ = 90, le moment deviendroit $\frac{ccff.l}{4g}$, & partant très-petit, la ligne BF, qui ſurpaſſe pluſieurs fois l'intervalle l, étant ſortie du calcul.

§. 52. L'effet du gouvernail étant nul dans le cas de ζ = 0, & très-petit lorſque ζ = 90°, il eſt évident qu'il doit y avoir un certain angle mitoyen qui rende cet effet le plus grand poſſible. Pour trouver cet angle, négligeons d'abord dans notre formule la partie $\frac{ccffl}{4g}$. ſin. ζ^2 très-pe-

tite à l'égard de l'autre, de sorte que la question se réduise à trouver quelle valeur on doit donner à l'angle ζ, pour que la formule $\frac{ccff}{4g}$. sin. ζ^2. cos. ζ. BF, ou simplement celle-ci sin. ζ^2. cos. ζ ait la plus grande valeur possible. Les regles de l'analyse nous apprennent que cette plus grande valeur a lieu lorsque tang. $\zeta = \sqrt{2}$, ou lorsque sin. $\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ & cos. $\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$: l'angle que nous cherchons bBK doit donc être $= 54^\circ, 44'$; c'est-à-dire, que sous cet angle le gouvernail produit le plus grand effet pour faire tourner le vaisseau; & le moment, en négligeant le petit intervalle l, sera $= \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{ccff.\text{BF}}{g}$. Si l'on voulloit tenir compte du petit intervalle BL $= l$, on feroit la distance BF $= a$, pour avoir cette formule : $\frac{ccffl}{4g}$ sin. $\zeta^2 . + \frac{ccffa}{4g}$ sin. ζ^2. cos. ζ, ou $\frac{ccff}{4g}$ (l sin. $\zeta^2 + a$ sin. ζ^2 cos. ζ), qui doit être un *maximum*, ou simplement celle-ci l sin. $\zeta^2 + a$ sin. ζ^2 cos. ζ. Ici les regles de l'analyse nous conduisent à cette égalité : 3 cos. $\zeta^2 + \frac{2l}{a}$. cos. $\zeta - 1 = 0$. Mais comme $\frac{l}{a}$ est toujours une fraction très-petite, l'angle ζ que donnera cette équation ne différera pas beaucoup du pré-

cédent, qui est de $54^\circ, 44'$. De-là s'ensuit cette approximation assez simple : On ajoutera à l'angle $54^\circ\ 44'$, autant de degrés que la quantité $\frac{23.l}{a}$ contient d'unités ; c'est-à-dire, qu'on fera $\zeta = 54^\circ, 44' + \frac{23.l^\circ}{a}$.

§. 53. Cette détermination n'a lieu qu'autant que l'eau peut arriver librement sur le gouvernail dans la direction AB ou IL, ce qui n'a lieu qu'à la section horizontale la plus profonde de la carene, où elle est terminée par la quille. Cette partie étant presque une ligne droite, n'empêche point l'eau d'arriver sur le gouvernail dans la direction IL avec sa vîtesse entiere $= c$. Mais il n'en est pas de même de toute autre section horizontale de la carene au-dessus de la quille; elle aura, vers le milieu, une largeur très-considérable qui empêchera l'eau de couler librement sur le gouvernail. Si la longueur BK du gouvernail étoit beaucoup plus grande que la demi-largeur de la section, l'eau pourroit y arriver librement au moins sur son extrêmité K; mais cette longueur BK étant ordinairement plus petite que la demi-largeur FD, l'action de l'eau sur le gouvernail sera d'autant plus altérée que les points qu'elle choquera seront

plus voiſins du point B ; ce qui ne peut que rendre la recherche de l'effet du gouvernail fort compliquée. Il faut même convenir que la théorie du mouvement des fluides n'eſt pas encore aſſez approfondie pour qu'on puiſſe déterminer l'altération que ſouffrira tant la vîteſſe que la direction d'un fluide qui paſſe auprès d'un corps ſolide. Nous tâcherons cependant de répandre ſur cette queſtion aſſez de lumiere pour diriger la pratique avec une ſûreté ſuffiſante.

Fig. 15. §. 54. Soit donc ACBD la figure d'une ſection horizontale au-deſſus de la quille, dont la longueur ſoit AB, & la largeur CD ; ſoit de plus la vîteſſe du vaiſſeau ſuivant la direction BA $= c$, comme ci-deſſus ; BK la poſition du gouvernail faiſant avec la quille l'angle $= \zeta$, & L le centre de gravité de la ſurface du gouvernail, ou du moins de la partie qui répond à cette ſection. Cela poſé, il eſt clair que l'eau ne ſauroit arriver ſur le gouvernail près du point B, que ſuivant la direction cB ; c'eſt-à-dire, ſuivant la direction des côtés de cette ſection auprès de la pouppe : d'où l'on voit que ſi cette ſection conſervoit ſa demi-largeur FC preſque juſqu'à la pouppe, & que le côté CB allât s'y joindre par une courbure très-conſidérable, l'eau aux environs de B n'auroit aucun mouvement ; de ſorte qu'elle n'agiroit point ſur le gouvernail qui, par conſéquent, ne produiroit aucun effet. Il faut donc que le côté ACB n'ait en aucune part une grande courbure, & ſur-tout qu'il ne ſoit point anguleux ; mais que la largeur FC diminue peu à peu vers le point B, avec auſſi peu de courbure que les circonſtances le permettent.

§. 55. Suppoſons donc que l'eau coule effectivement près de B ſuivant la direction cB, & ſoit l'angle $CBc = \epsilon$; & comme la longueur du gouvernail BK eſt toujours très-modique par rapport aux dimenſions du vaiſſeau, nous pouvons ſuppoſer que l'eau coule ſelon la même direction ſur tout le gouvernail BK. Soit de plus menée la ligne Li parallele à Bc, pour repréſenter la direction du mouvement de l'eau. Cela poſé, l'angle BLI étant $= \zeta$, & l'angle I Li $= \epsilon$, l'obliquité ſous laquelle le gouvernail eſt frappé, ſera $= \epsilon + \zeta$: quant à la vîteſſe, nous prouverons bientôt qu'elle n'eſt plus $= c$, mais $= c$. cof. ϵ ; de ſorte que la formule trouvée pour le cas précédent s'appliquera aiſément au cas préſent, en écrivant c. cof. ϵ au lieu de c, & l'an-

gle $\zeta + \zeta$ au lieu de ζ; ce qui nous donnera pour expreſſion de la force avec laquelle le gouvernail ſera choqué par l'eau $\frac{cc.\ cof.\ \zeta^2}{48}$. *ff.* ſin. $(\zeta+\zeta)^2$; (§. 49.). On voit par cette formule, que plus l'angle ζ approche de 90°, plus cette force deviendra petite, & elle deviendroit nulle ſi l'angle IL*i* devenoit droit. Or c'eſt préciſément le cas où nous avons déjà remarqué que l'eau n'exerceroit aucune action ſur le gouvernail. Pour trouver le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau, on peut négliger la petite partie qui renfermoit, dans les formules ci-deſſus, la lettre *l*; l'autre partie, qui eſt la plus grande, ſe trouvera en multipliant la force tant par l'intervalle BF, que par le coſinus de l'obliquité du gouvernail, ou par cof. ζ; de ſorte que le moment de force du gouvernail ſera, pour le cas dont il eſt queſtion, $\frac{cc.\ cof.\ \zeta^2}{48}$. *ff.* ſin. $(\zeta+\zeta)^2$. cof. $\zeta \times$ BF.

§. 56. Maintenant, pour trouver l'angle ζ, ou l'obliquité du gouvernail qui produit le plus grand effet, l'analyſe nous fournit cette regle: Qu'on cherche un angle γ, tel que cof. $\gamma = \frac{1}{3}$. cof. ζ, & cet angle trouvé, qu'on prenne $\zeta = 90° - \frac{\zeta+\gamma}{2}$. Ainſi, ſi l'angle ζ ou IL*i* étoit de 45°, ou l'angle

CBD = 90°, on auroit cof. ζ = 7071068, & partant $\frac{1}{3}$ cof. ζ = 2357023 = cof. γ, d'où l'on tire γ = 76°, 22′; donc $\frac{\zeta+\gamma}{2}$ = 60°, 41′. Par conſéquent l'angle ζ = 29°, 19′, qu'on voit être beaucoup plus petit que pour la ſection la plus baſſe de la carene, où nous avions ζ = 54°, 41′. De la valeur que nous venons de trouver, on peut déduire, en faiſant ζ = 0, celle que nous avons trouvée précédemment; car ayant alors cof. ζ = 1,0000000, nous aurons cof. γ = 0,3333333, & de-là γ = 70°, 32′; donc $\frac{\beta+\gamma}{2}$ = 35°, 16′, & partant ζ = 54°, 44′, comme on l'a trouvé ci-deſſus. De-là s'enſuit une remarque bien importante pour les Pilotes, que pour obtenir le plus prompt effet du gouvernail, il faut lui donner une obliquité moindre que celle de 54°, 44′, preſcrite juſqu'ici par les Géometres: car ſi la plus haute ſection de la carene demande une obliquité de 29°, 18′, pendant que la plus baſſe en exige une de 54°, 44′, il faut ſans doute en prendre une entre ces deux limites. La moyenne arithmétique ſeroit = 42°, 1′; mais comme le gouvernail eſt beaucoup plus large en bas qu'au niveau de l'eau, & que les chocs en bas ſont beaucoup plus forts qu'en haut,

l'obliquité moyenne doit beaucoup plus approcher de la plus grande limite. D'où il ſemble qu'on pourroit établir cette regle, qu'une obliquité d'environ 48° produira preſque toujours le plus grand effet ; ou bien que, pour obtenir ce plus grand effet, le Pilote doit mettre la barre du gouvernail de maniere qu'elle faſſe avec l'axe du vaiſſeau un angle de 48°, ou au moins de 45°, les différences étant preſque inſenſibles dans le voiſinage d'un *maximum*.

§. 57. Il ne nous reſte qu'à expoſer les raiſons qui nous ont déterminé à fixer à *c*. cof. ϵ, la valeur de la vîteſſe avec laquelle l'eau frappe le gouvernail. Pour cela, nous ſuppoſerons que la poſition actuelle d'une ſection de la carene, que nous conſidérons, eſt repréſentée dans la figure par ABM, AB étant le grand axe du vaiſſeau, BM une partie quelconque de ſon côté, & partant l'angle ABM = ϵ : enſuite qu'après une ſeconde de tems cette figure ſoit avancée en *a b m*, par l'eſpace B*b* = *c* = M*m*, la vîteſſe *c* étant exprimée par l'eſpace parcouru dans une ſeconde. Dans cet état, ſi l'eau qui environnoit le vaiſſeau dans la poſition ABM, ne ſuivoit pas le vaiſſeau dans ſon mouvement, l'eſpace B*b m*M reſteroit vuide ; mais l'état de preſ- *Fig.* 16.

C

ſion où l'ea
tement à ſi
l'eſpace B*b*
même par
donc du p
pendiculair
N ira remp
ſucceſſion
l'eſpace N
ce même ϵ
M*m* = B*b*
= ϵ, la v
= *c*, ſin.
tenant, po
l'eau frapp
ger le vai
toute la m
ſeau avec
Dans cette
en N, ou
en *m*, ſer
N*n* paral
donc ce n
pre mouv
parallélog
nale NM
la vîteſſe
gard du
*m*MN =
donc =

E.

up plus ap-
e. D'où il
ette regle,
produira
effet ; ou
rand effet,
u gouver-
c l'axe du
moins de
ue inſenſi-
imum.

xpoſer les
à fixer à
avec la-
ail. Pour
ſition ac-
que nous
la figure
e du vaiſ-
ue de ſon
ϵ : enſuite
tte figure
e B*b* = *c*
imée par
de. Dans
vaiſſeau
it pas le
l'eſpace
t de preſ-

ſion où l'eau ſe trouve, l'oblige bien promptement à ſuivre le vaiſſeau, & à remplir l'eſpace B*b m*M : cette ſucceſſion ſe fera même par le plus court chemin. Menant donc du point *m* ſur le côté BM la perpendiculaire *m*N, il eſt clair que l'eau de N ira remplir le vuide près de *m*, & cette ſucceſſion ſe faiſant dans une ſeconde par l'eſpace N*m*, ſa vîteſſe ſera exprimée par ce même eſpace : donc puiſque l'intervalle M*m* = B*b* = *c* & l'angle *m*MN = ABM = ϵ, la vraie vîteſſe de l'eau en N ſera = *c*, ſin. ϵ, ſa direction étant N*m*. Maintenant, pour trouver la vîteſſe avec laquelle l'eau frappe le gouvernail, il faut enviſager le vaiſſeau comme étant en repos, & toute la mer comme courant contre le vaiſſeau avec la vîteſſe *c* dans la direction AB. Dans cette ſuppoſition, une molécule d'eau en N, outre ſon propre mouvement de N en *m*, ſera tranſportée en *n*, en parcourant N*n* parallele & égale à *b*B. Combinant donc ce mouvement par N*n* avec ſon propre mouvement par N*m*, on achevera le parallélogramme M*m*N*n*, dont la diagonale NM repréſentera tant la direction que la vîteſſe dont l'eau en N ſe meut à l'égard du vaiſſeau. Or, M*m* = *c* & l'angle *m*MN = ϵ, cette diagonale NM ſera donc = *c*. cof. ϵ. La vîteſſe avec laquelle

l'eau frappe le gouvernail, eſt donc en effet $= c.$ cof. ζ, comme nous l'avons ſuppoſé ci-deſſus ; & comme la direction NM eſt auſſi la même que celle que nous lui avons aſſignée, cette théorie paroît ſuffiſamment établie.

CHAPITRE VIII.

Sur l'action du gouvernail dans les routes obliques.

§. 58. NOUS commencerons nos recherches ſur le ſujet que nous nous propoſons dans ce Chapitre, par les coupes horizontales les plus baſſes de la carene, qui ne contiennent que la quille du vaiſſeau. Supposant donc que la droite AB repréſente la quille, Aα ou FX la direction du mouvement dont la vîteſſe ſoit toujours $= c$, de ſorte que l'angle AFX ſoit l'angle de la dérive, que nous nommerons comme ci-deſſus φ; ſuppoſant de plus que le gouvernail BK fait avec la quille prolongée l'angle KBS $= \zeta$, & cela dans le même ſens que la dérive AFX, il s'agit de déterminer tant la vîteſſe que la direction avec laquelle l'eau viendra frapper le gouvernail BK. Pour cela, nous ſuppoſerons le vaiſſeau en repos, & que l'eau ſe meut ſuivant la direction

Fig. 17.

αA ou XF avec une vîteſſe $= c$; il eſt d'abord clair que le corps de la quille s'oppoſant à la continuation de ce mouvement, l'eau ſera obligée de changer peu à peu de direction, à meſure qu'elle s'en approchera ; de façon que, près de la pouppe en B, elle ſuivra la direction de la quille FB avec une vîteſſe diminuée, qu'on pourra eſtimer égale à $c.$ cof. φ. Mais à quelque diſtance de la quille, la direction de l'eau approchera davantage de ſa direction naturelle XF, & cela d'autant plus qu'elle ſera plus éloignée de la quille : or, le gouvernail ayant peu d'étendue, ſi l'on ſuppoſe ſon milieu en L, qu'on mene la droite IL parallele à la quille, & qu'on repréſente la direction de l'eau par la ligne iL, l'angle ILi ſera plus petit que celui de la dérive AFX $= \varphi$, & la vîteſſe par conſéquent plus grande que $c.$ cof. φ ; mais comme il n'eſt guere poſſible de rien déterminer avec préciſion ſur ce ſujet, nous prendrons quelqu'autre angle θ moindre que φ, & ſuppoſant l'angle ILi $= \theta$, nous aurons la vîteſſe de l'eau $= c.$ cof. θ. La force avec laquelle l'eau choque le gouvernail, aura donc pour expreſſion $\frac{cc.\ cof.\theta^2}{45}.\ ff.$ ſin. $(\zeta + \theta)^2$, à cauſe de l'angle d'incidence BLi $= \zeta + \theta$: ff exprimant la ſurface du gouvernail à cet

endroit, & la ligne LS perpendiculaire à cette ſurface, indiquant la direction de la force.

§. 59. On voit au reſte que dans cette recherche il faut recourir à quelque eſtime pour déterminer à-peu-près la direction de l'eau ſur le point L. Ce défaut d'exactitude ne ſera pas regardé comme un grand mal, ſi l'on conſidere qu'une détermination exacte ne ſeroit guere plus avantageuſe pour la pratique, puiſqu'il ſuffit de connoître en gros que l'eau frappera effectivement le gouvernail. Or le moment de cette force par rapport à l'axe vertical FG, en négligeant la petite portion qui dépend de l'intervalle BL, ſe trouvera comme ci-deſſus $= \frac{cc.\ cof.\ \theta^2}{4.g}.\ ff.\ \text{ſin.}\ (\zeta+\theta)^2.\ \text{cof.}\ \zeta \times BF$.

On voit déjà, par cette formule, que pour obtenir le plus grand effet, l'angle ζ doit être pris plus petit que $54^\circ, 44'$. Pour connoître cet angle plus exactement, on cherchera un angle ν tel que $\text{cof.}\ \nu = \frac{1}{3}\ \text{cof.}\ \theta$; & on prendra $\zeta = 90^\circ - \frac{\nu+\theta}{2}$. Au reſte la dérive φ ſurpaſſant rarement 20 degrés, on pourra faire $\theta = \frac{1}{2}\varphi$, & la formule ne s'écartera pas conſidérablement de la vérité. Car θ ne ſurpaſſant pas 10 degrés, on voit qu'il n'en ſauroit réſulter aucune erreur ſenſible, lors même que cet angle devroit être de quelques degrés ou plus grand, ou plus petit. Prenant donc $\theta = 10^\circ$, on aura $\nu = 70^\circ, 50'$, & $\zeta = 49^\circ, 35'$. Dans cette hypotheſe le premier facteur $cc.\ \text{cof.}\ \theta^2$ n'eſt pas conſidérablement diminué par la multiplication de $\text{cof.}\ \theta^2$: ainſi il ſeroit inutile de prétendre à un plus haut degré de préciſion.

§. 60. Si le gouvernail étoit tourné du côté oppoſé à celui de la dérive, le cas ſeroit entiérement différent du précédent, la ſurface du gouvernail ne pouvant alors recevoir que l'eau qui vient d'au-delà de la proue A, ſuivant la direction A α. Or il eſt clair que ſi elle conſervoit ſa direction, elle ne parviendroit pas à frapper le gouvernail, quand même il ſeroit plus long qu'à l'ordinaire. Mais l'eau qui a commencé à couler ſuivant la direction A α, change peu à peu de route, & courbe ſon chemin à-peu-près ſelon la ligne $\alpha\zeta\gamma$, de façon que quelques-uns de ſes filets parviennent à atteindre l'extrêmité du gouvernail. Il eſt vrai que la force qui en réſulte ne peut être que beaucoup plus petite que dans le cas précédent. Auſſi ne ſait-on que trop par l'expérience, qu'il eſt preſque impoſſible, en pareil cas, de faire tourner les vaiſ- *Fig. 18.*

ſeaux dans le ſens oppoſé à la dérive, par le moyen du gouvernail. Les Pilotes ſuppléent ordinairement par quelques voiles ; & il ne paroît pas comment il ſeroit poſſible de remédier autrement à cet inconvénient, à moins qu'on ne voulût établir un gouvernail à la proue. Mais des obſtacles abſolument inſurmontables s'oppoſeroient à l'emploi de ce moyen.

§. 61. Conſidérons à préſent une ſection plus élevée de la carene, dont la largeur ſoit repréſentée par la ligne CD, la longueur, comme ci-devant, par la ligne BA, la direction du mouvement par la droite FX, & la dérive par l'angle AFX = φ. Cela poſé, le gouvernail BK étant tourné du côté de la dérive, & ſon obliquité étant l'angle SBK = ζ, il eſt clair que dans ce cas l'eau peut couler plus librement ſur le gouvernail que dans la route directe, & par conſéquent qu'elle perdra moins de ſa vîteſſe : les déterminations que nous avons trouvées dans le Chapitre précédent, auront encore lieu ici. Mais comme l'obliquité d'incidence de l'eau eſt plus grande dans le cas préſent, même pour la ſection la plus baſſe de la carene, il s'enſuit que pour produire le plus grand effet, l'angle ζ doit être pris plus petit que ci-deſſus ; & Fig. 19.

peut-

cet a

rema

utilité

bien

non,

donn

le pl

§.

contr

du cô

bord

la dir

le go

peu ſ

ce cas

entiér

l'effet

que d

l'eau

fait v

court

défau

gueur

largeu

ou fa

que l'

côtés

verna

IE.

dérive, par

Pilotes ſup-

ques voiles ;

ſeroit poſſi-

cet inconvé-

ît établir un

les obſtacles

ppoſeroient

nt une ſec-

dont la lar-

gne CD, la

par la ligne

ient par la

AFX = φ.

tant tourné

iquité étant

que dans ce

ment ſur le

directe, &

moins de ſa

nous avons

cédent, au-

nme l'obli-

plus grande

r la ſection

'enſuit que

t, l'angle ζ

-deſſus ; &

peut-être fera-t-on bien de ne pas porter cet angle SBK au-delà de 40 degrés. Cette remarque au reſte n'eſt pas d'une grande utilité pour la pratique ; les Pilotes ſentent bien ſi le vaiſſeau obéit au gouvernail ou non, & quelle obliquité il convient de lui donner pour obtenir l'effet le plus grand & le plus prompt.

§. 62. La plus grande difficulté ſe rencontre lorſque le gouvernail BK eſt tourné du côté oppoſé à la dérive. L'on voit d'abord que l'eau coulant de la proue ſuivant la direction A*a*, peut à peine parvenir ſur le gouvernail, quoiqu'elle courbe peu à peu ſon chemin. Auſſi voit-on que dans ce cas la plupart des vaiſſeaux ſe refuſent entiérement à l'action du gouvernail, dont l'effet ſeroit toujours beaucoup plus petit que dans la route directe, quand même l'eau parviendroit à le choquer. La figure fait voir encore que plus le vaiſſeau eſt court par rapport à ſa largeur, & plus ce défaut doit être ſenſible. Mais ſi la longueur du vaiſſeau ſurpaſſe pluſieurs fois ſa largeur, & que ſon arriere ſoit bien taillé ou façonné vers le gouvernail, de façon que l'eau puiſſe aiſément gliſſer le long des côtés du vaiſſeau, ſon action ſur le gouvernail pourra devenir aſſez conſidérable ;

avantage très-considérable de cette espece de vaisseaux. Aussi voyons-nous que les constructeurs de vaisseaux sont dans l'usage de rétrecir insensiblement la figure de la pouppe, en supprimant presque toute courbure, dans la vue de procurer à leurs vaisseaux l'excellente prérogative de bien obéir au gouvernail. Les constructeurs ont encore imaginé un autre moyen très-propre à remplir le même objet: ils donnent à la quille une position inclinée à l'horizon; de façon que la pouppe, & par conséquent le gouvernail, sont plongés à une plus grande profondeur que l'avant du vaisseau. Par ce moyen, l'eau arrive sur le gouvernail, & le choque dans sa partie inférieure avec plus de liberté. Il est encore en ce cas une circonstance qui facilite l'action du gouvernail, c'est que dans les routes où la dérive se trouve, par exemple, à stribord, le vaisseau penchant très-considérablement de ce côté, il arrive que la quille se trouve beaucoup plus à découvert à bas-bord; de sorte que le corps du vaisseau n'empêche plus tant les eaux d'arriver sur le gouvernail.

§. 63. Au reste il est bon d'avertir encore, que ce que nous avons dit sur la plus grande action du gouvernail, ne doit pas être regardé comme une regle nécessaire au point qu'on

qu'on doive la suivre dans tous les cas où l'on a besoin du gouvernail. Car tant qu'un vaisseau doit tenir la même route, l'emploi du gouvernail ne devient nécessaire que quand la direction du vaisseau a été un peu changée par quelqu'accident; de sorte qu'il ne s'agit que de le remettre à route. Or une très-petite action du gouvernail est le plus souvent suffisante pour produire cet effet; & ce seroit mal-à-propos que dans un tel cas on chercheroit à donner au gouvernail la situation requise pour produire le plus grand effet. Ce n'est donc que quand il est question de faire tourner brusquement le vaisseau, qu'on doit recourir à l'action la plus efficace du gouvernail. Il faut examiner à présent le mouvement de rotation que l'action du gouvernail imprime au vaisseau, & de quelle maniere elle l'imprime. C'est ce qui fera le sujet du Chapitre suivant.

CHAPITRE IX.

Sur le mouvement de rotation que l'action du gouvernail imprime aux vaiſſeaux.

§. 64. POUR déterminer le mouvement de rotation imprimé à un vaiſſeau autour de ſon axe vertical par l'action du gouvernail, il faut, avant toutes choſes, bien déterminer le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau. Or nous venons de voir que ce moment eſt toujours exprimé par une formule de cette forme : $\frac{\alpha . cc}{4g}$. *ff*. BF ; *ff* déſignant la ſurface du gouvernail, BF la diſtance du gouvernail à l'axe vertical du vaiſſeau, *c* la vîteſſe du vaiſſeau, & α un co-efficient numérique, provenant de l'obliquité du gouvernail, de la dérive du vaiſſeau, & de la figure de la pouppe ; enſorte que cette formule renferme quatre dimenſions linéaires, trois deſquelles donnent un volume d'eau, dont le poids repréſente la force, & cette force multipliée par la quatrieme ligne, donne ce qu'on appelle le moment de force. On voit de-là que ce moment eſt toujours proportionnel au quarré de la vîteſſe ; de façon que plus le mouvement du vaiſſeau

[X.

e l'action
iſſeaux.

ouvement
au autour
u gouver-
, bien dé-
e par rap-
Or nous
: eſt tou-
cette for-
la ſurface
u gouver-
la vîteſſe
: numéri-
ı gouver-
, & de la
cette for-
linéaires,
ne d'eau,
, & cette
ıe ligne,
: de force.
t toujours
teſſe ; de
. vaiſſeau

eſt rapide, plus l'effet du gouvernail deviendra grand : un vaiſſeau en repos eſt en effet inſenſible au gouvernail. Il eſt également évident que cette force eſt proportionnelle à la ſurface du gouvernail *ff* ; enfin elle l'eſt encore à la diſtance BF, d'où l'on voit que plus cette diſtance eſt grande, ou plus la longueur du vaiſſeau ſurpaſſe ſa largeur, plus l'action du gouvernail eſt efficace. Les vaiſſeaux longs, outre les avantages que nous leur avons déjà remarqués, auront donc encore celui d'être plus ſenſibles au gouvernail.

§. 65. Mais la connoiſſance de ce moment ne ſuffit pas pour nous mettre en état de déterminer le mouvement imprimé au vaiſſeau, on a beſoin encore d'un autre élément tiré de la maſſe même du vaiſſeau, de la même maniere que, s'il s'agiſſoit du mouvement progreſſif, il faudroit, pour avoir ce qu'on nomme accélération, diviſer la force mouvante par la maſſe du corps. Mais étant queſtion ici d'un mouvement de rotation, il faut diviſer le moment de force par une quantité qu'on nomme le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe de rotation. Or, ſelon les regles de la méchanique, ce moment d'inertie ſe trouve en multipliant toutes les

masses ou poids dont le vaisseau est composé, chacune par le quarré de sa distance à l'axe de rotation. Multipliant donc tous les poids du vaisseau, chacun par le quarré de sa distance à l'axe vertical FG, il en résultera un produit du poids entier du vaisseau M par le quarré d'une certaine distance moyenne entre les plus grandes & les plus petites distances; nous supposerons cette distance = k, de façon que le moment d'inertie en question sera = M*kk*. Ou bien réduisant le poids du vaisseau à un volume d'eau, comme nous avons fait pour le moment de force, on écrira au lieu de M le volume de la partie submergée ou de la carene, indiqué ci-dessus par la lettre V; de sorte que notre moment d'inertie sera = V.*kk*. Cette formule renferme donc cinq dimensions linéaires.

§. 66. Maintenant, pour trouver l'accélération dans le mouvement de rotation, il faut, selon les regles de la méchanique, multiplier le moment de force par 2*g* ou par le double de la hauteur, dont les corps tombent librement dans une seconde, & diviser ce produit par le moment d'inertie du vaisseau; de maniere que cette accélération sera exprimée par cette formule $\frac{1}{2}\cdot\frac{ccff.\,BF}{V.kk}$, laquelle ayant en haut & en bas cin
fractior
de la vi
seconde
rons un
est capa
conde.
dont le
miere s
angulai
Quant a
les vitel
portion
courus
tems éc
aucune
vante d

§. 67
commer
quent s
frent q
la force
plus la
ment de
miné p
plus, le
axe, rer
tend à
dant, t

st com-
istance à
tous les
arré de
n résul-
du vais-
ine dis-
ndes &
oserons
: le mo-
= M*kk*.
isseau à
ons fait
crira au
submer-
essus par
moment
ule ren-
ires.
er l'accé-
otation,
hanique,
ar 2*g* ou
les corps
onde, &
t d'iner-
cette ac-
formule
ut & en

bas cinq dimensions linéaires, donne une fraction numérique, qui exprime le sinus de la vîtesse angulaire engendrée dans une seconde: il faut observer que nous mesurons une vîtesse angulaire par l'angle qu'elle est capable de faire parcourir dans une seconde. De-là on comprend que l'angle dont le vaisseau sera tourné dans la premiere seconde, sera la moitié de la vîtesse angulaire que nous venons de trouver. Quant au mouvement suivant, on sait que les vîtesses angulaires acquises seroient proportionnelles aux tems, & les angles parcourus par la rotation, aux quarrés des tems écoulés, si le vaisseau ne rencontroit aucune résistance, & que la force mouvante demeurât la même.

§. 67. Mais aussi-tôt que le vaisseau commence à tourner, & que par conséquent sa direction ainsi que sa vîtesse souffrent quelque changement, il est clair que la force de l'eau sur le gouvernail ne sera plus la même; d'où il suit que le mouvement de rotation ne peut plus être déterminé par le même moment de force. De plus, le vaisseau tournant autour de son axe, rencontre dans l'eau une résistance qui tend à diminuer ce mouvement. Cependant, tant que ce mouvement est encore

très lent, le changement dans la force & la réſiſtance ne ſauroit être ſenſible, & l'on peut, pour le petit tems d'une ſeconde, regarder le mouvement engendré comme d'accord avec notre formule; de ſorte qu'après une ſeconde la vîteſſe de rotation ſera à-peu-près la même que celle que nous venons d'aſſigner. Mais il ne s'agit pas tant ici d'une meſure abſolue de ce mouvement, que de la proportion qui a lieu à cet égard dans les différentes eſpeces de vaiſſeaux : ainſi connoiſſant le rapport entre les quantités ff, BF, V, & kk, pour deux vaiſſeaux différens, & les vîteſſes c avec leſquelles ils cinglent dans des circonſtances ſemblables, on eſt en état de juger lequel de ces deux vaiſſeaux obéira mieux à l'action de ſon gouvernail, & de déterminer le rapport qui aura lieu entre les vîteſſes de rotation, avec leſquelles chacun tournera autour de ſon axe vertical.

§. 68. Pour développer la nature de ce rapport nous ferons, comme ci-deſſus, la longueur de la carene à la flottaiſon $= a$, la largeur $= b$, & la profondeur $= e$, le volume de la carene V ſera à-peu-près proportionnel au produit abe. Le quarré kk dépend tant de la longueur a que de la largeur b; ainſi, on ne ſe trompera guere

en le ſuppoſant proportionnel au produit ab. Quant au gouvernail, ſes dimenſions ſe reglent ordinairement ſur la largeur du vaiſſeau; & comme la profondeur e en eſt la principale, on peut regarder la ſurface ff comme proportionnelle au produit be. Enfin, l'intervalle BF eſt évidemment proportionnel à la longueur a. Il ſuit de-là, que la vîteſſe de rotation engendrée dans une ſeconde ou dans un autre petit intervalle de tems, eſt proportionnelle à cette formule $\frac{\alpha cc}{ab}$: le co-efficient α renfermant les petites différences cauſées par la diverſité des conſtructions & des routes. Il paroît, par cette formule, que le mouvement de rotation ſuit la raiſon directe du quarré de la vîteſſe du ſillage, & l'inverſe du produit ab, ou de l'aire de la ſection d'eau. Ainſi de deux vaiſſeaux parfaitement ſemblables, dont l'un a toutes ſes dimenſions deux fois plus grandes que l'autre, la vîteſſe de rotation du plus grand ſera quatre fois plus petite que celle du plus petit, bien entendu que la vîteſſe du ſillage eſt la même dans les deux vaiſſeaux.

§. 69. Nous terminerons cette partie en diſant un mot de la force que le Pilote doit employer pour maintenir le gouvernail dans

une obliquité donnée. Pour cet effet, ſoit l'obliquité du gouvernail KBS $= \zeta$, à laquelle l'obliquité d'incidence de l'eau ſur ſa ſurface eſt à-peu-près égale; la force avec laquelle il eſt frappé, ſera $= \frac{cc}{4g} ff$ ſin. ζ^2. Multipliant cette quantité par l'intervalle BL $= l$, le point L étant le centre du gouvernail, on aura le moment par rapport à l'axe B, autour duquel le gouvernail eſt mobile. Le Pilote doit donc employer une force telle qu'étant appliquée à la barre du gouvernail, elle produiſe un moment $= \frac{cc}{4g} . ffl$ ſin. ζ^2; d'où l'on voit que le moment de force du Pilote eſt proportionnel, 1°. au quarré de la viteſſe du vaiſſeau; 2°. à la ſurface du gouvernail; 3°. à l'intervalle BL; & 4°. au quarré du ſinus de l'obliquité à laquelle il veut maintenir le gouvernail.

Fig. 1.

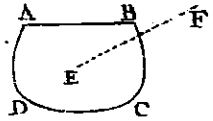


Fig. 2.

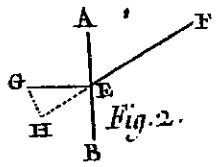
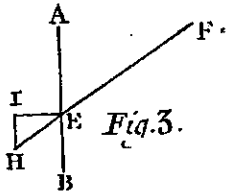


Fig. 3.



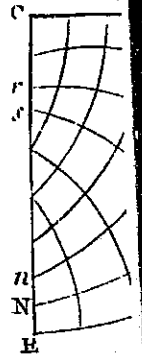


Fig. 4.

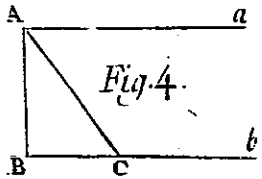


Fig. 5

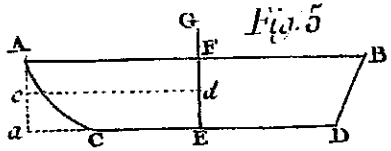
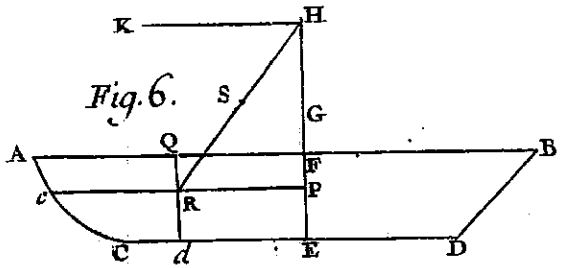


Fig. 6.



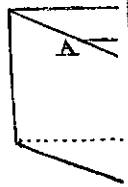


Fig. 7.

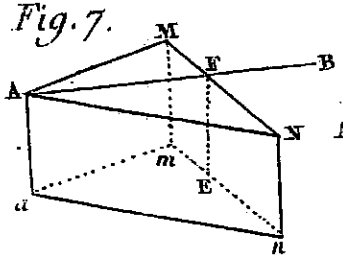
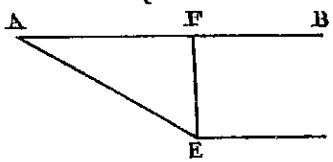
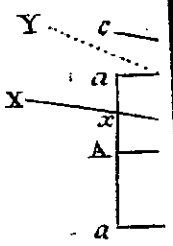


Fig. 8.





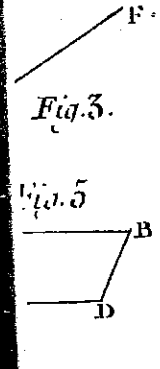


Fig. 3.

Fig. 5

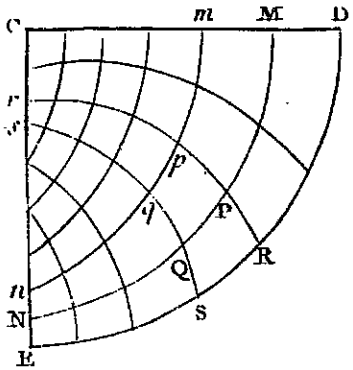


Fig. 9.

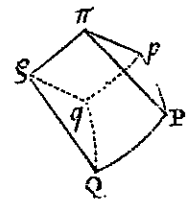


Fig. 10.

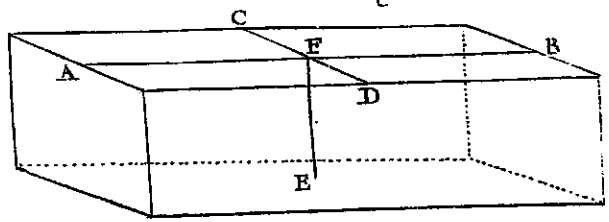
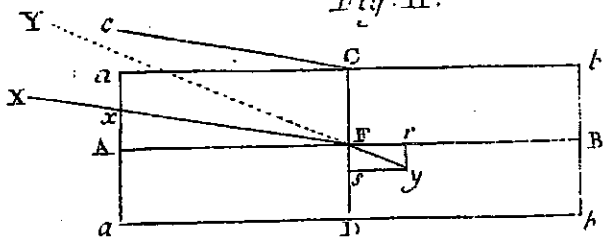


Fig. 11.



E.

Fig. 12.

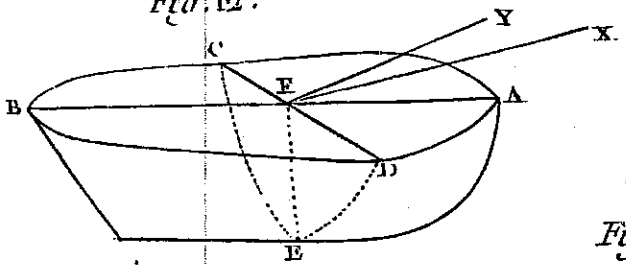


Fig. 13.

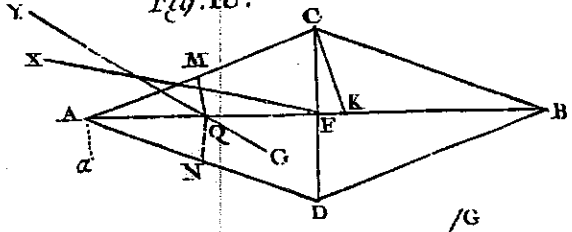


Fig. 14.

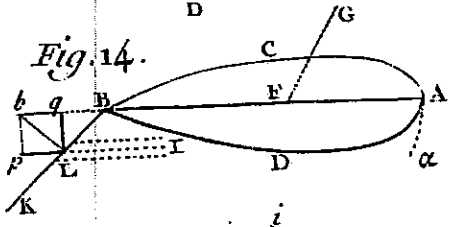
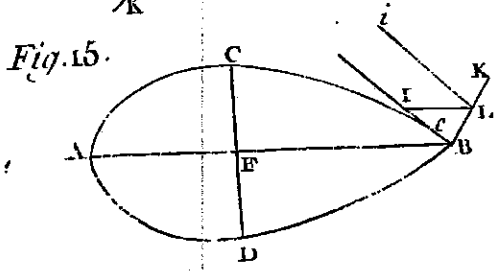
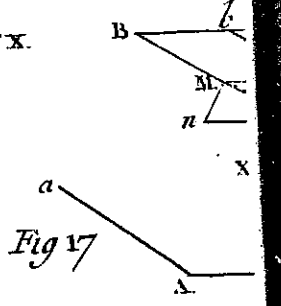
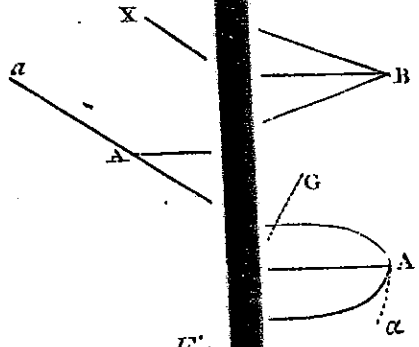
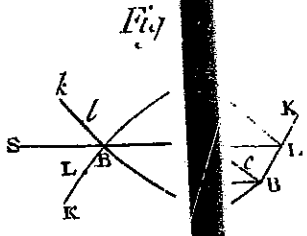


Fig. 15.









rement

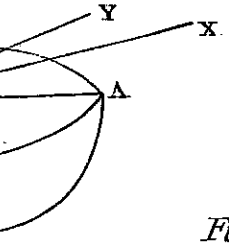


Fig 16

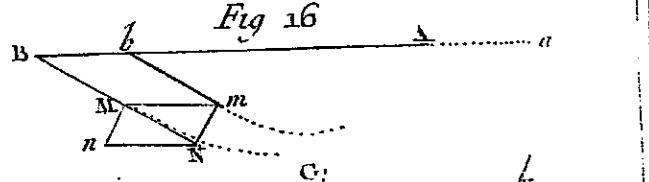


Fig 17

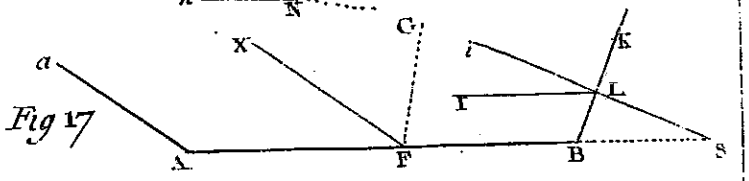


Fig. 18.

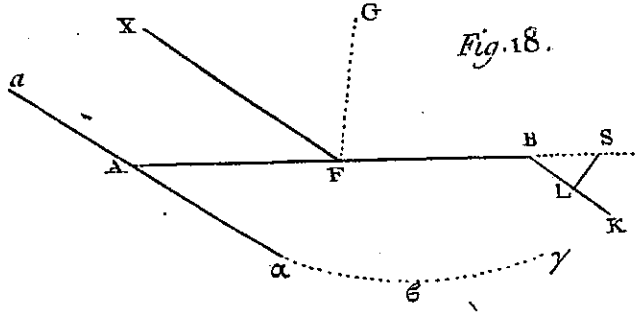
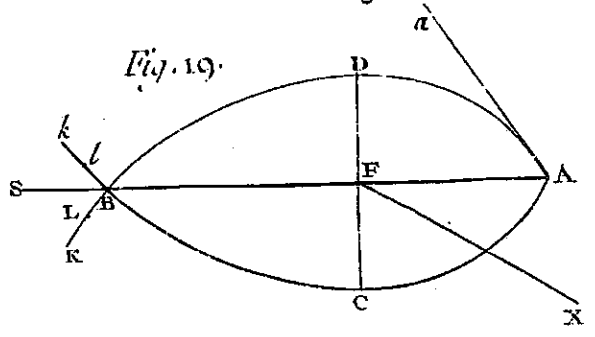


Fig. 19.



TIE.

faut exclure

rement partagées également de part & d'autre de ce plan, la détermination de ce point