CAPVT III.

DE

SVMMA MICROSCOPIORVM HVIVS GENERIS PERFECTIONE, DVM OPE LENTIVM CONCAVARVM ET EX ALIA VITRI SPECIE CONFECTARVM OMNIS PLANE CONFVSIO AD NIHILVM REDIGITVR.

Problema 1.

189.

Loco lentis obiectiuae duas lentes, quarum prior sit concaua, substituere, vt manentibus binis lentibus posterioribus confusio omnis tollatur.

Solutio.

Cum hic ergo quatuor habeantur lentes ideoque tria interualla litterarum P, Q, R vltima debet esse negatiua, ponatur ergo $R = -k$ et vt margo coloratus tollatur, ex supra traditis manifestum est, capi debera $k = 1$ ita, vt sit $PQ = \frac{ma}{b}$; deinde vt simul idem campus comparetur, qui ante, debet esse $\mathfrak{C} = -2$

et

et $\mathfrak{C} = -\frac{2}{3}$; vnde distantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a;\quad q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}\cdot a;$$

$$r = -2\, A\, B\cdot\frac{b}{m} \text{ et } s = -\frac{2}{3}\cdot A\, B\cdot\frac{b}{m};$$

interualla vero lentium

$$I^{mum} = A\, a\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -\frac{ABa}{P} + A\, B\cdot\frac{b}{m} \text{ et}$$

$$III^{tium} = -\frac{4}{3}\cdot A\, B\cdot\frac{b}{m} = 2\, s;$$

et, vt ante, distantia oculi $O = \frac{1}{2}\, s\left(1 + \frac{b}{ma}\right)$ quemadmodum etiam spatii in obiecto conspicui semidiameter manet $= \frac{1}{2}\cdot\frac{ab}{ma+b}$; nunc autem cum prima lens debeat esse concaua, necesse est, sit $\mathfrak{A} < 0$ ideoque et $A < 0$ quare oportebit esse $P < 1$. tum vero ob $A\, B < 0$, debet esse $B > 0$. ideoque etiam $\mathfrak{B}$ quantitas positiua. Ponamus iam, vt ante, quoniam duae priores lentes sibi debent esse proximae, interuallum primum $= -\zeta\cdot p$ fietque

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{\mathfrak{A}}{A}\cdot\zeta = 1 + (1 - \mathfrak{A})\,\zeta.$$

Cum prima lens sit concaua, sit ea quoque ex vitro chrystallino parata, dum reliquae ex vitro coronario factae esse sumuntur; ita, vt nunc n denotet $1,58$ et $n' = 1,53 = n'' = n'''$, quibus reliquae litterae independentes consentaneae esse debent. Quo posito aequatio omnem confusionem a diuersa radiorum refrangibilitate oriundam tollens erit

0 =

$$0 = N.\frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2}.\frac{1}{q} + \frac{N'}{P^2Q^2}.\frac{1}{r} + \frac{N'}{P^2Q^2R^2}\ \frac{1}{s} \text{ seu}$$
$$0 = \frac{N}{N'}.\frac{1}{p} + \frac{1}{P^2.q} + \frac{b^2}{m^2a^2.r} + \frac{b^2}{m^2a^2.s};$$

vbi duo posteriora membra manifesto reiici possunt et cum sit circiter $\frac{N}{N'} = \frac{10}{7}$ et $P = 1$ proxime, haec aequatio dabit

$$0 = \frac{10}{7}.\frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{1}{A\mathfrak{B}};\ \text{adeoque}\ \mathfrak{B} = \frac{7}{10}.\frac{\mathfrak{A}}{A} = \frac{7}{10}(1-\mathfrak{A})$$
$$\text{et}\ B = \frac{7(1-\mathfrak{A})}{3+7\mathfrak{A}};$$

qui valor vt fiat positiuus, existente $\mathfrak{A} < 0$, necesse est, vt $3 + 7.\mathfrak{A}$ sit positiuum siue $-\mathfrak{A} < \frac{3}{7}$ si autem non sit $P = 1$, adcuratius habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{10}(1-\mathfrak{A})(1+(1-\mathfrak{A})\zeta)$$

vbi tantum notetur, esse debere $\mathfrak{B} < 1$. vt etiam B prodeat positiuum.

Ponatur igitur

$$(1-\mathfrak{A})(1+(1-\mathfrak{A})\zeta) < \frac{10}{7}\ (1-\mathfrak{A})^2 + \frac{1-\mathfrak{A}}{\zeta} < \frac{10}{7\zeta}$$

et addito vtrinque $\frac{1}{4\zeta^2}$ oportebit esse

$$1 - \mathfrak{A} + \frac{1}{2\zeta} < \sqrt{\frac{10}{7\zeta} + \frac{1}{4\zeta^2}}.$$

Ne nunc binae priores lentes sibi nimium fiant vicinae, statuamus $\zeta = \frac{1}{7}$ capique debebit

$$1 - \mathfrak{A} < -\frac{7}{2} + \sqrt{10 + \frac{49}{4}}\ \text{seu}\ 1 - \mathfrak{A} < 1,217.$$

Sumamus igitur

$$1 - \mathfrak{A} = 1,2 = \frac{6}{5}\ \text{eritque}\ \mathfrak{A} = -\frac{1}{5}\ \text{et}\ A = -\frac{1}{6};$$

tum vero ob $\zeta = \frac{1}{7}$ erit $\frac{1}{p} = \frac{41}{35}$ hincque

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{41}{35} = \frac{246}{250} = \frac{123}{125} \text{ et } B = \frac{123}{2} = 61\tfrac{1}{2};$$

vnde ſequitur $AB = -10\frac{1}{4}$, qui valor ſine dubio nimis eſt paruus, quia pro magnis multiplicationibus pro r nimis exiguum praeberet valorem; verum notandum eſt, ſi $1 - \mathfrak{A}$ tantillo maior caperetur quam $\frac{6}{5}$, vt diſcrimen in praxi ſentiri non poſſet; tum productum $A\,B$ quantumuis magnum euadere poſſe ſi enim ponamus $1 - \mathfrak{A} = \frac{6}{5} + \omega$ inde elicitur

$$B = \frac{246 + 235\,\omega + 25\,\omega^2}{4 - 235\,\omega - 25\,\omega^2};$$

qui valor adeo infinitus euaderet, ſi tantum ſumeretur $\omega = \frac{1}{50}$ proxime quo pacto valores A, $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ vix ſenſibiliter mutarentur, ita, vt ſumtis hisce valoribus

$$\mathfrak{A} = -\tfrac{1}{5};\; A = -\tfrac{1}{6};\; \tfrac{1}{p} = \tfrac{41}{35} \text{ ob}$$

$$\zeta = \tfrac{1}{7} \text{ et } \mathfrak{B} = \tfrac{123}{125} = 1 - \tfrac{2}{125};$$

littera B adhuc vt indefinita ſpectari, atque ſine haeſitatione ita definiri poſſit, vt littera r idoneum valorem nanciſcatur. Quamobrem habebimus, vt ſequitur,

$$p = -\tfrac{1}{5}a;\; q = 0,19212 \cdot a;$$

$$r = \vartheta \cdot \tfrac{b}{m} \text{ et } s = \tfrac{1}{5} r.$$

vbi ϑ pro lubitu aſſumi poteſt; deinde vero interualla erunt

$\mathrm{I}^{mum} =$

$$\mathrm{I}^{mum} = -\tfrac{1}{7}p = \tfrac{1}{35}.a$$
$$\mathrm{II}^{dum} = \tfrac{41.\theta.a}{70} - \tfrac{1}{3}\vartheta.\tfrac{b}{m}$$
$$\mathrm{III}^{tium} = 2\,\mathfrak{r}.$$

Nunc denique vt etiam confusio ab apertura lentium oriunda euanescat satisfieri debet huic aequationi:

$$0 = \tfrac{\mu}{\mu'}\left(\lambda + \nu\mathfrak{A}(1-\mathfrak{A}) - \tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{P}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu'}{8\mathfrak{B}}\right)\right)$$

Quodsi iam hic sumatur $\lambda' = 1$ ob

$$\mu = 0,8724;\ \nu = 0,2529;$$
$$\mu' = 0,9875;\ \nu' = 0,2196;$$

calculo facto reperietur

$$\lambda = 2,4137 + 0,0607 = 2,4744$$

vnde colligitur $\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,0655$; quare pro lente prima ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -\tfrac{1}{5}.a$ et numeri $\mathfrak{A} = -\tfrac{1}{5}$ et $\lambda = 2,4744$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{p}{1,8710 - 1,0655}$$
$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{p}{-0,1469 + 1,0655}$$

vnde fit radius

$$\text{anter.} = \tfrac{p}{0,8055} = -0,2483.a$$
$$\text{poster.} = \tfrac{p}{0,9186} = -0,2177.a$$

quae ergo aperturae capax est, cuius semidiameter $x = 0,0544.a$, nisi forte secunda lens tantam aperturam non patiatur.

Pro secunda autem lente ex vitro coronario, cuius distantia focalis $q = 0,19212 . a$ et numeri $\mathfrak{B} = \frac{123}{125}$ et $\lambda' = 1$, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,2495} = 0,7697 . a$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,6332} = 0,1176 . a$$

cuius ergo apertura maior esse nequit quam $x = 0.0294 . a$. Hinc autem colligitur

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{0,2352}{m} \text{ dig.}$$

hincque mensura claritatis $= \frac{4,704}{m}$ quae ergo fere sexies minor est, quam in vltimo casu capitis praecedentis.

Hinc ergo colligitur sequens

Constructio huiusmodi microscopiorum ex quatuor lentibus compositorum.

190. Posita distantia obiecti ab instrumento $= a$ et multiplicatione $= m$ habebitur

I°. Pro prima lente concaua ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -\frac{1}{5} a$

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,2483 . a \\ \text{poster.} = -0,2177 . a \end{cases}$$

eius aperturae semidiameter ob rationes modo allegatas $x = 0,0294 . a$

et distantia ad lentem secundam $= -\frac{1}{7} . p = 0,0286 . a$.

II. Pro

II°. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $q = 0,1921.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,7697.a \\ \text{poster.} = 0,1176.a \end{cases}$

apertura manet, vt ante.

Distantia ad lentem tertiam $= \frac{41}{300}.mar - \frac{1}{2}r$

vbi r denotat distantiam focalem tertiae lentis, quam pro arbitrio assumere licet.

III°. Pro tertia autem lente, cuius distantia focalis $= r$, si ex vitro coronario paretur

radius faciei vtriusque $= 1,06.r$

perinde autem est, ex quanam vitri specie haec lens atque etiam quarta parentur.

eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}r$

et distantia ad lentem quartam $= \frac{2}{3}r$.

IV°. Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $s = \frac{1}{3}r$, capiatur

radius vtriusque faciei $= 1,06.s$

vel potius secundum indolem vitri, ex qua paratur.

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}.s$

et distantia ad oculum $= \frac{1}{2}s$.

V. Porro spatii in obiecto conspicui semidiameter erit, vt hactenus,

$$z = \frac{1}{2}.\frac{ab}{ma+b} = \frac{4a}{ma+8}\text{ dig.}$$

 VI. Cla-

VI°. Claritatis autem, qua obiecta conſpicientur, menſura erit $= \frac{4,704}{m}$.

Coroll. 1.

191. Hic manifeſtum eſt, ne duae priores lentes nimis fiant exiguae, quam vt ab artifice adcurate elaborari poſſint, neceſſario diſtantiam obiecti a multo maiorem ſtatui debere, quam hactenus. Videtur autem haec diſtantia a vix minor duobus digitis commode aſſumi poſſe, quod quidem in praxi pro lucro eſt habendum, praeſertim cum claritas ab hac diſtantia non pendeat.

Coroll. 2.

192. Sumta autem diſtantia $a = 2$ dig. interuallum ſecundum euadet $\frac{41}{280} m r - \frac{1}{2} r$ quare ſi ſumamus $r = 1$ dig. ſiquidem ob $x = \frac{1}{3} r$. commode minus accipi nequit, pro multiplicatione $m = 280$ hoc interuallum erit $40 \frac{1}{2}$ dig. ſin autem multiplicatio deſideretur duplo maior $m = 560$, hoc interuallum fiet $= 81 \frac{1}{2}$ dig. atque adeo maius pro maioribus multiplicationibus; quae enormis longitudo ſine dubio maxime diſplicebit.

Scholion.

193. Quod haec microſcopia his incommodis ſint obnoxia, cauſſa in eo eſt ſita, quod diſtantiae focales priorum lentium nimis ſint exiguae, dum ſcilicet

licet p et q tantum parti circiter quintae ipsius a aequari debebant, cum in casu postremo capitis praecedentis hae distantiae focales adeo quadruplo essent maiores, quam distantia a atque hinc etiam factum est, vt mensura claritatis hic tantum inuenta sit $= \frac{4,704}{m}$, cum ante esset $\frac{25,92}{m}$ hoc est sexies maior atque adeo secundum veritatem tricies sexies maior. Quamobrem etiamsi artifex in constructione horum microscopiorum omnem diligentiam et industriam adhibeat eique opus ex voto succedat, tamen vehementer dubito, an haec microscopia vllam praerogatiuam prae antecedentibus mereantur, quamuis hic etiam secunda confusio a diuersa refrangibilitate oriunda penitus sit sublata, quod in praecedente capite praestare non licuit. Hic quidem primam lentem sumsimus concauam, secundam vero conuexam verum ex superioribus satis liquet, nullum commodum exspectari posse, si hae lentes inter se permutarentur, quin potius hic ordo iam supra anteferri in praxi debere est obseruatus ideoque superfluum foret, si istum casum seorsim euoluere vellemus. Quamobrem nunc statim loco lentis obiectiuae tres lentes substituamus; quarum vna sit concaua binaeque reliquae conuexae et inquiramus praecipue, num hoc casu distantia focalis harum lentium aliquanto maior fieri queat, quam casu hic tractato? et num forte numerum lentium vlterius augendo maiora adhuc commoda sperari queant.

Pro-

Problema 2.

194. Loco Lentis obiectiuae tres lentes sibi proxime iunctas substituere, quarum prima sit concaua et ex vitro chrystallino parata, binae autem reliquae conuexae ex vitro coronario, vt manentibus binis lentibus postremis omnis confusio ad nihilum redigatur.

Solutio.

Cum hic quatuor habeantur interualla, litterarum P, Q, R, S vltima erit negatiua, et margo coloratus tolletur, si fuerit $S = -1$. Binae vero primae litterae P et Q vnitati proxime erunt aequales; ita, vt sit $PQR = \frac{ma}{b}$. Quod ad reliquas litteras attinet, conditio campi postulat, vt sit $\mathfrak{D} = -2$ et $D = -\frac{2}{3}$ et cum prima lens sit concaua, erit $\mathfrak{A}$ negatiuum ideoque etiam A, ita tamen, vt sit $-A < 1$. Deinde ob $q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} a$, quia haec lens debet esse conuexa, littera $\mathfrak{B}$ erit positiua et quia tertia lens, pro qua est $r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a$ etiam debet esse conuexa, esse debet $B\mathfrak{C} < 0$. et quia porro fit

$$s = +\frac{2ABC}{PQR}.a = 2\,ABC.\frac{b}{m},$$

ne haec lens pro maioribus multiplicationibus fiat nimis parua, productum ABC aequari debet numero praemagno positiuo, vnde concluditur, BC fore numerum magnum negatiuum. Cum autem sit etiam $B\mathfrak{C} < 0$ hicque numerus non possit esse praemagnus, sequi-

sequitur C esse debere numerum praemagnum hincque $\mathfrak{C}$ vnitati proxime aequale quamobrem B debet esse numerus negatiuus, hincque $\mathfrak{B} > 1$. Contra vero $\mathfrak{C} < 1$, sed differentia existente valde parua, vt prodeat C numerus praemagnus positiuus. His notatis consideremus aequationem, qua confusio posterior penitus tollitur, quae erit

$$0 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{P^2 \cdot q} + \frac{1}{P^2 Q^2 \cdot r} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2 \cdot s} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2 \cdot t}$$

vbi ob $PQR = \frac{ma}{b}$ bina postrema membra tuto reiicere licet, et cum litterae P et Q proxime vnitati aequentur habebimus hanc determinationem

$$0 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r};$$

ita, vt sit

$$\frac{1}{p} = -\frac{7}{10}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)$$

siue substitutis valoribus

$$\frac{A}{\mathfrak{A}} = -\frac{7}{10}\left(\frac{1}{B\mathfrak{C}} - \frac{1}{\mathfrak{B}}\right)$$

et quia proxime est $\mathfrak{C} = 1$ obtinebimus

$$1 + A = \frac{7}{10} \text{ adeoque } A = -\frac{3}{10} \text{ et } \mathfrak{A} = -\frac{3}{7};$$

Cum autem sufficiat rem propemodum tantum definiuisse, sumamus $\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$ et statuendo ambo priora interualla

$$= -\frac{1}{7} p = \frac{1}{14} a, \text{ fiet } \frac{1}{P} = \frac{17}{14} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{17}{14} - \frac{3}{14 \cdot B},$$

hincque

$$p = -\frac{1}{2} a; \; q = +\frac{\mathfrak{B}}{3P} a; \; r = -\frac{B}{3PQ} \cdot a$$

qui valores substituti dabunt

$$o = -\tfrac{20}{7} + \tfrac{3}{\mathfrak{B}P} - \tfrac{5}{BPQ}$$

$$o = -\tfrac{20}{7} + \tfrac{51}{14\mathfrak{B}} - \tfrac{51}{14B} + \tfrac{9}{14B^2} \text{ seu}$$

$$o = -\tfrac{20}{7} + \tfrac{51}{14} + \tfrac{9}{14B^2} \text{ ob}$$

$$\tfrac{1}{\mathfrak{B}} - \tfrac{1}{B} = 1. \text{ vel } o = \tfrac{11}{14} - \tfrac{9}{14B^2};$$

hinc ergo non enormiter aberrabitur, quicquid pro B accipiatur; quodsi autem aequationem ex destructione alterius confusionis consideremus, patebit, non incongrue sumi posse $\mathfrak{B} = 2$ ideoque $B = -2$, ita vt iam sit

$$\tfrac{1}{PQ} = \tfrac{37}{28};\ q = \tfrac{17}{21}.a \text{ et } r = \tfrac{37}{45}.a;$$

tum autem aequatio adhuc resoluenda erit

$$\lambda = \tfrac{3}{4}\nu + \tfrac{\mu'''}{\mu}.\tfrac{37.27}{14.8^2}.(\lambda'' - 2\nu') + \tfrac{\mu''}{\mu}\tfrac{27.37.\lambda''''}{28.8^2}$$

vbi poni potest tam $\lambda'' = 1$, quam $\lambda'''' = 1$ et ob $\nu = 0,2529$ et $\nu' = 0,2196$ et $\tfrac{\mu'}{\mu} = \tfrac{9875}{8724}$ fiet

$$\lambda = 0,1897 + 0,3252 + 0,6322$$

adeoque $\lambda = 1,1471$; vnde colligitur

$$\tau.\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3365; \text{ quare}$$

Pro prima lente chrystallina erit radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,9668} = -0,2542.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,2427} = +2,0602.a$$

Pro lente secunda ex vitro coronario paranda erit radius

anter.

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \rho)} = -\frac{q}{1,2067} = -0,6708.\,a$

poster. $= \frac{q}{\rho + \mathfrak{B}(\sigma - \rho)} = \frac{q}{3,0935} = 0,2617.\,a$

Simili modo pro tertia lente radius

anter. $= \frac{r}{\rho} = \frac{r}{0,2267} = 3,8857.\,a$

poster. $= \frac{r}{\sigma} = \frac{r}{1,0001} = 0.5306.\,a$

pro quarum lentium apertura sumi poterit $= 0,0625.\,a$ hincque sequitur

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi et omnis fere confusionis expertis.

195. Hic tres res pro lubitu assumi possunt

1°. distantia obiecti $= a$;

2°. multiplicatio $= m$;

3°. distantia focalis quartae lentis $= s$.

I. Pro prima lente chrystallina, cuius distantia focalis $p = -0,5000.\,a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter. } = -0,2542.\,a \\ \text{poster. } = +2,0602.\,a \end{cases}$

aperturae semidiameter $x = 0,0625.\,a$; qui etiam in duabus sequentibus locum habet, et distantia ad sequentem $= \frac{1}{24}.\,a$.

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis $q = 0,8095.\,a$, capiatur radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6708.\,a \\ \text{poster.} = 0,2617.\,a \end{cases}$

distantia ad lentem tertiam $= \frac{1}{14}.\,a.$

III. Pro tertia lente itidem coronaria, cuius distantia focalis $r = 0,8809.\,a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3,8857.\,a \\ \text{poster.} = 0,5306.\,a \end{cases}$

eius distantia ad lentem quartam $= \frac{37.mas}{448} - \frac{1}{2}.s.$

IV. Quartam lentem pro lubitu ex quouis vitri genere construere licet, cuius distantia focalis $= s$; tum erit eius distantia ad lentem ocularem $= \frac{2}{3}\,s.$

V. Ipsius lentis ocularis distantia focalis erit $= \frac{1}{3}\,s$ eaque pariter vtrinque aeque conuexa et distantia ad oculum vsque $= \frac{1}{6}\,s.$

VI. Mensura claritatis erit $\frac{20}{m}$ et spatii in obiecto conspicui semidiameter $\zeta = \frac{4a}{m\,a+8}$ dig.

Scholion.

196. Si casum propositum ita immutemus, vt binae priores lentes sint concauae et ex vitro chrystallino factae; tum simili modo solutionem adornando omnia eodem modo definientur, nisi quod nunc ambae litterae 𝔅 et B debeant esse negatiuae, ac tum destructio alterius confusionis dabit hanc aequationem

$1 + A$

$$1 + A = \tfrac{7}{10} + \tfrac{3}{10\,\mathfrak{B}} \text{ ſeu } A = -\tfrac{3}{10} + \tfrac{3}{10\,\mathfrak{B}}$$

vnde ſi ſumatur $\mathfrak{B} = -2$ hincque $B = -\frac{2}{3}$, elicietur $A = -\frac{9}{20}$ ideoque $\mathfrak{A} = -\frac{9}{11}$, qui valores praebent diſtantias focales

$$p = -\tfrac{9}{11}.\,a;\ q = -\tfrac{9}{10\,P}.\,a;\ r = \tfrac{3}{10\,PQ}.\,a$$

vbi eſt

$$\tfrac{1}{P} = 1 + \tfrac{20}{11}.\,\zeta \text{ et } \tfrac{1}{PQ} = 1 + \tfrac{50}{11}.\,\zeta$$

ſumſimus autem $\mathfrak{C} = 1$ proxime, vt pro C numerus praemagnus prodeat et ponendo $ABC = \vartheta$ fiat $s = 2\vartheta.\frac{b}{m}$ et vt ante $t = \frac{1}{3}s$ vltimumque interuallum $= 2t$. Duo priora vero interualla erunt per hypotheſin $= -\frac{9}{11}\zeta a$. Interuallum vero tertium $= \vartheta a\left(\frac{1}{PQ} - \frac{b}{ma}\right)$. Tum vero vt etiam prior confuſio euaneſcat, ſequenti aequationi ſatisfieri oportebit

$$0 = \lambda + \nu\mathfrak{A}(1 - \mathfrak{A}) - \tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{P}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

quae fit ſubſtitutis valoribus

$$0 = \lambda - \tfrac{180.\nu}{121} + \tfrac{8000}{1331\,P}\left(\tfrac{\lambda'}{8} - \tfrac{3\nu}{4}\right)$$
$$- \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{30^3}{11^3PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

vnde ſequitur

$$1331.\,\lambda + \tfrac{1000\lambda'}{P} = 1980\,\nu + \tfrac{6000\,\nu}{P}$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{27000}{PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

Si igitur hic capiatur $\lambda'' = 1$ et ponatur $\lambda' = \lambda$, vt ſcilicet pro vtroque valor minimus reperiatur, habebitur iſta aequatio:

$$\lambda \left(1331 + \frac{1000}{P} \right) = 1980\,\nu + \frac{6000.\nu}{P}$$
$$+ \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{27000}{PQ} \left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu'}{C\mathfrak{C}} \right)$$

vnde facile patet valorem ipſius λ multo maiorem eſſe proditurum, quam 12, vnde conſtructio harum lentium admodum lubrica euaderet. Interim tamen hunc caſum diligentius euoluamus, ſumto $\zeta = \frac{11}{80}$, vt fiat $\frac{1}{P} = \frac{5}{4}$ et $\frac{1}{PQ} = \frac{13}{4}$, quibus poſitis aequatio noſtra ad hos numeros reducetur:

$$2581.\lambda = 52888,492$$

ita, vt ſit

$$\lambda = \frac{52888,5}{2581} = 20,492$$

vnde colligitur

$$\tau \surd (\lambda - 1) = 3,8742.$$ Hinc

Pro prima lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau \surd(\lambda - 1)} = \frac{p}{2,7620 - 3,8742}$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau \surd(\lambda - 1)} = -\frac{p}{1,0379 + 3,8742}$$

vnde fit radius

$$\text{anter.} = -\frac{p}{1,1122} = +0,7356.\,a$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{4,8363} = -0,2885.\,a$$

Pro

Pro secunda lente radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\surd(\lambda - 1)} = \frac{q}{0,5911} = -2,1147 \cdot a$

poster. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) \pm \tau\surd(\lambda - 1)} = \frac{q}{1,1330} = -1,1033 \cdot a$

Pro lente autem tertia ex vitro coronario erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{0,2338} = 2,0851 \cdot a$

poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{1,6530} = 0,2949 \cdot a$

quae tres lentes cum communem circiter aperturam exigant, eius semidiameter sumi debebit $x = 0,0721 \cdot a$; ex quo fit $y = \frac{0,5768}{m}$ dig. hincque mensura claritatis $= \frac{11,536}{m}$ quae ergo fere triplo maior est, quam casu praecedentis problematis.

Hinc ergo deducitur sequens

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi.

197. Hic scilicet primo datur distantia obiecti $= a$; deinde multiplicatio $= m$ ac tertio distantia focalis quartae lentis $= s$; vnde fit $\vartheta = ABC = \frac{ms}{a}$

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -0,8182 \cdot a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,7356 \cdot a \\ \text{poster.} = -0,2885 \cdot a \end{cases}$

eius

eius aperturae semidiameter $x = 0,0721.a$ qui et pro binis sequentibus valet.

et distantia ad secundam lentem $= 0,1125.a$.

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $q = -1,125.a$, erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -2,1147.a \\ \text{poster.} = -1,1033.a \end{cases}$$

eiusque distantia ad lentem tertiam, $= 0,1125.a$.

III. Pro lente tertia ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis $r = 0,4875.a$. erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 2,0851.a \\ \text{poster.} = 0,2949.a \end{cases}$$

eius distantia ad lentem quartam

$$= \vartheta a \left(\frac{15}{8} - \frac{b}{ma}\right) = \frac{15mas}{128} - \frac{1}{2}s.$$

IV. Quartam lentem ex quouis vitro pro lubitu construere licet, cuius distantia focalis sit $= s$; tum erit eius distantia ad lentem ocularem $= \frac{2}{3}s$.

V. Ipsius autem lentis ocularis erit distantia focalis $= \frac{1}{3}s$. eiusque ad oculum distantia $= \frac{1}{6}s$.

VI. Mensura claritatis autem erit, vt vidimus, $\frac{31,536}{m}$; spatiique conspicui, vt hactenus, $\zeta = \frac{1a}{ma+1}$ dig.

Scho-

Scholion.

198. Quanquam autem haec microſcopia praecedentibus anteferenda videntur, tamen, vti iam innuimus, ea neutiquam commendare audemus, propterea quod eorum conſtructio ſummis difficultatibus eſt implicata, vt etiam a ſollertiſſimo artifice exſpectari nequeat; cuius rei cauſſa manifeſto in eo eſt poſita, quod pro litteris λ et λ' tam grandem valorem inuenimus ſcilicet ad viginti aſſurgentem. Facile enim intelligitur, ſi iſte valor fuiſſet vnitate vel adeo binario maior vel minor; inde harum lentium conſtructionem non ſenſibiliter fuiſſe mutatam vnde viciſſim colligitur, etiamſi hae lentes ſummo ſtudio fuerint elaboratae, tum maxime probabile fore, valorem litterae λ iis conuenientem non ſolum vnitate vel binario, ſed etiam magis a 20 eſſe diſcrepaturum, quod ſi eueniat, confuſio inde orta adeo multo erit maior, quam ſi lens obiectiua ſimplex adhiberetur; ex quo manifeſtum eſt, perfectam deſtructionem confuſionis poſterioris nullo plane modo ſperari poſſe, quare cum adhuc ante quam diuerſa vitri indoles erat comperta, hanc confuſionis ſpeciem tolerare ſumus coacti, et ſola deſtructione marginis colorati contenti eſſe debuimus, nunc etiam eo facilius huic conditioni renunciare poterimus, cum vitrum chryſtallinum adhibendo ſaltem hanc confuſionem quodammodo diminuere liceat, quem in finem exempla quae-

dam fubiungamus, quae ad praxin facile accommodari poffe videntur, cum pro litteris λ valores vnitate non multo maiores requirant, neque tamen a praefcripta in problemate conditione multum abhorreant.

Exemplum I.

199. In formulis fupra inuentis ftatuamus $\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$ et $\mathfrak{B} = 2$, hincque $A = -\frac{1}{3}$ et $B = -2$, manente littera $\mathfrak{C}$ aliquantillum minore vnitate, vt C fiat numerus praemagnus. Tum igitur erit ex formulis fuperioribus

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{3}{2}\zeta; \quad \frac{1}{PQ} = 1 + \frac{9}{4}\zeta;$$

vnde diftantiae focales erunt

$$p = -\frac{1}{2}a; \quad q = \frac{2}{3}a + \zeta a;$$

$$r = \frac{2}{3}\mathfrak{C}\left(1 + \frac{9}{4}\zeta\right)a = \frac{2}{3}\mathfrak{C}a + \frac{3}{2}\mathfrak{C}\zeta a;$$

$$s = \frac{4}{3}C.\frac{b}{m} \text{ et } t = \frac{1}{3}s = \frac{4}{9}C.\frac{b}{m}.$$

Vt igitur hinc prodeat $s = 1$ dig. circiter cafu $m = 1000$, debet effe $C = 100$, ideoque $\mathfrak{C} = \frac{100}{101}$. Interualla vero lentium erunt

$$\text{I}^{mum} \text{ et } \text{II}^{dum} = -\zeta p = \frac{1}{2}\zeta a.$$

$$\text{III}^{tium} = \frac{11.mas}{128} - \frac{1}{2}s \text{ et } \text{IV}^{tum} = \frac{2}{3}s.$$

Commode autem hic fumere poterimus

$$\zeta = \frac{1}{6}, \text{ vt fit } \frac{1}{P} = \frac{5}{4} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{11}{8}.$$

Tum

Tum vero primam lentem concauam ex vitro chryſtallino parari ponamus, quandoquidem hoc modo altera confuſio ſaltem diminuetur; ſecundam vero et tertiam ex vitro coronario; atque nunc prior confuſio ad nihilum redigetur, ſi fiat

$$8\lambda = 6.\nu + \frac{\mu' 5.27}{\mu 4}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{\nu'}{4}\right) + \frac{\mu' 11.27}{\mu 8^2}\left(1,03\lambda'' + \frac{\nu'}{100}\right)$$

ſiue

$$\lambda = \frac{3}{4}\nu + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{135}{32}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{\nu'}{4}\right) + \frac{\mu''}{\mu}.\frac{297}{512}\left(1,03\lambda'' + \frac{\nu'}{100}\right)$$

Cum nunc ſit

$$\mu = 0,8724, \nu = 0,2529 \text{ et}$$
$$\mu' = 0,9875, \nu' = 0,2196.$$

ſumamus $\lambda' = \lambda'' = 1$. hincque fiet

$$\lambda = 0,1897 + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{27}{512}.16,9622. \text{ ſeu}$$
$$\lambda = 1,2022; \text{ vnde fit } \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3946.$$

Ex quo ſequitur

Pro prima lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,9087} = -0.2620.a$$
$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,1846} = 2,7086.a$$

Pro ſecunda autem lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2067} = -0.6906.a$$
$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0935} = 0.2694.a$$

 Pro

Pro tertia lente erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{0,2410} = 3,7656.a$

poſter. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{1,0458} = 0,5514.a$

Pro harum igitur trium lentium apertura communi ſumi poterit

$x = 0,0655.a$; vnde fit $y = \frac{0,5240}{m}$;

hincque menſura claritatis fiet $= \frac{10,480}{m}$.

Conſtructio Microſcopii ex quinque lentibus compoſiti & ad praxin magis accommodati.

200. Dantur hic diſtantia obiecti $= a$; et multiplicatio $= m$, et quartae lentis diſtantia focalis $= r$, hincque erit

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -\frac{1}{2}a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2620.a \\ \text{poſter.} = +2,7086.a \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= 0,0655.a$

et diſtantia ad lentem ſecundam $= \frac{1}{12}.a$.

II. Pro ſecunda lente ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis eſt $q = 0,8333.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6906.a \\ \text{poſter.} = +0,2694.a. \end{cases}$

eius-

eiusque diſtantia ad tertiam lentem $= \frac{1}{12} \cdot a$.

III. Pro tertia lente itidem ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis $r = 0.9075 \cdot a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3,7656 \cdot a \\ \text{poſter.} = 0,5514 \cdot a \end{cases}$

eiusque diſtantia a lente quarta $\frac{11 \cdot mas}{128} - \frac{1}{2} s$.

IV. Perinde eſt, ex quonam vitri genere lens quarta conficiatur eiusque diſtantia focalis arbitrio noſtro permittitur, quae ſit $= s$, dummodo haec lens ſit vtrinque aeque conuexa, vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4} \cdot s$.

eius vero a lente quinta diſtantia ſtatuatur $= \frac{2}{3} s$.

V. Lens denique quinta ſeu ocularis habeat diſtantiam focalem $= \frac{1}{3} s$

et ſemidiametrum aperturae $= \frac{1}{12} s$

ſiquidem eſt vtrinque aequaliter conuexa; tum vero diſtantia oculi erit $= \frac{1}{6} \cdot s$.

VI. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit, vt hactenus, $= \frac{4a}{ma+8}$.

Menſura vero claritatis erit $= \frac{10,450}{m}$.

Exemplum.

201. Statuatur hic $\mathfrak{A} = -1$ et $\mathfrak{B} = 2$ hincque $A = -\frac{1}{2}$ et $B = -2$, sumaturque $\zeta = \frac{1}{5}$ fietque

$$\frac{1}{P} = \frac{4}{3}; \quad \frac{1}{PQ} = \frac{3}{2}.$$

Quare fient distantiae focales

$$p = -a; \quad q = \tfrac{4}{3}.\, a; \quad r = \tfrac{3}{2}\,\mathfrak{C}.\, a; \quad s = 2\, C.\, \frac{b}{m}$$

ideoque vicissim $C = \frac{ms}{2b}$ et $t = \frac{1}{3}.\, s.$

Interualla vero

$$I^{mum} \text{ et } II^{dum} = \tfrac{1}{5}\, a.$$

$$III^{tium} = \frac{1\, m\, a\, s}{32} - \tfrac{1}{2}\, s; \quad IV^{tum} = \tfrac{2}{3}\, s.$$

Iam vt confusio prior ad nihilum redigatur, satisfieri oportet huic aequationi

$$\lambda = 2\nu + \tfrac{\mu'}{\mu}.\, \tfrac{4}{3}(\lambda' - 2\nu')$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}.\, \tfrac{3}{2}\left(1,03\,\lambda'' + \tfrac{\nu'}{100}\right)$$

Statuatur iterum $\lambda' = \lambda'' = 1$ et vti in praecedente exemplo calculo facto reperietur

$\lambda = 0.5058 + \frac{\mu'}{\mu}.\, 2,2960.$ seu
$\lambda = 3,0047.$ hinc ergo erit
$\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,2424.$ Ex quo erit

Pro prima lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,7810} = -0,5613.\, a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,0575} = +17,3913.\, a.$$

Pro

Pro secunda lente erit vti in praecedente exemplo

$$\text{radius} \begin{cases} \text{anter.} = -\frac{q}{1,2067} \\ \text{poster.} = \frac{q}{3,0935} \end{cases}$$

quare cum hic sit $q = 1,3333.a$ erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -1,1049.a \\ \text{poster.} = 0,4310.a \end{cases}$$

Simili modo quoque pro tertia lente erit vt ante

$$\text{radius} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{r}{0,2416} \\ \text{poster.} = \frac{r}{1,6458} \end{cases}$$

Cum igitur hic $r = \frac{3}{2}\mathfrak{C}.a = 1,4850.a$ erit

anter $= 6,1618.a$;

poster. $= 0.9023.a$.

Pro communi ergo harum lentium apertura sumi poterit

$x = 0,1077.a$; vnde fit $y = \frac{0,8616}{m}$.

et mensura claritatis $= \frac{17,272}{m}$;

Ex quibus oritur sequens

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi.

202. Hic igitur dantur distantia obiecti $= a$; 2^{do} multiplicatio $= m$ et 3^{tio} distantia focalis quartae lentis $= s$ eritque

I. Pro

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -a$,

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,5613.\,a \\ \text{poſter.} = 17,3913.\,a. \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= 0,1077.\,a$
diſtantia ad lentem $\text{II}^{dam} = \frac{1}{6}\,a$.

II. Pro ſecunda lente, ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis $q = 1,3333.\,a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,1049.\,a \\ \text{poſter.} = 0,4310.\,a \end{cases}$

eiusque ad lentem tertiam diſtantia $= \frac{1}{6}\,a$.

III. Pro tertia lente itidem coronaria, cuius diſtantia focalis $r = 1,4850.\,a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 6,1618.\,a \\ \text{poſter.} = 0,9023.\,a \end{cases}$

et diſtantia ad lentem quartam $= \frac{5mas}{32} - \frac{1}{2}\,r$.

IV. Perinde eſt, ex quonam vitri genere lens quarta paretur, eiusque diſtantia focalis in noſtro arbitrio relinquitur, quae ſit $= s$, modo ſit vtrinque aeque conuexa; vnde aperturam admittet, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}\,s$.
eius vero a lente quinta interuallum $= \frac{2}{3}\,s$.

V. Lens

V. Lens denique quinta habeat diftantiam focalem $= \frac{}{3} s$ et aperturam, cuius femidiameter $= \frac{1}{12} s$ fiquidem eft vtrinque aeque conuexa et diftantia oculi $O = \frac{1}{6} s$.

VI. Spatii in obiecto confpicui femidiameter $= \frac{4a}{ma+8}$ et menfura claritatis $= \frac{175232}{m}$.

Corollarium.

203. Hoc microfcopium ob duplicem cauffam priori anteferendum videtur, 1°. quod diftantiae focales trium priorum lentium hic fint maiores, quam ante, refpectu diftantiae obiecti a: vnde hoc commodum nafcitur, quod etiamfi diftantia obiecti a hic duplo minor capiatur, quam ante; tamen iftae lentes non euadant nimis exiguae; vnde longitudo inftrumenti fere ad femiffem reduci poteft; deinde etiam 2°. hic menfura claritatis fere duplo maior eft, quam cafu praecedente.

Problema 3.

204. Si loco lentis obiectiuae quatuor lentes fibi proximae fubftituantur, quarum binae priores ex vitro chryftallino; pofteriores vero ex coronario fint factae, manentibus binis vltimis lentibus, vt hactenus, microfcopium ita adornare, vt vtraque confufio penitus tollaur.

Solutio.

Cum hic occurrant quinque interualla quarum tria prima ſint minima, litterae P, Q, R parum ab vnitate recedent, littera T vero erit $= -1$; ita, vt ſit $PQRS = \frac{m\alpha}{b}$. Litterarum vero A, B, C, D, E haec vltima E erit $= -\frac{2}{3}$ ob $\mathfrak{E} = -2$, vt ſcilicet campus fiat vt hactenus $z = \frac{4\alpha}{m\alpha + 8}$. Iam ſpectetur diſtantia focalis quintae lentis

$$t = ABCD.\mathfrak{E}.\frac{b}{m} = -2ABCD.\frac{b}{m},$$

quae ne nimis fiat exigua, poſito $ABCD = -\vartheta$, vt ſit $t = 2\vartheta\frac{b}{m}$, numerus ϑ debet eſſe praemagnus. Nunc autem ſolutionem ita inſtruamus, vt litterae A, B, C, D ex calculo elidantur, huncque in finem ſtatuamus breuitatis gratia

$$\frac{1}{P} = \alpha; \ \frac{1}{PQ} = \beta; \ \frac{1}{PQR} = \gamma,$$

quae ergo litterae α, β, γ ab vnitate non multum diſcrepabunt, vbi probe notetur, has litteras cum iis, quae ſupra ſunt vſurpatae, confundi non debere. Cum iam diſtantiae focales quatuor priorum lentium ſint

$$p = \mathfrak{A}.a; \ q = -\alpha A\mathfrak{B}a;$$

$$r = \beta.AB\mathfrak{C}a; \ s = -\gamma ABC\mathfrak{D}.a;$$

vnde colligitur

$$\frac{a}{p} = \frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A};$$

$$\frac{\alpha a}{q} = -\frac{1}{A\mathfrak{B}} = -\frac{1}{A} - \frac{1}{AB};$$

$\frac{\beta a}{r}$

$$\frac{\beta a}{r} = \frac{1}{ABC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{ABC};$$

$$\frac{\gamma a}{s} = -\frac{1}{ABCD} = -\frac{1}{ABC} - \frac{1}{ABCD};$$

manifeſtum ergo eſt, fore

$$\frac{1}{p}\cdot a + \frac{\alpha}{q}\cdot a + \frac{\beta}{r}\cdot a + \frac{\gamma}{s}\cdot a = 1 - \frac{1}{ABCD} = 1 + \frac{n}{\vartheta}.$$

Cum ergo ϑ ſit numerus praemagnus, proxime eſſe oportet

$$\frac{1}{p} + \frac{\alpha}{q} + \frac{\beta}{r} + \frac{\gamma}{s} = \frac{1}{a}.$$

quae eſt prima aequatio probe notanda. Secundam aequationem nobis ſuppeditabit deſtructio poſterioris confuſionis, quae, ſi breuitatis gratia loco fractionis $\frac{15}{7}$ ſeu quaecunque alia experientiae fuerit conſentanea, ſcribatur ζ, hoc modo exprimetur

$$0 = \frac{\zeta}{p} + \frac{\zeta\alpha^2}{q} + \frac{\beta^2}{r} + \frac{\gamma^2}{s}.$$

Tertia vero aequatio ex deſtructione confuſionis prioris eſt petenda, vbi cum expediat, vt litterae λ, λ', λ'', λ''' non multum vnitatem ſuperent, earumque valores ob litteras ν, ν' etc. parum adficiantur ſimulque vt vidimus, litterae μ et μ' parum diſcrepent, neglectis terminis a ν pendentibus ſtatuamus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1$ ac tertia noſtra aequatio ſequentem induet formam:

$$\frac{1}{p^3} + \frac{\alpha^4}{q^3} + \frac{\beta^4}{r^3} + \frac{\gamma^4}{s^3} = 0.$$

atque nunc totum negotium eo eſt reductum, vt his tribus aequationibus ſatisfiat, vbi quidem eſt notandum, primae aequationi ſatis adcurate ſatisfieri debere; pro duabus poſterioribus autem ſufficere, ſi iis propemodum fuerit ſatisfactum, quae reſolutio quo facilius inſtituatur, ponamus porro

$$\frac{1}{p} = \frac{z}{a};\ \frac{\alpha}{q} = \frac{y}{a};\ \frac{\beta}{r} = \frac{x}{a} \text{ et } \frac{\gamma}{s} = \frac{v}{a},$$

vt tres noſtrae aequationes prodeant.

$$\text{I. } z + y + x + v = 1.$$

$$\text{II. } \zeta z + \zeta \alpha y + \beta x + \gamma v = 0.$$

$$\text{III. } z^3 + \alpha y^3 + \beta x^3 + \gamma v^3 = 0.$$

in quibus duabus poſterioribus litterae α, β et γ ſine notabili errore pro vnitate haberi poterunt. Statuamus nunc quo reſolutio planior reddatur

$$z = f + g;\ y = f - g;$$

$$x = h + k;\ v = h - k;$$

et tres noſtrae aequationes abibunt in has:

$$\text{I}^\circ.\ f + h = \tfrac{1}{2}.$$

$$\text{II}^\circ.\ \zeta f + h = 0.$$

$$\text{III}^\circ.\ f(f^2 + 3g^2) + h(h^2 + 3k^2) = 0.$$

Ex duabus prioribus colligimus

$$f = \frac{1}{2(1-\zeta)};\ h = \frac{\zeta}{2(\zeta-1)};$$

et quia proxime $\zeta = \frac{3}{2}$; iam habemus hos duos valores

$$f = -1 \text{ et } h = \tfrac{3}{2}$$

qui

qui in tertia ſubſtituti dabunt

$$-1-3g^2+\tfrac{27}{8}+\tfrac{9}{2}k^2=0.$$

vnde concluditur

$$g=\sqrt{\tfrac{3}{2}k^2+\tfrac{19}{24}}$$

vbi nihil impedit, quominus k ſtatuatur $=0$; interim tamen quia ob litteras β et γ poſterior pars $b(b^2+3k^2)$ aliquantum augetur, eaque etiam tam ob terminos littera ν adfectos aliquod incrementum capit, quam ideo, quod haec pars inſuper per $\frac{\mu'}{\mu}$ multiplicari debet, quae fractio vnitate eſt maior, manifeſtum eſt, ſumi debere $g>\sqrt{\tfrac{19}{24}}$. Conuenientiſſime ergo ſumetur $g=1$. tum vero erit

$$z=0;\ y=-2;\ x=v=b.$$

hincque

$$p=\infty;\ q=-\tfrac{\alpha a}{2};\ r=\tfrac{2}{3}\beta a.\ \text{et}\ s=\tfrac{2}{3}\gamma a.$$

Cum igitur hic primae lentis diſtantia focalis fiat infinita, idem eſt ac ſi haec prima lens penitus tolleretur locoque obiectiuae tantum tres lentes ſubſtituerentur, quarum ſola prima ex vitro chryſtallino ſit paranda, et quia hic fit $\alpha=1$ et $\mathfrak{A}=-\frac{1}{2}$, idem plane hic habetur caſus, quem iam ſupra in probl. 2 euoluimus, ita vt ſuperfluum foret, hoc problema vlterius proſequi.

Scholion.

205. Hoc igitur problema ideo potiſſimum eſt notatu dignum, quod hic ſingulari prorſus methodo ſumus vſi eius ſolutionem inueſtigandi, quae in aliis occaſionibus inſignem vſum afferre poſſe videtur, ex quo etiam perſpicuum eſt, ne opus quidem eſſe, quicquam inſuper ad hoc caput adjicere.

CAPVT