CAPVT II.

DE VLTERIORI HORVM MICROSCOPIORVM PERFECTIONE, DVM IIS MAIOR CLARITATIS GRADVS DVAS PLVRESVE LENTES CONVEXAS LOCO OBIECTIVAE SVBSTITVENDO COMPARATVR.

Problema 1.

§. 157.

Loco lentis obiectiuae eiusmodi duas lentes convexas proxime ſibi iunctas ſubſtituere, vt binis reliquis lentibus ſecundum praecepta in ſuperiore capite data conſtitutis, maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes ſint conſiderandae, quarum binae priores minimo interuallo ſint ſeiunctae; tertia vero ante imaginem realem cadat, littera P minime ab vnitate diſcrepabit, Q vero adhuc erit poſitiua; tertia vero R negatiua; quam ob cauſam

ſtatua-

ſtatuamus $R = -k$ vnde diſtantiae focales harum lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\quad q = -\frac{A\mathfrak{B}.a}{P};$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a;\ \text{et}\ s = \frac{ABC.a}{PQk}.$$

Cum vero ſit

$$PQk = \frac{ma}{b}\ \text{erit}\ s = ABC.\frac{b}{m}.$$

Interualla autem lentium erunt

$$\text{I et II} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$\text{II et III} = -\frac{AB}{P}a\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

$$\text{III et IV} = \frac{ABC}{PQ}a\left(1 + \frac{1}{k}\right).$$

Cum autem omnes lentes ſint conuexae erit

$$1^\circ.\ \mathfrak{A} > 0;\quad 2^\circ.\ -A\mathfrak{B} > 0;$$

$$3^\circ.\ AB\mathfrak{C} > 0\ \text{et}\ 4^\circ.\ ABC > 0.$$

ideoque etiam $\frac{C}{\mathfrak{C}} > 0$ ſeu $1 + C > 0$.

Ratione interuallorum autem tenendum eſt, quia primum debet eſſe minimum, litteram P parum ab vnitate diſcrepare, ita, vt ſi hoc interuallum ponatur $= \eta a$ futurum ſit $P = \frac{A}{A-\eta}$, exiſtente η fractione ſatis parua. Deinde debet eſſe $-AB(Q-1) > 0$ et $ABC > 0$. Conſideremus nunc ſpatium in obiecto conſpicuum cuius ſemidiameter eſt

$$z = \frac{q+r+s}{ma+b}.ab\xi;$$

vbi

vbi q tam erit paruum, vt reiici possit; deinde vero tam r, quam s vnitati aequales sumi poterunt, siquidem binae postremae lentes vtrinque aequaliter conuexae conficiantur. Hoc enim modo maximus campus visionis obtinebitur, vti in capite praecedente est ostensum. Ponamus igitur

$$M = \frac{2b}{ma+b} \text{ fietque } \zeta = M . a \xi;$$

vnde pro loco oculi habebitur

$$O = \frac{s}{Ma} . \frac{b}{m},$$

quae vt iam assumsimus est positiua, ex quo pro tollendo margine colorato reperitur haec aequatio

$$o = \frac{q}{P} + \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR};$$

cum autem sit

$$q = o. \text{ et } r = s = 1 \text{ et } R = -k;$$

habebitur

$$o = 1 - \frac{1}{R}; \text{ seu } k = 1,$$

vt ante; ita, vt iam sit $PQ = \frac{ma}{b}$ et quia proxime $P = 1$ fiet proxime $Q = \frac{ma}{b}$ siue pro maioribus multiplicationibus erit Q valde magnum; his notatis aequationes fundamentales erunt:

$$1°. \; -\mathfrak{B}q = (P-1)M;$$

$$2°. \; -\mathfrak{C}r = (PQ-1)M - q;$$

quarum prior non amplius in computum venit, quoniam tam q, quam $P-1$ sunt valde parua, altera

 vero

vero dat:

$$\mathfrak{C} = -\left(\frac{ma}{b} - 1\right) M = -2\left(\frac{ma - b}{ma + b}\right);$$

vnde pro maioribus multiplicationibus concluditur:

$$\mathfrak{C} = -2 \text{ et } C = -\tfrac{2}{3},$$

quibus valoribus tuto vti licebit, etiamsi enim vel campus visionis parumper diminueretur vel etiam margo coloratus non perfecte tolleretur, id neutiquam turbare debet. Quare cum hactenus inuenerimus,

$$k = 1, \; PQ = \frac{ma}{b} \text{ et } \mathfrak{C} = -2, \; C = -\tfrac{2}{3};$$

prodeunt distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}\, a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P};$$

$$r = -2 A B . \frac{b}{m} \text{ et } s = -\tfrac{2}{3} . A B . \frac{b}{m},$$

ita, vt sit $s = \frac{1}{3} r$ et nunc apparet, AB esse debere negatiuum. Interualla autem ita exprimentur

$$I^{mum} = A a \left(1 - \tfrac{1}{P}\right) = \eta\, a; \text{ existente } P = \frac{A}{A - \eta}.$$

$$II^{dum} = -\frac{AB}{P} . a \left(1 - \tfrac{1}{Q}\right)$$

quod ob $AB < 0$ per se fit positiuum.

$$III^{tium} = -\tfrac{4}{3} A B . \frac{b}{m} = 2 . s$$

atque distantia oculi

$$O = \frac{s}{Ma} . \frac{b}{m} = \frac{s . (ma + b)}{2ma} = \tfrac{1}{2} s \text{ proxime.}$$

Tandem superest consideranda aequatio pro apertura x determinanda, quae est:

$\frac{1}{k^3} =$

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 . b}\Big(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\Big(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\Big)$$
$$- \frac{b}{A^3 B^3 . m a}\Big(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\Big) - \frac{27 b \lambda'''}{8 A^3 B^3 m a}.\Big)$$

Statuatur breuitatis gratia,

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\Big(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\Big)$$
$$- \frac{b}{A^3 B^3 m a}\Big(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\Big) - \frac{27 . b . \lambda'''}{8 A^3 B^3 m a}$$

vt fit

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{\mu m \Lambda}} = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{\mu m a \Lambda}}$$

quae expreffio vt eo maior prodeat, quam cafu praecedente, efficiendum eft, vt valor Λ quantum fieri poteft infra vnitatem deprimatur, ad quod primo littera $\lambda = \lambda' = 1$ capiatur; pro duabus pofterioribus autem lentibus, quia vtrinque aequaliter conuexae effe debent, litterae λ'' et λ''' ita iam definiuntur, vt fit

$$\lambda'' = 1 + 2 s . \Big(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\Big)^2 \text{ et } \lambda''' = 1 + \Big(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\Big)^2$$

tantum igitur reftant definiendae litterae A et B; quia propemodum eft $P = 1$. At circa litteras A et B iam praefcribitur, effe 1°. $\mathfrak{A} > 0$. et 2°. $A B < 0$ pariter ac $A \mathfrak{B} < 0$. ita, vt fit $\frac{B}{\mathfrak{B}} > 0$ feu $1 + B > 0$. Quamobrem omnia illa membra pro Λ erunt pofitiua ita, vt eius valor ad nihilum redigi nequeat, fed tantum ad minimum fit reuocandus. Pro primo quidem termino is eo minor reddetur, quo maior capiatur $\mathfrak{A}$, quia autem tum A fit negatiuum, littera

B fiet poſitiua ideoque $\mathfrak{B} < 1$, ex quo ſecundum membrum ſolum iterum fit maius vnitate. Simili modo ſi $\mathfrak{B}$ ſtatuatur numerus magnus, fiet B negatiuum et A capi debebit poſitiuum; vnde $\mathfrak{A}$ fiet vnitate minus, ita, vt nunc primus terminus ſolus vnitatem ſit ſuperaturus. Deinde vero etiam inprimis cauendum eſt, ne productum illud negatiuum A B fiat nimis paruum, quoniam alioquin diſtantiae focales r et s quaſi euaneſcerent, ex quo neceſſe eſt, vt formula $-AB$ non infra certum valorem deprimatur. Statuamus igitur $AB = -\vartheta$, ita, vt ϑ denotet limitem illum pro hoc producto obſeruandum, qui cum vt quantitas conſtans ſpectari queat, dum litterae A et B pro variabilibus habentur, erit $\frac{dB}{B} = -\frac{dA}{A}$. His ergo notatis expreſſio litteram Λ definiens erit

$$\Lambda = \frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3\mathfrak{B}^3P} - \frac{\nu}{A^3B\mathfrak{B}P}$$
$$+ \frac{b}{\theta^3 . ma}\left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27b\lambda'''}{8\theta^3 ma}$$

in qua poſteriora membra ſunt conſtantia vnde ad minimum eius valorem inueniendum tantum opus erit priora membra differentiari vbi quidem $P = 1$. Hunc in finem notetur eſſe

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A}; \text{ et } \frac{1}{\mathfrak{B}} = 1 + \frac{1}{B}$$

hincque

$$\frac{d\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^2} = \frac{dA}{A^2} \text{ et } \frac{d\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}^2} = \frac{dB}{B^2} = -\frac{dA}{AB}.$$

ex quo aequatio differentialis prodibit

$$0 = -\frac{3B}{\mathfrak{A}^2} + \frac{3B}{A^2\mathfrak{B}^3} - \frac{3}{A^2\mathfrak{B}^2}$$
$$-\nu\left(\frac{B}{A} + \frac{B}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{A^2\mathfrak{B}} + \frac{1}{A^2B}\right)$$

quae per B diuisa dat

$$0 = 3\left(\frac{1}{A^2\mathfrak{B}^3} - \frac{1}{\mathfrak{A}^2} - \frac{1}{A^2\mathfrak{B}^2B}\right)$$
$$-\nu\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{A^2\mathfrak{B}B} + \frac{1}{A^2B^2}\right)$$

atque hinc elisis litteris germanicis elicietur

$$0 = 3\cdot\left(\frac{1}{AB} - 1\right)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1}{AB}\right)$$
$$+\nu\left(\frac{1}{A^2B^2} + \frac{2}{A^2B} - \frac{2}{A} - 1\right)$$

quae ergo reducitur ad hos factores

$$0 = (3+\nu)\left(\frac{1}{AB} - 1\right)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1}{AB}\right)$$

ex qua cum ob $AB = -\vartheta$ secundus factor euanescere nequeat, factor tertius praebet

$$B = -\frac{1}{A+2} \text{ et } \mathfrak{B} = -\frac{1}{A+1};$$

siue etiam ambae litterae per ϑ sequenti modo definientur

$$B = \frac{\vartheta-1}{2} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{\vartheta-1}{\vartheta+1}, \text{ deinde}$$
$$A = -\frac{2\vartheta}{\vartheta-1} \text{ et } \mathfrak{A} = +\frac{2\vartheta}{\vartheta+1}.$$

Ex his autem valoribus concludimus fore

$$\Lambda = \frac{(\vartheta+1)^3}{8\vartheta^3}\left(1 + \frac{1}{P}\right) - \frac{\nu(\vartheta^2-1)}{4\vartheta^2}\left(1 - \frac{1}{\vartheta P}\right)$$
$$+\frac{b}{\vartheta^3 m\alpha}\left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27b\lambda'''}{8\vartheta^3 m\alpha}$$

vbi

vbi ϑ plerumque erit numerus valde magnus vt etiam pro maioribus multiplicationibus diſtantia focalis s non fiat nimis exigua. Hinc igitur erit ſatis exacte $\Lambda = \frac{1}{4}(1-\nu)$ et cum propemodum ſit $\nu = \frac{1}{5}$, erit $\Lambda = \frac{1}{5}$, ita vt tuto ſumi poſſit $\mu\Lambda = \frac{1}{5}$; vnde obtinebitur

$$x = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{5b}{ma}},$$

qui valor eum, quem in capite praecedente habuimus ſuperat in ratione $\sqrt[3]{5}:1$ ſeu proxime vt $17:10$. Quare etiam claritas in eadem ratione hic maior obtinetur.

Coroll. I.

158. Per numerum igitur ϑ diſtantiae focales ſequenti modo exprimuntur:

$$p = \mathfrak{A}a = \frac{2\vartheta}{\vartheta+1} \cdot a; \quad q = \frac{2\vartheta}{(\vartheta+1)P} \cdot a;$$

$$r = 2\vartheta . \frac{b}{m} \text{ et } s = \frac{2}{5}\vartheta . \frac{b}{m};$$

ita, vt ſit proxime $q = p$ et exacte $s = \frac{1}{5}r$. tum vero lentium interualla

$$\text{I}^{mum} = -\frac{2\vartheta}{\vartheta-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{P}\right) a = \eta a \text{ ideoque}$$

$$P = \frac{2\vartheta}{2\vartheta + \eta(\vartheta-1)} \text{ adeoque } P < 1.$$

$$\text{II}^{dum} = \vartheta\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right) a = \frac{\vartheta a}{P} - \frac{\vartheta b}{m}.$$

$$\text{III}^{tium} = \frac{4}{5}\vartheta . \frac{b}{m} = 2s.$$

Coroll.

Coroll. 2.

159. Quoniam interuallum binarum lentium ſibi proximarum conuenientiſſime ex earum diſtantia focali definitur, ponamus eſſe $\eta a = \zeta p$ hinc definietur

$$P = \frac{(\theta+1)}{(\theta+1)+\zeta(\theta-1)}$$

quare cum ſit ϑ numerus valde magnus, fiet $P = \frac{1}{1+\zeta}$; quare ſi capiatur $\zeta = \frac{1}{10}$ fiet $P = \frac{10}{11}$ qui valor ad praxin ſatis videtur accommodatus, cum hoc interuallum adhuc exiguam mutationem permittat. Quod ad campum viſionis attinet, ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$z = \frac{2ab}{ma+b}. \; \xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab}{ma+b};$$

idem ſcilicet eſt, vti in problemate II^{do} cap. praecedentis atque etiam diſtantia oculi perinde hic determinatur.

Scholion.

En ergo iam inſignem perfectionem eorum microſcopiorum, quae in capite praecedente euoluimus, cum claritas hic inuenta iam notabiliter maior ſit, quam ibi idque in ratione 12 : 7 et quia reuera claritas ſecundum rationem duplicatam ſentitur; hic triplo maior eſt cenſenda. Quocirca in his microſcopiis multiplicatio multo longius proferri poterit, quam in praecedentibus antequam obſcuritas fiat intolerabilis. Hinc ſi velimus vt pro multiplicatione $m = 1000$

 diſtan-

diſtantia focalis lentis ocularis non minor fiat, quam $\frac{1}{4}$ dig. oportebit aſſumere $\vartheta = 47$, ita, vt ſumto $\vartheta = 50$ non ſit metuendum, vt lente oculari nimis exigua opus habeamus. Hunc igitur caſum in ſequenti exemplo euoluiſſe operae pretium videtur.

Exemplum.

Statuamus igitur $\vartheta = 50$ ſumtoque $b = 8$ dig. et, vt modo notauimus, $P = \frac{10}{11}$, pro data obiecti diſtantia $= a$ nanciſcimur ſequentes diſtantias focales

$$p = \frac{100}{51} a;\ q = \frac{110}{51} a;\ r = \frac{800}{m} \text{ dig. et } s = \frac{800}{3m} \text{ dig.}$$

Lentiumque interualla

$$\mathrm{I}^{mum} = \frac{10}{49}. a;\ \mathrm{II}^{dum} = 55\, a - \frac{400}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{et } \mathrm{III}^{tium} = \frac{1600}{3m} \text{ dig.}$$

et diſtantia oculi

$$= \frac{400}{3m}\left(1 + \frac{8}{ma}\right) \text{ dig.}$$

Quoniam porro eſt $\mathfrak{A} = \frac{180}{51}$ et $\mathfrak{B} = \frac{49}{51}$ ob $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ conſtructio lentium duarum priorum, ſi quidem ex vitro communi conficiantur, ita ſe habebit:

I. Pro lente prima erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = -\frac{p}{1{,}1896} = -0{,}84062\, p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{3{,}0077} = 0{,}33248.\, p$$

II. Pro

II. Pro secunda lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,24822} = 4,0291.\,q$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,57099} = 0,6370.\,q$$

His notatis euoluamus valorem litterae Λ, qui erit $\Lambda = 0,221$; qui per $\mu = 0,9381$ multiplicatus dabit $\mu\,\Lambda = 0,2073$. qui ergo a supra assumto $\frac{1}{5}$ vix differt, hinc ergo colligimus pro apertura lentis obiectiuae

$$x = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{40}{ma}} = \frac{0,17099.a}{\sqrt[3]{ma}}$$

ex quo valore prodit mensura claritatis

$$= \frac{160}{ma}.\,x = \frac{27,2584}{m.\sqrt[3]{ma}}$$

denique pro campo visionis erit $\zeta = \frac{4a}{ma+8}$ dig. ac si tandem in loco imaginis realis velimus diaphragma constituere, foraminis eius semidiameter debet esse

$$= A\,B.\,C.\,\zeta = \frac{132.a}{ma+8}\ \text{dig.}$$

vnde conficitur sequens

Constructio huiusmodi microscopiorum ex quatuor lentibus compositorum pro quauis multiplicatione.

160. Singulae hae lentes ex vitro communi, cuius refractio est $n = 1,55$ parentur et posita ob-

 iecti

iecti diſtantia $= a$, quam iterum $= \frac{1}{2}$ dig. aſſumi licebit, erit

I. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis eſt $p = \frac{100}{51} a$, erit radius faciei

anter. $= -1,6482. a$

poſter $= 0,6520. a$

eius aperturae ſemidiameter

$$x = \frac{0,17099}{\sqrt[3]{m}\, a} . a$$

et diſtantia ad lentem ſecundam

$= \frac{10}{49} . a = 0,2040. a.$

II. Pro lente ſecunda, cuius diſtantia focalis $q = \frac{110}{51} . a$ erit radius faciei

anter. $= 8,6906. a.$

poſter. $= 1,3739. a.$

cuius aperturae ſemidiameter aliquanto maior, quam praecedentis.

et diſtantia ad lentem tertiam

$= 55. a - \frac{400}{m}$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt

$r = \frac{800}{m}$ dig.

erit radius faciei vtriusque $= \frac{880}{m}$ dig.

Aper-

Aperturae ſemidiameter $= \frac{200}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem quartam

$= \frac{1602}{3m}$ dig. $= \frac{533}{m}$ dig.

IV. Pro lente quarta, cuius diſtantia focalis $= \frac{100}{3m}$ dig.

erit radius vtriusque faciei $= \frac{203}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{67}{m}$ dig.

et diſtantia ad oculum $= \frac{133}{m}$ dig.

V. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$\zeta = \frac{4a}{ma+8}$ dig.

et inſtrumenti longitudo $= 55,2040.\, a + \frac{267}{m}$ dig.

et menſura claritatis

$$= \frac{27,258}{m \sqrt[3]{m\, a u}}$$

vbi obſeruandum eſt, vt ſupra §. . . . duas priores lentes pro omni multiplicatione, duas vero poſteriores pro qualibet obiecti diſtantia retineri poſſe, pro quibus eadem inſeruiet tabula, quam ibi adiecimus.

Scholion.

161. Eaedem formulae, quas hic inuenimus, etiam ad teleſcopia transferri poſſunt, vbi cum ſit $a = \infty$ et $b = a$, ne lentes in infinitum creſcant, de-

 ber

bet eſſe $\vartheta = 0$, ita tamen, vt ϑa fiat quantitas finita, ſcilicet cum ſit

$$p = \frac{2\theta}{\theta + 1} \cdot a, \text{ erit } \vartheta a = \frac{p}{2}$$

ſicque reliquae diſtantiae focales erunt

$$q = \frac{p}{P};\; r = \frac{p}{m} \text{ et } s = \frac{p}{3m};$$

deinde lentium interualla

$$\mathrm{I}^{mum} = \left(1 - \frac{1}{P}\right) p.$$
$$\mathrm{II}^{dum} = \frac{p}{2P} - \frac{p}{2m};$$
$$\mathrm{III}^{tium} = \frac{2p}{3m}.$$

Quod nunc ad litteram P attinet, formula ſupra data hic locum habebit

$$P = \frac{\theta + 1}{\theta + 1 + \zeta(\theta - 1)} \text{ quae hic dat } P = \frac{1}{1 - \zeta};$$

quia autem hic de Teleſcopiis agitur, ſumi poterit $\zeta = \frac{1}{25}$, ita, vt ſit $P = \frac{25}{24}$; tum vero erit diſtantia oculi

$$O = \frac{s(m+1)}{2m} = \frac{1}{2} s \left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

ita, vt tota longitudo fiat

$$= p\left(1 - \frac{1}{2P} + \frac{1}{3m} + \frac{1}{6m^2}\right)$$

ac porro ſemidiameter campi apparentis

$$\frac{\zeta}{a} = \Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Nunc etiam conſideretur aequatio poſtrema ex ſemidia-

dia-

diametro confufionis deducta, in qua membrum vinculis inclufum per $8\,\vartheta^3$ multiplicetur, factor vero communis per idem dividatur et habebitur

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{p^3}\left(1 + \frac{1}{P} - \frac{2\nu}{P} + \frac{1}{m}(\lambda'' - 6\nu) + \frac{27\lambda'''}{m}\right)$$

vbi cum pro vitro communi fit $\nu = 0,2326$ fi ftatuatur $P = \frac{25}{24}$ et termini per m diuifi negligantur ob $\mu = 1$ proxime, fiet proxime

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3} \cdot \frac{5}{2} \quad \text{vnde colligitur } p = k x \sqrt[3]{\tfrac{5}{2}.m}$$

vnde cum claritatis gradus y dari foleat vt fit $x = my$; tum vero affumatur $ky = 1$. fiquidem ftatuatur $y = \frac{1}{50}$ dig. et $k = 50$, vti fupra eft factum, habebitur

$$p = m\sqrt[3]{\tfrac{5}{2}m}.\ \text{dig. fiue } p = \tfrac{5}{7}m.\sqrt[3]{m}.$$

Cognito autem P erit $q = \frac{24}{25}.p$. Sumfimus autem hic $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ et cum fit $\mathfrak{A} = 0$ et $\mathfrak{B} = -1$ conftructio harum lentium pro vitro communi, vbi $n = 1,55$, erit

I. Pro lente prima radius faciei
anter. $= \frac{p}{\sigma} = 0,6145.p$
pofter. $\frac{p}{\varrho} = 5,2438.p$.

II. Pro lente fecunda autem erit radius faciei
anter. $= \frac{q}{\sigma + (\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0641} = 0,3264.q$
pofter. $= \frac{q}{\varrho - (\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2460} = -0,8026.q$

hinc

hinc ergo obtinetur ſequens

Conſtructio Teleſcopii aſtronomici ex quatuor lentibus compoſiti pro vitro communi $n = 1,55$.

162. Singula momenta pro conſtructione pro more recepto ita in ordinem rediguntur; ſcilicet propoſita multiplicatione m definiatur inde

$$p = \tfrac{8}{7} m . \sqrt[13]{m}.$$

I. Pro prima lente, cuius diſtantia focalis $= p$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 . p \\ \text{poſter.} = 5,2438 . p \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſequentem erit

$$= \tfrac{1}{25} . p = 0,04 p.$$

II. Pro lente ſecunda, cuius diſtantia focalis eſt $\frac{24}{25} . p$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,3134 . p \\ \text{poſter.} = -0,7705 . p. \end{cases}$

apertura non definitur, dummodo ſit maior praecedente et diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{12}{25} p - \frac{p}{2m}$.

III. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{p}{m}$ erit

radius

radius vtriusque faciei $= 1, 1. \frac{p}{m}$

eius aperturae semidiameter $= \frac{p}{4m}$

et distantia ad lentem quartam $= \frac{2p}{3m}$.

IV. Pro quarta lente, cuius distantia focalis $= \frac{p}{3m}$ erit

radius vtriusque faciei $= 1, 1. \frac{p}{3m}$

eius aperturae semidiameter $= \frac{p}{12.m}$

et distantia ad oculum $O = \frac{p}{6m}(1 + \frac{1}{m})$.

V. Tota ergo longitudo erit

$$= p\left(\frac{13}{25} + \frac{1}{3m} + \frac{1}{6m^2}\right)$$

et semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{1718}{m+1}$ min.

VI. Si in loco imaginis realis, quae inter binas posteriores lentes medium interiacet, diaphragma sit constituendum, eius foraminis radius erit

$$= A\,B\,C.\,\zeta = \frac{p}{6(m+1)}.$$

Problema 2.

165. Iisdem quaternis lentibus retentis microscopium conficere, quod ad omnes multipicationes producendas sit accommodatum.

Solutio.

Sint harum lentium distantiae focales p, q, r et s, quae vti ex problemate praecedente perspicitur, ita debent esse comparatae, vt sit primo $s = \frac{1}{3} r$; tum vero $q = \frac{11}{10} p$; deinde etiam recordandum est, ambas posteriores lentes vtrinque esse debere aeque conuexas, de figura vero priorum mox videbimus. Formulas ergo supra inuentas considerando erit

1°. $\vartheta = \frac{mr}{2b}$; vnde cum sit $p = \frac{2\theta}{\theta + 1} \cdot a$

hinc colligemus

$$a = \frac{\theta + 1}{2\theta} \cdot p = \frac{(mr + 2b)}{2mr} \, p;$$

quae ergo etiam a multiplicatione pendet, ita, vt pro qualibet multiplicatione distantiam obiecti variari oporteat;

2°. lentium interualla ita se habebunt:

$$\mathrm{I}^{mum} = \frac{1}{10} p.$$

$$\mathrm{II}^{dum} = \frac{11.mr + 18.b}{40.b} \cdot p - \frac{1}{2} r.$$

ob $P = \frac{10(mr + 2b)}{11.mr + 18.b}$ seu

$$\mathrm{II}^{dum} \text{ interuallum} = \frac{11.mrp}{40.b} + \frac{9}{20} p - \frac{1}{2} r.$$

$$\mathrm{III}^{tium} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} r = \frac{2}{3} r.$$

atque distantia oculi

$$O = s \left(\frac{1}{2} + \frac{br}{(mr + 2b)p} \right)$$

seu

ſeu O proxime $= \frac{1}{2}\mathfrak{a}$ ſicque pro varia multiplicatione tantum ſecundum interuallnm fiet mutabile.

Porro vero erit ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{(mr + 2b)bp}{m(mr + 2b)p + 2mbr}$$

vnde ſi m ſit numerus praemagnus, fiet $\zeta = \frac{b}{2m}$. Vt nunc figuram duarum priorum lentium definiamus, pro quibus ſupra ſumſimus $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$; perpendere oportet litteras

$$\mathfrak{A} = \frac{2mr}{mr + 2b} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{mr - 2b}{mr + 2b}.$$

Quia autem earum figura pro varia multiplicatione mutari non poteſt atque pro rei natura ſufficit figuram tantum proxime definiuiſſe, conſideremus m vt numerum praemagnum ſumamusque $\mathfrak{A} = 2$ et $\mathfrak{B} = 1$. Poſſumus etiam ſuperioribus valoribus vti, vbi erat $\vartheta = 50$, quippe qui valor certe multiplicationi magnae reſpondet; facile enim intelligitur tum eandem figuram tam maioribus, quam minoribus multiplicationibus ſatis exacte conuenire; quare ſi vitrum commune adhibeamus habebitur

pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,8406.\,p \\ \text{poſter.} = 0,3325.\,p \end{cases}$

et pro lente ſecunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,0291.\,q \\ \text{poſter.} = 0,6370.\,q \end{cases}$

 Deni-

Denique pro apertura primae lentis inuenimus eius femidiametrum

$$x = \frac{0,171 . a}{\sqrt[3]{m a}}$$

indeque menfuram claritatis nacti fumus

$$= \frac{27,258}{m \sqrt[3]{m a}}$$

exiftente $a = \frac{mr + 2b}{2mr} . p = \frac{1}{2} p$ proxime.

Exemplum.

166. 1) Sumamus pro harum lentium diftantiis focalibus

$p = 1$. dig. $q = \frac{11}{10}$ dig. $r = 1$. dig. et $s = \frac{1}{3}$ dig.

quippe qui valores ad praxin maxime idonei videntur, ac fi hae lentes ex vitro communi parentur, earum figura ita determinetur vt fit

2) I. Pro lente prima radius faciei
anter. $= - 0, 84$. dig.
pofter. $= 0, 33$. dig.

II. Pro fecunda lente radius faciei
anter. $= 4, 43$ dig.
pofter. $= 0, 70$ dig.

III. Pro tertia lente
radius faciei vtriusque $= 1, 1$. dig.

IV. Pro

IV. Pro quarta lente

radius faciei vtriusque $= \frac{11}{30}$ dig.

3) quibus lentibus paratis prima et fecunda ad intervallum $= \frac{1}{10}$ dig. firmentur, tertia vero et quarta ad interuallum $= \frac{2}{3}$ dig. ita tamen, vt pro indole oculi quarta lens tantillum mutari poffit; ambo autem paria eiusmodi tubis inferantur, qui pro lubitu ad maius minusue fpatium diduci queant, quemadmodum multiplicatio poftulat, fiquidem interuallum inter fecundam & tertiam lentem effe debet $(\frac{11.m}{320} - \frac{1}{20})$ dig.

4) Simili modo etiam diftantia obiecti aliquantum erit variabilis & pro qualibet multiplicatione effe debet

$$a = \frac{m+16}{2m}.\ \text{dig.} = (\tfrac{1}{2} + \tfrac{8}{m})\ \text{dig.}$$

Deinde vero locus oculi vt conftans fpectari poteft, ita, vt fit eius diftantia $O = \frac{1}{6}$ dig.

5) Tertiae et quartae lenti tanta datur apertura, quantae funt capaces.

6) Primae autem lentis apertura maxime a multiplicatione pendet, cum fit eius femidiameter

$$x = \frac{0.085}{\sqrt[3]{\frac{1}{2}m}};$$

vnde menfura claritatis prodit

$$\frac{27,26}{m\sqrt[3]{\frac{1}{2}m}}$$

 7) Cir-

7) Circa hoc microscopium haud abs re fore arbitror, si pro aliquot praecipuis multiplicationibus valores momentorum variabilium, quae sunt 1°. distantia obiecti $= a$; 2°. interuallum lentium secundae et tertiae, quod indicemus littera L. 3°. Semidiameter aperturae primae lentis x et 4°. mensura claritatis $= 20.y$, adiunxerimus; quem in finem sequens tabella est adiecta:

m.	*a.*	*L.*	*x.*	*claritas.*
50	0,668	1,668	0,0291	0,1862
100	0,580	3,387	0,0231	0,0739
200	0,540	6,825	0,0183	0,0293
300	0,527	10,362	0,0160	0,0170
400	0,520	13,700	0,0145	0,0116
500	0,516	17,137	0,0135	0,0086
600	0,513	20,575	0,0127	0,0067
700	0,511	24,012	0,0120	0,0056
800	0,510	27,450	0,0115	0,0046
900	0,509	30,887	0,0110	0,0037
1000	0,508	34,325	0,0085	0,0027

Problema 3.

167. Loco lentis obiectiuae eiusmodi tres lentes conuexas proxime sibi iunctas substituere, vt binis reliquis lentibus secundum praecepta in capite superiore data constitutis maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Solutio.

Cum hic quinque lentes ſint conſiderandae et imago realis in quartum ſeu vltimum interuallum incidat, litterae P, Q, R erunt poſitiuae, ſequens vero S ponatur $= -k$ ita, vt ſit $PQRk = \frac{ma}{b}$. Hinc diſtantiae focales ſingularum lentium ita exprimentur:

$$p = \mathfrak{A}a; \quad q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P}; \quad r = \frac{A.B.\mathfrak{C}.a}{PQ};$$

$$s = -\frac{ABC.\mathfrak{D}.a}{PQR} \text{ et } t = -ABCD.\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium ita ſe habebunt:

$$\text{I. et II.} = Aa(1 - \tfrac{1}{P});$$

$$\text{II. et III.} = -\tfrac{AB}{P}.a(1 - \tfrac{1}{Q});$$

$$\text{III. et IV.} = \tfrac{ABC}{PQ}.a(1 - \tfrac{1}{R});$$

$$\text{IV. et V.} = -\tfrac{ABCD.a}{PQR}(1 + \tfrac{1}{k});$$

quorum cum duo priora ſint valde parua, litterae P et Q quam minime ab vnitate recedere debent; quamobrem in expreſſione campi litterae $\mathfrak{q}$ et $\mathfrak{r}$ pro nihilo erunt habendae; poſteriores vero $\mathfrak{s}$ et $\mathfrak{t}$ vnitati aequales ſumuntur, ſiquidem binae poſtremae lentes vtrinque fiant aeque conuexae. Hinc ergo ſpatii in obiecto conſpicui fiet ſemidiameter $z = \frac{2ab}{ma+b}.\xi$; at vero littera $M = \frac{2b}{ma+b}$, ex qua diſtantia oculi fit

$$O = \frac{t}{Ma}.\frac{b}{m} = \tfrac{1}{2}t(1 + \tfrac{b}{ma}) \text{ ſeu proxime } = \tfrac{1}{2}t.$$

Aequa-

Aequationum porro fundamentalium prima et fecunda omitti poffunt, quia ob litteras P et Q proxime $= 1$, litterae q et r fponte fiunt minimae; tertia vero dabit

$$-\mathfrak{D}\mathfrak{z} = (PQR - 1)M = -\mathfrak{D} = \frac{2(ma - bk)}{k(ma + b)},$$

vnde pro maioribus multiplicationibus fit $\mathfrak{D} = -\frac{2}{k}$; ex aequatione autem pro margine colorato, quae hoc cafu erit, $\frac{1}{PQR} - \frac{1}{PQRk} = 0$ colligimus, vt ante, $k = 1$ ita, vt fit $\mathfrak{D} = -2$; hincque $D = -\frac{2}{3}$; quibus inventis diftantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;\ r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a;$$

$$s = +2ABC.\frac{b}{m} \text{ et } t = +\frac{2}{3}.ABC.\frac{b}{m} = \frac{1}{3}s.$$

vnde fequitur

$$\mathfrak{A} > 0;\ A\mathfrak{B} < 0;\ AB\mathfrak{C} > 0 \text{ et } ABC > 0;$$

et interualla lentium

$$\text{I.} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$\text{II.} = -\frac{AB}{P}.a\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

$$\text{III.} = \frac{ABC}{PQ}a\left(1 - \frac{1}{R}\right);$$

$$\text{IV.} = \frac{4}{3}.ABC.\frac{b}{m} = 2t.$$

Denique pro apertura primae lentis feu littera x definienda habetur ifta aequatio:

$\frac{1}{k^3} =$

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x'^3}{\alpha^2 b}\begin{cases} \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) \\ + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\ + \frac{b}{8 A^3 B^3 C^3 . ma}(\lambda''' - 6\nu) \\ + \frac{27 . b . \lambda''''}{8 A^3 B^3 C^3 . ma}) \end{cases}$$

in qua expressione numeri λ''' et λ'''' inde dantur, quod hae lentes debent esse vtrinque aeque conuexae; priores vero λ, λ' et λ'' habent coefficientes positiuos quia $A\mathfrak{B} < 0$, quum ex hypothesi omnes lentes sunt conuexae. Quare cum totum negotium nunc eo redeat, vt huic expressioni valor minimus concilietur, primo his litteris λ, λ', λ'' tribuatur valor minimus, qui est vnitas; deinde vero litterae $A\ B\ C$ ita definiri debent, vt haec expressio minimum adipiscatur valorem; quem in finem ante omnia notari conuenit, ne binae vltimae lentes pro maioribus multiplicationibus nimis fiant exiguae, quantitatem $A\ B\ C$ semper certum limitem superare debere; quare cum ea positiua esse debeat, statuamus $A\ B\ C = \vartheta$, ita, vt ϑ tanquam numerus datus spectari possit; ex quo bina vltima membra per se determinantur; restant igitur tantum tria membra priora, quibus quomodo minimus valor induci queat est inuestigandum, vbi quidem pro litteris P et Q vnitatem scribere licebit. Cum autem iam supra huiusmodi inuestigationes saepius expediuerimus, inde concludere possumus, a scopo nos minime esse aberraturos, si has tres formulas $\mathfrak{A}$, $-A\mathfrak{B}$, et A B $\mathfrak{C}$ inter ſe reddamus aequales, ita, vt diſtantiae focales p, q, r eatenus tantum a ratione aequalitatis recedant, quatenus litterae P et Q ab vnitate diſcrepant. Aequalitas autem primae et ſecundae harum expreſſionum dat

$$\mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1 \text{ ſeu } \mathfrak{B} = -\frac{1}{A+1};$$

vnde fit

$$B = \frac{\mathfrak{A} - 1}{2 - \mathfrak{A}} = -\frac{1}{2 + A}.$$

Aequalitas autem ſecundae et tertiae dabit

$$\mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 = -\frac{1}{B+1};$$

quamobrem habebimus

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{A} - 2 = -\frac{A-2}{A+1} \text{ hincque } C = -\frac{A-2}{2A+3};$$

at vero debet eſſe A B C $= \vartheta$; vnde omnes hae litterae per ϑ ſequenti modo exprimentur

$$A = \frac{3\theta}{1-2\theta};\ B = -\frac{(1-2\theta)}{2-\theta} \text{ et } C = -\frac{(2-\theta)}{3};$$

atque hinc porro

$$\mathfrak{A} = \frac{3\theta}{1+\theta};\ \mathfrak{B} = -\frac{(1-2\theta)}{1+\theta} \text{ et } \mathfrak{C} = -\frac{(2-\theta)}{1+\theta};$$

quibus valoribus adhibitis aequatio noſtra vltima induet hanc formam:

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b} \begin{cases} \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3} + \frac{\nu.(1-2\theta)(1+\theta)}{9\theta^2} \\ + \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3 \cdot P}\left(1 - \frac{\nu.(1-2\theta)(2-\theta)}{(1+\theta)^2}\right) \\ + \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3 . PQ}\left(1 - \frac{\nu.\, 7.(2-\theta)}{(1+\theta)^2}\right) \\ + \frac{b}{8\theta^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27.b.\lambda''''}{8\theta^3 . ma}\,) \end{cases}$$

Statua-

Statuamus nunc breuitatis gratia expreſſionem vncinulis incluſam =

$$\begin{aligned}\Lambda = & \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3}\left(1+\frac{1}{P}+\frac{1}{PQ}\right)\\ & -\frac{\nu(1+\theta)}{27\theta^3}\left(3\vartheta(2\vartheta-1)+\frac{(2\theta-1)(\theta-2)}{P}+\frac{3(2-\theta)}{PQ}\right)\\ & +\frac{b}{8\theta^3 m a}\left(\lambda'''-6\nu\right)+\frac{27.b.\lambda''''}{8\theta^3.ma};\end{aligned}$$

quae formula ſi ϑ fuerit numerus praemagnus et litterae P et Q vnitati aequales reputentur, praebet $\Lambda = \frac{3-8\nu}{27}$ qui valor vtique multo minor eſt, quam ſi lens obiectiua eſſet vel ſimplex vel etiam duplicata; vnde etiam x maiorem valorem ſortietur, qui erit

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{\mu m \Lambda}}$$

et dabit ſemidiametrum aperturae lentis obiectiuae, dummodo is non fuerit maior, quam figura lentis permittit. Inuento autem x erit $y\ \frac{b}{ma}.x.$ et menſura claritatis $= \frac{20.b}{ma}.x.$

Coroll. I.

168. Hae formulae aeque patent ad teleſcopia atque ad microſcopia, hoc tantum diſcrimine intercedente, quod pro teleſcopiis, vbi $a = \infty$ et $b = a$, ſit ϑ infinite paruum; pro microſcopiis autem ϑ fiat numerus praemagnus.

Coroll. 2.

169. Pro microscopiis igitur erit proxime

$$\mathfrak{A} = 3;\ A = -\tfrac{3}{2};\ \mathfrak{B} = 2;\ B = -2;$$
$$\mathfrak{C} = 1,\ \text{et}\ C = \infty;$$

seu numerus praemagnus; tum vero

$$\Lambda = \tfrac{1}{27}\left(1 + \tfrac{2}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right) - \tfrac{\nu}{27}\left(6 + \tfrac{2}{P}\right).$$

Coroll. 3.

170. At si numeri huius praemagni θ rationem quoque habere velimus, habebimus adhuc propius

$$\mathfrak{A} = 3 - \tfrac{3}{\theta};\ A = -\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{4\theta};$$
$$\mathfrak{B} = 2 - \tfrac{3}{\theta};\ B = -2 - \tfrac{3}{\theta};$$
$$\mathfrak{C} = 1 - \tfrac{3}{\theta};\ C = \tfrac{\theta}{3} - 1;$$

tum vero etiam adcuratius erit

$$\Lambda = \tfrac{1}{27}\left(1 + \tfrac{2}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right) + \tfrac{1}{9\theta}\left(1 + \tfrac{2}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right)$$
$$- \tfrac{\nu}{27}\left(6 + \tfrac{2}{P}\right) - \tfrac{\nu}{9\theta}\left(1 - \tfrac{2}{P} - \tfrac{1}{PQ}\right).$$

Coroll. 4.

171. Quod nunc ad interualla lentium priorum attinet, si sumamus vtrumque eorum esse debere $= \zeta p = \zeta \mathfrak{A} a$ valoribus prioribus proxime veris adhibendis reperiemus

P =

$$P = \frac{1}{1+2\zeta} \text{ et } Q = \frac{1}{1+P\zeta} = \frac{1+2\zeta}{1+3\zeta};$$

vnde ſi ſtatuamus

$$\zeta = \frac{1}{10}, \text{ erit } P = \frac{5}{6} \text{ et } Q = \frac{12}{13};$$

hincque

$$PQ = \frac{10}{13} \text{ et } \Lambda = \frac{7}{54} - \frac{14\nu}{45} + \frac{7}{18\theta} + \frac{\nu}{6\theta}.$$

Coroll. 5.

172. Cum autem valor ν a ratione vitri pendeat, notetur pro vitro coronario, quo eſt $n = 1,53$ eſſe propemodum $\nu = \frac{1}{5}$ et pro vitro chryſtallino, quo $n = 1,58$, eſſe $\nu = \frac{1}{4}$ hinc ergo colligitur pro vitro coronario fore

$$\Lambda = \frac{91}{1350} + \frac{19}{25\theta}.$$

Pro vitro autem chryſtallino erit

$$\Lambda = \frac{7}{135} + \frac{31}{72\theta};$$

ex quo perſpicitur, plurimum praeſtare, ſi tres priores lentes ex vitro chryſtallino parentur.

Scholion.

173. Quod nunc ad lentium conſtructionem attinet, quia pro tribus prioribus numeri λ, λ' et λ'' vnitati aequales ſunt poſiti, vt ſcilicet ſingulae minimam confuſionem producant, ſufficiet litteris $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ valores proximos tribuiſſe, ita, vt tuto capere liceat $\mathfrak{A} = 3$, $\mathfrak{B} = 2$ et $\mathfrak{C} = 1$; vnde ſecundum praecepta

 gene-

generalia singulae hae lentes pro distantiis focalibus datis p, q, r construi poterunt, vbi notasse iuuabit, esse

$$q = \frac{p}{P} = \frac{6}{5}p \text{ et } r = \frac{p}{PQ} = \frac{13}{10}.p;$$

licebit enim nunc distantiam focalem p tanquam cognitam spectare ex eaque distantiam obiecti definire, quae erit

$$a = \frac{1+\theta}{3\theta}.p = \frac{1}{3}p\left(1 + \frac{1}{\theta}\right)$$

tum vero littera ϑ commodissime definitur ex lente quarta, cuius distantia focalis s si itidem vt cognita spectetur, erit $\vartheta = \frac{ms}{2b}$; ita, vt nunc habeatur

$$a = \frac{1}{3}p\left(1 + \frac{2b}{ms}\right).$$

Tum vero erit $t = \frac{1}{3}s$ et interuallum vltimum $= \frac{2}{3}s$. dum duo priora internalla sunt per hypothesin $= \frac{1}{10}.p$. Tertium vero interuallum maxime a multiplicatione pendebit erit enim id

$$= \vartheta.a\left(\frac{13}{10} - \frac{b}{ma}\right) = \frac{13msa}{20b} - \frac{1}{2}s.$$
$$= \frac{13m.ps}{60b} + \frac{13}{30}p - \frac{1}{2}s,$$

ex quo patet, quo maior multiplicatio desideretur, eo magis instrumentum elongari debere; tum vero etiam apertura primae lentis inprimis a multiplicatione pendet; ex formula enim supra inuenta cum sit proxime

$$\mu = 1,\ a = \frac{1}{3}p \text{ et } \Lambda = \frac{71}{135}$$

pro

pro vitro chryſtallino, ſi vt ſupra fecimus ſumamus $k = 20$, obtinebimus

$$x = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\tfrac{15 p^2}{7 \cdot m}} \text{ dig.} = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\tfrac{135 \cdot a^2}{7 \cdot m}} \text{ dig.}$$

quare ſi vt ſupra diſtantiam obiecti circiter dimidii digiti ſtatuamus vt ſit $p = \frac{3}{2}$ dig. fiet

$$x = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\tfrac{135}{28 \cdot m}} \text{ dig.}$$

$$= \frac{0,1689}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

Porro autem pro claritate erit

$$y = \frac{8}{10 m} \sqrt[3]{\frac{135}{7 m a}}$$

et menſura claritatis

$$= \tfrac{16}{m} \cdot \sqrt[3]{\tfrac{135}{7 m a}} \text{ et caſu } a = \tfrac{1}{2} \text{ dig.}$$

$$\text{erit ea} = \frac{54,048}{m \sqrt[3]{m}}.$$

Ex his igitur ſtatim poterimus eiusmodi microſcopium conficere, quod retentis iisdem lentibus ad omnes multiplicationes producendas ſit accommodatum; vtamur autem, vt hactenus, vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, ita, vt valorem ipſius x aliquantillum imminui conueniat, vti cuique lubuerit, ac tum pro lente prima, cuius diſtantia focalis $= p$ et $\mathfrak{A} = 3$,

erit

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} = -\frac{p}{2,6827} = -0,3728.p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{4,5008} = 0,2222.p$$

quae ergo aperturam admittit, cuius ſemidiameter erit circiter $x = 0,055.p = \frac{1}{18}p$.

Pro ſecunda autem lente, cuius diſtantia focalis $q = \frac{6}{5}p$ erit radius faciei (ob $\mathfrak{B} = 2$)

$$\text{anter.} = \frac{-q}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2460} = -0,8026\,q$$

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0641} = 0,3264\,q.$$

Pro lente autem tertia, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{13}{10}.p$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\varrho} = 5,2438.r$$

$$\text{poſter.} = \frac{r}{\sigma} = 0,6145.r$$

Videtur autem hic commode ſumi poſſe $p = 1\frac{1}{2}$ dig. vt fiat circiter $a = \frac{1}{2}$ dig. tum vero $s = 1$ dig. vt fiat $t = \frac{1}{3}$ dig. vnde orietur ſequens

Conſtructio microſcopii ex quinque lentibus compoſiti ad omnes multiplicationes idonei.

174. Si omnes lentes ex vitro communi pro quo eſt $n = 1,55$ parentur, habebitur

I. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis eſt $p = 1\frac{1}{2}$ dig.

radius

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,5592.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,3333.\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius semidiameter aperturae posset esse $x = 0,0833$. dig. verum ob multiplicationem datam $= m$ sumi conueniet

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[5]{m}}\ \text{dig.}$$

et distantia ad lentem secundam $= 0,15$ dig.

II. Pro lente secunda, cuius distantia focalis est $q = \frac{8}{10}$ dig. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,4447.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,5875.\ \text{dig.} \end{cases}$

apertura modo maior sit praecedente distantia ad lentem tertiam $= 0,15$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius distantia focalis est $r = \frac{39}{20}$ dig. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 10,2255.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 1,1983.\ \text{dig.} \end{cases}$

de apertura idem tenendum, quod ante et distantia ad lentem quartam erit

$$= \left(\tfrac{13.m}{320} + \tfrac{3}{20}\right)\ \text{dig.}$$

IV. Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $s = 1$ dig. capiatur
radius vtriusque faciei $= 1,1$ dig.

aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}$ dig.

et distantia ad lentem quintam

$= \frac{2}{3}$ dig. $= 0,67$. dig.

V. Pro quinta lente, cuius distantia focalis $= \frac{1}{3}$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= 0,37$. dig.

eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{12}$ dig.

et distantia oculi $= \frac{1}{6}$ dig. $= 0,17$ dig.

VI. Semidiameter spatii in obiecto conspicui erit $\zeta = \frac{1}{2} \frac{ab}{ma+b}$ existente distantia obiecti

$a = \frac{1}{3} p (1 + \frac{2b}{ms}) = \frac{1}{2} (1 + \frac{2}{m})$ dig.

VII. Cum sit semidiameter aperturae lentis obiectiuae

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

fiet hinc

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{2,40}{m \sqrt[3]{m}};$$

et mensura claritatis

$$= \frac{48}{m \sqrt[3]{m}};$$

ita, vt si fuerit $m = 512$, mensura claritatis futura sit $= \frac{3}{256} = \frac{1}{85}$, quae adhuc 34 vicibus maior est, quam claritas Lunae plenae.

VIII.

VIII. Subiungamus adhuc tabellam, in qua pro praecipuis multiplicationibus m exhibeantur

1°. distantia obiecti a lente obiectiua
$a = \frac{1}{2}(1 + \frac{8}{m})$ dig.

2°. interuallum lentium tertiae et quartae, quod sit
$= l = (\frac{13m}{320} + \frac{3}{20})$ dig.

3°. semidiameter aperturae lentis obiectiuae

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}}. \text{ et}$$

4°. claritas $= \frac{48}{m\sqrt[3]{m}}$.

m.	*a.*	*l.*	*x.*	*claritas.*
50	0,580	2,181	0,041	0,262
100	0,540	4,212	0,033	0,106
200	0,520	8,274	0,026	0,044
300	0,513	12,236	0,022	0,023
400	0,510	16,398	0,020	0,016
500	0,508	20,460	0,019	0,012
600	0,507	24,522	0,018	0,009
700	0,506	28,584	0,017	0,008
800	0,505	32,646	0,016	0,006
900	0,504½	36,708	0,016	0,005
1000	0,504	40,770	0,015	0,005

Scholion.

175. Cum formulae nostrae inuentae aeque ad telescopia, ac microscopia pateant, dum illo casu ponitur $\vartheta = 0$ hoc vero $\vartheta =$ numero praemagno, operae pretium videtur adcuratius inuestigare, cuiusmodi instrumenta sint proditura, et ad quemnam vsum futura sint accommodata, si litterae ϑ valor mediocris veluti 1 vel 2 tribuatur; hunc in finem sumamus $\vartheta = 2$, vt sit

$$s = \frac{4b}{m} \text{ et } t = \frac{4b}{3m} \text{ hincque } m = \frac{4b}{s},$$

tum vero sequentes habebuntur valores:

$$\mathfrak{A} = 2;\ \mathfrak{B} = 1;\ \mathfrak{C} = 0.$$

ideoque

$$A = -2;\ B = \infty \text{ et } C = 0.$$

ita, tamen vt sit

$$B\,C = -1 \text{ et } B\,\mathfrak{C} = -1.$$

ex quibus valoribus distantiae focales lentium priorum erunt

$$p = 2a;\ q = \frac{2a}{P};\ r = \frac{2a}{PQ};$$

et interualla

$$I^{mum} = -2a\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$
$$II^{dum} = \infty\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$
$$III^{tium} = \frac{2a}{PQ}\left(1 - \frac{1}{R}\right) = 2a\left(\frac{1}{PQ} - \frac{b}{ma}\right) \text{ et}$$
$$IV^{tum} = \frac{4b}{3m};$$

manen-

manente diſtantia oculi $O = \frac{1}{2} t$. Vt iam fiat primum interuallum $= \frac{1}{10} . p$, ſumi debebit $P = \frac{10}{11}$ at Q ſemper debet eſſe $= 1$, quantumuis ſecundum interuallum accipiatur; conueniet autem primo aequale ſumi, ita, vt ſit $q = \frac{11}{5} . a$ et $r = \frac{11}{5} . a$ tertiumque interuallum $= 2a \left(\frac{11}{10} - \frac{b}{ma} \right)$ deinde vt ante erit

$$\zeta = \frac{1}{2} . \frac{ab}{ma + b}.$$

Verum nunc obtinebimus

$$\Lambda = \frac{2}{5} - \frac{\nu}{4} + \frac{b}{64 . m a} (\lambda''' - 6 . \nu) + \frac{27 . b . \lambda''''}{64 . m a},$$

qui valor pro caſu $\nu = \frac{1}{5}$ foret $\Lambda = \frac{7}{20}$ at pro caſu $\nu = \frac{1}{4}$ foret $\Lambda = \frac{27}{80}$ ſeu vtroque caſu proxime $\Lambda = \frac{1}{3}$ hinc ergo colligimus

$$x = \frac{1}{k} \sqrt[3]{\frac{3a^2b}{\mu m}} \text{ ſeu}$$

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{3a^2b}{m}};$$

indeque porro

$$y = \frac{b}{20 m} \sqrt[3]{\frac{3b}{ma}} \text{ et menſura claritatis } = b . \sqrt[3]{\frac{3b}{ma}}.$$

His notatis, quae ad inſtrumenti conſtructionem pertinent, ſequentia obſeruentur

1°. Si caperetur $s = 1$. dig. foret $m = 4\,b$. dig. ſeu $\frac{b}{m} = \frac{1}{4}$ dig. quem valorem ita interpretari oportet, quod inſtrumentum nobis obiecta m vicibus maiora repraeſentet, quam ſi ea in diſtantia b ſpectaremus vnde patet, obiecta nobis in eadem magnitudine re-

 prae-

praesentari, quam si ea nudis oculis spectaremus in distantia $=\frac{b}{n}$, ex quo perspicuum est, instrumentum, de quo hic agitur, nobis obiecta eadem magnitudine esse repraesentaturum, quam si ea cerneremus in distantia $=\frac{1}{4}$ dig. sublata scilicet summa confusione, qua obiecta tam vicina nos adficerent.

2°. Si distantiam focalem s maiorem vel minorem vno digito assumeremus, multiplicatio etiam fieret vel minor vel maior; praxis autem minorem valorem pro s vix admittit, propterea quod $t=\frac{1}{3}s$; minorem vero multiplicationem nemo magnopere desiderabit; vnde iste valor $s=1$ dig. nostro scopo maxime accommodatus videtur.

3°. Huiusmodi ergo instrumentum tum vsum praestare poterit, quando obiecta ita spectare optamus, quasi ea in distantia $=\frac{1}{4}$ dig. intueremur, vel, quod eodem redit, 32 vicibus maiora, quam si ea in distantia octo digitorum aspiceremus, sicque hoc instrumentum idem praestabit, quod microscopium tricies et bis multiplicans.

4°. Quia autem in microscopiis distantia obiecti admodum parua sumi solet, hoc instrumentum tum potissimum vsurpari poterit, quando ad obiecta non pro lubitu appropinquare licet, quamobrem, si distantia obiecti a aliquanto maior fuerit, quam in microscocrofcopiis admitti folet, videamus, quomodo noftrum inftrumentum tum futurum fit comparatum; ftatuamus igitur praeterea $a = 1.$ ped. $= 12.$ dig. manente $s = 1$ dig. et diftantiae focales lentium hoc modo determinabuntur

$$p = 24. \text{ dig. } \quad q = 26,4 \text{ dig.}$$

$$r = 26,4 \text{ dig. } \quad s = 1 \text{ dig. et } t = \tfrac{1}{3} \text{ dig.}$$

Deinde vero interualla

$$\text{I}^{mum} = 2,4 \text{ dig.}; \ \text{II}^{dum} = 2,4 \text{ dig.}$$

$$\text{III}^{tium} = 25,9 \text{ dig. } \ \text{IV}^{tum} = 0,67 \text{ dig.}$$

Aperturae vero primae lentis femidiameter nunc erit

$$x = \tfrac{1}{20} \sqrt[3]{\tfrac{3 \cdot 144}{4}}. \text{ dig.} = \tfrac{1}{20} \cdot \sqrt[3]{108} = 0,237. \text{ dig.}$$

hincque menfura claritatis $= 0,128$ fieque ipfa claritas 65 vicibus minor erit, quam fi idem obiectum nudis oculis afpicimus, quae fola circumftantia huiusmodi inftrumenta ab vfu practico excluderet, nifi longitudo eorum iam fatis effet incommoda, quin etiam fi propius ad obiecta accedere liceat, nihil impedit, quominus microfcopio ordinario vtamur, praecipue fi tam exigua multiplicatione contenti effe velimus; idem adeo praeftaret microfcopium fimplex diftantiae focalis $= \frac{1}{4}$ dig.

Scho-

Scholion.

176. Easdem igitur noſtras formulas nunc etiam ad teleſcopia adplicemus vbi eſt $a = \infty$ et ſumitur $b = a$; tum igitur capi oportet $\vartheta = 0$, ita tamen, vt ϑa fiat quantitas finita, cum igitur ſit

$$p = \frac{3\vartheta}{1+\vartheta} \cdot a = 3\vartheta a$$

ita, vt ſit $\vartheta a = \frac{1}{3} p$. vnde erit porro

$$q = \frac{p}{P} \text{ et } r = \frac{p}{PQ}, \text{ at } s = \frac{2p}{3m} \text{ et } t = \frac{2p}{5m};$$

tum vero interualla lentium

$$\text{I}^{mum} = p\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{p}{2P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

$$\text{III}^{tium} = \frac{p}{3}\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{m}\right);$$

$$\text{IV}^{tum} = \frac{4p}{9m};$$

pro loco oculi manente $O = \frac{1}{2} t \left(1 + \frac{2}{m}\right)$. Faciamus nunc, duo priora interualla inter ſe aequalia, et quia lentes obiectiuae iam ſunt multo maiores ſtatuamus vtrumque $= \frac{1}{25} \cdot p$, et reperietur

$$P = \frac{25}{24} \text{ et } Q = \frac{12}{11}; \text{ hincque } PQ = \frac{25}{22};$$

vnde ſuperiores valores erunt

$$q = \frac{24}{25} \cdot p \text{ et } r = \frac{22}{25} \cdot p;$$

tertiumque interuallum

$$= \frac{1}{3} p \left(\frac{22}{25} - \frac{1}{m}\right) = \frac{22}{75} p - \frac{p}{3m}.$$

Pro

Pro campo porro apparente fiet eius femidiameter

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{2}{m+1} \cdot \zeta = \frac{p}{4} \cdot \frac{2}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Denique aequatio pro diſtinctione viſionis erit

$$\frac{\mu m . x^3}{p^3} \left(\frac{71}{25} - \frac{36}{5} . \nu + \frac{27}{8m} (\lambda''' - 6 \nu) + \frac{729 . \lambda''''}{8 m} \right) = \frac{1}{k^3}.$$

Hic iam proponi ſolet gradus claritatis, quo obiecta repraeſententur, qui ſit $y = \frac{1}{50}$ dig. ſumique debet $x = my = \frac{m}{50}$ dig. et capiatur etiam vt in libro ſuperiore $k = 50$ quibus poſitis reperietur

$$p = m \sqrt[3]{\mu m \left(\frac{71}{25} - \frac{36}{5} \nu + \frac{27}{8m} (\lambda''' - 6 \nu) + \frac{729 . \lambda''''}{8 m} \right)}$$

vbi ſi vitro communi vtamur, erit $\mu = 0,9381$ et $\nu = 0,2326$ at vero iam ſumſimus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$, et quia binae poſtremae lentes debent eſſe vtrinque aeque conuexae, eſſe oportet $\lambda'''' = 1,6298$ et $\lambda''' = 1 + 0,6298 . (1 - 2 \mathfrak{D})^2 = 16,745$. ex quibus valoribus colligimus

$$p = m \sqrt[3]{(1,0931 . m + 188)} \text{ dig.}$$

Problema 4.

177. Loco lentis obiectiuae eiusmodi quatuor lentes conuexas proxime ſibi iunctas ſubſtituere, vt binis reliquis lentibus ſecundum praecepta ſuperiora conſtitutis maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Cum hic ſex habeantur lentes ideoque quinque interualla totidem quoque litterae P, Q, R, S, T in calculum ſunt introducendae; quarum tres priores P, Q et R vnitati proxime ſunt aequales, quia quatuor priores lentes ſibi proxime iunctae ponuntur; vltima vero T debet eſſe negatiua ſiue $T = -k$, quia imago realis in vltimum interuallum incidit ſicque habebitur $PQRSk = \frac{ma}{b}$; deinde diſtantiae focales lentium nunc ita exprimentur:

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P};$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}a}{PQ};\ s = -\frac{ABC\mathfrak{D}a}{PQR};$$

$$t = \frac{ABCD\mathfrak{E}a}{PQRS} \text{ et } u = ABCDE.\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium ita ſe habent:

$$I^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -ABa\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right);$$

$$III^{tium}\ ABCa\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{PQR}\right);$$

$$IV^{tum} = -ABCD.a\left(\frac{1}{PQR} - \frac{1}{PQRS}\right);$$

$$V^{tum} = ABCDE.a\left(\frac{1}{PQRS} + \frac{b}{ma}\right).$$

Diſtantia vero oculi erit, vt ante,

$$O = \frac{1}{2}u\left(1 + \frac{b}{ma}\right)$$

perinde ac ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{1}{2}.\frac{ab}{ma + b}.$$

Ob hunc ipſum vero campum, vt tantus euadat, oportet eſſe $\mathfrak{E} = -2$ hincque $E = -\frac{2}{3}$. Poſtea autem

vt

vt margo coloratus euanescat, debet esse $k = 1$, ita, vt sit $PQRS = \frac{mu}{b}$. Denique vt confusio ab apertura lentium oriunda prodeat minima, ex superioribus colligere licet; hoc fieri, si istae expressiones quatuor

$$\mathfrak{A};\ -A\mathfrak{B};\ AB\mathfrak{C};\ -ABC\mathfrak{D};$$

inter se aequales reddantur; vnde colligimus has determinationes:

$$1°.\ \mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1.$$

$$2°.\ \mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 = \mathfrak{A} - 2.$$

$$3°.\ \mathfrak{D} = -\frac{\mathfrak{C}}{C} = \mathfrak{C} - 1 = \mathfrak{A} - 3.$$

Deinde vero ponatur $-ABCD = \vartheta$, vt fiat quintae lentis distantia focalis

$$t = +2\vartheta.\frac{b}{m},\ \text{sextaeque}$$

$$u = \tfrac{2}{3}\vartheta.\frac{b}{m} = \tfrac{1}{3}t\ \text{et}$$

interuallum quintum $= \frac{2}{3}t = 2u$.

Iam in hac aequatione assumta $ABCD = -\vartheta$ loco litterarum A, B, C, D introducantur litterae germanicae respondentes, eritque

$$\frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{A}}\cdot\frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}\cdot\frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}\cdot\frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}} = -\vartheta\ \text{siue}$$

$$\vartheta = \frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{D}} = \frac{\mathfrak{A}}{4-\mathfrak{A}};$$

vnde per ϑ istae litterae hoc modo definientur:

$$\mathfrak{A} = \frac{4\vartheta}{\vartheta+1};\ \mathfrak{B} = \frac{3\vartheta-1}{\vartheta+1};\ \mathfrak{C} = \frac{2\vartheta-2}{\vartheta-1}\ \text{et}\ \mathfrak{D} = \frac{\vartheta-3}{\vartheta+1};$$

$$A = -\frac{4\theta}{3\theta-1};\ B = -\frac{(3\theta-1)}{2\theta-2};$$
$$C = -\frac{(2\theta-2)}{\theta-3}\ \text{et}\ D = \frac{\theta-1}{4\theta};$$

ex quibus valoribus primo diſtantiae focales ita definientur

$$p = \frac{4\theta.a}{\theta+1};\ q = \frac{4\theta}{\theta+1}.\frac{a}{P};$$
$$r = \frac{4\theta}{\theta+1}.\frac{a}{PQ};\ s = \frac{4\theta}{\theta+1}.\frac{a}{PQR};$$
$$t = 2\,\vartheta.\frac{b}{m};\ \text{et}\ u = \frac{2}{3}\vartheta.\frac{b}{m};$$

ſimilique modo lentium interualla

$$\mathrm{I}^{mum} = -\frac{4\theta}{3\theta-1}.a\left(1-\frac{1}{P}\right)$$
$$\mathrm{II}^{dum} = -\frac{4\theta}{2\theta-2}\,a\left(\frac{1}{P}-\frac{1}{PQ}\right)$$
$$\mathrm{III}^{tium} = -\frac{4\theta}{\theta-3}.a\left(\frac{1}{PQ}-\frac{1}{PQR}\right)$$
$$\mathrm{IV}^{tum} = \vartheta.a\left(\frac{1}{PQR}-\frac{b}{ma}\right)$$
$$\mathrm{V}^{tum} = \frac{2\theta}{3}.a.\frac{2b}{ma} = \frac{4}{3}\vartheta.\frac{b}{m} = 2\,u.$$

Quodſi iam velimus, vt trium interuallorum priorum quodlibet fiat $= \zeta p = \frac{4\theta}{1+\theta}\zeta a$ litterae P, Q, R et S ſequenti modo determinabuntur:

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{(3\theta-1)\zeta}{1+\theta};$$
$$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{(5\theta-3)\zeta}{1+\theta};$$
$$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{(6\theta-6)}{1+\theta}.\zeta.$$

His

His praemissis aequatio pro dato distinctionis gradu obtinendo sequenti forma exprimi poterit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b} \begin{cases} \frac{1}{\mathfrak{A}^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{P} + \frac{\lambda''}{PQ} + \frac{\lambda'''}{PQR}\right) \\ -\frac{\nu}{\mathfrak{A}^3}\left(\mathfrak{A}(\mathfrak{A}-1) + \frac{\mathfrak{B}.\mathfrak{B}-1}{P} + \frac{\mathfrak{C}.\mathfrak{C}-1}{PQ} + \frac{\mathfrak{D}.\mathfrak{D}-1}{PQR}\right) \\ + \frac{b}{8\theta^3 m a}(\lambda'''' - 6\nu) + \frac{27.b.\lambda'''''}{8\theta^3.ma} \end{cases}$$

pro qua breuitatis gratia ponamus

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b}.\ \Lambda;$$

ita, vt Λ denotet quantitatem illam vncinulis inclusam, pro qua notetur, litteris λ, λ', λ'' et λ''' valorem $= 1$ tribui conuenire, vt scilicet haec quantitas minima euadat et quia duae postremae lentes vtrinque debent esse aeque conuexae, erit

$$\lambda'''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 (1 - 2\,\mathfrak{C})^2$$

$$= 1 + 25\left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 \text{ et } \lambda''''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$$

Quantitas ergo Λ, si loco $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ valores inuenti substituantur; ita exprimetur

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{(1+\theta)^3}{16\theta^3} - \frac{\nu(\theta+1)(5\theta^2 - 6\theta + 5)}{16\theta^3} \\ & + \frac{(1+\theta)^2(7\theta - 5)}{32\theta^3}.\ \zeta \\ & - \frac{\nu(\theta^2 - 1)(7\theta^2 - 18\theta + 23)}{16\theta^3}.\ \zeta \\ & + \frac{b}{8\theta^3.ma}(\lambda'''' - 6\nu) \\ & + \frac{27.b.\lambda'''''}{8\theta^3.ma}. \end{aligned}$$

Atque in hoc negotio id potissimum intenditur, vt valor ipsius Λ vel plane ad nihilum redigatur vel saltim tam exiguus reddatur, vt ex hac aequatione numerus k multo maior prodeat, quam 20 etiamsi apertura primae lentis tanta accipiatur, quam eius figura permittit; tum autem hoc valore pro x assumto pro gradu claritatis habebitur $y = \frac{bx}{ma}$, et mensura claritatis fiet

$$= \frac{20.bx}{ma} = \frac{160.x}{ma}.$$

Coroll. 1.

178. Quoniam pro microscopiis ϑ semper est numerus satis magnus, nisi forte multiplicatio exigua requiratur, quem casum hic merito excludimus; bina postrema membra ipsius λ manifesto tam sunt parua, vt tuto negligi queant sicque hic valor aestimari debebit ex prioribus tantum membris

$$A = \frac{(1+\theta)^3}{16\theta^3} - \frac{\nu(\theta+1)(5\theta^2-6\theta+5)}{16\theta^3}$$
$$+ \frac{(1+\theta)^2(7\theta-5)}{32\theta^3}.\zeta - \frac{\nu(\theta-1)(7\theta^2-18\theta+23)}{16\theta^3}.\zeta$$

Coroll. 2.

179. Cum autem sit ϑ numerus praemagnus, haec expressio reducitur ad sequentem formam proxime veram:

$$A = \frac{1}{16} - \frac{5}{16}\nu + \frac{7}{32}\zeta - \frac{7\nu}{16}\zeta.$$
$$+ \frac{3}{16\theta} + \frac{\nu}{16\theta} + \frac{9}{32\theta}\zeta + \frac{25\nu}{16\theta}.\zeta$$

quae expressio si nihilo esset aequalis verus valor ipsius Λ sine dubio tam foret exiguus, vt litterae x

maxi-

maximus valor, quem lentis figura permittit, tribui posset.

Coroll. 3.

180. Quoniam littera ν ab indole vitri pendet, cuius valor, prouti refractio ab $n = 1,50$ vsque ad $1,58$ augetur, ab $\frac{1}{5}$ vsque ad $\frac{1}{4}$ crescit, sumto $\nu = \frac{1}{5}$ fiet

$$\Lambda = \frac{7}{80}\zeta + \frac{10}{16\theta}\cdot\zeta + \frac{1}{5\theta}$$

quae partes cum omnes sint positiuae, patet, si lentes ex tali vitro parentur, valorem Λ ad nihilum redigi non posse. Sin autem fuerit $\nu = \frac{1}{4}$, habebitur

$$\Lambda = -\frac{1}{64} + \frac{13}{64\theta} + \frac{7}{64}\zeta + \frac{41}{64\theta}\cdot\zeta$$

qui valor vtique nihilo aequalis esse poterit, quod scilicet eueniet casu $\vartheta = \infty$, si fuerit $\zeta = \frac{1}{7}$, qui valor ad praxin satis est accommodatus; at si sumamus $\vartheta = 50$; tum fiet $\Lambda = 0$, si fuerit $\zeta = \frac{37}{393}$ seu $\zeta = \frac{1}{11}$ quod etiam praxi maxime conuenit.

Coroll. 4.

181. Vt igitur valor ipsius Λ ad nihilum redigatur, vitro vti conueniet, maiorem refractionem producente, cuiusmodi est vitrum chrystallinum, pro quo $n = 1,58$ ac si forte praxis minus successerit, commode hic vsu venit, vt lentium priorum interuallis tantillum mutatis scopo intento satisfieri queat; quod remedium in praxi eo facilius adhibetur, quod in ipsa lentium constructione nulla mutatio exigitur.

Scho-

Scholion.

182. Quod ϑ ſemper ſit numerus ſatis magnus, ex ſupra traditis facile perſpicitur; cum enim penultimae lentis diſtantia focalis t vno digito minor ſtatui nequeat ob $h = 8$ dig. erit $\vartheta = \frac{m}{16}$ dig. quare cum multiplicatio m vix minor deſiderari ſoleat, quam 500 vel 480 habebitur hinc $\vartheta = 30$. dig. maximam autem multiplicationem, quam quidem ob defectum claritatis adhuc deſiderare poſſumus, aeſtimare licet $m = 960$ quo ergo caſu erit $\vartheta = 60$. dig. ita, vt valores ipſius ϑ intra 30 et 60 contenti ſint aeſtimandi. Hoc autem notato ſi priora membra formulae A fuerint $= 0$, facile intelligetur, poſteriora membra neutiquam eſſe turbatura; haec enim vltima membra certe adhuc minora erunt, quam $\frac{125}{\theta^3 . m}$; vnde ſi priora membra actu euaneſcant, prodibit aequatio

$$\frac{1}{k^3} < \frac{\mu m x^3}{a^2 . b} . \frac{125}{\theta^3 . m} < \frac{125 \mu x^3}{a^2 b \theta^3}$$

ſiue ſumto $\vartheta = 30$ erit

$$k^3 > \frac{30^3 . a^2 b}{125 \mu x^3} \text{ ſiue } k > \frac{30}{x} \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{125 \mu}}.$$

Nunc quod ad valorem ipſius x attinet, obſeruemus, ſi lens obiectiua eſſet ſimplex, ideoque eius diſtantia focalis $p = a$ proxime; tum ob eius figuram capi poſſe $x = \frac{1}{6} . a$ vel certe non maius etſi autem hic quatuor lentes conuexae in locum obiectiuae ſubſtituantur, quarum ſingularum diſtantiae focales ſunt

fere

fere quadruplo maiores, tamen quia primae facies anterior eſt concaua ideoque poſterioris faciei radius valde paruus, ea vix maiorem aperturam admittet, quam lens ſimplex; ita, vt etiam hoc caſu x maius capi nequeat, quam $\frac{1}{6}.a.$ ſit ergo $x = \frac{1}{6}a.$ et ſumto $a = \frac{1}{2}$ ſemper erit $k > 90$, quo valore indicatur inſignis gradus diſtinctionis, cum etiam pro optimis teleſcopiis hic valor non vltra 50 augeri ſoleat; ex quo concludere licet, non adeo neceſſarium eſſe, vt etiam priora membra ipſius Λ penitus euaneſcant, dummodo ea per m multiplicata non multum ſuperent poſteriora; tum autem priora membra fere penitus euaneſcere debebunt; at iis nihilo aequalibus poſitis valor numeri ζ ita in genere determinabitur, vt ſit

$$\zeta = \frac{-5\nu - 1 - \frac{(3+\nu)}{\theta} - \frac{(3+\nu)}{\theta^2} + \frac{5\nu - 1}{\theta^3}}{\frac{7}{2} - 7\nu + \frac{9+50\nu}{2\theta} - \frac{(3+82\nu)}{2\theta^2} - \frac{(5-46\nu)}{2\theta^3}}$$

vbi inprimis cauendum eſt, ne littera ζ nimis fiat parua, quam vt interuallum ζp commode in praxi locum habere queat, id quod obtinetur, dummodo ζ non notabiliter minor prodeat, quam $\frac{1}{20}$; quamobrem operae pretium erit inueſtigare, an etiam vitro communi ad hunc ſcopum vti liceat, quandoquidem iam vidimus, chryſtallinum ſatis eſſe idoneum, cum igitur pro vitro communi ſit $n = 1,55$ et $\nu = 0,2326$ fiet

$$\zeta = \frac{0,1630 - \frac{5,2326}{\theta} - \frac{5,2526}{\theta^2} + \frac{0,1650}{\theta^3}}{1,8718 + \frac{10,3150}{\theta} - \frac{11,0366}{\theta^2} + \frac{2,8498}{\theta^3}}$$

hic autem primum obſeruari conuenit ſi eſſet $\vartheta = \infty$, fore $\zeta = \frac{1}{11}$ circiter, qui valor vtique ad praxin maxime eſſet accommodatus, at ſi ſumamus $\vartheta = 30$, orietur $\zeta = \frac{1}{43}$, qui valor nimis eſt exiguus; vnde patet pro ϑ maiorem valorem accipi debere. Sumto autem $\vartheta = 50$ reperitur $\zeta = \frac{0,0971}{2,0340} = \frac{1}{22}$ proxime qui valor adhuc admitti commode poterit. Sumto autem $\vartheta = 60$ eruitur $\zeta = \frac{0,1082}{2,0407} = \frac{1}{18}$ qui valor praxi egregie conuenire videtur. Hunc igitur caſum ſequenti exemplo fuſius euoluamus:

Exempl. I.

183. Si omnes lentes ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$ conficiantur, ac ſumatur $\vartheta = 60$, vt microſcopium adeo ad multiplicationem $m = 1000$ adhiberi poſſit; momenta conſtructionis ſequenti modo ſe habebunt:

Primo ſcilicet habebimus

$$\mathfrak{A} = \frac{240}{61} = 4 - \frac{4}{61} = 4 - \frac{1}{15} \text{ proxime}$$

$$\mathfrak{B} = 3 - \frac{1}{15};\ \mathfrak{C} = 2 - \frac{1}{15};\ \mathfrak{D} = 1 - \frac{1}{15};$$

atque porro

$$\frac{1}{P} = 1 + \left(3 - \frac{1}{15}\right)\zeta$$

et quia modo vidimus, ſumi debere $\zeta = \frac{1}{18}$ erit

$\frac{1}{P} =$

$\frac{1}{P} = 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{270} = 1,1629$

$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{5}{18} - \frac{2}{270} = 1,2703$

$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{90} = 1,3222$

vnde distantiae focales lentium erunt

$p = (4 - \frac{1}{15})\, a = 3,9333.\, a$
(0,5947571)

$q = \frac{p}{P} = 4,5740.\, a$
(0,6602996)

$r = \frac{p}{PQ} = 4,9965.\, a$
(0,6986634)

$s = \frac{p}{PQR} = 5,2006.\, a$
(0,7160543)

Tum vero

$t = \frac{960}{m}$. dig. et $u = \frac{320}{m}$. dig.

Harum porro quatuor priorum lentium interuallum commune est $= \frac{1}{18} p = 0,2185.\, a$.

Quartum vero interuallum erit

$= 79,332.\, a - \frac{480}{m}$ dig.

Quintum vero $= 2\, u = \frac{640}{m}$ dig.

et distantia oculi

$O = \frac{1}{2} u = \frac{160}{m}$ dig.

 Nunc

Nunc igitur ſingularum lentium conſtructio eſt deſcribenda:

I. Pro prima lente,

cuius diſtantia focalis eſt $p = 3,9333 \cdot a$ et numeri

$\lambda = 1$; $\mathfrak{A} = 4 - \frac{1}{15}$,

erit radius

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = - \frac{p}{4,0236} = - 0,97756 \cdot a$

poſter. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{5,8417} = 0,67332 \cdot a$

quae aperturam admittit, cuius ſemidiameter

$x = 0,16583 \cdot a$.

II. Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis eſt $q = 4,5740 \cdot a$

et numeri $\lambda = 1$ et $\mathfrak{B} = 3 - \frac{1}{15}$ erit radius

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = - \frac{q}{2,5869} = - 1,7682 \cdot a$

poſter. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{4,4050} = 1,0834 \cdot a$.

III. Pro lente tertia,

cuius diſtantia focalis eſt $r = 4,9965 \cdot a$

et numeri $\lambda = 1$ et $\mathfrak{C} = \mathfrak{A} - 2$ erit radius

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = - \frac{r}{1,1502} = - 4,3440 \cdot a$

poſter. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{2,9683} = 1,6833 \cdot a$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente,

cuius distantia focalis $s = 5,2006 . a$ et numeri

$\lambda = 1$ et $\mathfrak{D} = \mathfrak{A} - 3$,

erit radius

$$\text{anter.} = \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho)} = + \frac{s}{0,2865} = 18,1522 . a$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{1,5280} = 3,4034 . a.$$

Hinc ergo deducitur sequens

Constructio microscopii ex sex lentibus compositi, refractione vitri existente $n = 1,55$.

184. Pro hoc microscopio sumitur m numerus praemagnus arbitrarius, quippe a quo tantum binae lentes posteriores pendent.

I. Pro prima lente,

cuius distantia focalis $= 3,9333 . a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,97756 . a \\ \text{poster.} = 0,67332 . a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $= 0,16583 . a$

et distantia ad lentem secundam $= 0,2185 . a.$

II. Pro secunda lente,

cuius distantia focalis $q = 4,5740 . a$, erit

 radius

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,7682.\, a \\ \text{poster.} = 1,0384.\, a \end{cases}$

apertura et diſtantia ad lentem ſequentem ſunt, vt ante.

III. Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis $r = 4,9965.\, a$, eſt

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,3440.\, a \\ \text{poster.} = 1,6833.\, a \end{cases}$

apertura et diſtantia ad lentem ſequentem, vt ante.

IV. Pro lente quarta,

cuius diſtantia focalis $s = 5,2006.\, a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 18,1522.\, a \\ \text{poster.} = 3,4034.\, a \end{cases}$

apertura, vt ante;

diſtantia ad lentem quintam vero erit

$$= 79,332.\, a - \tfrac{480}{m}\text{ dig.}$$

V. Pro quinta lente,

cuius diſtantia focalis eſt $t = \frac{560}{m}$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= \frac{1056}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{240}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſextam $= \frac{640}{m}$ dig.

VI. Pro

VI. Pro lente ſexta,

cuius diſtantia focalis $u = \frac{220}{m}$ dig. erit

radius vtriusque faciei $= \frac{352}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{80}{m}$ dig.

et diſtantia Oculi $= \frac{169}{m}$ dig.

VII. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $= \frac{4a}{ma+8}$ dig. et menſura claritatis, qua obiecta repraeſentabuntur erit $= \frac{26,5329}{m}$ quae etiamſi multiplicatio ſtatuatur $m = 1000$, adhuc ſatis eſt magna.

VIII. Hoc tantum in hoc genere microſcopiorum displicebit forte, quod eorum longitudo, quippe quae fere aequalis eſt $80.a$, tam ſit enormis ideoque minus commoda videbitur, ſed cum diſtantiam obiecti facile ad digiti dimidium vel adeo trientem diminuere liceat, nihil impedit, quominus haec microſcopia ad quosuis vſus adhiberi queant.

IX. Etiamſi hic quaelibet multiplicatio peculiares lentes quintam et ſextam poſtulat, tamen facile intelligitur, ſi huiusmodi inſtrumentum ad certam multiplicationem fuerit accommodatum; tum idem etiam tam pro maioribus, quam pro minoribus multiplicationibus optimo ſucceſſu adhiberi poſſe, dum ſcilicet eius longitudo ſiue minuitur ſiue augetur.

X. De-

X. Denique cum quatuor lentes priores maiores esse debeant, quam apertura primae lentis, artifici praecipi poterit, vt disci harum lentium in diametro contineant $\frac{2}{5}. a$; ita, vt si fuerit $a = \frac{1}{2}$ dig. diameter horum discorum sit $\frac{1}{5}$ dig.

Exempl. II.

185. Si omnes lentes ex vitro chrystallino parentur omnia momenta, quae ad constructionem microscopiorum pertinent, describere, ita, vt fiat $\Lambda = 0$ Cum hoc casu sit $n = 1,58$, erit $\nu = 0,2529$; vnde ex formula supra data colligemus

$$\zeta = \frac{0,2645 - \frac{3,2529}{\theta} - \frac{2,2529}{\theta^2} + \frac{0,2645}{\theta^3}}{+1,7297 + \frac{10,822}{\theta} - \frac{11,8689}{\theta^2} + \frac{8,2167}{\theta^3}}$$

iam si ϑ esset infinitum, foret $\zeta = \frac{0,2645}{1,7297} = \frac{1}{6}$ circiter Sin autem sumamus, vt ante, $\vartheta = 60$, prodibit $\zeta = \frac{0,2094}{1,9068} = \frac{1}{9}$ circiter vnde patet, si ipsi ζ minor valor tribuatur, tum Λ nacturum esse valorem negatiuum, quem commode in nostrum lucrum conuertere poterimus, cum enim tum ex aequatione principali pro hoc casu fiat

$$\Lambda = -\frac{0,2094 + 1,9068.\zeta}{16}$$

si ponamus; vt in exemplo praecedente,

$$\zeta = \frac{1}{18}, \text{ fiet } \Lambda = -0,0065.$$

Cum

Cum autem pro prima lente sumserimus $\lambda = 1$, facile intelligitur, si huic λ maior valor tribuatur, fieri posse, vt haec expressio pro Λ penitus euanescat; hunc in finem statuamus $\lambda = 1 + \omega$ et cum in computo confusionis ex littera $\lambda = 1$ nata sit formula $\frac{1}{\mathfrak{A}^3}$, nunc ex valore $\lambda = 1 + \omega$ nascetur $\frac{1+\omega}{\mathfrak{A}^3}$, ita vt nunc valor Λ augmentum accipiat

$$= \frac{\omega}{\mathfrak{A}^3} = \frac{\omega(1+\theta)^3}{64.\theta^3} = 0,0164.\omega$$

ita, vt fiat

$$\Lambda = 0,0164.\omega - 0,0065.$$

Quare vt fiat $\Lambda = 0$, capi debebit $\omega = \frac{0,0065}{0,0164} = \frac{65}{164}$. sicque pro prima lente statui debebit $\lambda = 1 + \frac{65}{164}$, manentibus pro tribus lentibus sequentibus $\lambda' = 1 = \lambda'' = \lambda'''$ quo effici poterit, vt prima lens aliquanto maioris aperturae capax reddatur. Cum igitur sit, vt in exemplo praecedente, $\vartheta = 60$ et $\zeta = \frac{1}{18}$ tam distantiae focales, quam interualla eosdem quoque valores retinebunt, tantumque superest, vt singularum lentium constructio doceatur.

I. Pro prima autem lente,

cuius distantia focalis $p = 3,9333.a$

et numeri $\lambda = 1 + \omega$ et $\mathfrak{A} = 4 - \frac{1}{15}$, erit radius

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\omega}} = \frac{p}{-4,0865 + 0,5524} = -1,1129.a$

poster. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\omega}} = \frac{p}{5,8106 - 0,5524} = 0,7480.a$

vnde haec lens aperturam admittit, cuius femidiameter $x = 0,1870. a$.

II. Pro fecunda lente,

cuius diftantia focalis eft $q = 4,5740. a$. erit radius

anter. $= -\frac{q}{2,6452} = -1,7292. a$

pofter. $= \frac{q}{4,3693} = 1,0469. a$.

III. Pro tertia lente,

cuius diftantia focalis $r = 4,9965. a$. erit radius

anter. $= -\frac{r}{1,2039} = -4,1503. a$

pofter. $= \frac{r}{2,9280} = 1,7065. a$

IV. Pro lente quarta,

cuius diftantia focalis $s = 5,2006. a$ erit radius

anter. $= \frac{s}{0,2375} = 21,8973. a$

pofter. $= \frac{s}{1,4866} = 3,4983. a$.

Hinc ergo fequitur

Conftructio Microfcopii ex fex lentibus compofiti.

186. Conftructis ex vitro chryftallino, pro quo $n = 1,58$ quaternis lentibus prioribus, quemadmodum modo eft praeceptum, pro data obiecti diftantia $= a$ ftatuantur interualla inter has lentes $= \frac{1}{18}.p$ $= 0,2185. a$ et priori lenti tribuatur apertura, cuius

ius femidiameter $x = 0,1870.a$; et interuallum a quarta harum lentium vsque ad quintam

$$= 79,332.a - \frac{480}{m}\text{ dig.}$$

V. Pro quinta lente,

cuius diftantia focalis $t = \frac{560}{m}$ dig.

et quam vna cum fexta ex vitro communi conficere licebit, capiatur radius vtriusque faciei $= \frac{1056}{m}$ dig.

eius aperturae femidiameter $= \frac{240}{m}$ dig.

et diftantia ad lentem fextam $= \frac{640}{m}$ dig.

VI. Pro lente fexta,

cuius diftantia focalis $u = \frac{320}{m}$ dig.

erit radius faciei vtriusque $= \frac{352}{m}$ dig.

eius aperturae femidiameter $= \frac{80}{m}$ dig.

et diftantia oculi $= \frac{160}{m}$ dig.

VII. Spatii in obiecto confpicui femidiameter erit $= \frac{4a}{ma+1}$ dig. at menfura claritatis fiet $= \frac{29,920.a}{m}$ fatis notabiliter maior, quam in exemplo praecedente.

Ceterum eadem hic erunt obferuanda, quae fupra funt allata.

Corollarium.

187. His duobus microscopiorum generibus inter se comparandis istud insigne commodum consequimur, quod si forte vitrum occurrat, cuius refractio medium quodpiam teneat inter refractiones $n = 1,55$ et $n = 1,58$, tum per regulam interpolationum constructio lentium facile definiri queat.

Scholion.

188. Accommodemus formulas, quas in hoc problemate inuenimus, etiam ad telescopia, quandoquidem hic determinationes aliquantum differentes induximus. Cum igitur sit $a = \infty$ et $b = a$, debebit esse $\vartheta = 0$, sed ita tamen, vt fiat $\vartheta a =$ quantitati finitae ponaturque $\vartheta a = l$; tum ergo fient elementa nostra

$$\mathfrak{A} = 4\vartheta;\ \mathfrak{B} = -1;\ \mathfrak{C} = -2;$$
$$\mathfrak{D} = -3 \text{ et } \mathfrak{E} = -2,$$

hincque

$$A = 4\vartheta;\ B = -\tfrac{1}{2};\ \mathfrak{C} = -\tfrac{2}{3};$$
$$\mathfrak{D} = -\tfrac{3}{4} \text{ et } E = -\tfrac{2}{3}.$$

tum vero

$$\tfrac{1}{P} = 1 - \zeta;\ \tfrac{1}{PQ} = 1 - 3\zeta \text{ et } \tfrac{1}{PQR} = 1 - 6\zeta.$$

Quare distantiae focales lentium erunt

$$p = 4l;\ q = 4l(1 - \zeta);\ r = 4l(1 - 3\zeta);$$
$$s = 4l(1 - 6\zeta);\ t = \tfrac{2l}{m};\ \text{et } u = \tfrac{2}{3}.\tfrac{l}{m};$$

et

et lentium interualla

$$I^{mum} = II^{do} = III^{tio} = \zeta p = 4 \zeta l.$$

$$IV^{tum} = l(1 - 6\zeta) - \frac{l}{m}; \quad V^{tum} = \frac{4}{3} \cdot \frac{l}{m};$$

ac denique diſtantia oculi $O = \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{m} \left(1 + \frac{1}{m}\right)$.

Porro vero campi apparentis ſemidiameter

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Denique aequatio pro ſufficiente diſtinctione comparanda erit

$$\frac{1}{k^2} = \frac{\mu m x^3}{l^3} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{16} - \frac{5}{32}\zeta - \frac{\nu}{16}(5 - 23\zeta) \\ + \frac{1}{8m}(\lambda'''' - 6.\nu) + \frac{27 \lambda'''''}{8.m} \end{array} \right.$$

vbi quidem ſumſimus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1$ tum vero numeri λ'''' et λ''''' inde ſumi debent, quod binae poſtremae lentes vtrinque debent eſſe aequaliter conuexae. Quodſi iam velimus, vt haec expreſſio penitus ad nihilum redigatur, poni oportebit

$$m(1 - \tfrac{5}{2}\zeta) - m\nu(5 - 23\zeta)$$
$$+ 2(\lambda'''' - 6\nu) + 54\lambda''''' = 0$$

Binas autem poſtremas lentes ſemper licebit ex vitro communi conſtruere, vbi eſt $m = 1,55$; tum autem erit $\lambda'''' = 16,74\frac{1}{2}$ et $\lambda''''' = 1,6298$ hincque bina membra poſtrema dabunt $118,7080$, ita, vt eſſe debeat

$$m(1 - \tfrac{5}{2}\zeta) - m\nu(5 - 23\zeta) + 118,7080 = 0.$$

 quodſi

quodſi iam etiam quatuor priores lentes ex eodem vitro communi parentur, ob $\nu = 0,2326$ reperietur

$$-0,1630.m + 2,8498.\zeta m + 118,7080 = 0$$

adeoque

$$\zeta = \frac{0,1630\,m - 118,7080}{2,8498.m} \text{ ſeu } \zeta = \frac{1630.m - 1187080}{28498.m}$$

hinc ergo pro ζ valor poſitiuus non prodit, niſi ſit

$$m > \frac{1187080}{1630} \text{ ſeu } m > 728 \text{ circiter;}$$

tanta vero multiplicatio vim teleſcopiorum longe ſuperat, ac tum quidem deberet eſſe $\zeta = 0$. cum tamen $\frac{1}{50}$ ſuperare debeat; quod incommodum etiam locum habet, ſi priores lentes ex vitro chryſtallino conficiantur, etſi fiat aliquanto minus. Ex quo perſpicuum eſt, formulas hic inuentas ad teleſcopia neutiquam tanto ſucceſſu applicari poſſe, quam ad microſcopia, vti modo oſtendimus.

CAPVT III.