SECTIO TERTIA.

DE

MICROSCOPIIS COMPOSITIS,

IN QVIBVS VNICA IMAGO REALIS OCCVRRIT;

QVO OMNIA MICROSCOPIA HVCVSQVE VSITATA SVNT REFERENDA.

CAPVT I.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIORIBVS HVIVS GENERIS.

Praemonitum.

§. 134.

Quoniam in hoc microſcopiorum genere obiecta ſitu inuerſo repraeſentantur; in formulis noſtris generalibus vbique loco *m* ſcribi debet $-m$ ac praeterea etiam litterae q, r, s, t etc. omnes negatiue ſumi debent.

Problema I.

135. Microscopium huius generis simplicissimum, quod tantum ex duabus lentibus constet, construere eiusque qualitates describere.

Solutio.

Cum ergo hic duae tantum lentes occurrant inque earum interuallo imago realis reperiatur, habebit littera P valorem negatiuum, qui sit $= -k$, ita, vt pro multiplicatione habeatur $m = \frac{k.b}{\alpha}$ seu $k = \frac{m\alpha}{b}$, scilicet denotante a distantiam obiecti, α distantiam imaginis post lentem obiectiuam et b distantiam lentis ocularis post imaginem, erit quoque $k = \frac{\alpha}{b}$. Tum vero introducta littera $A = \frac{\alpha}{a}$; erit distantia focalis primae lentis $p = \mathfrak{A}\, a$ et secundae lentis

$$q = \frac{A\alpha}{k} = \frac{A.b}{m};$$

harumque lentium interuallum

$$= A\, a\,(1 + \tfrac{1}{k}) = A\, a\,(1 + \tfrac{b}{m\alpha})$$

quod ergo vt sit positiuum, numerus A debet esse positiuus ideoque etiam $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$ erit positiuus, ita, vt ambae lentes debeant esse conuexae. Deinde erit spatii in obiecto conspicui semidiameter

$$\zeta = \frac{q}{m\alpha + b} \cdot a\, b\, \xi$$

vbi

vbi ſumi ſolet $\xi = \frac{1}{4}$ et vt capi poſſit $q = 1$ lentem ocularem vtrinque aeque conuexam ſtatui conuenit, ita, vt habeatur

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma + b}.$$

Pro loco autem oculi inueniemus diſtantiam

$$O = \frac{b}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = q\left(1 + \frac{b}{ma}\right) = \frac{Ab}{m}\left(1 + \frac{b}{ma}\right),$$

quoniam hoc caſu fit

$$M = \frac{b}{ma + b} \text{ ob } q = 1;$$

quo cognito examinemus aequationem, qua margo coloratus deſtruitur, quae poſtulat, vt ſit

$$o = \frac{N'.q}{k}; \text{ ſeu } o = \frac{b}{ma},$$

quod cum fieri nequeat, euidens eſt, marginem coloratum hoc caſu tolli non poſſe. Quodſi ergo hunc marginem tolerare velimus, conſideremus etiam aequationem pro altera confuſione tollenda

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) + \frac{\mu'\lambda'}{A^3 k}\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae ergo confuſio ad nihilum redigi nequit; vnde nulla ratio ſuadet, duas vitri ſpecies adhibere; cum autem lens ocularis debeat eſſe vtrinque aequaliter conuexa, ſumi debebit $\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$ deinde pro priori lente ſumi conuenit $\lambda = 1$, quo tota confuſio minor reddatur hincque definiatur ſemidiameter aperturae primae lentis x; quo cognito erit $y = \frac{bx}{ma}$ et

men-

mensura claritatis $= 20y = \frac{20bx}{ma}$. Pro microscopiis quidem sumi solet $k = 20$. Verum hic nihil adhuc definiamus, cum sine dubio praestaret, si valor ipsius k ad 50 vsque augeri posset, vti in telescopiis fecimus.

Coroll. 1.

136. Cum sit $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$ ideoque vnitate minus manifestum est, quo magis $\mathfrak{A}$ ad vnitatem accedat, eo minorem fore confusionem ideoque pro x eo maiorem valorem inuentum iri. Cum igitur hoc eueniat, si A sit numerus magnus, hoc casu insuper alterum membrum in expressione pro confusione fiet minimum.

Coroll. 2.

137. Cum igitur A adhuc arbitrio nostro sit permissa; eius valorem satis magnum assumi conueniet. Interim tamen longitudo instrumenti prohibet, ne litterae A valorem nimis magnum tribuamus; longitudo haec scilicet est spectanda, quae proxime erit Aa; quocirca ex maxima longitudine, quam admittere voluerimus, littera A definiatur.

Coroll. 3.

138. Cum deinde etiam distantia obiecti a arbitrio nostro relinquatur, ob rationem iam allatam non conueniet hanc distantiam nimis magnam statuere, sed

ſed potius praeſtabit, eam tam paruam aſſumere, quam circumſtantiae permittunt; videtur autem haec diſtantia a vix infra dimidium digitum commode diminui poſſe.

Scholion.

139. Quodſi ad has circumſtantias non attendamus, binae lentes pro lubitu aſſumi poterunt atque tum adeo earum interuallum definire licebit, vt datam multiplicationem producant, quod quo clarius reddatur, ſpectemus ambas diſtantias focales p et q tanquam datas vna cum multiplicatione m. Cum igitur ſit $q = \frac{Ab}{m}$; inueniemus ſtatim $A = \frac{mq}{b}$ hincque $\mathfrak{A} = \frac{mq}{mq + b}$. Deinde cum ſit $p = \mathfrak{A}a$; hinc elicimus diſtantiam obiecti

$$a = \frac{p}{\mathfrak{A}} = \frac{mq + b}{mq} . p = (1 + \frac{b}{mq}) p.$$

Interuallum autem harum duarum lentium capi debebit

$$A a (1 + \frac{b}{ma}) = p + q + \frac{mpq}{b}.$$

Tum vero pro loco oculi erit

$$O = \frac{bq}{(mq + b) p} (p + q + \frac{mpq}{b}) \text{ et}$$

$$\zeta = \frac{1}{4} . \frac{(mq + b) p}{m (p + q + \frac{mpq}{b})}.$$

Denique cum A ſit numerus ſatis magnus, aperturam lentis obiectiuae tantam aſſumere licebit, vt ſit eius ſemidiameter

$$x = \frac{1}{k} \sqrt[3]{\frac{bp^2q}{\mu\lambda(mq+b)}}$$

vnde concluditur menſura claritatis

$$= \frac{20 \cdot bq}{k(mq+b)} \sqrt[3]{\frac{bq}{\mu\lambda(mq+b)p}}$$

vnde intelligitur claritatem fieri eo maiorem, quo minor capiatur diſtantia focalis primae lentis p et quo maior capiatur diſtantia ſecundae lentis q.

Exemplum.

140. Poſita diſtantia obiecti $= a$, quae ſiue ſit vnius digiti ſiue minor, arbitrio artificis relinquatur; ac ne pro maioribus multiplicationibus ſecunda lens fiat nimis parua, ſumamus $A = 40$ fietque interuallum lentium $= 40 \cdot a(1 + \frac{b}{ma})$ tum vero erit $\mathfrak{A} = \frac{40}{41}$; vnde pro apertura lentis obiectiuae habebimus hanc aequationem:

$$\frac{mx^3}{a^2b}\left(\mu\left(\frac{41^3}{40^3}\lambda + \frac{41\,\nu}{40^2}\right) + \frac{\mu'\lambda' \cdot b}{40^3 \cdot ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi alterum membrum manifeſto prae priori reiici poteſt. Sumamus igitur $\lambda = 1$ et cum

$$\mu \cdot \left(\frac{41^3}{40^3} + \frac{41 \cdot \nu}{40^2}\right)$$

ſit proxime $= 1$ erit

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{m}} \text{ hincque } y = \frac{b}{km}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$$

et menſura claritatis $= \frac{20\,b}{k\,m}\sqrt[3]{\frac{b}{m\,a}}$.

Quodſi ergo nunc vt in microſcopiis fere fieri ſolet, ſumatur $k = 20$, erit menſura claritatis $= \frac{b}{m}\sqrt[3]{\frac{b}{m\,a}}$; ita, vt claritas decreſcat in ratione $m^{\frac{4}{3}}$, cum in microſcopiis ſimplicibus tantum decreuerit in ratione m. Denique pro loco oculi erit diſtantia

$$O = \frac{40\,b}{m}\left(1 + \frac{b}{m\,a}\right).$$

Scholion.

141. Diminutio claritatis, quae hoc caſu prodiit, parum negotium turbaret, ſi modo diſtantia obiecti a ſatis parua caperetur; verum praecipuum vitium, quo haec microſcopia laborant, in hoc conſiſtit, quod obiecta inſigni margine colorato cincta ſint adparitura. Quare ante omnia erit curandum, vt iſta microſcopia ab hoc vitio liberentur, id quod alio modo praeſtari nequit, niſi inſuper lentem introducendo, ita, vt huiusmodi microſcopia ad minimum tribus lentibus conſtare debeant, et quoniam vitri diuerſitas hic parum ſubſidii adferre poteſt; primo quidem omnes has lentes ex eodem vitro parari aſſumamus. Tum vero duos caſus hic examini ſubiici conueniet; alterum quo noua iſta lens ante imagi-

 nem

nem realem, alterum vero, quo poſt eam collocatur; quos duos caſus in ſequentibus problematibus fuſius pertractemus.

Problema 2.

142. Microſcopium compoſitum ita ex tribus lentibus conficere, vt margo coloratus euaneſcat et lens media ante imaginem realem cadat.

Solutio.

Hoc ergo caſu cum habeantur tres lentes litterarum P et Q prior P poſitiuum retinebit valorem; poſterior vero Q negatiua ſtatui debebit. Ponatur igitur $Q = -k$ vt ſit multiplicatio $m = Pk . \frac{b}{a}$ ideoque $Pk = \frac{ma}{b}$; vnde diſtantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A} a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} . a;\ r = -\frac{AB}{Pk} . a = -AB . \frac{b}{m}.$$

Deinde interualla lentium

$$\text{I et II} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$\text{II et III} = -\frac{AB}{P} . a\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

quae vt ambo fiant poſitiua, primo $A\left(1 - \frac{1}{P}\right)$ debet eſſe poſitiuum; deinde etiam $-AB > 0$ ſiue AB quantitas negatiua; ita, vt ſi A fuerit numerus poſitiuus, tum debeat eſſe $P > 1$ et $B < 0$; ſin autem ſit $A < 0$; tum eſſe debeat $P < 1$ et $B > 0$. Nunc conſideremus ſpatium in obiecto conſpicuum, cuius ſemi-

ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b} \cdot ab\xi = Ma\xi,$$

ita, vt ſit $M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b} \cdot b$ vbi ſumi poterit $\mathfrak{r} = 1$, ſi quidem lens ocularis vtrinque fiat aequalis. Pro $\mathfrak{q}$ autem habetur iſta aequatio $-\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (P - 1) M$. Deinde pro loco oculi fiat diſtantia $O = \frac{\mathfrak{r}r}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$ quae vt fiat poſitiua, neceſſe eſt, vt r ſit quantitas poſitiva, ideoque A B quantitas negatiua, vt iam notauimus. Tum autem margo coloratus deſtruetur, ſi fuerit

$$0 = \frac{\mathfrak{q}}{P} + \frac{\mathfrak{r}}{PQ} = \frac{\mathfrak{q}}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{PK};$$

adeoque

$$k = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{q}} = \frac{1}{\mathfrak{q}} \text{ ob } \mathfrak{r} = 1. \text{ ſeu } \mathfrak{q} = \frac{1}{k}.$$

Hic igitur praeter exſpectationem nouus modus ſe offert iſta microſcopia multo magis perficiendi atque adeo campum viſionis duplicandi, id quod fit, ſi litterae $\mathfrak{q}$ valor vnitati aequalis perinde ac litterae $\mathfrak{r}$ tribuatur, ad quod neceſſe eſt, vt tam ſecunda, quam tertia lens fiant vtrinque aeque conuexae; quamobrem ponamus $k = 1$, vt fiat $\mathfrak{q} = \mathfrak{r} = 1$; hincque

$$\zeta = \frac{2}{ma+b} ab\xi = \frac{1}{4} \cdot \frac{2ab}{ma+b}.$$

Tum vero erit $P = \frac{ma}{b}$; vnde quia $P > 1$ erit $A > 0$; et $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$. ideoque $B < 0$. Fiet autem

$$-\mathfrak{B} = \left(\frac{ma-b}{b}\right) M = \frac{2(ma-b)}{ma+b} \text{ ob } M = \frac{2}{ma+b} \cdot b;$$

ex quo ob $\frac{ma}{b}$ numerum praemagnum erit proxime $\mathfrak{B} = -2$ et $B = -\frac{2}{3}$ plane, vt requiritur. Tuto autem statuere poterimus $\mathfrak{B} = -2$, etsi enim tum q aliquanto minor vnitate prodeat; ideoque margo coloratus non perfecte tollatur, manente scilicet $k = 1$; tamen defectus prior in campo visionis vix erit sensibilis, praecipue pro magnis multiplicationibus, deinde iam saepius annotauimus non opus esse, vt margo coloratus penitus destruatur, quoniam locus oculi, ad quem refertur, non exiguam patitur latitudinem. Pro loco oculi vero nunc habebimus $O = \frac{r(ma+b)}{2ma}$.

Cum igitur nunc sit

$$\mathfrak{B} = -2,\ B = -\tfrac{2}{3}.\ P = \frac{ma}{b}\ \text{et}\ k = 1;$$

littera vero A ita arbitrio nostro permittatur, vt tantum positiua accipi debeat; distantiae focales lentium ita se habebunt:

$$p = \mathfrak{A}\, a;\ q = \frac{2A.b}{m};\ r = \tfrac{2}{3}.\frac{A b}{m} = \tfrac{1}{3} q$$

et distantia oculi

$$O = \frac{A\,(m a + b)\, b}{3\, m^2.\, a} = \frac{A\,(1 + \frac{b}{ma})\, b}{3\, m}$$

ideoque proxime

$$O = \frac{A b}{3m} = \tfrac{1}{2} r.$$

Interualla autem lentium nunc reperiuntur

$$\text{I et II} = A\, a\,(1 - \tfrac{b}{ma});\ \text{II et III} = \tfrac{4}{3}.\frac{A b}{m};$$

sicque

ſicque tota longitudo

$$=\mathrm{A}\,a+\frac{2\,\mathrm{A}\,b}{3\,m},\ \text{exiſtente}\ \zeta=\tfrac{1}{4}\cdot\frac{2\,q\,b}{m\,a+b}.$$

Nihil igitur aliud reſtat, niſi vt aperturam primae lentis definiamus ex hac aequatione

$$\frac{\mu\,m\,x^3}{a^2\,b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{\mathrm{A}\,\mathfrak{A}}+\frac{b}{\mathrm{A}^3\,m\,a}\left(\frac{\lambda'}{8}-\frac{3\,\nu'}{4}\right)+\frac{27\,\lambda''.\,b}{8\,\mathrm{A}^3\,m\,a}\right)=\frac{1}{k^3}$$

vbi notandum eſt, quia ambae poſteriores lentes debent eſſe vtrinque aequaliter conuexae, fore

$$\lambda'=1+\left(\frac{\sigma-\varrho}{2\,\tau}\right)^2.\,(1-2\,\mathfrak{B})^2=1+25.\left(\frac{\sigma-\varrho}{2\,\tau}\right)^2$$

$$\text{et}\ \lambda''=1+\left(\frac{\sigma-\varrho}{2\,\tau}\right)^2.$$

At pro λ vnitatem ſumi conuenit; tum ergo ob $\mathfrak{A}=\frac{p}{a}$ haec aequatio commode ita transformabitur.

$$\frac{\mu\,m.\,a\,x^3}{p^3\,b}\left(1+\frac{\mathfrak{A}^2.\,\nu}{\mathrm{A}}+\frac{\mathfrak{A}^3.\,b}{\mathrm{A}^3.\,m\,a}\left(\frac{\lambda'}{8}-\frac{3\,\nu'}{4}\right)+\frac{27\,\mathfrak{A}^3.\,b.\,\lambda''}{8\,\mathrm{A}^3.\,m\,a}\right)=\frac{1}{k^3}$$

Ponamus nunc breuitatis gratia

$$1+\frac{\mathfrak{A}^2.\,\nu}{\mathrm{A}}+\frac{\mathfrak{A}^3.\,b}{\mathrm{A}^3.\,m\,a}\left(\frac{\lambda'}{8}-\frac{3\,\nu'}{4}\right)+\frac{27.\,\mathfrak{A}^3\,b\,\lambda''}{8\,\mathrm{A}^3\,m\,a}=\Lambda$$

cuius valor vnitatem non niſi parum ſuperabit, dummodo pro A numerus modicus aſſumatur. Quare cum μ ſemper ſit numerus ab vnitate parum deficiens, ita, vt ſumi poſſit $\mu\,\Lambda=1$ quocirca habebimus $x=\frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{m\,a}}$, vbi pro k ſumi poteſt 20 vel potius numerus adhuc maior, quo obiecta diſtinctius repraeſententur. Tum vero erit menſura claritatis

$$=\frac{20\,p\,b}{k\,m\,a}\sqrt[3]{\frac{b}{m\,a}}.$$

Coroll.

Coroll. 1.

143. Cum adhuc littera A arbitrio nostro sit relicta; eam tantam assumi conueniet, vt distantia focalis r non fiat nimis exigua, etiam pro maximis multiplicationibus; scilicet vt pro multiplicatione $m = 1000$ distantia focalis lentis ocularis non infra $\frac{1}{2}$ dig. capi debeat, oportebit sumere $A > 100$; vnde erit $\mathfrak{A} = \frac{100}{101}$.

Coroll. 2.

144. Neutiquam vero consultum erit, litterae $\mathfrak{A}$ multo maiorem valorem tribuere, quia tum longitudo instrumenti nimium excresceret; si enim posito $A = 100$, distantia obiecti a vnius tantum digiti sumeretur, longitudo instrumenti octo pedes esset superatura; quare si velimus statuere $A = 100$, necesse erit, vt distantia obiecti a ad dimidium digitum vel etiam $\frac{1}{4}$ dig. reducatur.

Coroll. 3.

145. At si distantia $a = \frac{1}{4}$ dig. nimis parua videatur, praestabit vtique assumere $A = 50$ quo casu lens ocularis etiamsi millies multiplicemus, tamen vix infra $\frac{1}{4}$ dig. sit reducenda quae magnitudo in praxi facile admitti potest, cum talis lens aperturam adhuc patiatur pupilla maiorem.

Coroll.

Coroll. 4.

146. At ſi tantum ſumatur $A = 50$; tum erit $\mathfrak{A} = \frac{50}{51}$ ita, vt diſtantia focalis lentis obiectiuae p tantillo minor accipi debeat, quam diſtantia obiect. a, quam pro circumſtantiis commode $= \frac{1}{2}$ dig. ſumere licebit. Praeterea vero valor litterae A multo propius ad vnitatem reuocabitur, dum bina poſteriora membra huius litterae plane pro euaneſcentibus haberi poterunt.

Scholion.

147. Haec microſcopiorum ſpecies pleraque inſtrumenta, quae hodie ſub titulo microſcopiorum compoſitorum circumferuntur, in ſe complectitur, quae igitur pro eo melioribus ſunt habenda, quo minus a conſtructione hic praeſcripta diſcrepant. Praecipua autem proprietas in hoc conſiſtit, quod diſtantia focalis lentis mediae triplo maior ſit, quam lentis ocularis haeque lentes ita diſponantur, vt imago realis media interiaceat inter binas lentes oculares, ſiue, quod eodem redit, vt interuallum harum duarum lentium duplo maius ſit, quam diſtantia focalis poſtremae lentis. Quo igitur conſtructionem horum microſcopiorum clarius ob oculos ponamus, primo conſideremus lentem obiectiuam, quae tantum a diſtantia obiecti a, quam pro lubitu aſſumere licet, pendet, cuius conſtructio ſi ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, paretur, ita ſe habet:

Conſtructio lentis obiectiuae pro data diſtantia obiecti a ex vitro communi paranda:

Radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,2194} = 4,5579 \cdot p.$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,5987} = 0,6255 \cdot p.$$

vnde deducitur ſequens

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum ex tribus lentibus compoſitorum.

Pro quauis multiplicatione.

148. Singulae hae lentes ex vitro communi, cuius refractio eſt $n = 1,55$ parentur et poſita obiecti diſtantia $= a$, quam commode $= \frac{1}{2}$ dig. aſſumere licebit, erit

I. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis eſt $p = \frac{50}{51} \cdot a$, ſumatur

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 4,4668 \cdot a \\ \text{poſter.} = 0,6130 \cdot a \end{cases}$$

eius aperturae ſemidiameter ſtatuatur

$$x = \frac{0,0980 \cdot a}{\sqrt[3]{ma}}.$$

et diſtantia ad lentem ſecundam $= 50 \cdot a - \frac{400}{m}$ dig.

II. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{800}{m}$ dig. ſumatur

radius

radius vtriusque faciei $= \frac{880}{m}$ dig.

Aperturae ſemidiameter $= \frac{200}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{533}{m}$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis $r = \frac{267}{m}$ dig. erit

radius faciei vtriusque $= \frac{203}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{67}{m}$ dig.

et diſtantia ad oculum $= \frac{133}{m}$ dig.

IV. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $\zeta = \frac{4a}{ma+8}$ dig.

et inſtrumenti longitudo $= 50 . a + \frac{267}{m}$ dig.

atque menſura claritatis

$$= \frac{16}{m . \sqrt[3]{m a}}.$$

Notari hic meretur primam lentem tantum a diſtantia obiecti a pendere eamque pro omni multiplicatione retineri poſſe; duas vero poſteriores lentes tantum a multiplicatione pendere easdemque pro omni diſtantia obiecti a locum habere poſſe; vnde tantum pro variis aliquot multiplicationis gradibus praecipuis duas has lentes conſtrui conueniet; veluti tabella ſubiuncta indicabit:

	Distantia focalis.		Distantia.	
m	lentis II.	lentis III.	II. et III.	Oculi.
50	16 dig.	5,33 d.g.	10,67 dig.	2,67 dig.
100	8	2,67	5,33	1,33
200	4	1,33	2,67	0,67
300	2,66	0,89	1,77	0,44
400	2,	0,67	1,33	0,33
500	1,40	0,53	1,07	0,27
600	1,33	0,44	0,88	0,22
800	1,	0,33	0,67	0,17
1000	0,8	0,27	0,53	0,13

Interim tamen deinceps ostendemus, quemadmodum etiam iisdem ternis lentibus retentis microscopia ad omnes multiplicationes accommodata construi possint.

Scholion 2.

149. Formulae, ex quibus hanc microscopiorum constructionem deduximus, ita sunt generales, vt etiam ad telescopia accommodari queant. Cum enim tum sit $a = \infty$, et $\mathfrak{A}\, a$ distantiam focalem lentis obiectiuae denotet, euidens est statui debere $\mathfrak{A} = 0$ ideoque etiam $A = 0$; ita tamen, vt sit $\mathfrak{A}\, a = p$ quare ob $b = a$, erunt distantiae focales duarum reliquarum lentium

$$q = -\frac{\mathfrak{B}p}{P} \text{ et } r = -\frac{Bp}{Pk} = -\frac{Bp}{m};$$

siue

fiue ob

$$\mathfrak{B} = -2 \text{ et } B = -\tfrac{2}{3} \text{ erit}$$

$$q = +\tfrac{2p}{m} \text{ et } r = +\tfrac{2p}{3m} = \tfrac{1}{3}q$$

lentium porro interualla

$$\text{I et II} = p\left(1 - \tfrac{1}{m}\right)$$

$$\text{II et III} = \tfrac{4p}{3m} = 2r;$$

et diſtantia oculi

$$O = \tfrac{p(m+1)}{3m^2} = \tfrac{m+1}{2m}r;$$

vnde longitudo teleſcopii tota

$$= p\left(1 + \tfrac{2}{3m} + \tfrac{1}{3m^2}\right).$$

Tum vero ſemidiameter campi viſionis

$$\tfrac{\zeta}{a} = \Phi = \tfrac{1}{4}\,\tfrac{2}{m+1}.$$

Denique pro apertura determinanda habebitur

$$x = \tfrac{p}{k}\sqrt[3]{\tfrac{1}{m}} \text{ hincque } y = \tfrac{p}{km}\sqrt[3]{\tfrac{1}{m}}$$

et menſura claritatis $= \frac{20p}{km}\sqrt[3]{\frac{1}{m}}$.

Praeterea vero hic notaſſe iuuabit primo ſemidiametrum imaginis realis, qui cum in genere ſit $= AB\zeta$, erit is $= -\frac{p}{3(m+1)}$; quodſi enim in hoc loco diaphragma inſeratur, eius foramen hinc determinari debet; deinde cum ſit ſemidiameter penicillorum radioſorum in oculum ingredientium $= y = \frac{p}{km}\sqrt[3]{\frac{1}{m}}$

 quo-

quoniam in loco oculi operculum ſtatui ſolet foraminulo pertuſum, eius ſemidiameter hinc determinabitur. Nihil autem impedit, quominus hoc foraminulum maius ſtatuatur. Cum vero in teleſcopiis detur

$x = my$, erit $p = k my \sqrt[3]{m}$.

Hinc igitur ſi vitro communi vtamur, cuius refractio eſt $n = 1,55$ ſequens naſcitur:

Conſtructio Teleſcopii aſtronomici.

tribus lentibus inſtructi

I. Pro prima lente, obiectiua, cuius diſtantia focalis eſt $p = k my \sqrt[3]{m}$ ideoque datur,

erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{1,6274} = 0,6145 . p$

poſter. $= \frac{p}{0,1907} = 5,2438 . p$

eius aperturae ſemidiameter $x = my$

et diſtantia ad lentem ſecundam $= p\left(1 - \frac{1}{m}\right)$.

II. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{2p}{m}$ erit

radius vtriusque faciei $= \frac{11}{10} q = \frac{11 . p}{5 . m}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} q$

et diſtantia ad lentem ocularem $= \frac{4p}{3m} = \frac{2}{3} q = 2r$.

III.

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt

$r = \frac{2p}{3m} = \frac{1}{3}q$ erit

radius vtriusque faciei $= \frac{11}{10}r = \frac{11p}{15.m} = \frac{11}{30}q$;

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}r$

et diſtantia ad oculum $= \frac{m+1}{2m}.r$.

IV. Longitudo ergo huius teleſcopii erit

$$p\left(1 + \frac{2}{3m} + \frac{1}{3m^2}\right)$$

et campi apparentis ſemidiameter

$$\Phi = \frac{1}{4}.\frac{2}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ minut.}$$

V. Si in loco imaginis realis, quae in medio puncto inter binas poſteriores lentes exiſtit, diaphragma conſtitui debeat, eius ſemidiameter eſſe oportet $= -\frac{p}{3(m+1)}$.

Problema 3.

150. Datis tribus lentibus conuexis, quarum tertiae diſtantia focalis triplo ſit minor, quam ſecundae, ex iis microſcopium componere, quod ad omnes multiplicationes producendas ſit aptum.

Solutio.

Sit primae lentis, quae locum obiectiuae occupat, diſtantia focalis $= p$; ſecundae lentis $= q$ et ter-

tiae

tiae lentis $= r = \frac{1}{3} q$ quae omnes tres diſtantiae ſint poſitiuae et datae, vna cum multiplicatione $= m$ quare ſi formulas in ſuperiore problemate inuentas contemplemur, ex binis poſterioribus lentibus ſtatim colligimus

$$A = \frac{mq}{2b} \text{ ideoque } \mathfrak{A} = \frac{mq}{mq + 2b}.$$

Porro ex prima lente innoteſcet diſtantia obiecti

$$a = \frac{mq + 2b}{mq} . p = p\left(1 + \frac{2b}{mq}\right).$$

Hinc noſtrae lentes ſequentia inter ſe interualla tenere debebunt:

$$\text{I et II } \frac{(mq + 2b)p - bq}{2b} = p - \tfrac{1}{2} q + \frac{mpq}{2b};$$

$$\text{II et III} = 2r = \tfrac{2}{3} q.$$

Deinde vt hae lentes tam eundem campum producant, quem ſupra aſſignauimus, quam etiam eandem claritatem; circa has tres lentes datas inſuper requiritur:

I. Vt lens prima propemodum ſit plano conuexa, eiusque facies plana obiecto obuertatur, vel adhuc magis praeſtabit, ſi radius anterior ſexies vel ſepties circiter maior ſit, quam poſterior.

II. Vt binae reliquae lentes vtrinque ſint aequaliter conuexae.

Tum vero ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $\zeta = \frac{b}{2m} . \frac{mq + 2b}{(mq + 2b)p + bq} . p$

pro

pro quo requiritur, vt oculi a lente oculari diſtantia ſit

$$= \frac{1}{2} r \left(1 + \frac{bq}{(mq+2b)p}\right) = \frac{1}{2} r \text{ proxime.}$$

Praeterea vero pro apertura lentis obiectiua eius ſemidiameter reperitur

$$x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{bq}{(mq+2b)p}}, \text{ vbi notetur}$$

quo magis k numerum 20 ſuperare accipiatur, eo minorem fore confuſionem, atque ſic inuento x menſura claritatis erit

$$\frac{20b}{ma} \cdot x = \frac{20bq \cdot x}{(mq+2b)p}.$$

Pro diaphragmate in loco imaginis realis conſtituendo erit radius foraminis

$$\frac{2}{3} A \zeta = \frac{1}{2} r \cdot \frac{(mq+2b)p}{(mq+2b)p+bq}.$$

Coroll. 1.

151. Quod primo ad diſtantiam obiecti attinet, ea ſemper erit aliquanto maior quam diſtantia focalis lentis obiectiuae idque eo magis, quo minor fuerit multiplicatio. Sin autem multiplicatio adeo fiat infinita, ſumi debebit haec diſtantia $a = p$.

Coroll. 2.

152. Interuallum vero lentium primae et ſecundae potiſſimum a multiplicatione m pendet, ita, vt pro multiplicatione infinita hoc interuallum adeo

infinitum ſit capiendum. Ne igitur pro maioribus multiplicationibus hoc interuallum nimis prodeat magnum; hoc incommodum euitabitur, ſi quantitates p et q tam paruae accipiantur, quam circumſtantiae in praxi obſeruandae permittunt.

Coroll. 3.

153. Cum loco x valore ſubſtituto ſit menſura claritatis

$$= \frac{20bq}{(mq+2b)k} \sqrt[3]{\frac{bq}{(mq+2b)p}}$$

intelligimus, claritatem eo fore maiorem, quo minor fuerit diſtantia focalis p; quam tamen tantam eſſe conuenit, vt diſtantia obiecti a, quae ipſi proxime eſt aequalis, non fiat nimis exigua; praeterea vero etiam claritas proportionalis eſt iſti formulae

$$\left(\frac{q}{mq+2b}\right)^{\frac{4}{3}}$$

quae circumſtantia ſuadet pro q valorem non nimis exiguum.

Exemplum.

154. Sumamus tres lentes datas ita eſſe comparatas, vt ſit:

1°. Lentis primae diſtantia focalis $p = \frac{1}{2}$ dig. eaque propemodum plano conuexa eiusque facies planior obiecto obuertatur. Sic enim diſtantia obiecti non nimis parua erit cenſenda.

2°. Se-

2°. Secundae autem lentis, quae vtrinque ſit aequaliter conuexa, diſtantia focalis ſit $q = 1$ dig. vt aperturam admittat cuius ſemidiameter $x = \frac{1}{4}$ dig.

3°. Tertiae vero lentis ocularis itidem vtrinque aequaliter conuexae ſit diſtantia focalis $r = \frac{1}{3}$ dig. vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{12}$ dig. ſiue diameter $= \frac{1}{6}$ dig.

His igitur datis momenta conſtructionis ita ſunt comparata, vt quaedam neutiquam a multiplicatione pendeant; reliqua vero pro qualibet multiplicatione ſeorſim definiri debeant. Prioris generis ſunt:

1°. Diſtantia tertiae lentis a ſecunda, quae conſtanter erit $\frac{2}{3}$ dig. pro oculis ſcilicet valentibus, ita, vt lens ocularis ab imagine reali diſtet interuallo $= \frac{1}{3}$ dig. ſcilicet ſuae diſtantiae focali aequali. In gratiam autem myopum et presbytarum conueniet hoc interuallum mutabile reddi ope cochleae, qua lens ocularis circiter parte quadrageſima digiti vel propius admoueri vel longius remoueri poſſit.

2°. Diſtantia oculi a lente oculari itidem cenſeri poteſt conſtanter $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{6}$ dig. etiamſi enim revera ea pauliſper a multiplicatione pendeat et aliquantillo maior eſſe debeat; tamen locus oculi tantae praeciſionis non eſt capax.

Momenta autem pro varia multiplicatione variabilia ſunt ſequentia:

 1°. Di-

1°. Diſtantia obiecti a lente obiectiua, quae hoc caſu erit $a = (\frac{1}{2} + \frac{8}{m})$ dig. ſumto ſcilicet $b = 8$ dig. ita, vt haec diſtantia ſemper ſuperet $\frac{1}{2}$ dig.

2°. Maxime autem a multiplicatione pendet interuallum lentium primae et ſecundae, quod ſi indicetur littera L; erit $L = \frac{m}{32}$ dig. ita, vt pro multiplicatione $m = 320$ L tantum fiat decem digitorum et ſi ad duos pedes augeatur, iam multiplicationi $m = 768$ inſeruiat ad quam mutationem producendam euidens eſt, tubo ductitio eſſe opus.

3°. Inprimis quoque a multiplicatione pendet apertura primae lentis, cuius ſemidiameter erit

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{2}{m+16}} \text{ dig.}$$

vbi ſumſimus $k = 20$. Perſpicuum autem eſt, ſi valorem ipſius x minorem ſtatuamus, confuſionem in ratione triplicata diminutum iri.

4°. Quodſi in loco imaginis realis ſeu in diſtantia $= \frac{1}{2}$ dig. poſt lentem mediam diaphragma velimus collocare, eius foraminis apertura eſſe debebit

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{m+16}{m+32} \text{ dig.}$$

quare ſi multiplicatio ſit valde magna hic ſemidiameter erit $\frac{1}{8}$ dig. eiusque ergo diameter $= \frac{1}{4}$ dig.; quae menſura etiam minoribus multiplicationibus inſeruire poteſt, ita, vt diaphragma mutare non ſit opus.

5°. Quod

5°. Quod ad foraminulum attinet, cui oculus est adplicandus, si necesse videatur, eius semidiametrum ipsi y aequalem statuere, reperietur is $= \frac{16x}{m+16}$, qui ergo pro casu $m = 112$ prodiret $= \frac{1}{640}$ dig. Quoniam vero tantillum foraminulum quasi sensus effugeret, sufficiet praecepisse, hoc foraminulum quam minimum fieri.

Hoc autem microscopio constructo quemadmodum hic est descriptum eius ope in obiecto spatiolum conspicietur, cuius semidiameter erit

$$z = \frac{4}{m} \cdot \frac{m+16}{m+32} \text{ dig.}$$

qui ergo pro maioribus multiplicationibus erit $z = \frac{4}{m}$ dig. quod spatium certe satis est notabile. Denique vero mensura claritatis, qua obiecta cernentur, erit

$$\frac{320x}{m+16} = \frac{160}{m+16} \sqrt[3]{\frac{x}{m+16}},$$

cuius quadrato proprie loquendo ipsa claritas censenda est proportionalis. Quodsi ergo obiectum a sole collustretur et nos multiplicationem eo vsque augere velimus, vt ipsa claritas centies millies adeo fiat minor (quandoquidem tum adhuc duplo maior erit, quam si obiectum a plena Luna illustraretur) hoc eueniet, pro multiplicatione $m = 700$; quae multiplicatio tanta est, vt vix vnquam maior desideretur.

Problema 4.

155. Microſcopium compoſitum ita ex tribus lentibus conficere, vt margo coloratus euaneſcat et lens media poſt imaginem realem cadat.

Solutio.

Hoc ergo caſu cum tres habeantur lentes, litterarum P et Q prior P negatiuum habebit valorem, poſteriore Q manente poſitiua. Sit igitur $P = -k$, vt ſit multiplicatio

$$m = kQ \cdot \frac{b}{a} \text{ ſeu } kQ = \frac{ma}{b};$$

vnde diſtantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = +\frac{A\mathfrak{B}}{k}a; \; r = -\frac{ABb}{m};$$

et lentium interualla

$$\text{I et II} = Aa\left(1 + \frac{1}{k}\right);$$

$$\text{II et III} = \frac{AB}{k}a\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

vnde patet, eſſe debere $A > 0$, ideoque etiam $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$; tum vero etiam $B(Q-1) > 0$, ita, vt ſi B ſit > 0, tum eſſe debeat $Q > 1$. ſin autem $B < 0$, tum $Q < 1$. Nunc conſideretur ſpatium conſpicuum, cuius ſemidiameter eſt

$$\zeta = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b} \cdot ab\xi, \text{ ita, vt poſito}$$

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b} \cdot b \text{ fiat } \zeta = Ma\xi.$$

vbi ſumi poteſt $\mathfrak{r} = 1$, ſiquidem lens ocularis ſit vtrinque aequalis; et $\mathfrak{q}$ vnitatem non ſuperet, ſiue nega-

negatiue siue positiue. Pro q autem habebitur haec aequatio: $\mathfrak{B}\,q = (k+1)\,M$. Deinde pro loco oculi fiet distantia $O = \frac{kr}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$ quae vt sit positiua, debet esse $r > 0$ seu $AB < 0$ adeoque B negatiuum et $Q < 1$. Hinc igitur pro margine colorato tollendo habebitur ista aequatio:

$$0 = \frac{q}{P} + \frac{r}{PQ} = \frac{q}{k} + \frac{r}{kQ}$$

vnde colligitur $q = -\frac{1}{Q}$; quare cum sit $Q < 1$, prodiret q non solum negatiuum, sed etiam vnitate maius quod cum sit absurdum, euidens est, hoc casu marginem coloratum tolli plane non posse; neque ergo opus est, vt hunc casum vlterius prosequamur.

Scholion.

156. Hoc igitur casu reiecto istud caput, in quo simpliciora huius generis microscopia sumus contemplati, finiemus et quemadmodum haec microscopia ad maiorem perfectionis gradum euehi queant, indagabimus, praecipuum autem incommodum, quo haec telescopia etiamnum laborant, in hoc consistit, quod pro maioribus multiplicationibus claritas nimis fiat exigua, cuius rei ratio manifesto sita est in paruitate aperturae x, quae autem maiorem valorem accipere non potest, nisi ipsa expressio pro semidiametro confusionis inuenta minorem valorem adipiscatur, id quod duplici modo obtinere poterimus; priore scilicet dum loco lentis obiectiuae simplicis duae

duae vel tres vel etiam quatuor lentes conuexae substituuntur, quippe quo modo id lucramur, vt hae lentes maiores distantias focales consequantur, quam lens simplex atque etiam maiorem aperturam adipiscantur. Deinde vero si etiam lentibus concauis vti velimus, expressio illa pro semidiametro confusionis adeo ad nihilum redigi poterit, ita, vt aperturae primae lentis alii limites non praescribantur, nisi quos ipsa lentis figura postulat. Deinde vero etiam si diversas vitri species adhibeamus, adeo effici poterit, vt etiam altera confusio a diversa refractione oriunda penitus tollatur, in quo etsi summus perfectionis gradus consistere videtur; tamen id adhuc incommodi se immiscet, quod lentes illae loco obiectiuae substituendae multo fiant minores, quod cum priore modo secus eueniat, vtique operae erit pretium, hos ambos modos percurrere. Denique vero etsi campus visionis hic est satis notabilis, tamen vt argumentum hoc plene absoluamus, etiam monstrabimus, quomodo hunc campum adhuc magis atque adeo ad lubitum amplificari conueniat.

CAPVT