SECTIO SECVNDA.

DE

MICROSCOPIIS COMPOSITIS,

IN QVIBVS NVLLA IMAGO REALIS OCCVRRIT.

Problema I.

§. 99.

Datis tam multiplicatione m, quam distantia obiecti ante lentem obiectiuam microscopium ex duabus lentibus construere, quarum obiectiua sit conuexa, ocularis vero concaua.

Solutio.

Cum distantia obiecti a detur aeque ac multiplicatio m, casus duarum lentium statim praebet hanc aequationem $m = P . \frac{b}{q}$; vnde definitur $P = \frac{ma}{b}$; hinc distantiae focales ambarum lentium erunt $p = \mathfrak{A}\, a$; $q = -\frac{Ab}{m}$; vnde patet tam $\mathfrak{A}$, quam A esse debere positiua, ad quod sufficit, vt A sit positiuum. Interuallum vero lentium erit

$$= A\, a \left(1 - \frac{b}{ma}\right) = \frac{A}{m}(m\, a - b)$$

ex

ex quo perſpicuum eſt, eſſe debere $ma > b$ ſeu $m > \frac{b}{a}$; alioquin enim huiusmodi microſcopia locum habere non poſſent. Deinde pro ſpatio in obiectis conſpicuo habebimus eius ſemidiametrum

$$\zeta = a\Phi = \frac{q}{ma-b} \cdot a \cdot b \cdot \xi.$$

Si igitur ſumamus $\xi = \frac{1}{4}$ et $q = 1$, qui eſt caſus, quo lens ocularis maximam aperturam admittit ideoque vtrinque aeque eſt concaua; tum ergo erit

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma-b}.$$

Quod vero ad locum oculi attinet, ex ſuperioribus, formulis generalibus colligimus

$$O = \frac{qb}{Ma} - \frac{b}{m}; \text{ eſt vero } b = \frac{\alpha}{P} = \frac{Ab}{m}$$

$$\text{et } M = \frac{qa}{ma-b} \cdot b \text{ ſicque fit } O = -\frac{Ab(ma-b)}{m^2 a};$$

quae diſtantia cum ſit negatiua, oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde vt margo coloratus euaneſcat, ſatisfieri debet huic aequationi

$$0 = N(A+1)q;$$

quod cum fieri nequeat, perſpicuum eſt, marginem coloratum neutiquam tolli poſſe, multo minus ergo haec confuſio poſterior penitus tolli poterit; prior autem confuſio inſenſibilis reddetur ope huius aequationis

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) - \frac{\mu'\lambda'}{A^3 P}\right) = \frac{1}{k^3},$$

quae

quae ergo abit in hanc formam

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'.b}{A^3\,ma}\lambda'\right)=\frac{1}{k^3};$$

vbi cum lens ocularis debeat esse vtrinque aequaliter concaua, si pro ea vitri specie, ex qua lens ocularis conficitur, capiantur numeri respondentes ϱ', σ', et τ' erit $\lambda'=1+\left(\frac{\sigma'-\varrho'}{2\tau'}\right)^2$. Ex hac autem aequatione definiri debet semidiameter aperturae lentis obiectiuae x, erit scilicet

$$x\sqrt[3]{\left(\mu m\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu' b.\lambda'}{A^3.a}\right)}=\frac{1}{k}\sqrt[3]{a^2\cdot b};$$

nisi forte hinc pro x prodeat valor maior, quam lentis figura permittit; hinc ergo casus vtilissimus foret, si fieri posset,

$$\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}=\frac{\mu'}{\mu}\cdot\frac{b\lambda'}{A^3.a.m},$$

ad quod idoneum valorem pro $\mathfrak{A}$ vel A quaeri oporteret, quod quidem pro non adeo magnis multiplicationibus fieri posset, at si multiplicatio m esset praegrandis, deberet

$$\lambda(1+A)^3+\nu A(A+1)$$

aequari fractioni valde paruae, quod cum $A>0$ fieri non potest. Quicquid autem sit inuento valore ipsius x gradus claritatis erit $y=\frac{bx}{ma}$ et mensura claritatis $=\frac{20bx}{ma}$; vnde eo magis curandum est, vt x non nimis paruum adipiscatur valorem.

 Coroll.

Coroll. 1.

100. Hinc patet, vt x maiorem nanciſcatur valorem, plurimum conducere, vt litterae A paruus tribuatur valor; ſed hunc valorem nimis paruum aſſumere non licet quia tum lens ocularis nimis fieret parua, ita, vt A vix vnitate minus accipi conueniat.

Coroll. 2.

101. Cum formula $\lambda(1+A)^2 + \nu A(A+1)$ certe ſit vnitate maior, quia λ vnitate minus eſſe nequit, atque adeo vltra 8 exſurgere debeat, haec confuſio penitus tolli non poterit, niſi haec formula $\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{b\lambda'}{ma}$ quoque 8 ſuperet, hoc eſt, niſi ob $\frac{\mu'}{\mu} = 1$ proxime, fuerit $\frac{b\lambda'}{ma} > 8$ ſeu $m < \frac{b\lambda'}{8a}$.

Coroll. 3.

102. Haec clariora fient, ſi poſito $b = 8$ dig. ſumamus $a = \frac{1}{4}$ dig. et cum ſit circiter $\lambda' = \frac{3}{2}$, limes modo inuentus daret $m < 6$; quae multiplicatio tam exigua ne huiusmodi quidem microſcopiis produci poteſt, quare nunc pro certo affirmare licet, iſtam confuſionem neutiquam tolli poſſe.

Exemplum I.

Si diſtantia obiecti debeat eſſe $\frac{1}{4}$ dig. et ambae lentes ex vitro communi $n = 1,55$ parentur; tum vero ſtatuatur $A = 1$, hincque $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ habebimus pri-

mo

mo distantias focales lentium

$$p = \tfrac{1}{2}a = \tfrac{1}{8}\ \text{dig. et}\ q = -\tfrac{8}{m}\ \text{dig.}$$

lentiumque interuallum

$$= \tfrac{1}{m}(\tfrac{1}{4}m - 8) = \tfrac{1}{4} - \tfrac{8}{m}.$$

Spatium vero in obiecto conspicuum erit $\zeta = \frac{2}{m-32}$ dig. Denique si vt hactenus sumamus $k = 20$ postrema aequatio erit

$$x\sqrt[3]{\mu(8\lambda m + 2\nu m - 32\lambda')} = \tfrac{1}{20}\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}}.$$

Hic autem, vt iam saepe vidimus, est $\lambda' = 1,6297$, praeterea vero cum sit $\lambda = 1$ et proxime

$$\mu = 1,\ \text{inueniemus}\ x = \tfrac{1}{20}\sqrt[3]{\frac{1}{16,9304\,m - 104,3008}}.$$

Si ergo fuerit $m = 100$ fiet primo

$$p = \tfrac{1}{8}\ \text{dig. et}\ q = -\tfrac{2}{25}\ \text{dig.}$$

et lentium interuallum

$$= \tfrac{17}{100}\ \text{dig. et}\ \zeta = \tfrac{1}{34}\ \text{dig. tum vero}$$

$$x = 0,0043\ \text{dig. vnde fit}$$

$$y = \tfrac{32}{100}x = 0,0014\ \text{dig.}$$

et mensura claritatis 0,028; quae circiter triplo minor est, quam in microscopio fere simplici.

Exemplum II.

Maneant omnia, vti in exemplo praecedente, praeterquam quod litterae A valor multo maior tribuatur, vt videamus, quomodo confusio tum futura ſit comparata. Statuatur ergo $A = 5$ fietque $\mathfrak{A} = \frac{5}{6}$ et diſtantiae focales erunt $p = \frac{5}{6} a$; $q = -5 \cdot \frac{b}{m}$, quia, vt ante, manet

$P = \frac{ma}{b}$ et lentium interuallum $= \frac{5}{m}(ma - b)$; tum vero pro ſpatio conſpicuo erit $\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma - b}$, vt ante. Vt denique confuſio non ſentiatur, debet eſſe

$$x \sqrt[3]{\mu \left(\frac{216 \lambda m}{125} + \frac{6 \nu m}{25} - \frac{8 \lambda'}{125 \cdot a}\right)} = \frac{1}{10} \sqrt[3]{a^2}.$$

Sumto igitur iterum $a = \frac{1}{4}$ dig.; $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1,6297$, ſiquidem ambae lentes ex vitro communi $n = 1,55$ conficiantur et poſito $\mu = 1$ habebitur

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{3,568\, m - 0,83444}}.$$

Si ergo fuerit $m = 100$, fiet $p = \frac{5}{24}$ dig. et $q = -\frac{2}{5}$ dig. et lentium interuallum $= \frac{17}{20}$ dig. et $\zeta = \frac{1}{34}$ dig. Tum vero

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{355,966}} = 0,00705 \text{ dig.}$$

vnde fit $y = 0,00226$ dig. et menſura claritatis $= 0,0452$.

Scholion.

103. Si haec duo exempla inter ſe conferamus, ſequentia obſeruanda occurrent.

1°. Videmus, plurimum intereſſe, vt litterae A maior valor tribuatur, quia tum expreſſio pro confuſione multo fit minor, ita, vt littera

tera x tum maiorem adipifcatur valorem, ex quo fimul maior claritas obtinetur; quo maior enim littera A accipitur, eo propius littera $\mathfrak{A}$ ad vnitatem accedit, ex quo primus terminus $\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}$ vix vnitatem fuperabit, qui, dum erat A = 1, vltra 8 exfurgebat.

2°. Deinde etiam valorem ipfius A augendo lens obiectiua fiet maior, dum eius diftantia focalis p ad diftantiam obiecti a continuo propius accedit.

3°. Maximum autem commodum cernitur in lente oculari, quae hoc modo ad lubitum noftrum augeri poterit, quantumuis magna fuerit multiplicatio. Fieri adeo poteft, vt haec lens datam diftantiam focalem adipifcatur velùti vnius digiti; tum fcilicet A. $\frac{b}{m}$ ponatur = 1 dig. et ob b = 8 dig. capi debebit A = $\frac{m}{8}$, tum quidem longitudo inftrumenti maior euadet, fcilicet = $\frac{1}{8}(m\,a - b)$ fed vix vnquam ea tanta erit, vt non facilè tolerari poffit.

4°. In his quidem exemplis affumfimus diftantiam obiecti $a = \frac{1}{4}$ dig. fed nihil impedit; quominus hanc diftantiam maiorem affumamus, quo ipfo vfus horum inftrumentorum multo commodior redditur, dum praecipuum commodum, quod a microfcopiis compofitis exfpectamus; in eo eſt ſitum, vt non opus ſit obiecta tam prope ad inſtrumentum admouere, quia enim littera a arbitrio noſtro permittitur, eam tantam aſſumere licebit, quantam lubuerit.

5°. Verum quo maiorem hanc diſtantiam a accipiamus, fateri cogimur, claritatis gradum inde diminutum iri; quod quo clarius appareat; perpendamus, valorem litterae x reliquis litteris iisdem manentibus proportionalem eſſe formulae $\sqrt[3]{a^2}$ ſeu poteſtati $a^{\frac{2}{3}}$ ita, vt quo maior diſtantia obiecti ſtatuatur, etiam apertura lentis obiectiuae maior fit proditura; quod in ſe ſpectatum pro non exiguo commodo eſt habendum; at pro gradu claritatis cum ſit y formulae $\frac{x}{a}$ proportionalis, claritas proportionalis fiet formulae $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$; ita, vt ea decreſcat in ratione ſubtriplicata diſtantiae obiecti a; verum haec ipſa diminutio non adeo eſt pertimeſcenda, dum ſi diſtantiam obiecti adeo octuplo maiorem accipiamus claritas tantum duplo fit minor, atque ex his perſpicuum eſt, quantopere microſcopia compoſita ſimplicibus antecellant, et quanta commoda ab iis exſpectari poſſint. Interim vero haec ſpecies microſcopiorum hic tractata adhuc

huc ingenti defectu laborat, quod a margine colorato liberari neutiquam potest. Quocirca videamus, an vnam pluresue lentes insuper adiiciendo istud vitium tolli queat.

Problema 2.

104. Inter lentes obiectiuam et ocularem praecedentis microscopiorum speciei, nouam lentem ita inserere, vt margo coloratus ad nihilum redigatur.

Solutio.

Quoniam igitur hic tres habemus lentes earum distantiae focales ita erunt expressae

$$p = \mathfrak{A}a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}a;\; r = \frac{AB}{PQ}\cdot a;$$

quarum cum prima debeat esse conuexa, erit $\mathfrak{A} > 0$ et cum tertia debeat esse concaua, erit $A\,B < 0$ ideoque altera litterarum A et B positiua, altera negatiua; de lente enim media nihil adhuc definiamus; interualla porro harum lentium erunt

$$\text{prius} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right); \text{ et}$$

$$\text{posterius} = -\frac{AB.a}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

vnde patet, esse debere $Q > 1$. Multiplicatio vero m dabit $PQ = \frac{ma}{b}$. Nunc autem id consideremus, quod nobis est propositum, scilicet vt margo coloratus euanescat; quoniam distantia oculi O prodit negatiua,

gatiua, satisfieri oportet huic aequationi

$$0 = N(A+1)B\mathfrak{x} - \frac{N'}{P}((B+1)\mathfrak{r}+\mathfrak{q})$$

quem in finem spectetur spatium in obiecto conspicuum, pro quo est

$$\zeta = a\Phi = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b}\,ab\,\xi;$$

in qua si lens ocularis vtrinque fiat aequalis, vt maximam aperturam admittat, capi poterit $\mathfrak{r} = 1$; tum vero posuimus

$$\frac{\mathfrak{q}+1}{ma-b}\cdot b = M, \text{ vt sit } \zeta = Ma\xi.$$

Nunc igitur primo videndum est, an si ambae lentes ex eodem vitro parentur, scopum obtinere queamus. Posito igitur $N = N'$, aequatio pro margine nobis dabit $B = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{(A+1)P\mathfrak{r}-\mathfrak{r}}$, qui valor an cum conditione praescripta $AB < 0$ consistere possit, videamus. Hunc in finem duos casus perpendamus, alterum quo $A > 0$, alterum vero, quo non solum $A < 0$, sed etiam $1 + A < 0$, vt scilicet prodeat $\mathfrak{A}$ positiuum. Priore casu erit $P > 1$ ideoque in valore ipsius B denominator fit positiuus, sicque B positiuum habebit valorem, cum tamen ob $AB < 0$ negatiuum esse debeat; altero casu, quo $A < 0$ debet esse $P < 1$, ideoque denominator $(A+1)P - \mathfrak{r}$ fit negatiuus, etiamsi $A + 1$ non esset negatiuum, ita, vt valor ipsius B hoc casu certo prodeat negatiuus, cum tamen ob $AB < 0$ deberet esse positiuus. At si ſi lentes ex diuerſo vitro conficiantur, fieri poterit, vt margo coloratus penitus tollatur, idque duplici modo, quemadmodum in ſubiunctis caſibus oſtendemus. Poſtquam autem huic conditioni fuerit ſatisfactum, pro apertura lentis obiectiuae indeque pendente claritate ſequens habebitur aequatio:

$$\frac{mx^3}{a^2b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'}{A^3P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)+\frac{\mu''\lambda''}{A^3B^3PQ}\right)=\frac{1}{k^3}$$

vbi tantum notandum eſt, vt lens ocularis maximam admittat aperturam valorem λ'' inde eſſe datum; pro binis reliquis λ et λ' commode vnitas aſſumitur ſicque pro quouis caſu problematis noſtri ſolutio facile inuenietur.

Coroll. 1.

105. Quod ergo hic diuerſo vitro vti oporteat, id intelligendum eſt tantum de lente prima et ſecunda, ad quas litterae N et N′ referuntur; pro tertia enim lente vitri ratio, ex quo conficitur, hic plane in computum non ingreditur, ita, vt perinde ſit ex quonam vitro haec lens conficiatur.

Coroll. 2.

106. Cum igitur pro margine colorato tollendo habeatur iſta aequatio

$$N(A+1)BP\mathfrak{r}=N'((B+1)\mathfrak{r}+\mathfrak{q})$$

hinc deduci debet valor litterae

$$B=\frac{N'(\mathfrak{q}+\mathfrak{r})}{N(A+1)P\mathfrak{r}-N'\mathfrak{r}};$$

vbi

vbi notetur, esse $r = 1$ et $q + r$ necessario maius nihilo, vt scilicet valor ipsius ζ prodeat positiuus; tum iste valor comparetur cum ea conditione, qua productum $A B$ debet esse negatiuum, id quod fieri plane non posse, quamdiu litterae N et N' sunt inter se aequales, iam ostendimus.

Coroll. 3.

107. Totum ergo negotium iam huc redit, quemadmodum hae duae conditiones impleri queant, dum litterae N et N'' diuersos obtinent valores, scilicet vt dato valore litterae A altera littera B talem sortiatur valorem, vt earum productum $A B$ fiat negatiuum, vbi perpendendum est, formulam $A (P - 1)$ semper positiuam esse debere, ita, vt sumto A positiuo sit $P > 1$; sumto autem A negatiuo, capi debeat $P < 1$.

Scholion.

108. Quoniam igitur duabus diuersis vitri speciebus vti cogimur, optandum sine dubio esset, vt hae duae species ratione refractionis maxime inter se differrent; cum autem aliae adhuc eiusmodi species non sint cognitae, praeter eas, circa quas Dollondus experimenta sua instituit, easdem quoque nos hic adhibere oportebit. Hactenus quidem litteris N et N', quae his duabus speciebus conueniunt, rationem $7 : 10$ tribuimus, quae illis experimentis maxime videtur con-

conformis, etiamsi ea satis notabiliter a veritate aberrare possit. Quamobrem ob calculi commoditatem hanc rationem hic potius vt 2 : 3 statuamus, quippe quae ab illa minime differt et aliquanto maius discrimen inuoluit, neque enim hinc aliud est metuendum, si forte error non satis esset exiguus, nisi quod margo coloratus non penitus tolleretur; verum dummodo is multo minor euadat, quam vulgo vnicam vitri speciem adhibendo fieri solet, contenti esse poterimus; quem in finem duos casus hic accuratius examinare conueniet, alterum, quo littera A positiuum habet valorem; alterum vero, quo negatiuum, vt inde pateat, quanta commoda hinc in praxi exspectari queant.

Euolutio primi casus, quo litterae A valor positiuus tribuitur.

109. Hoc ergo casu littera $\mathfrak{A}$ valorem quoque positiuum habebit et quidem vnitate minorem; tum vero conditio lentis ocularis concauae postulat, vt littera B obtineat valorem negatiuum. Praeterea ob $A > 0$ etiam esse debet $P > 1$, vt interuallum prius fiat positiuum. Nunc vero ob marginem coloratum tollendum valor litterae B ita exprimitur, vt sit

$$B = \frac{N'(q+r)}{N(A+1)Pr - N'r},$$

vbi igitur ob $q + r > 0$ denominator seu formula $N(A+1)P - N'$ negatiuum habere debebit valorem; quod vt fieri poſſit, cum $(A+1)P$ certe ſit vnitate maius, neceſſe eſt, vt fiat $N' > N$; ideoque vt lens obiectiua ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino conficiatur. Quare cum hinc prodeat

$$N : N' = 2 : 3 \text{ hincque fit } B = \frac{3(q+r)}{2(A+1)P.r - 3r},$$

oportebit eſſe

$$2(A+1)P < 3; \text{ ſiue } P < \frac{3}{2(1+A)}.$$

Cum autem ſit $P > 1$, manifeſtum eſt, litteram A tam paruam accipi debere, vt etiam nunc ſit

$$\frac{3}{2(1+A)} > 1 \text{ ideoque } A + 1 < \tfrac{3}{2};$$

hincque $A < \frac{1}{2}$ ſi enim eſſet $A = \frac{1}{2}$ capi deberet $P = 1$ primumque interuallum plane euaneſceret, id quod praxis non patitur; vnde ſimul intelligitur, hanc litteram A tanto minorem, quam $\frac{1}{2}$ ſtatui debere, vt etiam nunc interuallum duarum primarum lentium ad praxin reuocari poſſit. Conſtituta autem littera A littera P ſumi debebit inter limites 1 et $\frac{3}{2(A+1)}$ modo autem vidimus, minori limiti vnitati aequalem capi non poſſe, at ſi maiori limiti ſumeretur aequalis tum B fieret infinitum ſicque longitudo inſtrumenti in infinitum extenderetur. Iam prope igitur P maiori limiti admoueri conueniet, vt quantitas AB adhuc in praxi locum habere poſſit. Tum vero adhuc ſupereſt, vt poſtremae aequationi ſatisfiat, qua apertura lentis obiectiuae definitur; circa quam aequationem

tionem ſequentia nunc annotaſſe iuuabit:

1°. Cum $A < \frac{1}{2}$; erit $\mathfrak{A} < \frac{1}{3}$; vnde ipſius λ coefficiens erit > 27. vnde enormis confuſio reſultaret, niſi ſequentibus terminis diminueretur.

2°. Verum cum pro ſecunda lente coefficiens ipſius λ' fiat maior, quam -8 ob $P = 1$ proxime et quia B ſemper fit numerus valde magnus, $\mathfrak{B}$ parum ab vnitate differt.

3°. Pro lente oculari coefficiens ipſius λ'' tam erit paruus, vt prae reliquis terminis quaſi euaneſcat; vnde adeo hoc commodi aſſequimur, vt tota haec confuſio prorſus ad nihilum redigi queat, debite ſcilicet definiendo litteras λ et λ'; quare hic caſus omnino meretur, vt aliquot exemplis illuſtretur.

Exemplum I.

Cum debeat eſſe $A < \frac{1}{2}$, ponamus $A = \frac{1}{3}$ fietque

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} \text{ et } \frac{3}{2(A+1)} = \frac{9}{8}$$

ita, vt P capi debeat intra limites 1 et $\frac{9}{8}$. Sit ergo

$$P = \frac{10}{9} \text{ et fiet } B = -\frac{81(q+r)}{r}.$$

Conſideremus nunc aequationem fundamentalem, qua eſt

$$\mathfrak{B}\, q = \frac{1}{9} \cdot \frac{q+r}{m\, a - b} \cdot b.$$

 Pona-

Ponatur autem breuitatis gratia $\frac{ma}{b} = 1 + \vartheta$, quandoquidem esse debet $ma > b$, vt haec microscopiorum species locum habere possit eritque $\mathfrak{B} = \frac{q+1}{9q\vartheta}$. Cum iam sit $\frac{1}{\mathfrak{B}} = 1 + \frac{1}{B}$ habebitur

$\frac{9q\vartheta}{q+1} = 1 - \frac{1}{81(\vartheta+1)}$ vnde elicitur

$q = \frac{80\vartheta}{729\vartheta - 81}$ sicque prodibit

$B = \frac{-729\vartheta+1}{9\vartheta-1}$ hincque $\mathfrak{B} = \frac{+729\vartheta-1}{720\vartheta}$,

existente $\vartheta = \frac{ma}{b} - 1$, siue multiplicatio $m = \frac{b(1+\vartheta)}{a}$. Tum vero ob $m = PQ\frac{b}{a}$ erit

$Q = \frac{ma}{Pb} = \frac{9ma}{10b} = \frac{9}{10}(\vartheta + 1)$,

atque hinc elementa pro microscopii constructione erunt

1°. $A = \frac{1}{3}$. $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}$;

$B = -\frac{729\vartheta+1}{9\vartheta-1}$; $\mathfrak{B} = \frac{729\vartheta-1}{720\vartheta}$;

$P = \frac{10}{9}$; $Q = \frac{9}{10}(\vartheta + 1)$.

2°. Deinde distantiae focales lentium

$p = \frac{1}{4} \cdot a$; $q = \frac{-729\vartheta+1}{2400\vartheta} a$;

et $r = \frac{-729\vartheta+1}{(27\vartheta-3)(\vartheta+1)} \cdot a$.

3°. Lentium harum interualla erunt

prius $= \frac{1}{10} \cdot a$; posterius $= \frac{(729\vartheta-1)a}{80(\vartheta+1)}$.

4°. Prae-

4°. Praeterea ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{72c\,\theta v - v}{(72{,}5\,\theta - 81)\theta} \cdot a\,\xi$$

quodſi iam hic ſumamus $v = 1$ et $\xi = \frac{1}{4}$ id quod licet ſi lens ocularis fiat vtrinque aequaliter concaua, erit $\zeta = \frac{72c\,\theta^2 - 1}{324\,\theta(9\,\theta^2 - 1)}\,a.$

5°. Denique conſideretur haec aequatio

$$\frac{m x^3}{a^2 b}\left(\left(\mu\,(64\,\lambda + 12\,\nu) - \frac{243\,\mu'}{10}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right)\right.\right.$$
$$\left.+ \frac{27\,\mu''\lambda''}{B^3(\theta+1)}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi commode vſu venit, vt haec quantitas ad nihilum reuocari poſſit, quem in finem tertiam lentem vti primam ex vitro coronario fieri ponamus ſumique debebit

$$\lambda'' = 1{,}60006 \text{ et } \mu'' = \mu;$$

tum vero ſumatur $\lambda = 1$, at λ' ita, vt ſit

$$\frac{\mu'}{\mu} \cdot 24{,}3\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) = 64 + 12\,\nu + \frac{27 \cdot 1{,}60006}{B^3(1+\theta)}$$
$$= 66{,}6352.$$

exiſtente $\frac{\mu'}{\mu} = \frac{0{,}8724}{0{,}9875}$,

$$\nu = 0{,}2196 \text{ et } \nu' = 0{,}2529.$$

Praeterea vero notetur pro maioribus multiplicationibus, quando ſcilicet ϑ fit numerus ſatis modicus, fieri proxime $B = -81$ et $\mathfrak{B} = +\frac{81}{80}$;

vnde

vnde colligitur

$$0,96341.\lambda' = 0,00308 + \frac{\mu}{\mu'}.\frac{66,6552}{24,1}$$

hincque $\lambda' = 3,22503.$

et $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,3089.$

vnde cum huius lentis diſtantia focalis ſit

$$q = -\tfrac{729}{2400}.a = -\tfrac{243}{800}.a \text{ et } \mathfrak{B} = \tfrac{81}{80},$$

erit huius lentis

$$\text{rad. anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{q}{1,4423} = 0,69334.q$$

$$\text{rad. poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{q}{0,2818} = 3,5486.q$$

Pro prima autem lente, cuius diſtantia focalis eſt $p = \frac{1}{4}a$, et numeri $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}$ et $\lambda = 1$, ex vitro coronario facienda erit radius

$$\text{fac. anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,3017} = 0,76823.p$$

$$\text{fac. poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,5851} = 1,7091.p$$

atque hinc conficitur ſequens

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum.

110. Poſita diſtantia obiecti $= a$ et multiplicatione $m = (1 + \vartheta)\frac{b}{a}$ erit

I. Pro lente obiectiua
ex vitro coronario facienda

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,1921.a \\ \text{poſter.} = 0,4273.a \end{cases}$$

cuius

cuius diſtantia focalis $p = \frac{1}{4} a$

ſemidiameter aperturae $x = 0,0480 . a$

et interuallum ad lentem ſecundam erit $= \frac{1}{30} . a$

II. Pro lente ſecunda

ex vitro chryſtallino facienda

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,2106 . a \\ \text{poſter.} = -1,0779 . a \end{cases}$$

cuius diſtantia focalis eſt $q = -\frac{243}{800} . a = 0,3037 . a.$

ſemidiameter aperturae $x = 0,0526 . a$

ſeu indefinitus relinquitur, quia maior eſt ſemidiametro aperturae primae lentis.

et interuallum ad lentem tertiam $= 24,3 . \frac{\theta}{\theta+1} a.$

III. Pro lente tertia

ex vitro coronario paranda

cuius diſtantia focalis

$$r = -\frac{729}{27(\theta+1)} . a = -\frac{27}{\theta+1} . a, \text{ erit}$$

$$\text{radius faciei vtriusque} = -\frac{28,62}{\theta+1} . a$$

cui lenti oculum immediate applicari oportet.

IV. Spatium in obiecto cernetur,

cuius ſemidiameter $\zeta = \frac{1}{48} . a.$

V. Denique cum ſit $x = 0,0480 \cdot a$ erit

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{x}{\theta+1} = \frac{0,0480}{\theta+1} \cdot a$$

hincque menſura claritatis $20\,y = \frac{0,960}{\theta+1} \cdot a$

ſi ſcilicet diſtantia a in digitis exprimatur, quae menſura etiam ita exprimitur

$$0,960 \cdot \frac{b}{m} = \frac{7,68}{m}.$$

Coroll. 1.

111. Duae lentes priores cum earum interuallo, plane non pendent a multiplicatione propoſita ideoque pro omnibus multiplicationibus eaedem retineri poſſunt, ita, vt tantum opus ſit pro qualibet multiplicatione aliam lentem ocularem adhibere, cuius diſtantia focalis loco $\theta+1$ ſcripto valore $\frac{ma}{b}$ erit

$$r = -27 \cdot \frac{b}{m} = -\frac{216}{m}\ \text{dig.}$$

ita, vt haec lens nunquam fiat nimis parua.

Coroll. 2.

112. Vtcunque autem multiplicatio varietur, interuallum lentium ſecundae et tertiae parum admodum mutatur, praecipue in maioribus multiplicationibus, cum hoc interuallum ſit

$$= 24,3 \cdot \frac{\theta}{\theta+1}\, a = 24,3 \cdot \left(a - \frac{b}{m}\right);$$

ita, vt tota inſtrumenti longitudo vix ſit mutanda, ac ſi diſtantia obiecti a capiatur 1 digiti, longitudo inſtrumenti erit circiter duorum pedum.

Scho-

Scholion.

113. Quod hic diſtantia obiecti arbitrio noſtro permittatur, id ſine dubio tamquam inſigne commodum eſt ſpectandum, cum hoc modo maximum vitium microſcopiorum ſimplicium, quod in nimia vicinitate obiecti conſiſtit feliciſſimo ſucceſſu euitetur, quoniam quantumuis hac diſtantia aucta ne menſura quidem claritatis diminuitur, aeque parum ac ſpatium in obiecto conſpicuum. Interim tamen contra hanc ſpeciem obiici poterit primo quod duae lentes priores nimis inter ſe propinquae eſſe debeant; quod tamen vix vllam attentionem meretur, cum adhuc hoc interuallum in praxi facile obſeruari poſſit, niſi diſtantia obiecti a nimis parua ſtatuatur; quod autem nulla ratio ſuadet; altera vero obiectio maioris eſt momenti, quod ſi diſtantia a maior vno digito accipiatur, longitudo huius inſtrumenti duos adeo pedes iam ſuperet, quae merito incommoda videri poteſt. Verum mox oſtendemus, quomodo et huic incommodo facile occurri poſſit. Prouti autem hanc ſpeciem litteris A et P definiendis conſtituimus; id inprimis obiici poteſt, quod ſi diuerſitas numerorum N et N′ tantillo minor fuerit, quam in ratione 2:3, vti hic aſſumſimus, tum determinationes vlteriores locum omnino habere non poſſe, ſi enim loco huius rationis ſubſtituamus eam, quam ſupra ex ipſis Dollondi experimentis concluſimus, ſcilicet vti 7:10, vt, foret $B = \frac{10(\mathfrak{q}+\mathfrak{t})}{7(A+1)P\mathfrak{t}-10\mathfrak{t}}$ tum ſumto $A = \frac{1}{3}$ et $P = \frac{10}{9}$;

 deno-

denominator $7\cdot(A+1)P-10$ fieret $=\frac{280}{27}-10$ ideoque non amplius negatiuus, vt natura rei poſtulat; multo igitur minus haec poſitio locum habere poſſet, ſi diſcrimen vitri ratione diſperſionis adhuc eſſet minus, quod quidem non parum probabile videtur. Quamobrem ne hinc quicquam ſit pertimeſcendum litteras A et P ita aſſumi conueniet, vt formula $(1+A)P$ multo minorem obtineat valorem, quam caſu exempli allati, pro littera ſcilicet A fractio ſumi debebit, multo minor, quam $\frac{1}{5}$; tum vero valor ipſius P tam parum vnitatem ſuperet, quam lentium proximitas permittit, cui conditioni in ſequenti exemplo ſatisfaciemus.

Exempl. II.

Sumamus igitur hic $A=\frac{1}{5}$ fietque $\mathfrak{A}=\frac{1}{6}$ et $p=\frac{1}{6}a$. Interuallum autem primae et ſecundae lentis $=\frac{1}{5}(1-\frac{1}{P})a$; quod vt parti quaſi ſeptimae ipſius p aequetur, ſumi debet $P=\frac{42}{37}=\frac{8}{7}$ ſeu $\frac{9}{8}$ circiter ſumamus igitur $P=\frac{9}{8}$ et quia etiam hic vti in praecedente exemplo littera q vehementer ſit parua prae littera r ea neglecta erit $B=\frac{N'}{N(1+A)P-N'}$ et ſumto $N:N'=7:10$ erit ſubſtitutis his valoribus $B=-\frac{200}{11}$ ſiue $B=-18$, qui valor adhuc maior prodiiſſet, ſi diſperſionis diſcrimen adhuc minus fuiſſet. Cum igitur ſatis ſit veriſimile hoc diſcrimen adhuc eſſe minus; a ſcopo vix aberrabimus, ſi ſtatuamus $B=-25$ et ſi vllus error hinc reſultaret, is in eo conſiſteret,

vt

vt margo coloratus non perfecte tolleretur, quod cum ne sperari quidem possit, contentos nos esse oportet, si eum tantum satis paruum reddiderimus, id quod hoc modo certo obtinebimus; sumto autem $B = -25$ erit $\mathfrak{B} = \frac{25}{24}$ hincque ex aequatione fundamentali

$$\mathfrak{q} = \frac{3b\mathfrak{r}}{25ma - 28b} \text{ hincque } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{25ma\mathfrak{r} - 25b\mathfrak{r}}{25ma - 28b};$$

vnde colligitur spatii conspicui semidiameter

$$\zeta = \frac{25\mathfrak{r}}{25ma - 28b} \cdot ba\xi;$$

quare si sumatur $\xi = \frac{1}{4}$ et $\mathfrak{r} = 1$, quo casu requiritur, vt lens ocularis sit vtrinque aeque concaua, ac si ponamus, vt ante,

$$\frac{ma}{b} = 1 + \vartheta \text{ erit } \zeta = \frac{25}{100\vartheta - 12} \cdot a$$

reliqua autem elementa sequenti modo se habebunt

$$A = \frac{1}{5};\ \mathfrak{A} = \frac{1}{6};\ B = -25;\ \mathfrak{B} = \frac{25}{24};$$

$$P = \frac{9}{8} \text{ et } Q = \frac{8}{9}(1 + \vartheta) = \frac{8ma}{9b}.$$

hincque distantiae focales $p = \frac{1}{6}a$; $q = -\frac{5}{27} \cdot a$

$$\text{et } r = -\frac{5}{1+\vartheta} \cdot a = -\frac{5b}{m},$$

et lentium interualla

$$\text{I et II} = \frac{1}{45}a; \text{ et II et III} = \frac{40ma - 45b}{9m}.$$

Faciamus nunc, vt etiam confusio ab apertura orienda euanescat et cum prima lens ex vitro coronario, secunda vero ex chrystallino confici debeat, si tertia etiam ex coronario paretur, vt ſit $\mu'' = \mu$, debet eſſe $\lambda'' = 1,60006$; tum vero pro lente prima capiatur $\lambda = 1$ habebitur iſta aequatio

$$\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{5^3 \cdot 8}{9}\left(\frac{24^3}{25^3}\lambda' - \frac{24 \cdot \nu'}{25^2}\right) = 6^3 + 30 \cdot \nu - \frac{1,60006 \cdot b}{5^3 \cdot ma}.$$

Eſt autem $\log. \frac{\mu}{\mu'} = 0,0538214$ ſeu

$$\frac{\mu'}{\mu}(98,304\,\lambda' - 4,2666 \cdot \nu')$$
$$= 216 + 30 \cdot \nu - 0,0128 \cdot \frac{b}{ma} \text{ ſeu}$$
$$98,304\,\lambda' = 253,034 - 0,0145 \cdot \frac{b}{ma};$$

vnde colligitur

$$\lambda' = 2,5740 - 0,00015\,\frac{b}{ma};$$

vbi poſtremum membrum tuto omitti poteſt ob $\frac{b}{ma}$ fractionem exiguam. Cum ergo ſit $\lambda' = 2,5740$ et $\lambda' - 1 = 1,5740$ erit $\tau \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,1009$; vnde cum huius ſecundae lentis diſtantia focalis ſit

$$q = -\tfrac{5}{27}\,a \text{ et numerus } \mathfrak{B} = \tfrac{25}{24},$$

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{q}{1,1023} = 0,9072 \cdot q$$
$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{q}{0,5418} = 1,8457 \cdot q$$

Pro prima autem lente, cuius diſtantia focalis

$$p = \tfrac{1}{5}\,a \text{ et } \mathfrak{A} = \tfrac{1}{5} \text{ et } \lambda = 1$$

vitrumque coronarium, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,4212} = 0,7036 \cdot p.$$
$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,4656} = 2,1478 \cdot p.$$

Hinc

Hinc ergo conficitur sequens

Constructio microscopii compositi nullam confusionem parientis.

114. Constituta pro lubitu distantia obiecti $= a$ habebimus

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda radium faciei

anter. $= 0, 1173. a$

poster. $= 0, 3579. a$

cuius distantia focalis est $\frac{1}{6} a = 0, 1666. a$

aperturae semidiameter sumi poterit $x = 0, 0293. a$

interuallum ad lentem secundam $= \frac{1}{45} a = 0, 022. a.$

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino facienda erit radius faciei

anter. $= - 0, 1680. a$

poster. $= - 0, 3418. a$

cuius distantia focalis $= - \frac{5}{27}. a = 0, 1852. a$

semidiameter aperturae $= 0, 0420. a$

interuallum ad lentem tertiam erit

$$= \frac{40.m a - 45.b}{9 m} = 4\tfrac{4}{9} a - \frac{5b}{m}.$$

III. Pro lente tertia oculari ex vitro coronario paranda erit

distantia focalis $= - \frac{5b}{m}$, hincque

radius

radius faciei vtriusque $= -5, \frac{8.b}{m}$.

sin autem ex vitro chrystallino paretur, vtriusque faciei radius sumatur $= -5, \frac{8.b}{m}$ huicque lenti oculus immediate adplicatur.

IV. Spatii autem in obiecto conspicui semidiameter erit

$$z = \frac{25}{100\theta - 12} . a. \text{ existente } \theta = \frac{ma}{b} - 1.$$

V. Cum capere liceat $x = 0, 0293 . a$ erit $y = 0, 0293 . \frac{b}{m}$ et mensura claritatis $= 0, 586 . \frac{b}{m}$ positoque $b = 8$ dig. fiet ea $= \frac{4, 688}{m}$.

Coroll. 1.

115. Ne igitur primas lentes nimis exiguas confici oporteat, conueniet distantiam obiecti a tanto maiorem assumi ac si statuatur $a = 8$ dig. hae lentes satis commodam magnitudinem obtinerent et multiplicatio m. ostenderet, quanto maius obiectum appareat per microscopium, quam si idem obiectum in eadem distantia nudis oculis spectaremus.

Coroll. 2.

116. Deinde si sumamus $a = 8$ dig. longitudo totius instrumenti fiet circiter $35\frac{1}{2}$ dig. quae vtique satis est magna sed perpendi debet eam tantum esse

$4\frac{1}{2}$

$4\frac{1}{2}$ vicibus maiorem, quam diſtantiam obiecti, eaque ad dimidium reducetur ſumendo $a = 4$ dig.; quo caſu conſtructio lentium adhuc erit ſatis ad praxin accommodata, quin etiam diſtantia obiecti commode adhuc minor aſſumi poterit, ita, vt longitudo inſtrumenti ne pedem quidem integrum ſuperet.

Scholion.

117. Non parum paradoxon videbitur, quod diſtantia obiecti plane non ingrediatur in menſuram claritatis; nemo enim certe arbitrabitur, ſi diſtantia ad plures pedes augeretur, obiectum ſemper eadem claritate eſſe appariturum, idque pro eadem multiplicatione. Verum hic probe eſt obſeruandum, menſuram noſtram claritatis ad eum claritatis gradum referri, quo idem obiectum in loco, vbi actu eſt, nudo oculo cerneremus. Si enim haec menſura prodeat aequalis vnitati, intelligendum eſt, nos per inſtrumentum conſpicere obiectum eadem claritate, qua id in ea ipſa diſtantia nudo oculo eſſet appariturum; notum autem eſt, quo magis obiectum a nobis remouetur, in eadem ratione eius claritatem naturalem diminui; quare cum noſtra menſura ad claritatem naturalem referatur, quae ſcilicet in ipſo obiecto nudis oculis conſpicitur, manifeſtum eſt, quo magis idem obiectum remouemus, diſtantiam a augendo eo magis claritatem naturalem diminui ac tum noſtra menſura tantum indicat, quoties claritas per microſcopium viſa

minor ſit naturali atque ex hoc clare perſpicitur; claritatem viſam maxime diminui ſi diſtantiam obiecti a nimis magnam accipiamus, ita, vt pro vſu microſcopiorum vix conſultum ſit diſtantiam obiecti vltra aliquot digitos extendere. Simili modo iudicium de multiplicatione eſt intelligendum, quam hic ad diſtantiam $b = 8$ dig. referimus quodſi ergo v. c. obiectum diſtaret, 16 dig. id iam nudis oculis duplo minus appareret, quam in diſtantia 8 digitorum quare ſi obiectum dicatur 100 augeri, id ita eſt intelligendum, vt obiectum ducenties maius appareat, quam nudis oculis in eadem diſtantia.

Scholion 2.

118. Hinc igitur facile intelligitur, ſi diſtantiam obiecti ſatis magnam ſtatuamus, tum microſcopium tandem in teleſcopium eſſe abiturum, qui tranſitus eo magis attendi meretur, quo maius diſcrimen vulgo inter teleſcopia et microſcopia conſtituitur, quae quippe inſtrumenta vt plane heterogenea ſpectari ſolent. Operae igitur pretium erit, eiusmodi exemplum ſubiungere, de quo dubium erit, vtrum ad microſcopia an ad teleſcopia ſit referendum.

Exempl. III.

119. Sit diſtantia obiecti a tanta, vt ſumta pro $\mathfrak{A}$ ſatis exigua fractione productum $\mathfrak{A}a = p$ modicum

cum obtineat valorem seu sit $\mathfrak{A} = \frac{p}{a}$ fractio valde parua hincque etiam $A = \frac{p}{a-p}$. His positis cum sit

$$B = \frac{N'}{N(A+1)P - N'} = \frac{10}{7(1+A)P - 10};$$

sumatur $P = \frac{9}{8}$ vt ante et ne A penitus negligamus, ponamus

$$(1 + A) P = \frac{8}{7} \text{ fietque } B = -5$$

ac si forte discrimen inter litteras N et N′ sit minus, ac ne litteram q penitus negligamus, sumamus $B = -6$, vt sit $\mathfrak{B} = \frac{6}{5}$ quoniam igitur loco litterarum a et A distantia focalis p in calculum introducitur, vt sit siue $\mathfrak{A}\, a = p$ siue $A\, a = p$, erunt reliquae distantiae focales

$$q = -\frac{16}{15} \cdot p; \text{ et } r = -\frac{6h}{ma} \cdot p$$

Tum vero interuallum

$$\text{prius} = \frac{1}{9} p; \text{ poster.} = \frac{16}{5} p \left(1 - \frac{9h}{8ma}\right)$$

Praeterea vero reperitur

$$\mathfrak{q} = \frac{5h\mathfrak{r}}{48ma - 53h} \text{ hinc } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{48ma\mathfrak{r} - 48h\mathfrak{r}}{48ma - 53h};$$

et spatii conspicui semidiameter

$$\zeta = \frac{12}{48ma - 53h} \cdot a\, h$$

ideoque angulus

$$\frac{\zeta}{a} = \Phi = \frac{12h}{48ma - 53h},$$

quae fractio per 3437 multiplicata exprimet angulum Φ in minutis primis. Deinde semidiameter vt prae ea diſtantia focalis primae lentis p vehementer ſit parua et quaſi negligi queat

I. Tum ergo pro prima lente ex vitro coronario paranda erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,6024.\, p \\ \text{poſter.} = 4,4111.\, p \end{cases}$$

cuius diſtantia focalis $= p$.

aperturae ſemidiameter $x = 0,1506.\, p$.

diſtantia a lente ſecunda $= \frac{1}{9} p$.

II. Pro lente ſecunda ex vitro chryſtallino facienda erit radius faciei

$$\text{anter.} = -1,2721.\, p$$

$$\text{poſter.} = -1,2045.\, p$$

cuius diſtantia focalis $= -\frac{16}{15} p$

eique apertura tribui poteſt aliquanto maior, quam primae.

diſtantia vero ad lentem ocularem $= \frac{16}{3} p \left(1 - \frac{9b}{8ma}\right)$

III. Pro lente tertia ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{6b}{ma}.\, p$, erit

$$\text{radius faciei vtriusque} = -\frac{6,36.b}{ma}.\, p,$$

cui oculum immediate adplicari oportet.

IV. Pro ſpatio conſpicuo iam inuenimus ſemidiametrum

$$\zeta = \frac{12}{48\,m\,a - 53\,b}\,a\,b$$

ſeu angulum

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{12\,b}{48\,m\,a - 53\,b};$$

priore ſcilicet modo aeſtimatur, ſi inſtrumentum vt microſcopium ſpectetur; poſteriore vero, ſi vt teleſcopium.

V. Quia capere licet

$x = 0,1506.p$ erit $y = \frac{0,1506.b}{m\,a}.p$

et menſura claritatis $= \frac{3,012}{m\,a}.b.p$

ſi ſcilicet diſtantiae in digitis exprimantur, vnde patet, quo maius capiatur p, eo maiorem prodire claritatem, ſed memniſſe oportet, p valde paruum prae a eſſe debere.

VI. Longitudo denique totius inſtrumenti erit

$$5\tfrac{4}{9}\,p - 6\,\frac{b}{m\,a}.p.$$

Coroll. I.

121. Quodſi hoc inſtrumentum tanquam microſcopium ſpectare velimus, primo quidem diſtantia a tam magna eſſe debet, vt eius exigua portio ſufficiat pro lente obiectiua conſtruenda; tum vero ſumi ſolet

solet $b = 8$ dig. ad quam distantiam multiplicatio m referri solet, atque ex multiplicatione hoc modo aestimata in calculum ingreditur $\frac{b}{ma}$. Sin autem vt telescopium spectare velimus et distantia a tam sit magna, vt etiam valor p satis magnus accipi possit, tum sumi solet $b = a$, nihilque aliud in formulis inventis mutandum occurrit, ita, vt totum discrimen in varia ratione multiplicationem aestimandi consistat.

Coroll. 2.

122. Quo hoc clarius perspiciatur, statuamus $\frac{ma}{b} = \zeta$, vnde constructio plene determinatur, ac si instrumentum vt microscopium spectetur, aestimari solet multiplicatio $m = \frac{b\zeta}{a} = \frac{8\zeta}{a}$ sin autem vt telescopium spectetur, tum dicetur multiplicatio esse $m = \zeta$ sicque totum discrimen ad diuersitatem loquendi revocatur.

Coroll. 3.

123. Pro telescopiis mensura claritatis pro lubitu atque adeo vsque ad vnitatem seu claritatem plenam augeri potest; tantum enim opus est, vt capiatur $p = \frac{m}{3,012} = \frac{m}{3}$. Vulgo autem contenti esse solemus claritate $= \frac{2}{5}$ ita, vt tum sumi debeat $p = \frac{2m}{15}$. Pro microscopiis autem tantam claritatem obtinere non licet, quia enim ob $b = 8$ mensura claritatis fit $\frac{24}{m} \cdot \frac{p}{a}$ et fractio $\frac{p}{a}$ necessario valde est parua, quo maior

ior multiplicatio desideratur, eo minorem claritatem prodire necesse est.

Scholion.

124. En ergo praeter omnem exspectationem elegantem constructionem telescopii quod in ratione quacunque obiecta amplificat et cuius constructio sequenti modo se habebit:

Proposita scilicet multiplicatione m capiatur distantia focalis $p = \frac{2m}{15}$ dig. vt scilicet mensura claritatis prodeat $= \frac{2}{5}$.

Constructio Telescopii ab omni confusione liberi.

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,0803.\,m.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,5881.\,m.\ \text{dig.} \end{cases}$

distantia focalis $= \frac{2m}{15}$ dig.

aperturae semidiameter $x = 0,0201.\,m.$ dig. $= \frac{m}{50}$ dig.

interuallum ad lentem sequentem erit

$$= \frac{2m}{135} = 0,01481.\,m.\ \text{dig.}$$

II. Pro lente secunda ex vitro chrystallino facienda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,16961.\,m\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = -0,16060.\,m\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius

cuius diſtantia focalis $q = -0,1422\, m.$
eique apertura tribuitur aliquanto maior, quam primae.
Interuallum ad lentem ſequentem

$= (0,7111 . m - 0,8.)$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt

$= -\frac{4}{5}$ dig. $= -0,8$ dig.

ſi ergo haec lens ex vitro coronario paretur, erit
radius faciei vtriusque $= -0,848$ dig.
ſin autem ex vitro communi, vbi $n = 1,55$; erit
radius faciei vtriusque $= -0,88$ dig.
ſin autem ex vitro chryſtallino; erit
radius faciei vtriusque $= -0,928$ dig.
cui oculus immediate adplicetur.

IV. Semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{12}{48m - 53};$$

in menſura angulorum autem erit

$$\Phi = \frac{41244}{48m - 53} \text{ min.}$$

ſiue proxime $\frac{859}{m-1}$ min.

V. Longitudo denique totius huius teleſcopii erit

$= (0,7259 . m - 0,8)$ dig.

Hoc ergo teleſcopium non tam ob breuitatem eſt commendandum, quam ideo, quod conſtructio eius practica non tantis difficultatibus ſit inuoluta, quam multo breuiora, quae ſupra ſunt inuenta, propterea quod littera λ' non multum ab vnitate diſcrepat; quae ergo commendatio etiam pro microſcopiis huius generis valet.

Euolutio ſecundi caſus (conf. §. 108.) quo litterae A valor negatiuus tribuitur.

125. Hoc caſu an littera $\mathfrak{A}$ habitura ſit valorem poſitiuum an negatiuum, incertum eſt; at littera B nunc debet eſſe poſitiua et cum ob eandem rationem, vt caſu praecedente, littera q prae $r = 1$ vt euaneſcens ſpectari poſſit, erit

$$B = \frac{N''}{N(1+A)P - N'}$$

vbi debet eſſe $P < 1$ ſicque multo magis erit $(1+A)P < 1$. ex quo perſpicuum eſt, litteram N maiorem eſſe debere, quam N'. Quare primam lentem ex vitro chryſtallino, ſecundam vero ex coronario confici oportebit, vt ſit

$$N : N' = 10 : 7 \text{ ideoque } B = \frac{7}{10(1+A)P-7};$$

vnde neceſſe eſt, vt ſit

$$P > \frac{7}{10(1+A)} \text{ ſimul vero } P < 1;$$

vnde ſequitur eſſe debere

$$7 < 10(1+A) \text{ ſeu } 1 + A > \tfrac{7}{10}.$$

Pona-

Ponamus ergo $A = -\alpha$, ſumique debet $\alpha < \frac{3}{10}$ et quidem α notabiliter minus capi debet, quam $\frac{3}{10}$, quia alioquin P nimis parum ab vnitate deficere deberet et interuallum duarum priorum lentium prodiret nimis paruum. Cum autem α fractio ſit ſatis exigua; fiet $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ hincque diſtantia focalis primae lentis $p = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot a$. Interuallum vero binarum priorum lentium

$$= -\alpha a \left(1 - \frac{1}{P}\right) = \alpha a \left(\frac{1}{P} - 1\right)$$

quod parti ſiue ſeptimae ſiue octauae diſtantiae $\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot a$ aequetur quod fit ſi ſumetur $P = \frac{8}{9}$; ita, vt eſſe debeat $\alpha < \frac{17}{80}$ et ne tam anxie huic rationi $7 : 10$ inhaereamus, ſi ſumamus $\alpha = \frac{1}{6}$ fiet $B = \frac{189}{11} = 17$; Capiamus autem potius

$$\alpha = \frac{1}{7} \text{ fietque } B = \frac{441}{39} = 11 \cdot \frac{4}{13}.$$

Tuto igitur ponere poterimus $B = 12$, vt ſit $\mathfrak{B} = \frac{12}{13}$; tum vero $A = -\frac{1}{7}$ et $\mathfrak{A} = -\frac{1}{6}$ hincque diſtantiae focales

$$p = -\frac{1}{6} a; \; q = \frac{27}{182} \cdot a \text{ et } r = -\frac{12}{7} \cdot \frac{b}{m};$$

deinde lentium interualla

$$\text{I et II} = \frac{1}{56} a.; \; \text{II et III} = \frac{27}{14} a - \frac{12 b}{7 m}.$$

Nunc vero ex aequatione fundamentali colligemus

$$\mathfrak{q} = -\frac{12 b}{108 m a - 95 \cdot b} \text{ hinc } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{108 m a - 108 b}{108 m a - 95 b};$$

vnde deducitur ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{108}{108\,ma - 95\,b} \cdot a\,b\,\xi = \frac{27\,ab}{108\,ma - 95\,b},$$

ſumto ſcilicet

$$r = 1 \text{ et } \xi = \tfrac{1}{4}.$$

Expreſſio porro pro ſemidiametro confuſionis eſt

$$\frac{m x^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) - \frac{\mu'}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{A^3 B^3 PQ}\right)$$

quae ad nihilum redigatur. Hunc in finem notetur, litteras μ et ν ad vitrum chryſtallinum, litteras vero μ' et ν' ad coronarium referri; tum vero capi poterit $\lambda' = 1$ ac ſi tertia lens etiam ex vitro coronario fiat vt ſit $\mu'' = \mu'$ ſumi debet $\lambda'' = 1,60006$. hincque definiri poterit numerus λ hoc modo

$$-\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} - \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} = -\frac{\mu'}{\mu A^3 P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{\mu \cdot A^3 B^3 PQ}$$

ſiue:

$$\lambda = 0,0491 + \frac{\mu'}{\mu}\left(\frac{343 \cdot 2197}{192 \cdot 1728} + \frac{343 \cdot 13 \cdot 0,2196}{192 \cdot 144} - \frac{343 \cdot 1,60006}{216 \cdot 1728} \cdot \frac{b}{ma}\right)$$

quae euoluta praebet:

$$\lambda = 0,0491 + 2,5709 + 0,0401.$$

neglecto termino vltimo; ſeu

$$\lambda = 2,6601. \text{ vnde colligitur:}$$

$$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,1306.$$

Hincque pro prima lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - 1,1306} = \frac{p}{0,6923} = 1,4444 \cdot p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + 1,1306} = \frac{p}{1,0318} = 0.9692 \cdot p.$$

Pro

Pro lente ſecunda autem ex vitro coronario paranda ob $\mathfrak{B} = \frac{12}{13}$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0{,}3370} = 2{,}9673 \cdot q$$

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1{,}5498} = 0{,}6452 \cdot q$$

vnde habetur ſequens

Conſtructio microſcopiorum huius ſpeciei pro quauis multiplicatione m.

126. Conſtituta pro lubitu diſtantia obiecti $= a$ habebitur

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino facienda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -\frac{1}{6} a$.

erit radius faciei

$$\text{anter.} = -0{,}2407 \cdot a$$
$$\text{poſter.} = -0{,}1615 \cdot a$$

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit

$$x = 0{,}0404 \cdot a.$$

niſi forte ſecunda lens minorem poſtulet.

Interuallum ad lentem ſecundam $= \frac{1}{56} a = 0{,}0178 \cdot a$

II. Pro ſecunda lente ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{27}{182} \cdot a$, erit radius faciei

anter. $= 0, 4402. a$

poster. $= 0, 0957. a$

cuius aperturae semidiameter maior esse nequit, quam $0, 0239. a$; cui ergo etiam pro prima lente valor ipsius x aequari debet.

Interuallum vero ad lentem tertiam erit

$$\tfrac{27}{14} a - \tfrac{12.b}{7.m} = 1, 9285. a - \tfrac{12.b}{7.m}.$$

III. Pro tertia lente, cuius distantia focalis est

$$r = - \tfrac{12}{7} \cdot \tfrac{b}{m} = - \tfrac{56}{7.m} \text{dig.} = - \tfrac{15,71}{m} \text{dig.}$$

si ex vitro coronario paretur, erit

radius faciei vtriusque $= \frac{14,55}{m}$ dig.

sin autem ex vitro communi $n = 1, 55$ paretur, erit

radius vtriusque faciei $= \frac{15,08}{m}$ dig.

at si ex vitro chrystallino paretur, erit

radius vtriusque faciei $= \frac{15,90}{m}$ dig.

IV. Spatii porro in obiecto conspicui erit semidiameter

$$z = \frac{27 a b}{108 ma - 55 b} = \frac{54}{27 ma - 190} \text{dig.}$$

V. Cum

V. Cum autem hic ſit

$$x = 0,0239 \cdot a \text{ erit } y = \frac{B \cdot x}{m a} = \frac{0,1912}{m}$$

hincque menſura claritatis erit $20\, y = \frac{3,824}{m}$.

Coroll. 1.

127. Ne ambae lentes priores fiant nimis parvae, diſtantia obiecti a neceſſario modicae magnitudinis ſtatui debet, veluti ſi nolimus, vt vllus radius faciei minor ſit parte decima digiti, poſito minimo radio $0,0957 \cdot a = \frac{1}{10}$ fiet $a = \frac{1}{0,957}$ ſeu diſtantiam a minorem vno digito capi non conueniet.

Coroll. 2.

128. Si ergo ſumatur $a = 1\frac{1}{2}$ dig. quo caſu primae lentes adhuc commode parari poterunt, longitudo totius inſtrumenti fiet circiter 3 dig. et cum diſtantia focalis lentis tertiae ſit $-\frac{15,71}{m}$ dig. apparet, multiplicationem vix vltra 100 extendi poſſe, quia alioquin haec lens fieret nimis parua; quod exiguum eſt vitium.

Scholion.

129. Quodſi ingentes multiplicationes deſideremus, omnia haec microſcopia iſto laborant vitio, quod lens ocularis nimis exigua requiratur et inter ea, quae §. 114. in Exempl. II. ſunt deſcripta, hac praerogati-

va gaudent, quod diſtantia focalis tertiae lentis ſit $= \frac{40}{m}$ dig. quae ergo ad multiplicationem $m = 400$ accommodari poterunt; at in primo exemplo quod ob nimis magnam inſtrumenti longitudinem reiiciendum videbatur, multiplicatio multo longius augeri poteſt, cum enim ibi diſtantia focalis tertiae lentis eſſet $= \frac{216}{m}$ dig. ea hoc lucrum nobis praeſtat, vt multiplicatio vltra 1000 poſſit augeri; ita, vt hoc lucro illud incommodum maxime compenſetur. Ex quo colligere licet ingentes multiplicationes huiusmodi microſcopiis produci non poſſe, niſi eorum longitudo valde fiat magna, ad quod neceſſe eſt, vt littera B valde magnum obtineat valorem, id quod quidem facillime praeſtatur in priore praecipue caſu, vbi neglecto q erat $B = \frac{10}{7(A+1)P-10}$ hinc enim ſumto $A = \frac{1}{5}$ et $P = \frac{7}{8}$ prodit $B = -50$ ac ſi manente $A = \frac{1}{5}$ capiatur $P = \frac{33}{28}$ orietur $B = -100$, ita, vt tum foret diſtantia focalis tertiae lentis

$$r = -\frac{20.b}{m} = -\frac{160}{m}$$

ideoque multiplicatio longe vltra 1000 augeri poſſet. Tum autem longitudo inſtrumenti foret

$$= \frac{AB}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = 20 \text{ digit.}$$

quae quidem facile admitti poſſet. Verum hic perpendendum eſt, ſi litteris A et P iſti valores tribuantur, facile fieri poſſe, vt valor litterae B reuera non

ſolum

ſolum in infinitum vsque augeatur, ſed etiam poſitiuus euadat, ſi ſcilicet vera ratio numerorum N et N′ tantillo minor fuerit, quam 7 : 10. Quamobrem eo maiorem operam adhibeamus in microſcopiis duorum reliquorum generum euoluendis. Interim tamen etiam maximas multiplicationes ſequenti modo non incongrue producere licebit.

Problema 3.

130. Microſcopia huius generis conſtruere, quae ad maximas multiplicationes producendas ſint accommodata.

Solutio.

Cum totum negotium eo redeat, vt littera B praegrandem valorem nanciſcatur; id duplici modo obtineri poteſt, prouti vel prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino conficiatur vel vice verſa prima lens ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario. Hos ambos caſus ſeorſim pertractaſſe operae erit pretium.

Caſus I. quo prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino paratur.

Cum hoc caſu habeatur $B = \frac{10}{7(1+A)P-10}$; denominator hic prorſus ad nihilum redigatur, vt valor ipſius B infinitus euadat; tum enim facile intelligitur, praegrandem eius valorem ſcopo noſtro etiam eſſe ſatisfacturum, praecipue cum etiam caſu, quo vera ratio

tio numerorum N et N′ a ratione assumta 7 : 10 parumper discrepat, valor litterae B tantum valde magnus erit proditurus. Ponamus igitur $P = \frac{8}{7}$, quoniam ob necessarium binarum priorum lentium interuallum hic valor non commode minor statui potest, ac tum esse oportebit $A = \frac{1}{4}$, at si forte vti probabile videtur, discrimen refractionis non sit tantum, vti assumimus, conueniet A aliquanto minus assumi; statuamus ergo $A = \frac{1}{5}$, vt saltem valor ipsius B certe valde magnus sit prodicturus, ita, vt habeamus

$$A = \tfrac{1}{5};\ \mathfrak{A} = \tfrac{1}{6};$$

$$P = \tfrac{8}{7} \text{ et } Q = \tfrac{7ma}{8b} \text{ ob } PQ = \tfrac{ma}{b};$$

hincque erit

$$p = \tfrac{1}{6}a;\ q = -\tfrac{8\mathfrak{B}}{35}\cdot a \text{ et } r = \tfrac{B}{5}\cdot\tfrac{b}{m}.$$

Hic igitur curandum est, vt lens tertia non fiat nimis parua, etiamsi multiplicatio m maxima statuatur, quare sumamus multiplicationem esse debere $m = 1000$ et cum distantia obiecti a vix minor vno digito esse possit, ne primae lentes fiant nimis exiguae, sumamus $a = 1$ dig. et cum sufficiat, statuisse $r = -\frac{1}{2}$ dig. ob $b = 8$ dig. fiet hinc $B = -\frac{625}{2}$, qui valor certe est satis magnus. Statuamus igitur porro $B = -300$, vt sit

$$\mathfrak{B} = \tfrac{300}{299} \text{ eritque } q = -\tfrac{480}{7\cdot 299}\cdot a \text{ seu}$$

$$q = -\tfrac{480}{2093}\cdot a \text{ et } r = -\tfrac{480}{m}.\ \text{dig.}$$

Tum

Tum vero interualla lentium erunt

$$\text{I et II} = \tfrac{1}{40}.\, a;$$

$$\text{II et III} = 60\left(\tfrac{7}{8} - \tfrac{b}{m\,a}\right) a = \left(\tfrac{105}{2}.\, a - \tfrac{480}{m}\right) \text{dig.}$$

Circa ſpatium in obiecto conſpicuum nihil fere in praecedentibus formulis erit mutandum; inuenietur enim

$$\zeta = \tfrac{1}{4}.\, \frac{7ab}{7ma - 8b} = \frac{14a}{7ma - 64}.\ \text{dig.}$$

Pro apertura autem primae lentis definienda ſemidiametrum confuſionis ad nihilum redigamus ope huius aequationis:

$$0 = \mu\,(216\,\lambda + 30\,\nu) - \tfrac{7 \cdot 125}{8}\,\mu'\,(0,99\,\lambda' - 0,0008)$$

Hinc ſi ſumamus $\lambda = 1$, erit

$$0,99\,\lambda' = 0,0008 + \tfrac{\mu}{\mu'}.\, 2,0351 = 2,3044;$$

adeoque

$$\lambda' = 2,3276;\ \text{ex quo fit}\ \tau \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0111.$$

Vnde huius ſecundae lentis conſtructio erit:

radius ſcilicet faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + 1,0111} = \frac{q}{1,1477} = 0,8713.\, q$$

$$(9,9401715)$$

$$\text{poſter} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - 1,0111} = \frac{q}{0,5764} = 1,7349.\, q$$

$$(0,2392759)$$

Pro prima autem lente ex vitro coronario ob $\mathfrak{A} = \frac{1}{6}$ et $\lambda = 1$

 erit

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,4212} = 0,7036.\, p.$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,4656} = 2,1478.\, p.$$

Casus posterior, quo prima lens ex vitro chrystallino, secunda ex coronario paratur.

Cum hoc casu sit $B = \frac{7}{10(1 + A)P - 7}$; denominator iterum ad nihilum redigatur et cum P debeat esse vnitate minus sumatur $P = \frac{7}{8}$ eritque $A = -\frac{1}{5}$; at ob rationem supra allegatam sumatur $A = -\frac{1}{6}$, vt sit $\mathfrak{A} = -\frac{1}{5}$ hincque distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{5}a;\ q = \tfrac{4\mathfrak{B}}{21}.\, a \text{ et } r = -\tfrac{B}{6}.\, \tfrac{b}{m}.$$

Hic iterum faciamus, vt pro multiplicatione $m = 1000$ prodeat circiter $r = -\frac{1}{2}$ dig. atque hinc prodibit $B = 375$. Sumamus igitur $B = 300$, vt ante fietque

$$\mathfrak{B} = \tfrac{300}{301} \text{ et ob } P = \tfrac{7}{8} \text{ erit } Q = \tfrac{8ma}{7b};$$

atque hinc distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{5}a;\ q = \tfrac{4}{21}.\tfrac{300}{301}.\, a;\ r = -50.\, \tfrac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium erunt

$$\text{I et II} = \tfrac{1}{42}a; \text{ atque}$$

$$\text{II et III} = 50\left(\tfrac{8}{7} - \tfrac{b}{ma}\right)a = \tfrac{400}{7}a - \tfrac{50b}{m}$$
$$= \left(57\tfrac{1}{7}a - \tfrac{400}{m}\right) \text{dig.}$$

Pro

Pro ſpatio autem in obiecto conſpicuo erit

$$\zeta = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{8ab}{8ma - 7b} = \frac{2a}{ma - 7} \text{ dig.}$$

quod ſpatium aliquantillo minus eſt, quam caſu praecedente. Pro apertura denique primae lentis definienda ſemidiameter confuſionis iterum ad nihilum redigatur, quod fit hac aequatione:

$$\mu\,(125\,\lambda - 30\,\nu) = \mu' \cdot \frac{8 \cdot 216}{7}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right)$$

ex qua ſumto $\lambda' = 1$. colligitur

$$125\,\lambda = 7,587 + \frac{\mu'}{\mu} \cdot 246,857 \cdot 1,0107 = 290,007$$

hincque

$\lambda = 2,3200$; adeoque $\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,0082$.

Pro prima igitur lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{p}{0,2862} = 3,4942 \cdot p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{p}{1,4379} = 0.6955 \cdot p$$

Pro ſecunda autem lente, cuius diſtantia focalis eſt q, et numeri $\mathfrak{B} = \frac{300}{301}$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,2315} = 4,3197 \cdot q$$
$$(0,6354489)$$

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,6553} = 0,6041 \cdot q$$
$$(9,7811232)$$

Quod ad reliqua momenta attinet, ea in ſequentibus conſtructionibus accuratius definiemus.

Conſtructio prioris microſcopii huius generis.

131. Poſita obiecti diſtantia $= a$, conſtructio ſequenti modo ſe habebit.

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis $p = \frac{1}{8} a$, erit radius faciei

anter. $= 0, 1173. a$; poſter. $= 0, 3579. a$.

Aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = 0, 0293. a$ et diſtantia ad lentem ſecundam $= \frac{1}{40}. a = 0, 025. a$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis $q = -\frac{480}{2097}. a$

erit radius faciei

anter. $= -0, 1998. a$
poſter. $= -0, 3979. a$

Eius aperturae ſemidiameter $x = 0, 0499. a$, qui cum ſit maior. quam in prima lente, valor ille ipſius x valet et diſtantia ad lentem ocularem

$= 52\frac{1}{2} a - \frac{480}{m}$ dig.

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{480}{m}$ dig. erit, ſi haec lens ex vitro coronario paretur,

radius faciei vtriusque $= -\frac{508,80}{m}$ dig.

ſin autem ex vitro chryſtallino conficiatur, erit

radius vtriusque faciei $= -\frac{556,80}{m}$ dig.

eius

eius aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = \frac{120}{m}$ dig. cui lenti oculus immediate eſt applicandus.

IV. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $\zeta = \frac{14 a}{7 m a - 64}$ dig.

V. Pro claritate cum ſit $x = 0,0293 . a$ erit

$y = \frac{b x}{m a} = \frac{0,2344}{m}$ dig.

hincque menſura claritatis $= \frac{4,688}{m}$.

VI. Ne priores lentes nimis fiant paruae, diſtantia obiecti a vix infra digitum ſumi poſſe videtur, niſi forte artifex lenticulas adhuc minores exacte elaborare valeat; quo caſu diſtantia obiecti vno digito minor ſicque longitudo inſtrumenti contrahi poterit.

Conſtructio Microſcopii poſterioris huius generis.

132. Poſita iterum obiecti diſtantia $= a$, conſtructio ita ſe habebit

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino facienda, cuius diſtantia focalis $p = - \frac{1}{5} a$,

erit radius faciei

anter. $= - 0,6988 . a$

poſter. $= - 0,1891 . a$

Eius

Eius aperturae semidiameter $x = 0,0348 . a$ nisi lens secunda minorem aperturam postulet.

Interuallum ad lentem secundam $= \frac{1}{42} a$.

II. Pro lente secunda ex vitro coronario facienda, cuius distantia focalis est

$$q = \frac{4}{21} \cdot \frac{300}{301} \cdot a = \frac{400}{2107} a,$$

erit radius faciei

anter. $= 0,8201 . a$

poster. $= 0,1147 . a$

Eius aperturae semidiameter $x = 0,02 . 86 . a$ vnde etiam prioris lentis apertura maior accipi non poterit, ita, vt sumi debeat $x = 0,0286 . a$.

Distantia ad lentem ocularem

$$= 57 \frac{1}{7} a - \frac{400}{m} \text{ dig.}$$

III. Pro lente oculari, cuius distantia focalis est $r = -\frac{400}{m}$ dig. si ea ex vitro coronario paretur,

radius vtriusque faciei esse debet $-\frac{424}{m}$ dig.

sin autem ea ex vitro chrystallino fiat, erit is

$$= -\frac{464}{m} \text{ dig.}$$

Eius aperturae semidiameter capi poterit $x = \frac{100}{m}$ dig. huicque lenti oculus immediate est applicandus.

IV. Pro spatio in obiecto conspicuo reperimus eius semidiametrum $\zeta = \frac{2\alpha}{ma-7}$ dig.

V. Pro

V. Pro claritate cum hic ſit

$$x = 0,0286.\,a, \text{ erit } y = \frac{0,2288}{m}.$$

et menſura claritatis $= \frac{4,576}{m}$.

VI. Cum hoc caſu lentes priores aliquanto ſint maiores, quam caſu praecedente reſpectu ſcilicet diſtantiae a; hoc caſu nihil impedit, quominus diſtantia a vno digito minor capiatur ſicque longitudo inſtrumenti facile ad praecedentem reuocabitur.

Scholion.

133. En ergo duas adhuc huiusmodi microſcopiorum ſpecies, quae ſupra allatis ideo longe ſunt anteferendae, quod etiam ad maximas multiplicationes accommodari queant. Ingens autem horum inſtrumentorum longitudo merito non parum incommoda videbitur; verum ſi artifici ſuccedat binarum lentium priorum elaboratio, pro diſtantia $a = \frac{1}{2}$ dig. longitudo duorum pedum facile tolerari poterit. Cum autem hic duplici vitro ſimus vſi, operae quoque pretium erit inueſtigare, quanta ſit futura altera confuſio, praeter marginem coloratum ex diuerſa refractione oriunda; quem in finem ſpectari debebit haec aequatio

$$0 = N\,\frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{N''}{P^2 Q^2}\cdot\frac{1}{r}$$

cuius vltimus terminus manifeſto euaneſcit prae prioribus; ita, vt haec conditio poſtulet,

$$0 = N.\frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2}.\frac{1}{q}.$$

Cum nunc pro priore caſu ſit $N = 7$, $N' = 10$, $p = \frac{1}{5} a$ et $P = \frac{8}{7}$ et $q = -\frac{480}{2093} \cdot a$ haec formula fiet $6 - \frac{14651}{3072}$ cuius poſterior terminus, quia fere priorem tollit, manifeſtum eſt, hinc nullam plane confuſionem eſſe metuendam. Pro altero vero caſu, quo eſt $N = 10$, $N' = 7$, $P = \frac{7}{8}$; $p = -\frac{1}{5} a$; $q = \frac{400}{2107} a$ formula illa fiet $-50 + \frac{1204}{25}$ cuius bina membra inter ſe tenent rationem 25 : 24 hoc eſt tantum non rationem aequalitatis; ita, vt ſe mutuo deſtruere ſint cenſenda, hocque caſu altera confuſio adeo penitus quaſi euaneſcat, ſicque poſteriori caſu confuſio ex hoc fonte oriunda multo adhuc minor erit, quam caſu priori, ita, vt ob hanc potiſſimum cauſſam poſterior conditio priori anteferenda videatur.

SECTIO