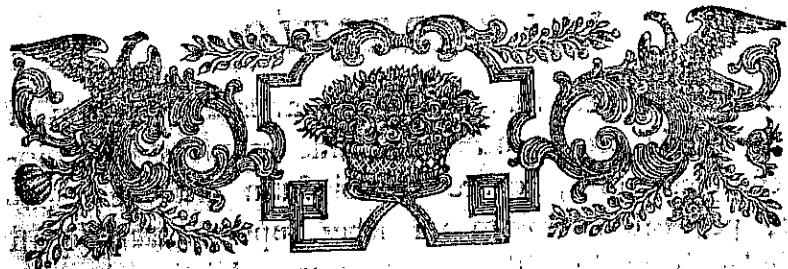


LIBRI TERTII,
DE
CONSTRUCTIONE
MICROSCOPIORVM
SECTIO PRIMA.
DE
MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS.

Tom. III.

- A.



INTRODUCTIO.

DE

MICROSCOPIIS IN GENERE

VEL

PRAECEPTA GENERALIA CIRCA CON- STRUCTIONEM MICROSCOPIORVM.

Definitio.

§. 1.

Microscopium est instrumentum idioptricum per quod obiecta propinqua multo maiora, quam nudis oculis, clare et distincte conspiciantur, quodque una pluribusue lentibus super eodem axe constitutis constare solet.

Coroll. I.

2. Quod ad magnitudinem visam attinet, constat quidem idem obiectum, quo propius oculo ad-

A 2

mo-

moueat, sub eo maiore angulo apparere; verum si nimis fuerit propinquum non sine maxima confusione conspici posse; quare vt obiectum distincte appareat, per microscopium ita debet representari, quasi in iusta ab oculo distantia existeret. Hinc quia oculus bene constitutus in distantia maxima distincte cernere solet; iustam illam distantiam, quam in primo libro posuimus $= l$, perinde ac in libro de telescopiis infinitam assumemus.

PRIMUM COROLLARIUM

3. Siue igitur microscopium vna siue pluribus lentibus constet, eae ita dispositae esse debent, vt radii ex quolibet obiecti puncto per omnes lentes transmissi inter se reddantur paralleli, ideoque pro lente oculari distantia determinatrix posterior fiat infinita; ex quo prior ipsi huius lentis distantiae focali erit aequalis.

COROLL. 3.

4. Multiplicatio autem, quam hic etiam littera m indicabimus, ita intelligi debet, vt obiectum, quod per microscopium contemplamur, nobis sub angulo m vicibus maiore appareat, quam si idem obiectum ad certam distantiam $= b$ remotum nudis oculis intueremur, quae distantia b vulgo octo digitorum assumi solet.

COROLL. 4.

5. Tum vero etiam lentes ita dispositae esse oportet, vt representatio obiecti fiat satis distincta seu

seu ut confusio certum quendam limitem non excedat, quem in finem semidiameter confusionis supra in genere inuentus infra certum limitem deprimi debet, praeterea vero etiam hanc repraesentationem a margine colorato liberari conueniet, ac si fieri potest, omnis plane confusio a diuersa radiorum retractione oriunda tolli debebit.

Scholion.

6. Quando autem insignis multiplicatio desideratur, vix ac ne vix quidem effici poterit, ut claritas ad nostrum arbitrium determinetur, quemadmodum id in telescopiis est factum, sed plerumque pro maioribus multiplicationibus minore claritatis gradu contenti esse debemus; cui defectui autem remedium adferri solet, ipsum obiectum forti lumine illuminando, quod quia obiecta vicina in nostra sunt potestate, sine difficultate fieri potest. Deinde etiam in id maxime est incumbendum, ut haec instrumenta perinde ac telescopia notabilem campum apparentem obtineant seu ut non nimis exigua portio obiecti obtutui repraesentetur; quae portio non simpliciter per angulum ad lentem obiectiuam formatum definiri potest, quia etiam minima portioncula, si lenti obiectiuae proxime admoueat, ingentem angulum formare posset, sed verus semidiameter huius portionis visae, quem supra posuimus $= \zeta$, in computum duci debet, denique

que etiam cum distantia obiecti a lente obiectiua, quam ponimus $= a$, ab arbitrio nostro pendeat, haec tractatio plurimum a praecedente discrepabit, siquidem non solum gradus claritatis, sed etiam campi apparentis iudicium, longe aliam inuestigationem requirat. Quamobrem in hoc primo capite formulas generales in primo libro inuentas ad has circumstantias accommodari necesse erit ante, quam in ipsam constructionem microscopiorum inquiramus.

Problema I.

7. Ex quocunque lentibus microscopium fuerit compositum, singula elementa exhibere, quibus tam lentium dispositio, quam earum interualla et distantiae focales determinantur.

Solutio.

Distantias determinatrices singularum lentium sequenti modo conspectui exponamus:

<i>Distantiae.</i>	<i>Distantiae.</i>
obiecti a lente $1^{ma} = a$	a lente 1^{ma} ad imaginem $1^{mam} = \alpha$
ab imagin. 1^{ma} ad lent. $2^{dam} = b$	a lente 2^{da} ad imaginem $2^{dam} = \beta$
ab imagin. 2^{da} ad lent. $3^{tiam} = c$	a lente 3^{tia} ad imaginem $3^{tiam} = \gamma$
ab imagin. 3^{tia} ad lent. $4^{tam} = d$	a lente 4^{ta} ad imaginem $4^{tam} = \delta$
:	:
:	:
ab imag. penult. ad lent. vlt. $= l$	a lente vlt. ad imag. vltim. $= \lambda = \infty$

Hic

Hic scilicet intelligendum est a singulis lentibus imagines projici, siue eae sint reales siue fictae, quarum discrimen, ut iam obseruauimus, in eo est situm, ut imagines reales intra lentem, a qua formantur, et lentem sequentem cadant; fictae vero extra hoc spatium.

Deinde vero quo commodius haec elementa inter se comparemus, litteras maiusculas duplicis generis introducamus:

$$\alpha = A a; \beta = B b; \gamma = C c; \delta = D d; \epsilon = E e \text{ etc.}$$

$$\frac{\alpha}{a} = -P; \frac{\beta}{b} = -Q; \frac{\gamma}{c} = -R; \frac{\delta}{d} = -S \text{ etc.}$$

vbi litterarum A, B, C, D etc. vltima fit L = ∞ litterarum vero P, Q, R etc. vltima fit Z interuallo inter binas vltimas lentes respondens. His litteris introductis omnia elementa sequenti modo per primum a exprimentur

$$\alpha = A a; \beta = -\frac{AB}{P} a; \gamma = -\frac{ABC}{PQ} a; \delta = -\frac{ABCD}{PQR} a \text{ etc.}$$

$$b = -\frac{Aa}{P}; c = \frac{AB}{PQ} a; d = -\frac{ABC}{PQR} a; e = \frac{ABCD}{PQRS} a \text{ etc.}$$

$$\text{et litterarum } b, c, d \text{ etc. vltima } l = +\frac{ABC...K}{PQR...Z} a$$

$$\text{et litterarum } \alpha, \beta, \gamma \text{ etc. vltima } \lambda = +\frac{ABC...L}{PQR...Z} a = \infty$$

ex quibus interualla lentium ita ordine repraesentantur:

$$I^{mum} \alpha + b = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} \beta + c = -\frac{AB}{P} a \left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

III.

$$\text{III}^{\text{tum}} \gamma + d = \frac{ABC}{PQ} \cdot a \left(1 - \frac{1}{R}\right);$$

$$\text{IV}^{\text{tum}} \delta + e = - \frac{ABCD}{PQR} \cdot a \left(1 - \frac{1}{S}\right); \text{ etc.}$$

quae cum omnia debeant esse positiva, etiam quodlibet per praecedens diuisum quotum dare debet positium, sicque esse oportet

$$1^{\circ}. - \frac{B}{Q} \cdot \frac{Q-1}{P-1} > 0; \quad 2^{\circ}. - \frac{C}{R} \cdot \frac{R-1}{Q-1} > 0.$$

$$3^{\circ}. - \frac{D}{S} \cdot \frac{S-1}{R-1} > 0; \quad 4^{\circ}. - \frac{E}{T} \cdot \frac{T-1}{S-1} > 0;$$

etc.

quo denique distantias focales singularum lentium, quas litteris minusculis, p, q, r, s, t etc. indicamus, concinnius exprimamus, litteras maiusculas germanicas $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$ etc. introducamus, ita, ut sit

$$\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}; \quad \mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}; \quad \mathfrak{C} = \frac{C}{C+1}; \quad \mathfrak{D} = \frac{D}{D+1} \text{ etc.}$$

hincque vicissim

$$A = \frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{A}}; \quad B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}; \quad C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}; \quad D = \frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}} \text{ etc.}$$

ita, ut pro vltima harum litterarum fit

$$\mathfrak{E} = \frac{L}{L+1} = 1 \text{ ob } L = \infty; \text{ et } L = \frac{\mathfrak{E}}{1-\mathfrak{E}} = \infty.$$

Ex his ergo litteris distantiae focales ita exprimentur:

$$p = \mathfrak{A} a; \quad q = - \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{P} \cdot a;$$

$$r = \frac{ABC}{PQ} \cdot a; \quad s = - \frac{ABC\mathfrak{D}}{PQR} \cdot a \text{ etc.}$$

vltimae autem lentis distantia focalis fiet $= L$.

Coroll.

tib
at
m
qu
vn

sp
if
m
ef
re
le
g

e
n
r
fi
fi
e
e

Coroll. 1.

8. Litterae ergo A, B, C, D etc. singulis lentibus primae, secundae, tertiae etc. ordine respondent; at litterae P, Q, R etc. ad singula interualla, primum, secundum, tertium etc. ordine referuntur; quamob caussam numerus harum posteriorum litterarum vnitate minor erit, quam priorum.

Coroll. 2.

9. Quatenus litterae P, Q, R etc. vt positivae spectantur, imagines erunt fictae, ita, vt si omnes istae litterae essent positivae, nulla imago realis in microscopio occurreret, sin autem omnes hae litterae essent negatiuae in singulis interuallis imago realis reperiretur; vnde quot fuerint imagines reales in telescopio, tot istarum litterarum valores sortientur negatiuos.

Coroll. 3.

10. Cum istae litterae P, Q, R etc. per bina elementa ad lentes sibi succedentes pertinentia determinantur, si huiusmodi littera fuerit positua, binorum elementorum, ex quibus oritur, alterum erit posituum, alterum negatiuum, sin autem talis littera fuerit negatiua, ambo elementa, ex quibus oritur, erunt positua; quippe quia omnia interualla debent esse positua.

Problema 2.

11. Ex quocunque lentibus microscopium fuerit compositum singularum imaginum, siue sint fictae, siue reales, quantitatem definire hincque multiplicationem, quam instrumentum producit, assignare, tam pro repraesentatione erecta, quam inuersa.

Solutio.

Posito semidiametro obiecti, quatenus id per microscopium est conspicuum, $= \zeta$, semidiametri singularum imaginum per ipsa elementa sequenti modo supra sunt expressi:

Semidiameter

$$\text{imagine primae} = \frac{\alpha}{a} \cdot \zeta = A \cdot \zeta \text{ (inuersa)}$$

$$\text{--- secundae} = \frac{\alpha\beta}{ab} \cdot \zeta = A B \cdot \zeta \text{ (erecta)}$$

$$\text{--- tertiae} = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} \cdot \zeta = A B C \cdot \zeta \text{ (inuersa)}$$

$$\text{--- quartae} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} \cdot \zeta = A B C D \cdot \zeta \text{ (erecta)}$$

etc.

vnde imaginis vltimae semidiameter erit $= A B C \dots L \cdot \zeta$ quae imago erit erecta, si litterarum A. B. C. ... L numerus sit par; inuersa autem, si is sit impar; quae vltima imago cum fiat obiectum visionis, post vltimam lentem ad distantiam infinitam $\lambda = L /$ cadens, quam oculus circa vltimam lentem constitutus ideoque in distantia $L /$ contemplatur; ei apparebit sub
angu.

angulo $A B C \dots K. \frac{z}{l}$. Vt nunc hinc multiplicatio-
nem, quae sit $= m$, definiamus; istum angulum com-
parare debemus cum angulo, sub quo ipsum obiectum
 Z ad distantiam $= b$ oculo esset appariturum, qui an-
gulus cum sit $\frac{z}{b}$; manifestum est, fore multiplicatio-
nem $m = A B C \dots K. \frac{b}{l}$. An autem haec reprae-
sentatio futura sit erecta, siue inuersa; duo casus sunt
perpendendi.

I. Si numerus lentium ideoque etiam litte-
rarum $A B C \dots L$ fuerit impar, vltima imago
erit inuersa; quae cum post oculum ad distantiam
infinitam cadat, eam oculus ante se in situ erecto
conspiciet. Quare si in formula nostra pro m inuen-
ta numerus litterarum $A B C \dots K$ fuerit par; ob-
iectum situ erecto cernetur, quatenus scilicet haec for-
mula positiuum valorem obtinet.

II. Sin autem numerus lentium ideoque etiam
litterarum $A B C D \dots L$ fuerit par; facile intelli-
gitur, contrarium locum habere debere. Quare si in
expressione ipsius m numerus litterarum $A B C \dots K$
fuerit impar; obiectum situ inuerso cernetur, quate-
nus scilicet ista expressio fuerit positua.

Quodsi vero in superiores formulas litteras P Q R etc. introducamus; inuenietur

Semidiameter

$$\text{imaginis primae} = \alpha. \frac{\xi}{a}$$

$$\text{--- secundae} = P \beta. \frac{\xi}{a}$$

$$\text{--- tertiae} = P Q \gamma. \frac{\xi}{a}$$

$$\text{--- quartae} = P Q R \delta. \frac{\xi}{a}$$

etc.

$$\text{--- vltimae} = P Q R \dots Z. \lambda. \frac{\xi}{a}$$

quae imagines omnes sunt inuersae, siquidem istae formulae valores habuerint positiuos. Quare cum hic omnis ambiguitas cesset, haecque vltima imago ad distantiam infinitam $= \lambda$ post oculum cadat; oculus eam ante se situ erecto conspiciet sub angulo $= P Q R \dots Z. \frac{\xi}{a}$; vnde sequitur, multiplicationem fore $m = P Q R \dots Z. \frac{b}{a}$ pro situ erecto, si scilicet haec formula fuerit positua; sin autem ea valorem habeat negatiuum; repraesentatio erit inuersa; tum vero hoc casu ipsam litteram m negatiue capi conueniet. Facile autem intelligitur, hanc posteriorem expressionem pro multiplicatione priori longe esse anteferendam; quia nulla ambiguitate laborat, eaque in sequentibus perpetuo vtemur.

Coroll.

COROLL. 1.

12. Quodsi ergo in locis imaginum realium diaphragmata constitui conueniat, ex his formulis statim intelligimus, quantum foramen iis induci oporteat; postquam scilicet cognouerimus, quantam obiecti portionem, cuius semidiametrum hic vocamus $= \zeta$; instrumentum spectandam offerat.

COROLL. 2.

13. Si omnes litterae P, Q, R etc. fuerint positivae ideoque nulla plane imago realis occurrat; tunc instrumentum semper obiecta situ erecto repraesentabit; si autem vnica occurrat imago realis; ideoque vnica istarum litterarum fuerit negatiua; tum repraesentatio semper fiet situ inuerso; quo casu ipsa littera *m* signo contrario in calculum introduci debet; at si duae imagines reales locum habeant; repraesentatio iterum erit erecta.

COROLL. 3.

14. Hinc adparet, quanti momenti sit introductio harum litterarum P, Q, R, S etc. cum eae tam perspicue distinctionem inter imagines reales et fictas commonstrent, praecipue cum hunc tractatum aequae ac praecedentem de Telescopiis secundum imagines reales diuidi conueniat, quippe in quo essentialle discrimen inter diuersa microscopiorum genera continetur.

Problema 3.

15. Ex quocunque lentibus microscopium fuerit compositum, si detur apertura primae lentis obiectivae, per quam radii ex obiecti quasi centro transmittantur, definire aperturas singularum lentium ad vltiorem transmissionem necessarias & gradum claritatis, quo oculus obiectum contuebitur.

Solutio.

Ex principiis fundamentalibus supra satis expofitis hae aperturae facillime definiuntur ex apertura primae lentis cognita; vnde semidiametri singularum aperturarum fequenti modo per litteras P, Q, R etc. exprimentur:

Semidiameter aperturae

lentis primae = x

- - - secundae = $\frac{b}{a} \cdot x = \frac{1}{P} \cdot x$

- - - tertiae = $\frac{bc}{a\beta} \cdot x = \frac{1}{PQ} \cdot x$

- - - quartae = $\frac{bcd}{a\beta\gamma} \cdot x = \frac{1}{PQR} \cdot x$

etc.

vnde concludimus pro vltima lente requiri semidiametrum aperturae = $\frac{x}{PQR\dots Z}$; cum autem ante inuenimus $m = PQR\dots Z \cdot \frac{b}{a}$; erit ista formula = $\frac{b}{m a} \cdot x$. Tantam nempe aperturam lens ocularis ad

mini-

minimum habere debet, vt radios per lentem obiecti-
 vam ingressos transmittat et cum nunc radii inter se
 sint paralleli, ii quasi penicillum radiosum repraesent-
 abunt, qui a centro obiecti in oculum intrat; ex
 quo si semidiameter huius penicilli $\frac{bx}{ma}$ semidiametro
 pupillae aequaretur, tunc visio plena claritate fruere-
 tur; quatenus autem ista expressio minor est, quam
 semidiameter pupillae, eatenus gradus claritatis euadit
 minor. Vnde cum supra gradus claritatis littera y
 fuerit expressus, erit hic $y = \frac{bx}{ma}$, qui valor quoties
 fuerit minor semidiametro pupillae, qui circiter $\frac{1}{20}$ dig-
 aestimatur, toties claritas minor erit censenda, quam
 naturalis seu plena, vel potius in ratione duplicata,
 prouti per se est manifestum.

COROLL. I.

16. Data igitur claritate y cum multiplicatio-
 ne m reperitur $x = \frac{may}{b}$; vnde apertura lentis ob-
 iectiuae innotescit, quae, ceteris paribus, eo maior esse
 debet, quo maior fuerit distantia obiecti à lente ob-
 iectiuua siue a . Cum igitur x a distantia focali lentis
 obiectiuuae pendeat; hinc colligere licet, quomodo haec
 lens ratione distantiae a debeat esse comparata.

COROLL. 2.

17. Tam hinc, quam ex praecedente proble-
 mate etiam patet, quomodo multiplicatio m ad di-
 stan-

stantiam illam b , quae vulgo 8 dig. assumitur, referatur; quandoquidem in hoc negotio multiplicationem m non absolute definire licet, sicque $\frac{m}{b}$ proprie id denotat, quod sub notione multiplicationis menti offertur.

Problema 4.

18. Ex quocunque lentibus microscopium fuerit compositum, momenta, quae a singulis lentibus ad campum apparentem conferuntur, earumque aperturam definiunt, exponere locumque oculi assignare.

Solutio.

Ad hoc supra litteras peculiare in calculum introduximus, cum enim cuiusque lentis apertura ita ab eius distantia focali pendeat, ut certam eius partem superare non debeat, semidiameter aperturae cuiusque lentis post primam sequenti modo per eius distantiam focalem est stabilita:

$$2^{dae} = \pi q; 3^{tae} = \pi' r; 4^{tae} = \pi'' s; 5^{tae} = \pi''' t \text{ etc.}$$

vnde si semidiameter obiecti conspicui fit $= \zeta$, voceturque $\frac{\zeta}{a} = \Phi$, ostendimus esse

$$\zeta = a \Phi = - \frac{\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi''''}{m a - b} \text{ etc. } a b$$

quod intelligendum est de situ erecto; pro inuerso enim situ multiplicatio m negatiue accipi debet.

Nunc

Nunc autem quo facilius de quantitate campi iudicare queamus, fit aperturæ maximæ quam quæpiam lens, cuius distantia focalis sit v. gr. = q , recipere potest, semidiameter = ξq , cuius scilicet hæc lens foret capax, si esset vtrinque æqualis, denotante ξ vulgo $\frac{1}{2}$: pro singulis lentibus, quatenus minores habere possunt aperturas, introducamus novas litteras et ponamus

$$\pi = -q\xi; \pi' = +r\xi; \pi'' = -s\xi; \pi''' = +t\xi \text{ etc.}$$

vt fiat

$$Z = a\Phi = \frac{q+r+s+t \text{ etc.}}{ma-b} a.b.\xi$$

in qua porro breuitatis gratia ponamus

$$M = \frac{q+r+s+t \text{ etc.}}{ma-b} b, \text{ vt fiat}$$

$$Z = a\Phi = M a \xi, \text{ seu } \Phi = M \xi;$$

quibus positis novæ hæc litteræ q, r, s, t etc. sequenti modo ad ante introductas referentur:

1. $\mathfrak{B}q = (P - 1) M$
 2. $\mathfrak{C}r = (PQ - 1) M - q$
 3. $\mathfrak{D}s = (PQR - 1) M - q - r$
 4. $\mathfrak{E}t = (PQRS - 1) M - q - r - s$
- etc.

quarum formarum differentia etiam notatu dignæ sunt, nimirum

$$1. \mathfrak{C}r - \mathfrak{B}q = P(Q - 1) M - q$$

Tom. III.

C

2. $\mathfrak{D}s$

, refe-
ionem
rie id
menti

n fue-
ntibus
aper-
nare.

culum
ra ita
; par-
e cu-
r eius

t etc.
voce-

uerfo

Nunc

$$2^{\circ}. \mathcal{D} s - \mathcal{C} r = P Q (R - 1) M - r$$

$$3^{\circ}. \mathcal{C} t - \mathcal{D} s = P Q R (S - 1) M - s.$$

etc.

Illarum igitur aequationum ultima ita erit expressa:

$$\mathcal{L} z = (P Q R \dots Z - 1) M - q - r \dots - y.$$

$$= \left(\frac{m a}{b} - 1\right) M - q - r \dots - y.$$

Ante vero ostendimus esse $\mathcal{L} = 1$; unde fiet

$$q + r + s \dots + z = \left(\frac{m a}{b} - 1\right) M;$$

Quae est ipsa illa aequatio, qua littera M determinatur. Nunc igitur superest, ut locum oculi seu eius distantiam post ultimam lentem, quam supra vocauimus = O, definiamus; quod quidem primo secundum lentium numerum ex superioribus repetamus:

Pro vna lente $O = o$.

Pro duabus lentibus

$$O = \frac{S b \pi}{\pi - \Phi} = \frac{q b}{M a} \cdot \frac{b}{m} = \frac{q q}{M} \cdot \frac{b}{m a}$$

Pro tribus lentibus

$$O = \frac{\mathcal{C} c \pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \frac{r c}{M a} \cdot \frac{b}{m} = \frac{r r}{M} \cdot \frac{b}{m a}$$

Pro quatuor lentibus

$$O = \frac{\mathcal{D} d \pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{s d}{M a} \cdot \frac{b}{m} = \frac{s s}{M} \cdot \frac{b}{m a}$$

etc.

vnde

vnde concludimus pro lentium numero quocunque fore

$$\text{distantiam oculi } O = \frac{l}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$$

-Coroll. 1.

19. Hinc igitur novas determinaciones pro aperturis singularum lentium sumus consecuti, quas scilicet adparitio campi postulat et quae non sunt confundendae cum superioribus, quas gradus claritatis postulat, cuiuslibet autem lenti ea apertura, quae est maior, tribui debet; vnde sequentes formulae probe sunt observandae:

Semidiameter aperturae

Pro prima lente = $o \cdot p \xi \dots x$

secunda ... = $q \xi q \dots \frac{x}{p}$

tertia ... = $r \xi r \dots \frac{x}{p \cdot q}$

quarta ... = $s \xi s \dots \frac{x}{p \cdot q \cdot r}$

vnde pro ultima lente = $t \xi t \dots \frac{x}{m \cdot a}$ vbi notetur,

litteras o, p, q, r, s etc. fractiones esse unitate minores, quarum valores unitatem superare nequeant.

Coroll. 2.

20. Si forte repraesentatio fuerit inuersa, quo casu, ut supra iam monuimus, multiplicatio m negatiue accipitur seu $-m$ loco m scribi debet, eo casu

refla :

y.

nina-
eius
cau-
idum

vnde

quoque singulis litteris: q, r, s, t. signum negativum tribui debet, ita, vt tum fiat

$$M = \frac{q+r+s+t}{m a + b} \cdot b.$$

COROLL. 3.

21. Quoniam circumstantiae quaedam postulare solent, vt pro vtroque casu litterarum q, r, s. etc. vna vel altera negativum. valorem fortiri debeat; hoc praecipue, vti in telescopiis vidimus, in prioribus harum litterarum vsu venit; posteriores vero semper positivae; atque adeo ipsi vnitati aequales tuto assumi possunt; ita, vt earum vltima certo pro vnitae haberi possit; ex quo perspicuum est, distantiam oculi O semper fore positivam, quoties postrema lens fuerit conuexa; si autem haec lens fuerit concaua, tum etiam distantia O prodibit negativa.

SCHOLIUM.

22. Ceterum hic monendum est, cum in primo libro littera *L* usurpata sit ad iustam oculi distantiam significandam, quae hic perpetuo vt infinita spectatur; hic eandem litteram longe alio significato adhiberi, siquidem hic semper significat distantiam focalem lentis vltimae seu ocularis, quae eadem est distantia penultimae imaginis ante vltimam lentem; ex quo sequitur, si vltima lens fuerit conuexa, penultima imaginem certe ante eam repraesentari debere;

Bere; quocirca ante ultimam lentem certe imago, realis esset casura. Hinc igitur perspicuum est, id quod supra non tam clare patebat, si nulla plane adfit imago realis, tum lentem ultimam conuexam esse non posse ideoque pro loco oculi distantiam O semper prodire negatiuam; pro quo casu etiam coacti fuimus peculiarem formulam pro margine colorato destruendo tradere, quae penitus diuersa est ab ea, quae locum habet, quoties quantitas O est positua; quos ergo duos casus etiam hic seorsim tractari conueniet.

Problema 5.

23. Ex quocumque lentibus microscopium fuerit compositum, si distantia oculi post ultimam lentem O prodierit positua; destruere marginem coloratum, ex quacumque vitri specie singulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Quoniam hic solutionem ita generalem postulamus, quae etiam ad lentes ex diuersis vitri speciebus paratas pateat, rationem refractionis pro prima lente ponamus $= n$; pro secunda $= n'$, pro tertia $= n''$ etc. uti in superioribus libris fecimus atque hinc statuamus formulas differentiales, quibus dispersio radiorum exprimitur, sequenti modo

$$\frac{dn}{n} = N; \frac{dn'}{n'} = N'; \frac{dn''}{n''} = N'' \text{ etc.}$$

quibus notatis supra ostendimus, pro destructione marginis colorati satisfieri debere huic aequationi:

$$0 = \frac{N'.b\pi}{\Delta a\Phi} + \frac{N''.c\pi'}{\Delta Ba\Phi} + \frac{N'''.d\pi''}{\Delta BCa\Phi} + \frac{N'''.e\pi'''}{\Delta BCDA\Phi} \text{ etc.}$$

quae aequatio si tam loco litterarum π, π' etc. quam loco b, c, d etc. valores ante assignati substituantur; transibit in hanc formam:

$$0 = \frac{N'.q}{P} + \frac{N''.r}{PQ} + \frac{N'''.s}{PQR} + \frac{N'''.t}{PQRS} \text{ etc.}$$

in qua aequatione terminus ultimus ita erit expressus
 $\frac{N'''.t}{PQRS}$

Coroll. 1.

24. Patet ergo marginem coloratum tolli non posse, nisi vel litterarum q, r, s, t etc. vel P, Q, R etc. vna pluresue fuerint negatiuae; quia alioquin omnes termini essent positivi eorumque aggregatum nihilo aequari non posset.

Coroll. 2.

25. Si ergo nulla addit imago realis, quod euenit, si omnes litterae P, Q, R etc. fuerint positivae, tum necessario litterarum q, r, s etc. vna vel altera debet esse negatiua; quae autem earum fuerint negatiuae, iis campus apparens diminuitur.

Problema 6.

26. Ex quocunque lentibus microscopium fuerit compositum, si distantia oculi O prodeat negatiua,

tita, ideoque oculus vltimae lenti immediate adplicari debeat, destruere marginem coloratum, ex quacunque vitri specie singulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Manentibus iisdem, quae in praecedente problemate circa diuersitatem vitri sunt posita, supra pro hoc casu secundum lentium numerum peculiare formulae sunt datae, quae ad nostrum institutum translatae ita se habent:

Pro vna lente $o = o$.

Pro duabus $o = N(A + 1)q$

Pro tribus $o = N(A + 1)Br - \frac{N'}{P}((B + 1)r + q)$

Pro quatuor

$$o = N(A + 1)BCs - \frac{N'}{P}((B + 1)Cs - q)$$

$$+ \frac{N''}{PQ}((C + 1)s + r)$$

Pro quinque

$$o = N(A + 1)BCDt - \frac{N'}{P}((B + 1)CDt + q)$$

$$+ \frac{N''}{PQ}((C + 1)Dt - r) - \frac{N'''}{PQR}((D + 1)t + s)$$

Pro sex lentibus

$$o = N(A + 1)BCDEu - \frac{N'}{P}((B + 1)CDEu - q)$$

$$+ \frac{N''}{PQ}((C + 1)DEu + r) - \frac{N'''}{PQR}((D + 1)Eu - s)$$

$$+ \frac{N''''}{PQRS}((E + 1)u + t)$$

Pro

Pro septem lentibus

$$0 = N(A + 1)BCDEF\vartheta - \frac{N'}{F}((B + 1)CDEF\vartheta + q) \\ + \frac{N''}{PQ}((C + 1)DEF\vartheta - r) - \frac{N'''}{PQR}((D + 1)EF\vartheta + s) \\ + \frac{N''''}{PQRS}((E + 1)F\vartheta - t) - \frac{N'''''}{PQRST}((F + 1)\vartheta + u)$$

quas formúlas concinnius exhibere non licet ideoque
his quouis casu oblato erit utendum.

Problema 7.

27. Ex quocunque lentibus microscopium fuerit
compositum, omnem plane confusionem, quae ob di-
versam radiorum refrangibilitatem praeter marginem
coloratum est metuenda, ad nihilum redigere; ex
quacunque vitri specie singulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Introductis etiam litteris N, N' etc. uti in
praecedentibus problematibus est factum, aequatio in
libro primo inuenta, cui est satisfaciendum, sequenti
modo generatim pro quouis lentium numero expres-
sa reperietur:

$$0 = N \cdot \frac{A+1}{A} - \frac{N'}{F} \cdot \frac{B+1}{AB} + \frac{N''}{PQ} \cdot \frac{C+1}{ABC} - \frac{N'''}{PQR} \cdot \frac{D+1}{ABCD} \\ \text{etc.}$$

quae etiam hoc modo exhiberi potest

$$0 = N \cdot \frac{1}{p} + \frac{N'}{p^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{N''}{p^2q^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{N'''}{p^2q^2r^2} \cdot \frac{1}{s} \text{ etc.}$$

vel

vel etiam, si libuerit, hoc modo

$$o = N \cdot \frac{1}{2} - \frac{N'}{P} \cdot \frac{1}{AB} + \frac{N''}{PQ} \cdot \frac{1}{ABC} - \frac{N'''}{PQR} \cdot \frac{1}{ABCD} \text{ etc.}$$

Coroll. I.

28. Cum productum omnium litterarum P, Q, R, S... multiplicationem praebeat, si haec fuerit valde magna, termini huius aequationis mox fient tam parui, vt sufficiat binos vel ternos terminos initiales assumisse ex quibus commode vel littera B vel C definiri poterit.

Coroll. 2.

29. Iam supra autem ostensum est, nisi litterae N, N' etc. fuerint inter se diuersae, hanc ultimam aequationem nullo modo adimpleri posse; vnde eatenus tantum huic conditioni satisfieri poterit, quatenus lentès non ex eadem vitri specie conficiuntur.

Scholion.

30. Istud quidem tantum pro Telescopiis supra demonstrauimus, idem autem quoque pro casu praesente demonstrari potest hoc modo: Ad hoc scilicet vtamur prima forma nostrae aequationis in eaque litterae N inter se ponantur aequales, cuius singuli termini in duas partes discerpantur, vt prodeat haec forma:

Tom. III.

D

o =

30+9)
EF0+8)
10+11)
ideoque

1 fuerit
ob di-
ginera-
e; ex
ratae.

vti in
tio in
quenti
xpres-

$\frac{1}{BCD}$

ic.

vel

$$0 = 1 + \frac{1}{A} - \frac{1}{ABP} + \frac{1}{ABCPQ} \\ - \frac{1}{AP} + \frac{1}{ABPQ} - \frac{1}{ABCPQR} \text{ etc.}$$

quae per a multiplicata censeatur et cum sit ex elementis

$$a = \frac{\alpha}{A} = -\frac{P\beta}{A} = -\frac{P\beta}{AB} = \frac{PQ\epsilon}{AB} = \frac{PQ\gamma}{ABC} \text{ etc.}$$

hi valores successiue in nostra aequatione substituuntur et aequatio nostra abibit in hanc formam

$$0 = a + \frac{\alpha+\beta}{A^2} + \frac{\beta+\epsilon}{A^2B^2} + \frac{\gamma+d}{A^2B^2C^2} + \frac{\delta+e}{A^2B^2C^2D^2} \text{ etc.}$$

vbi cum numeratores internalla lentium designent, denominatores vero omnes sint, numeri quadrati, omnes isti termini necessario sunt positui. Tantum de vltima parte solitaria dubium superesse posset, scilicet hic quousque hos terminos continuauimus, insuper adiungi deberet terminus $\frac{\epsilon}{A^2B^2C^2D^2E^2}$ qui est casus quinque lentium, pro quo ϵ quidem est ∞ ; notandum autem est, esse etiam $E = \infty$: cum sit $\epsilon = E e$ quo valore substituto istum terminum insuper adiungendum sponte euanescere manifestum est. Ceterum, vti iam saepius monuimus, etiam diuersa vitra adhibendo neutiquam necesse est, vt huic vltimae aequationi accuratissime satisfiat, cum iam satis praeclare nobis agatur, si modo eius valor satis exiguus reddi queat, id quod etiam de duabus praecedentibus aequationibus est tenendum; neque enim natura rei ipsa huiusmodi solutionem rigorosam permittit, cum nunquam sit spe-

ran-

randum, per experimenta valores litterarum N, N' etc. ita exacte definiiri posse, vt non notabiliter a veritate aberrant, et quia vnicam vitri speciem vsurpando semper coacti sumus hanc vltimam confusionem tolerare, si modo eam minorem reddere liceat, id certe pro maximo lucro erit habendum.

Problema 8.

31. Ex quocunq; lentibus microscopium fuerit compositum, semidiametrum confusionis, quae a lentium apertura oritur, assignare totamque hanc confusionem infra datum limitem reducere, vt repraesentationi non amplius officiat.

Solutio.

Ad hoc praestandum nouae litterae λ , λ' etc. pro singulis lentibus in calculum sunt introducendae, quemadmodum in primo libro sufficienter est explicatum. Tum vero si singulas lentes ex peculiari vitri specie factas consideremus, expressio pro semidiametro confusionis supra inuenta litteris P, Q, R etc. adhibendis ad sequentem formam reuocabitur:

$$\begin{aligned} & \frac{m x^3}{4 a^2 b} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{A^3} + \frac{v}{A^3} \right) - \frac{\mu'}{A^3 P} \left(\frac{\lambda'}{B^3} + \frac{v'}{B^3} \right) \right. \\ & \quad + \frac{\mu''}{A^3 B^3 P Q} \left(\frac{\lambda''}{C^3} + \frac{v''}{C^3} \right) \\ & \quad - \frac{\mu'''}{A^3 B^3 C^3 P Q R} \left(\frac{\lambda'''}{D^3} + \frac{v'''}{D^3} \right) \\ & \quad \left. + \frac{\mu''''}{A^3 B^3 C^3 D^3 P Q R S} \left(\frac{\lambda''''}{E^3} + \frac{v''''}{E^3} \right) \right) \text{ etc.} \end{aligned}$$

D 2

quae

quae formula succinctior reddetur distantias focales introducendo; cum enim fit

$$\mathfrak{A} = \frac{p}{a}; \quad A \mathfrak{B} = -\frac{pq}{a}; \quad A B \mathfrak{C} = \frac{pqr}{a}; \quad ABC \mathfrak{D} = -\frac{pqrs}{a}$$

etc.

his valoribus substitutis fiet nostra formula

$$\frac{m a x^3}{4b} \left(\frac{\mu}{p^3} \left(\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{A} \cdot \nu \right) + \frac{\mu'}{p+q^3} \left(\lambda' + \frac{\mathfrak{B}^2}{B} \cdot \nu \right) \right. \\ \left. + \frac{\mu''}{p+q+r^3} \left(\lambda'' + \frac{\mathfrak{C}^2}{C} \cdot \nu'' \right) \right) \text{ etc.}$$

Sit nunc limes, quem valor huius formulæ superare non debet, $= \frac{1}{4k^3}$, vbi notandum est, pro telescopiis supra sumtum esse $k = 50$ circiter; quare si breuitatis gratia ponamus

$$\mathfrak{A} = \frac{\mu}{p^3} \left(\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{A} \cdot \nu \right) + \frac{\mu'}{p+q^3} \left(\lambda' + \frac{\mathfrak{B}^2}{B} \cdot \nu \right) \\ + \frac{\mu''}{p+q+r^3} \left(\lambda'' + \frac{\mathfrak{C}^2}{C} \cdot \nu'' \right) \text{ etc.}$$

debebit esse $\frac{m a x^3}{b} \cdot \mathfrak{A} < \frac{1}{k^3}$ vnde commodissime defini-

nitur semidiameter lentis obiectivæ $x < \frac{1}{k} \sqrt[3]{\frac{b}{m a \mathfrak{A}}}$ ac si licuerit, formulam hanc \mathfrak{A} penitus ad nihilum redigere, tunc hunc semidiametrum x , nihil impedit, quominus tantum statuamus, quam figura lentis obiectivæ permittit.

Corollarium.

32. Quando ergo hinc quantitas x fuerit definita; tum demum gradum claritatis assignare poterimus,

rimus, ex aequatione enim supra inuenta $y = \frac{bx}{ma}$ cognoscimus semidiametrum penicillorum radioforum, qui a singulis obiecti punctis in oculum transmittuntur, qui ad pupillam relatus gradum claritatis determinabit.

Coroll. 2.

33. De Telescopiis quidem vidimus, sufficientem claritatis gradum produci, si modo y non multo minor sit, quam $\frac{1}{16}$ dig. in microscopiis autem nos plerumque multo minore claritate contentos esse oportebit.

Coroll. 3.

34. At si loco x valorem inuentum substitua-
mus, pro gradu claritatis habebimus

$$y = \frac{b}{ma} \sqrt{\frac{b}{ma}}$$

vnde intelligitur, quo longius obiectum a microscopio removere velimus, eo minore claritate obiectum esse appariturum; quae causa est, vt in omnibus microscopiis distantia obiecti a lente obiectiua tam exigua capi debeat.

Coroll. 4.

35. Ex vltima forma nostrae expressionis manifestum est, si omnes lentes fuerint conuexae, seu litterae p, q, r etc. positivae; omnes terminos litteras $\lambda, \lambda', \lambda''$ etc. continentes fore quoque positivos;

D 3

vnde,

unde, cum litterae ν , ν' , ν'' etc. sint valde paruae, quantitas illa Λ nullo modo ad nihilum redigi poterit, sin autem vna vel altera lens fuerit concaua, tum vtique fieri poterit, vt haec quantitas Λ emanescat.

Scholion.

36. Haec igitur formula praecipue litteris λ , λ' , λ'' etc. conuenienter definiendis inferuit, quandoquidem reliquae litterae iam per condiciones praecedentes plerumque suas determinationes adipiscuntur. Meminisse autem oportet, quamlibet lentem sibi adiunctum habere numerum λ , qui quidem vnitatem minor esse nequit, ex quo cum binis distantibus determinatricibus ambae facies determinantur. Supra autem formulae pro radiis facierum iam sunt datae, sed eas in calculi commodum hic aliquantisper mutatas exhibeamus: Exemplo sit lens prima, cuius distantiae determinatrices sunt a et α , numerus autem iis adiungendus $= \lambda$, ex quibus binae eius facies supra ita sunt definitae, vt sit

$$\text{rad. fac. anter.} = \frac{a\alpha}{a\rho + \alpha\sigma \pm \tau(a + \alpha)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poster.} = \frac{a\alpha}{a\rho + \alpha\sigma \mp \tau(a + \alpha)\sqrt{\lambda - 1}}$$

Cum autem sit $\alpha = A a$. fient istae formulae

$$\text{rad. fac. ant.} = \frac{Aa}{A\rho + \sigma \pm \tau(1 + A)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. post.} = \frac{Aa}{\rho + A\sigma \mp \tau(1 + A)\sqrt{\lambda - 1}}$$

Diui-

Diuidantur nunc numeratores et denominatores vtriusque fractionis per $1 + A$ et cum sit $\frac{A}{1+A} = \mathcal{A}$ ideoque $\mathcal{A}a = p$ et $\frac{1}{1+A} = 1 - \mathcal{A}$, nostrae formulae abibunt in sequentes

$$\text{rad. fac. ant.} = \frac{p}{\sigma - \mathcal{A}(\sigma - \rho) \pm \tau \sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. post.} = \frac{p}{\rho + \mathcal{A}(\sigma - \rho) \pm \tau \sqrt{\lambda - 1}}$$

vbi litterae ρ , σ et τ ex ratione refractionis, quae cuilibet lenti conuenit, sunt desumendae, pariter atque litterae μ et ν vti in primo libro ostendimus. Ne autem opus habeamus, eas inde depromere, tabulam ibi datam hic adiungamus:

n.	ρ .	σ .	τ .	μ .	ν .	$\mu \nu$.
1.50	0.2858.	1.7143.	0.9583.	1.0714.	0.2000.	0.2143.
1.51	0.2653.	1.6956.	0.9468.	1.0420.	0.2065.	0.2151.
1.52	0.2456.	1.6776.	0.9358.	1.0140.	0.2129.	0.2159.
1.53	0.2267.	1.6601.	0.9252.	0.9875.	0.2196.	0.2168.
1.54	0.2083.	1.6434.	0.9149.	0.9622.	0.2260.	0.2176.
1.55	0.1907.	1.6274.	0.9051.	0.9381.	0.2326.	0.2182.
1.56	0.1737.	1.6119.	0.8956.	0.9151.	0.2393.	0.2192.
1.57	0.1573.	1.5970.	0.8864.	0.8932.	0.2461.	0.2199.
1.58	0.1414.	1.5827.	0.8775.	0.8724.	0.2529.	0.2206.
1.59	0.1259.	1.5689.	0.8689.	0.8525.	0.2597.	0.2214.
1.60	0.1111.	1.5555.	0.8607.	0.8333.	0.2666.	0.2221.

Scho-

Diui-

Scholion 2.

37. His principiis præmissis facile intelligitur, quomodo hanc de microscopiis doctrinam tractari et in sectiones subdiuidi conueniat, primo scilicet microscopia simplicia, quae vnica constant lente contem-
plabimur, idque duplici modo, prout huius lentis crassities negligitur vel eius ratio in calculo habetur. Deinde tria genera microscopiorum compositorum con-
siderabimus, prouti in telescopiis fecimus in primo scilicet genere nulla prorsus occurret imago realis seu omnes litterae P, Q, R etc. erunt positivæ; in se-
cundo autem genere vnica occurret imago realis ideo-
que vnica illarum litterarum negatiuum habebit va-
lorem, quaecunque ea fuerit; in tertio denique gene-
re duae imagines reales locum habebunt, sicque binæ
illarum litterarum, quaecunque eae fuerint, valores
fortientur negatiuos. Plures autem imagines reales
introducere prorsus foret superfluum. Notandum ve-
ro est, tam microscopia simplicia, quam composita
primi et tertii generis obiecta situ erecto esse repræ-
sentatura, dum microscopia composita secundi generis
ea situ inuerso referent. Quamobrem hæc tractatio
quatuor sequentibus sectionibus absoluetur.

CAPVT