



CAPVT III.

DE

TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS

MINORE SPECVLO CONCAVO INSTRVCTIS.

Problema I.

§. 36.

Si ante speculum principale PP foramine $\pi\pi$ pertusum ad distantiam $AB = (1 + \epsilon)p$ constituatur Tab. III. minus speculum concavum QBQ , cuius distantia fo- Fig. 8.
calis $q = \epsilon p$, definire binas lentes C et D , ita, vt quacvis obiecta distincte repraesententur.

Solutio.

Hic denotat p distantiam focalem maioris speculi, cuius semidiameter $AP = x$ eiusque foraminis $A\pi = y = \epsilon x$, ita, vt radius curvaturae, huius speculi $= 2p$. Obiectorum igitur imago principalis ab hoc speculo repraesentabitur in F , vt sit $AF = \alpha = p$, cuius ergo distantia a minore speculo debet esse, vti ante est ostensum, $FB = \epsilon p$ et semidiameter huius speculi $BQ = y = \epsilon x$. Cum igitur distantia focalis huius speculi sit $= q = \epsilon p = FB$ radii hinc reflexi inter se fient paralleli, donec in lentem C incidant;

pro

pro formulis ergo nostris generalibus erit $\frac{1}{P} = -\varepsilon$
 et $FB = b = \varepsilon p$ unde utique ob $P = -\frac{\alpha}{b}$ fit $P = -\frac{1}{\varepsilon}$.
 Deinde cum fiat $\beta = \frac{bq}{b-q} = \infty$, hincque $B = \frac{\beta}{b} = \infty$
 iam quia intervallum secundum in genere est

$$= -\frac{AB \cdot a}{P} \left(1 - \frac{1}{Q}\right) = -\frac{Bp}{P} \left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

hocque primo intervallo aequale est ponendum, fiet
 $Q = 1$. sed ita tamen, ut sit $B \left(1 - \frac{1}{Q}\right) = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}$; per
 formulas autem generales hoc secundum intervallum
 $= \beta + c = (1 + \varepsilon)p$; unde ob $\beta = \infty$ fit

$$c = (1 + \varepsilon)p - \beta = -\infty \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = 0. \text{ et } \mathcal{C} = 0.$$

Quare posita lentis in foramine constitutae distantia
 focali $= r$, erit $r = \frac{B\mathcal{C}}{PQ} p = -\varepsilon B \mathcal{C} p$; unde cum sit
 $B = \infty$ et $\mathcal{C} = 0$, vicissim colligitur $B \mathcal{C} = B C = \frac{-r}{\varepsilon p}$,
 atque hinc pro quarta lente SDS habebimus distan-
 tiam focalem $s = -\frac{r}{R}$, et intervallum $CD = r \left(1 - \frac{1}{R}\right)$.
 Ut ergo postrema lens fiat convexa, littera R debet
 esse negativa siue in intervallum CD incidit imago
 realis in puncto H atque ex data multiplicatione m
 formulae generales praebent $PQR = m$; quoniam ob
 binas imagines reales representatio erit erecta. Hinc
 ergo fiet $R = \frac{m}{PQ} = -\varepsilon m$, ita, ut nunc sit $s = \frac{r}{\varepsilon m}$
 et intervallum $CD = r \left(1 + \frac{1}{\varepsilon m}\right) = r + s$, quando-
 quidem hic fit ex natura rei $CH = r$ et $HD = s$.
 Contemplemur nunc campum apparentem et secun-
 dum

dum formulas nostras generales secundo speculo tribuamus litteram q , lenti C litteram r et lenti D litteram s et semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{q+r+s}{m-1} \xi, \text{ sumto } \xi \text{ pro fractione } \frac{1}{\epsilon},$$

litterae autem q , r et s ad summum unitati aequales fieri possunt. Posuimus vero breuitatis gratia $\frac{q+r+s}{m-1} = M$, ut sit $\Phi = M \xi$ atque formulae nostrae generales has suppeditant aequationes:

$$\mathfrak{B} q = (P - 1) M$$

$$\mathfrak{C} r = (P Q - 1) M - q$$

quae ob valores iam inuentos $\mathfrak{B} = 1$. et $\mathfrak{C} = a$. praebent ambae $q = (P - 1) M = -\left(1 + \frac{a}{\epsilon}\right) M$. Hinc autem inuenimus distantiam oculi post lentem D, scilicet $DO = O = \frac{ss}{Mm}$ quae distantia cum sit positua, quandoquidem nihil impedit quominus ipsi s valor positius detur isque unitati aequalis; marginem coloratum tollemus, si ob $N' = 0$ et $N'' = N'''$ (quandoquidem nostrae duae lentes ex eodem vitro parantur) huic aequationi satisfaciamus:

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR}$$

quae ergo reducitur ad hanc:

$$0 = r - \frac{s}{\epsilon m} \text{ vnde colligitur } r = \frac{s}{\epsilon m}$$

quare cum sit $q = -\left(1 + \frac{a}{\epsilon}\right) M$ erit

$$q + r + s = -\left(1 + \frac{a}{\epsilon}\right) M + \frac{s}{\epsilon m} + s = M(m-1);$$

Tom. II.

S s s

vnde

vnde sequitur $M = \frac{\delta}{m}$; ita, vt iam sit semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{\delta}{m} \cdot \xi$. Num autem hic pro δ vnitas scribi queat, intelligemus ex lente C, cuius apertura nobis est praescripta et cuius semidiameter $= y = \varepsilon x$. Iam per formulas nostras hic semidiameter esse debet $r \xi + \frac{x}{PQ} = \frac{\delta r}{\varepsilon m} \xi + \varepsilon x$, vbi sufficit, maiori membro vti, ex quo sequitur, esse debere $\frac{\delta r}{\varepsilon m} \xi < \varepsilon x$, vnde si statuamus $\delta = 1$ et $\xi = \frac{1}{4}$, necesse est, vt sit $r < 4 \varepsilon^2 m x$; si igitur velimus sumere $r > 4 \varepsilon^2 m x$; tum δ vnitate minus accipi debet, ex quo campus apparens in eadem ratione diminuetur. Hic autem inprimis quoque ad vltimam lentem attendi oportet, pro qua est $s = \frac{r}{\varepsilon m}$, ita, vt esse debeat $s < 4 \varepsilon x$ siue $s < 4 y$. vnde patet, foramen non nimis exiguum statui posse. Totam autem confusionem ex diuersa radiorum refrangibilitate oriundam tolleremus ope huius aequationis:

$$0 = \frac{N''}{P^2 Q^2} \cdot \frac{x}{r} + \frac{N'''}{P^2 Q^2 R^2} \cdot \frac{x}{s}$$

quae abit in hanc

$$0 = N'' + \frac{N'''}{\varepsilon m},$$

quod cum nullo modo fieri possit, etiamsi diuerso vitro vti vellemus, hanc confusionem, quae semper est valde exigua, tolerari oportet. His obseruatis cardo rei versabitur in semidiametro confusionis, quem insensibilem reddi conuenit ope huius aequationis:

$$\frac{x}{p^2} = \frac{m x^3}{p^2} \left(\frac{1}{x} + \frac{\varepsilon}{s} + \mu \cdot \frac{\varepsilon^4 \cdot p^3}{r^2} \lambda'' + \frac{\mu \cdot \varepsilon^3 \cdot p^3}{r^3 m} \lambda''' \right)$$

quae

quae aequatio abit in hanc formam:

$$p \sqrt[3]{\left(\frac{1}{k^3 m x^3} - \frac{\mu \varepsilon^4 \lambda''}{r^3} - \frac{\mu \varepsilon^3 \lambda'''}{m r^3}\right)} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{(1 + \varepsilon)}$$

ex qua aequatione reperitur p : verum quantitatem x tantam assumi conuenit, vt inde sufficiens claritatis gradus obtineatur. In doctrina de telescopiis autem pro sufficiente claritatis gradu sumimus $x = \frac{m}{50}$ dig. quod autem ibi erat x seu $\sqrt{x^2}$, hic nobis est $\sqrt{(1 - \varepsilon^2) x^2}$, ita, vt hic habeamus

$$x \sqrt{(1 - \varepsilon^2)} = \frac{m}{50} \text{ dig.}$$

siquidem eodem claritatis gradu frui velimus, vnde foret $x = \frac{m}{50 \cdot \sqrt{(1 - \varepsilon^2)}}$ dig. ideoque $x > \frac{m}{50}$ dig. Quia vero specula non tantum radiorum reflectunt, quantum lentes transmittunt, ne hoc quidem modo tantum claritatis gradum adipiscemur, quam in telescopiis vulgaribus. Sin autem minori claritatis gradu contenti esse velimus atque statuamus $x = \frac{m}{50}$ dig. sumamusque vt ibi $k = 50$. aequatio nostra erit

$$p \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{m^4} - \frac{\mu \varepsilon^4 \lambda''}{r^3} - \frac{\mu \varepsilon^3 \lambda'''}{m r^3}\right)} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{(1 + \varepsilon)}$$

vbi manifesto debet esse $\frac{\varepsilon^4}{r^3}$ multo minus, quam prius membrum $\frac{1}{m^4}$ siue $r^3 > \varepsilon^4 m^4$ ideoque r multo maius quam $\varepsilon m \sqrt[3]{\varepsilon m}$ supra vero vidimus, esse debere $r < 4 \varepsilon^2 m x$; quod vt fieri possit debet esse $4 \varepsilon^2 m x$ multo maius, quam

$$\varepsilon m \sqrt[3]{\varepsilon m}, \text{ siue } 4 \varepsilon m > 50 \cdot \sqrt[3]{\varepsilon m}$$

S s s 2

ideo-

ideoque $\varepsilon > \frac{1}{m}$, quod in magnis multiplicationibus effici posset.

At si haec conditio non obseruetur effectus in eo consistet, vt non amplius sit $\delta = 1$. hincque campus apparens multo minor existat, quam

$$\Phi = \frac{\xi}{m} \text{ siue } \Phi = \frac{859}{m} \text{ min.}$$

COROLL. I.

§. 37. Cum in telescopiis id semper inprimis sit efficiendum, vt eorum longitudo hincque praecipue distantia focalis p quam minima reddatur, in aequatione vltima confusio a lentibus oriunda tantopere diminui debet, vt prae confusione speculorum quasi euanescat, quare cum in ista formula ex primo speculo nascatur portio $\frac{1}{2}$; ex secundo vero $\frac{\varepsilon}{2}$ necesse est, vt portiones sequentes ex lentibus oriundae multo fiant minores, ex quo littera r multo maior esse debet quam $2\varepsilon p$, ideoque r vix minus capi poterit, quam p .

COROLL. 2.

§. 38. Quodsi igitur statuamus $r = p$, cum ε , vti vidimus, minus esse soleat, quam $\frac{1}{2}$, pro confusione definienda tuto vti licebit hac aequatione

$$\frac{1}{k^2} = \frac{m x^3 (1 + \varepsilon)}{8 p^3}; \text{ vnde colligimus}$$

$$p = \frac{k x}{2} \sqrt[3]{m (1 + \varepsilon)};$$

vnde

vnde si pro dato claritatis et distinctionis gradu capiatur

$$kx = m \text{ dig. erit } p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{m(1 + \varepsilon)}$$

quae quantitas circiter duplo minor est, quam in telescopiis dioptricis communibus, ita, vt hoc modo tota longitudo fere ad partem quartam reducatur.

Coroll. 3.

§. 39. Sumto autem $r = p$ pro campo definiendo littera δ maior accipi nequit, quam vt fiat

$$\frac{\delta p}{4 \varepsilon m} = \varepsilon x;$$

hinc ergo pro exemplo speciali, quo

$$\varepsilon = \frac{1}{4} \text{ et } m = 100, \text{ colligetur}$$

$$\delta = \frac{\sqrt[3]{10000}}{100} = \frac{1}{5} \text{ circiter,}$$

ex quo patet, hoc casu fore campum quinquies minorem, quam si capere liceret $\delta = 1$ sicque in genere patet, hoc modo nimis exiguum campum obtineri.

Coroll. 4.

§. 40. Sumto autem $r = p$ pro constructione huiusmodi telescopii distantiae focales sequenti modo se habebunt

$$p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{m(1 + \varepsilon)}; q = \varepsilon p; r = p \text{ et } s = \frac{p}{\varepsilon m};$$

tum vero interualla lentium seu speculorum

$$AB = (1 + \varepsilon) p. = BC.$$

$$CD = r + s. = p \left[1 + \frac{1}{\varepsilon m} \right]$$

et distantia oculi $O = s = \frac{p}{\varepsilon m}$

vnde patet tubum arcae, in qua specula continentur, adiungendum admodum fore longum.

Scholion.

§. 41. Praeter incommoda vero, quae hic iam commemorauimus, huiusmodi telescopia maximo vitio laborarent propterea quod radii in lentem C incidentes inter se sunt paralleli; tum enim radii peregrini qui ab obiectis vicinis directe in eandem lentem incidunt, quia etiam sunt paralleli inter se, in transitu per lentes simili modo refringentur ac radii proprii, ideoque cum iis simul ad oculum deferentur et quoniam hi radii peregrini multo sunt fortiores, quam proprii, siquidem hi duplicem refractionem iam sunt passi, in oculo impressionem istorum penitus extinguunt. Interim tamen quia radii peregrini ad axem magis sunt obliqui, atque etiam in refractione maiorem obliquitatem conseruant, ab egressu in oculum excludi possent ope exigui foraminuli, cui oculus applicatur; hoc autem modo non solum claritas nimium detrimentum pateretur, sed etiam campus insuper refringeretur, quam ob causam in huiusmodi telescopiis

piis imprimis cauendum est, ne radii peregrini, qui circa minus speculum praeterlabentes ab introitu in C arceri nullo modo possunt, cum radiis propriis similem refractionem patiantur. Quod praestari poterit, si modo radii proprii in lentem C incidentes fuerint vel diuergentes vel conuergentes, vt post refractionem in alio foco congregentur, ac peregrini, tum enim diaphragma debito foramine in isto foco constitutum facile radios peregrinos ab vltiori progressu ad oculum excludet. Perspicuum autem est, quo hoc remedium certius succedat, illam siue conuergentiam siue diuergentiam satis notabilem esse debere, siue efficiendum est, vt per refractionem huius lentis C imago a radiis peregrinis formata multum distet ab imagine a radiis propriis formata, id quod in sequentibus casibus vsu veniet.

Problema 2.

§. 42. Si ante speculum principale P P, foramine $\pi \pi$ pertusum, ad distantiam $AB = [1 + \epsilon] p$ constituatur minus speculum concavum Q B Q, cuius distantia focalis $q = \frac{\epsilon(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} \cdot p$, definire binas lentes C Tab. III. et D, ita, vt quacvis obiecta distincte repraesententur. Fig. 8.

Solutio.

Hic ergo, vt ante, est distantia $AF = a = p$ et $FB = b = \epsilon p$, hincque $\frac{a}{p} = -\epsilon$ ob $AB = [1 + \epsilon] p$.
Quia

Quia vero hic est

$$q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} \cdot p, \text{ fiet } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q} = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} = B;$$

ita, vt iam fit $\beta = [1 + \varepsilon] p$, quae distantia ipsi secundo intervallo B C est aequalis sicque secunda imago in ipsam lentem C incidet, vnde fiet $c = 0$; vnde cum posuerimus

$$\frac{\beta}{c} = -Q, \text{ fiet hic } Q = -\infty$$

tum vero pro tertia imagine erit

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = 0, \text{ ita, vt fit } C = -1 \text{ et } \mathfrak{C} = \infty.$$

Quare cum fit

$$r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ} \cdot p = -\frac{(1+\varepsilon)\mathfrak{C}}{Q} \cdot p$$

$$\text{vicissim adparet, fore } \frac{\mathfrak{C}}{Q} = -\frac{r}{(1+\varepsilon)p}.$$

His inuentis distantiae focales erunt

$$P = p; q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} \cdot p; r = r; \text{ et}$$

$$s = \frac{B}{PQR} \cdot p = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} \cdot p \text{ ob } PQR = m.$$

Interualla vero ita erunt expressa

$$AB = [1 + \varepsilon] p = BC.$$

$$CD = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} \cdot p = s,$$

vti rei natura postulat, quandoquidem vltima imago in ipsa lente C manet constituta. Ceterum patet, hic duas occurrere imagines reales; alteram in F, alteram in C, ideoque imagines situ erecto repraesentari et recte nos assumisse $PQR = m$. Pro

Pro campo diiudicando erit

$$M = \frac{q+r+s}{m-1} \text{ vnde fit } \Phi = M \xi;$$

tum vero esse debet

$$\mathfrak{B} q = (P - 1) M. \text{ hinc}$$

$$q = -\frac{(1+2\varepsilon)}{\varepsilon} M \text{ et}$$

$$\mathfrak{C} r = (P Q - 1) M - q \text{ hinc}$$

$$r = \left(\frac{PQ}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon}\right) M - \frac{q}{\varepsilon}.$$

Quia vero

$$\mathfrak{C} = \infty \text{ et } \frac{\mathfrak{C}}{Q} = \frac{-r}{(1+\varepsilon)p} \text{ erit}$$

$$r = \frac{PQM}{\mathfrak{C}} = \frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r} \cdot M$$

hinc ergo fit

$$q + r + s = \left(\frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r} - \frac{(1+2\varepsilon)}{\varepsilon}\right) M + s = (m-1)M;$$

vnde reperitur

$$M = \frac{\varepsilon r \cdot s}{m \varepsilon r - (1+\varepsilon)(p-r)}$$

circa s autem nihil adhuc definitur, sed cum lentis
C semidiameter aperturæ reuera sit $= \varepsilon x$, per for-
mulas autem nostras esse debeat

$$= \frac{1}{2} r r = \frac{(1+\varepsilon)p \cdot M}{4\varepsilon}$$

sive ipso campo introducto hic semidiameter erit
 $= \frac{(1+\varepsilon)p\Phi}{\varepsilon}$, qui cum excedere nequeat εx , hoc non
est verendum, nisi esset $\Phi = \frac{\varepsilon^2 x}{(1+\varepsilon)p}$ vel maius. Iam

Tom. II.

T t t

vt

vt margo coloratus euanescat, debet esse

$$0 = \frac{s}{PQ} + \frac{\delta}{PQR}; \text{ ideoque esse deberet } \frac{\delta}{m} = 0.$$

vnde patet hoc modo marginem coloratum euitari non posse; sed tamen eum fore minimum et vix sensibilem ob denominatores PQ et PQR maximos.

Sumta porro littera δ , vti circumstantiae permittunt, pro loco oculi habebimus $O = \frac{\delta s}{M m}$. Denique conditio confusionis tollendae praebet hanc aequationem

$$\frac{1}{k^2} = \frac{m x^2}{p^2} \left(\frac{1}{s} + \frac{(1+2\epsilon)\epsilon}{s(1+\epsilon)^2} \right)$$

sequentibus partibus sponte euanescentibus, ita, vt statui possit

$$p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{m \left(\frac{1+\epsilon(1+2\epsilon)}{(1+\epsilon)^2} \right)} \text{ dig.}$$

COROLL. I.

§. 43. Cum lentis in C posita semidiameter aperturae esse debeat $= \frac{1}{4} r$, is vero reuera sit $= \epsilon x$; hinc colligitur $r = \frac{4\epsilon x}{\epsilon}$. Verum ante inuenimus $r = \frac{(1+\epsilon)p}{\epsilon}$. M his ergo duobus valoribus aequatis prodit $4\epsilon^2 x = (1+\epsilon)p$; vnde si effet $r = 1$ foret $r = 4\epsilon x$; tum vero $r = \frac{M(1+\epsilon)p}{\epsilon}$; quia vero est

$$M = \frac{\epsilon r \delta}{m \epsilon r - (1+\epsilon)(p-n)}$$

habebimus nunc substituto pro r illo valore

$$M = \frac{4\epsilon^2 \delta x}{4m\epsilon^2 x - (1+\epsilon)(p-4\epsilon x)}$$

qui

qui valor in illa aequatione substitutus dabit

$$\delta = \frac{4m\epsilon^2 x - (1+\epsilon)(p-4\epsilon x)}{(1+\epsilon)p}.$$

Coroll. 2.

§. 44. Quia autem δ unitate maius esse nequit, hoc valore unitati aequali posito prodibit

$$4m\epsilon^2 x = 2(1+\epsilon)p - 4\epsilon(1+\epsilon)x$$

hincque

$$m = \frac{(1+\epsilon)p - 2\epsilon(1+\epsilon)x}{2\epsilon^2 x}$$

quae aequatio subsistere nequit, nisi multiplicatio m aliquot millia excedat, quod in praxi nunquam locum habere potest.

Scholion.

§. 45. Huiusmodi vero telescopia duplici laborant defectu; primo enim quia lens C in ipso imaginis loco constituitur, nisi lens ex purissimo vitro sit confecta repraesentatio vehementer erit inquinata, vti iam saepius observauimus; deinde etiam haud exiguum vitium in eo consistit, quod marginem coloratum non licuit ad nihilum reducere, quam ob causam haec telescopia superfluum foret vberius prosequi, sed potius eiusmodi casum euoluamus, in quo secunda imago post lentem C cadat simulque margo coloratus feliciter tolli queat, quare cum pro hoc praestando habeatur aequatio $0 = \frac{r}{PQ} + \frac{\delta}{PQR}$, necesse

T t t 2

est,

est, vt fieri queat $r + \frac{\beta}{R} = 0$, quod commodissime fieri poterit, si fuerit $R = -1$, quia enim tum erit $r = \beta$, maximum campum adipisci poterimus, si sumere liceat $r = \beta = 1$ tum enim fiet $M = \frac{q+2}{m-1}$ et quamuis q sit fractio negatiua, tamen campus hinc oriatur satis magnus; vt vero fiat R numerus negatiuus, secunda imago in interuallum CD adere debet, ita, vt Q maneat quantitas positiua et quia multiplicatio dat $m = PQR$ ob $P = -\frac{1}{\varepsilon}$, si sumamus $R = -1$ necesse est fiat $Q = \varepsilon m$, vnde cum sit

$$Q = -\frac{\beta}{c}, \text{ erit } c = -\frac{\beta}{\varepsilon m}$$

at vero secundum interuallum $BC = \beta + c$ quod cum primo $(1 + \varepsilon)p$ aequale esse debeat, elicimus

$$\beta = (1 + \varepsilon)p - c = \frac{\varepsilon(1 + \varepsilon)mp}{\varepsilon m - 1}$$

Cum vero fit

$$\beta = \frac{ba}{b-a} \text{ et } b = \varepsilon p \text{ siue etiam } \frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$$

hinc erit

$$\frac{1}{q} = \frac{1 + 2\varepsilon}{\varepsilon(1 + \varepsilon)p} - \frac{1}{\varepsilon(1 + \varepsilon)mp} \text{ tum vero erit}$$

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{(1 + \varepsilon)m}{\varepsilon m - 1} \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1 + \varepsilon)m}{(1 + 2\varepsilon)m - 1} \text{ vnde fit } q = \mathfrak{B}b.$$

Porro vero cum fit $r = \mathbb{C}c$, erit

$$\mathbb{C} = \frac{r}{c} = \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1 + \varepsilon)p} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1 + \varepsilon)p + (\varepsilon m - 1)r}$$

Pro

Pro intervallo autem CD, quod est $\gamma + d = \gamma + s$, quia est.

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = \frac{(1+\varepsilon)pr}{(1+\varepsilon)p + (\varepsilon m - 1)r},$$

quia vero etiam esse debet $R = -\frac{\gamma}{d} = -1$ hinc erit $s = \gamma$ ficque intervallum $CD = 2\gamma = 2.s$. Quia autem porro est.

$$M = \frac{q+2}{m-1}, \text{ sumto scilicet } r = s = 1, \text{ erit}$$

$$q = \frac{-((1+2\varepsilon)m-1)}{\varepsilon m}. M \text{ hincque}$$

$$q + 2 = \frac{-((1+2\varepsilon)m-1)M + 2\varepsilon m}{\varepsilon m} = M(m-1);$$

vnde sequitur

$$M = \frac{2\varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};$$

ex quo vicissim concludimus

$$q = \frac{-2((1+2\varepsilon)m-1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}.$$

Praeterea vero adhuc habetur haec aequatio

$$\mathcal{C} = (PQ - 1)M - q$$

quae abit in hanc

$$\mathcal{C} = -(m+1)M - q$$

feu substitutis valoribus

$$\begin{aligned} \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1+\varepsilon)p} &= \frac{-2\varepsilon m(m+1) + 2(1+2\varepsilon)m - 2}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \\ &= \frac{-2\varepsilon m^2 + 2(1+\varepsilon)m - 2}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \end{aligned}$$

vnde concludimus fore

$$r = \frac{2(\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1)(1+\varepsilon)p}{(\varepsilon m - 1)(\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1)}$$

T t t 3

r =

$$r = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m-1} \cdot p$$

hinc cum sit $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{c}$, reperitur

$$\gamma = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m-1} p = s.$$

unde porro concluditur distantia oculi

$$O = \frac{\beta s}{M m} = \frac{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m-1}{2 \varepsilon m^2} \cdot s$$

$$= \frac{1}{2} s \left(1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2} \right) = \frac{1}{2} s \text{ proxime.}$$

quod autem ad campum apparentem attinet, quoniam summus $r = \beta = 1$, dispiciendum est, num etiam ponere liceat $\xi = \frac{1}{4}$. Hoc autem patebit ex lente C, cuius semidiameter aperturæ $= \xi r$ excedere nequit εx , posito igitur $\xi r = \varepsilon x$ colligitur

$$\xi = \frac{\varepsilon x (\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m-1)}{2(m-1)(1+\varepsilon)p}$$

qui valor si fuerit minor quam $\frac{1}{4}$, eo exit vtendum, ita, vt tum sit $\Phi = M \xi$; sin autem ille valor prodeat maior, quam $\frac{1}{4}$ nihilominus sumi debet $\xi = \frac{1}{4}$. Si tanquam exemplum sumatur

$$\varepsilon = \frac{1}{4}, m = 100, x = \frac{5}{2} \text{ dig. et } p = 25. \text{ dig.}$$

reuera prodit $\xi = \frac{1}{4}$, ita, vt haec positio $\xi = \frac{1}{4}$ parum a praxi discrepare videatur; unde operae pretium erit has determinationes coniunctim ob oculos ponere.

Exemplum Telescopii Catadioptrici.

§ 46. Ex modo allatis prima elementa huius Telescopii ita se habebunt:

$$a =$$

$$a = \infty; b = \varepsilon p; c = \frac{-(1+\varepsilon)}{\varepsilon m - 1} p; d = \gamma$$

$$\alpha = p; \beta = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1} p; \gamma = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1} p; \delta = \infty,$$

Ex quibus deducuntur sequentes valores

$$B = \frac{(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1}; C = \frac{-2(m-1)(\varepsilon m - 1)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1};$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1}; \mathfrak{C} = \frac{-2(m-1)(\varepsilon m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};$$

$$P = -\frac{\alpha}{b} = -\frac{1}{\varepsilon}; Q = -\frac{\beta}{c} = \varepsilon m; R = -\frac{\gamma}{\delta} = -1.$$

Ex his vero colliguntur distantiae locales

$$p = p; q = \mathfrak{B} b = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1} p;$$

$$r = \mathfrak{C} c = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} p \text{ et } s = d = \gamma.$$

et pro earum aperturis

$$q = \frac{-2((1+2\varepsilon)m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}; r = 1; s = 1.$$

hincque

$$q + r + s = \frac{2\varepsilon m(m-1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \text{ ideoque}$$

$$M = \frac{2\varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}$$

ex quo elicitur semidiameter campi apparentis

$$\Phi = M \xi; \text{ ac si liceat sumere } \xi = \frac{1}{4}; \text{ fiet}$$

$$\Phi = \frac{1718. \varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \text{ minut.}$$

at pro loco oculi inuenimus

$$O = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2} \right).$$

Super-

Supereft igitur, vt ex conditione confufionis definia-
tur diftantia focalis p , quae reperitur

$$p = k x \sqrt[3]{m \left(\frac{1}{8} + \frac{\epsilon \cdot (m+1)^2 \cdot ((1+\epsilon)m-1)}{8 \cdot (1+\epsilon)^3 m^3} \right.}$$

$$+ \frac{\mu \cdot (\epsilon m^2 + (1+\epsilon)m-1)^3}{8 m^4 (m-1)^3 (1+\epsilon)^3} \cdot (\lambda'' + \nu \mathfrak{C} \cdot (1-\mathfrak{C}))$$

$$\left. + \frac{\mu \cdot (3\epsilon m^2 - (1+\epsilon)m+1)^3 \cdot \lambda'''}{8 m^4 (m-1)^3 (1+\epsilon)^3} \right)$$

vbi fi tantam claritatem defideremus, qualem fupra
teleftopiis tribuimus fumi debet $x = \frac{m}{50}$ dig. et pro
gradu diftinctionis $k = 50$, vt fit $k x = m$.

Sin autem minori claritatis gradu contenti effe
velimus, fortaffe fufficiet ponere $x = \frac{m}{100}$ dig. vel adeo
 $x = \frac{m}{200}$ dig.

Constructio huiusmodi Teleftopii pro multi-
plicatione $m = 100$. fumto $\epsilon = \frac{1}{4}$.

§. 47. Pro maiori ergo fpeculo, cuius femi-
diameter fit $= x$, foraminis femidiameter erit $= \frac{1}{4} x$.
eius vero diftantia focalis in genere ponatur $= p$; ex
qua fequentes diftantiae focales ita definientur.

$$q = \frac{125}{338} p = 0, 2097 \cdot p;$$

$$r = \frac{5 \cdot 99}{3248} p = 0, 0943 \cdot p.$$

$$s = \frac{5 \cdot 99}{14752} p = 0, 03355 \cdot p.$$

Intervalla autem fequenti modo definientur.

$$1^\circ. AB = \frac{5}{4} p = 1, 25 \cdot p;$$

$$2^\circ. BC = \frac{5}{4} p = 1, 25 \cdot p;$$

$$3^\circ. C$$

$$3^{\circ}. CD = 2. s = 0,0671. p;$$

$$4^{\circ}. O = 0,5248. s.$$

Praeterea vti speculi maioris semidiameter aperturae est $= x$, ita minoris erit $= \frac{1}{2} x$. cui etiam aequatur apertura lentis C; lentis vero ocularis D semidiameter aperturae poterit sumi $= \frac{1}{4} s$. unde campi apparentis semidiameter erit circiter $\Phi = 16,368$. minut. qui campus locum habet, nisi sit $\frac{1}{4} x < \frac{1}{4} r$ seu $x < r$. hoc enim si euenerit, vt sit $x < r$, tum campus in eadem ratione diminuetur, atque in eadem ratione aperturam lentis D diminui conueniet. At vero pro definienda distantia focali p habetur ista aequatio

$$p = \frac{1}{2} k x \sqrt{\left\{ \begin{array}{l} 100 + 19,45 + 0,0095 \mu. (\lambda'' - 5\nu) \\ + 0,211. \mu. \lambda'' \end{array} \right\}}$$

vbi partes ex binis lentibus oriundae vix ad dimidium accedant, tota haec quantitas radicalis certe non ad 5 exsurget, ita, vt tuto sumi possit $p = \frac{5}{2} k x$; supra autem notauimus esse circiter $k = 50$.

Scholion.

§. 48. Quodsi hic statuamus $k = 50$ et $x = 2$ dig. distantia focalis speculi obiectiui ex hac formula prodit $p = 250$. dig. ideoque maius viginti pedibus, quod merito maxime mirum videbitur, cum talia telescopia circumferantur, in quibus p non superat 24. dig. atque x adeo duobus digitis maior reperitur, et quae

Tom. II.

V v v

nihi.

nihilominus centies multiplicant; cuius ergo phaenomeni causam scrutari oportet; primo autem manifestum est, eam non in hoc esse sitam, quod numerum k nimis magnum assumimus; etsi enim pro microscopiis contenti esse soleamus valore $k = 20$, tamen fateri debemus, confusionem tum satis esse sensibilem, qualem tamen in his telescopiis non deprehendimus, et quamvis praeterea sumeremus $k = 20$, tamen adhuc prodiret $p = 100$. dig. Evidens ergo est, causam necessario in eo sitam esse debere, quod post signum radicale cubicum binae priores partes ad specula relatae non solum multo sint minores, quam hic assumimus sed adeo nihilo aequales poni debeant. Interim tamen certum est, si haec specula haberent figuram sphaericam, uti in calculo nostro assumimus, partes inde in confusionem influentes minores non fore, quam hic sunt definitae; ex quo tuto concludere possumus, in his instrumentis specula non ad figuram sphaericam esse elaborata sed iis ab artifice figuram parabolicam esse inductam, in quo Cel. Schort gloriatur, se modum inuenisse specula ad figuram parabolicam elaborandi, cui inuento sine dubio exiguus valor litterae p tribui debet; quodsi enim post signum radicale binas priores partes omittamus; totus valor huius formulae radicalis sumto $\lambda''' = 1$. ob $\mu = \frac{9}{10}$ circiter reducetur infra $\frac{2}{5}$; sumto autem hoc valore sequitur fore $p = 30$. dig. prorsus fere, uti experientia testatur; facile enim licet k assumere minus, quam

50; tum vero etiam aliae constructiones proferri possunt, in quibus haec duo membra posteriora adhuc minores sortirentur coefficientes. Quodsi ergo ambo nostra specula figuram habuerint parabolicam sumereque liceat $p = 30$ dig., existente $x = 2$ dig. erit $r = 2,829$ dig. eiusque aperturae semidiameter, quem scilicet foramen suppeditat $= \varepsilon x = \frac{1}{2}$ dig. unde utique fumi non licebit $\xi = \frac{1}{4}$, sed tantum $\xi = \frac{3}{17}$ et campus supra inuentus diminui debet in ratione $\frac{1}{4} : \frac{3}{17}$ siue 17:12 siue suo triente propemodum, ita, ut adhuc sit eius semidiameter $\Phi = 11$. minut. Quodsi autem distantia focalis p maior assumi debeat, tum pro ξ adhuc minor valor reperietur.

Scholion 2.

§. 49. Telescopia autem vulgaria huius generis non mediocriter discrepant a mensuris supra descrittis; unde operae pretium erit, mensuras talis telescopii, quod pro excellenti habetur, accuratius examinare. Erat autem speculi maioris distantia focalis duorum pedum seu $p = 24$. dig. semidiameter eius $x = 2\frac{1}{2}$ dig. foraminis vero semidiameter $y = \frac{1}{2}$ dig. unde sequitur fractio $\varepsilon = \frac{1}{5}$. Verum minus speculum a maiore distabat interuallo $AB = 27\frac{1}{3}$ dig. unde Tab. II. cum sit $AF = p = 24$ dig. sequitur distantia $FB =$ Fig. 8. $b = 3\frac{1}{3}$ dig. Quare cum posuerimus $b = \varepsilon p$; hinc non amplius fiet $\varepsilon = \frac{1}{5}$, sed tantum $\varepsilon = \frac{5}{26}$; ita, ut in praxi recepta minus speculum propius collocetur,

V v v 2

quam

quam ratio foraminis postulat. Verum rationes non defunt, a regula supra stabilita recedendi. Supra enim hoc speculum minus, quod etiam in praxi foramini aequabatur, ita constituimus, ut omnes radios axi parallelos, qui a maiore speculo reflectuntur, non solum reciperet, sed etiam ab iis quasi impleretur. Cum autem ob campum apparentem etiam radii ad axem obliqui a maiori speculo reflectantur, quorum plures in nostra constructione minus speculum praetergrederentur, utique consultum erit, istud speculum aliquanto propius admouere, ut etiam hos radios recipere queat. Quamobrem conueniet litterae ϵ duplicem valorem tribui, alterum ex ratione foraminis petitum, alterum vero ex loco minoris speculi, quos ne inter se confundamus, in posterum statuamus $y = \delta x$ at vero $b = \epsilon p$; ita, ut hoc casu futurum sit $\delta = \frac{1}{3}$ et $\epsilon = \frac{5}{36}$. Neque vero hinc in nostras formulas alia mutatio inferetur, nisi ut in locis, ubi formula ϵx seu y occurrit, eius loco scribamus δx , quod quidem tantum, ubi de quantitate foraminis et minoris speculi sermo est, occurrit; in reliquis vero omnibus formulis, ubi ϵ cum littera p coniungitur, nulla fit mutatio, ita, ut nostrae formulae generales etiam hic valeant. Verum ut ad istud telescopium revertamur, distantia focalis speculi minoris erat $q = 3$ dig. unde concluditur distantia $B G = \beta = \frac{b q}{b - q} = 30$. hincque $C G = 2 \frac{2}{3}$. Hic autem probe notandum est, si vel leuissima mutatio in loco minoris speculi fiat,

tum

tum in hoc intervallo CG insignem mutationem oriri; si enim loco $3\frac{1}{3}$ sumatur $FB = b = 3\frac{2}{3}$, ut fit $BC = 27\frac{2}{3}$, reperietur $BG = \beta = 27$ hincque $CG = -\frac{2}{3}$. Quam ob causam etiam minus speculum ita constitui solet, ut eius locus ope cochleae tantillum immutari possit. In isto autem exemplo speculum minus ita est constituendum, ut inde prodeat $CG = 1\frac{1}{3}$ dig. Vnde vicissim verus valor ipsius b definiri poterit; quia enim fit $BG = \frac{2b}{b-2}$, ob $CB = 24 + b$ erit $CG = \frac{2b}{b-2} - b - 24$; quae distantia ut fiat $= \frac{4}{3}$ dig. elicietur.

$$b = \frac{\sqrt{1525} - 20}{2} = 3,35041.$$

qui valor assumptum $3\frac{1}{3}$ tantum superat particula $\frac{2}{3}$ ita, ut in reliquo calculo sumi possit $b = 3\frac{1}{3}$. Pergamus nunc in nostro examine et quia lentis in C distantia focalis erat $= 4$ dig. $= r$, ob $c = -\frac{4}{3}$ dig. fiet $CH = \gamma = 1$ dig. Deinde vero erat interval- lum $CD = 3$ dig. et lentis ocularis D distantia fo- calis $s = 2$ dig. sicque prodibit distantia $HD = d = 2$ dig. ideoque $d = s$, vti natura telescopii postulat. Quo- circa singula huius telescopii elementa ita se habebunt

$$a = 24; b = 3,35041; c = -1,33333; d = 2; \\ \beta = 28,68374; \gamma = 1.$$

et distantiae focales

$$p = 24; q = 3; r = 4, \text{ et } s = 2. \text{ dig.}$$

V v v 3

inter-

interualla vero

$$AB = BC = 27,35041.; CD = 3. \text{ dig.}$$

Hinc vero reliquae nostrae litterae inuenientur

$$B = \frac{\beta}{b} = 8,5613; \mathfrak{B} = 0,89541.$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = -0,75.; \mathfrak{C} = -3. \text{ et}$$

$$\varepsilon = \frac{e}{p} = 0,13960. = \frac{1}{7,1532}$$

ac denique

$$P = -\frac{a}{b} = -7,1633.$$

$$Q = -\frac{\beta}{c} = 21,51281.$$

$$R = -\frac{\gamma}{d} = -\frac{1}{2}.$$

His inuentis valoribus proprietates huius Telescopii sequenti modo definiri poterunt: quod

1°. ad multiplicationem attinet, quia est $m = PQR$, erit $m = 77,05$.

2°. vt nunc etiam campum apparentem definiamus, primo ex apertura lentis C, cuius semidiameter est $y = \frac{1}{2}$ dig. sumto $\xi = \frac{1}{4}$, erit $\frac{1}{4} r r = \frac{1}{2}$ dig. ideoque $r = \frac{1}{2}$ dig. tum vero est

$$q = \frac{(P-1)M}{95} = -9,1168. M.$$

similique modo

$$\mathfrak{C}r = (PQ - 1)M - q = -145,98. M$$

$$\text{hincque } r = 48,66. M.$$

Cum

Cum igitur ante effet $r = \frac{1}{2}$ dig. hinc concluditur

$$M = \frac{1}{97,32} = \frac{9 + r + s}{76,05}$$

unde elicitur

$$s = \frac{8517}{9732} - 0,5 = 0,3751.$$

qui valor cum unitate fit minor veritati erit consentaneus; si enim unitate maior prodisset, tum litterae r valorem semisse minorem tribuere debuissimus. Quocirca semidiameter campi apparentis erit

$$\phi = M \xi = \frac{1}{4} M = 859. M. \text{ min.} = 8' 50''.$$

siue diameter campi erit $= 17' 40''$.

3°. Videamus, an per hoc telescopium etiam margo coloratus destruatur, quae conditio cum postulet

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR} \text{ siue } r = 2s,$$

quod cum non multum a veritate discrepet, margo utique debet esse insensibilis; interim tamen perfectius margo coloratus tolleretur, si prodisset exacte $r = 2s$; id quod quidem leuissima mutatione fieri posset. Tandem autem restabit, ut etiam inuestigemus, quam exacte aequatio semidiametrum confusionis complectens hic impleatur, siue cum hic iam cognoscamus litteras m ; x ; p ; B ; C ; una cum μ , ν et λ ex indole vitri et figura lentium, definiemus inde litteram k , quam nouimus vix infra 50 admitti posse

posse. Sumamus autem primo ambo specula ad figuram sphaericam esse elaborata, quoniam facile erit facto calculo duos terminos priores rejicere, quando nouerimus haec specula esse parabolica. Ex forma autem generali supra §. 34. data patet fore

$$\frac{1}{k} = 0,222. \sqrt[3]{\left(1 + \frac{\varepsilon(1+B)(1-B)^2}{B^3}\right)} \\ - \frac{4\mu}{m.B^3.C^3} (\lambda'' + \nu.C.(1-C)) \\ - \frac{8\mu}{m.B^3.C^3} \cdot \lambda''')$$

ob $x = \frac{2}{3}$; $p = 24$, et $m = 77,05$.

Deinde cum sit $\varepsilon = 0,1396$,

$$B = 8,5613, \quad \mathfrak{B} = 0,89541.$$

$$\mathfrak{C} = -3, \quad \text{et } C = -\frac{5}{7},$$

singuli hi termini ita in numeris euoluentur.

$$\frac{1}{k} = 0,222. \sqrt[3]{\left(1 + 0,1216 + 0,000003.\mu.(\lambda'' - 12.\nu) \right.} \\ \left. + 0,00039.\mu.\lambda'''\right)}$$

hinc ergo colligimus, si primum speculum esset sphaericum, certe proditum esse

$$\frac{1}{k} > 0,222; \text{ hoc est } \frac{1}{k} > \frac{2}{9} \text{ ideoque } k < \frac{9}{2},$$

vnde certe confusio enormis nasceretur; quod cum nentiquam fieri debet, necesse est, ut primum speculum sit parabolicum vel proxime saltem, ut primus terminus euanescat. Si porro speculum minus esset sphaericum, prodiret adhuc $\frac{1}{k} > 0,111$ seu $k < 9$. vnde
confu-

confusio adhuc intolerabilis nasceretur, ex quo concludimus etiam a secundo speculo nullam confusio- nem nasci. Reiectis ergo binis prioribus terminis habebitur

$$\frac{1}{k} = 0,222. \sqrt[3]{(0,000003. \mu. (\lambda'' - 12. \nu)} \\ + 0,00039. \mu. \lambda''')$$

vbi statim patet solum postremum membrum in com- putum venire, vnde ergo cum sumi possit $\mu. \lambda''' = 1$. prodit

$$\frac{1}{k} = 0,222. 0,073. = \frac{2}{9}. \frac{1}{13} \text{ siue } k = 59.$$

qui valor iam tantus est, vt nulla confusio sit me- tuenda atque hinc iam multo magis intelligimus, summam sollertiam ad huiusmodi telescopia confi- cienda requiri, quae si ab artifice exspectari potest, nullum est dubium, quin species telescopiorum a no- bis ante exposita his, quae passim reperiuntur, longe sit anteferenda. In Spho igitur superiori 46. vt eum ad modo examinatum telescopium accommodemus, sumi poterit & quatenus ad p refertur $= \frac{1}{7}$, quatenus autem ad x refertur $= \frac{1}{5}$ vt fiat $y = \frac{1}{5} x$; vnde pro quauis multiplicatione huiusmodi telescopia formari poterunt, quae certe multo maiorem campum pate- facient, simulque marginem coloratum perfectius tol- lent. Verum si speculum minus fiat conuexum, multo maiora commoda inde sperare licebit, vti in sequente Capite ostendemus. Casum enim, qui hic

Tom. II.

X x x

adhuc

adhuc desiderari posset, quo imago realis in interval-
lum BC caderet, ne quidem attingemus, quoniam
tam campum nimis paruum produceret, quam vitio
marginis colorati vehementer laboraret. Cum enim
tum esset $R > 0$, aequatio pro margine tollendo
 $0 = r + \frac{s}{R}$ subsistere non posset, nisi r foret nega-
tium et quia q etiam est negativum, campus fere
ad nihilum redigeretur.
