CAPVT II.

DE COMPVTO CONFVSIONIS, DVM PRAETER LENTES ETIAM SPECVLA AD INSTRVMENTA DIOPTRICA CONFICIENDA ADHIBENTVR.

Problema I.

§. 23.

Si loco primae et secundae lentis specula vsurpentur, inuenire formulas, quae ob haec duo specula in expressionem supra in Libro I. inuentam, qua scilicet semidiameter confusionis est inuenta, introduci in calculum debent.

Solutio.

In primo libro §. 91. ostendimus a duabus lentibus oriri spatium diffusionis

$$Gg = \mu \beta^2 x^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha^2}{b^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{\nu}{a\alpha}\right) \\ +\frac{b^2}{\alpha^2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)^2+\frac{\nu}{b\beta}\right) \end{array}\right.$$

quae expreſſio ponendo $\alpha = \mathrm{A}\,a$, $\beta = \mathrm{B}\,b$, tum vero etiam $\frac{\mathrm{A}}{1+\mathrm{A}} = \mathfrak{A}$ et $\frac{\mathrm{B}}{1+\mathrm{B}} = \mathfrak{B}$, abit in hanc:

$$Gg = \frac{\mu \mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2 . x^2}{a} \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} + \frac{b}{\mathrm{A}^4 . a} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{B}\mathfrak{B}} \right) \right)$$

atque ſi hic porro, vti deinceps in tractatu de Teleſcopiis fecimus, ponamus $\frac{\alpha}{b} = \frac{\mathrm{A}\,a}{b} = -\mathrm{P}$, iſta expreſſio induet hanc formam

$$Gg = \frac{\mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2 x^2}{a} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} \right) - \frac{\mu}{\mathrm{A}^3 \mathrm{P}} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{B}\mathfrak{B}} \right) \right)$$

Si nunc loco duarum harum lentium duo ſubſtituantur ſpecula, ad quae litterae a, α; b, β cum x ſimiliter ſint relatae, in Probl. 3. Cap. praeced. §. 15. inuenimus fore ſpatium diffuſionis

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} . \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 a^3 . \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . x^2}{8 \alpha^2 b \beta}$$

quae forma poſito $\alpha = \mathrm{A}\,a$; $\beta = \mathrm{B}\,b$ et $\frac{\alpha}{b} = -\mathrm{P}$ induet hanc formam

$$Gg = \frac{\mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2 . x^2}{a} \left(\frac{(1+\mathrm{A})(1-\mathrm{A})^2}{8 \mathrm{A}^3} - \frac{(1+\mathrm{B})(1-\mathrm{B})^2}{8 \mathrm{A}^3 . \mathrm{B}^3 . \mathrm{P}} \right)$$

ex qua cum ſuperiori collata cognoſcimus, ſi loco primae lentis ſpeculum ſubſtituatur, tum in computo confuſionis loco formulae

$\mu \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} \right)$ ſcribi debere hanc $\frac{(1+\mathrm{A})(1-\mathrm{A})^2}{8 \mathrm{A}^3}$,

ac ſi etiam loco lentis ſecundae ſpeculum ſubſtituatur, tum ſimili modo loco formulae

$\mu \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{B}\mathfrak{B}} \right)$ ſcribi debere hanc $\frac{(1+\mathrm{B})(1-\mathrm{B})^2}{8 \mathrm{B}^3}$;

ac

ac si circumstantiae permitterent, vt etiam loco tertiae lentis speculum simile substitueretur, tum in computo confusionis loco formulae

$\mu\left(\frac{\lambda\nu'}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu'}{C\,\mathfrak{C}}\right)$ scribi deberet haec formula $\frac{(1+C)(1-C)^2}{8\,C^3}$

vnde satis superque intelligitur, quomodo quantitas confusionis aestimari debeat, quando loco lentium specula adhibentur.

Coroll. 1.

§. 24. Quatenus autem speculum obiectiuum foramine est pertusum, cuius radius $= y$, eatenus in factore communi loco x^2 scribi oportet $x^2 - y^2$ ita, vt iam expressio pro spatio diffusionis inuenta futura sit

$$Gg = \frac{A^2 . B^2 (x^2 - y^2)}{a} \left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8\,A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8\,A^3 B^3 P} \right)$$

vbi notandum est, formulam $x^2 - y^2$ proportionalem esse superficiei reflectenti in primo speculo, prorsus vti x^2 proportionale erat superficiei refringenti lentis obiectiuae.

Coroll. 2.

§. 25. Atque haec formula $x^2 - y^2$ etiam extenditur ad omnes lentes sequentes, quotquot binis speculis insuper adiunguntur; ita, ex gr. si duae lentes praeter specula adhibeantur, totum spatium diffusionis Ii ita exprimitur:

$Ii =$

$$I\,i = \frac{A^2 B^2 C^2 D^2 (x^2 - y^2)}{a} \left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8 A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8 A^3 B^3 P} \right.$$
$$+ \frac{\mu}{A^3 B^3 P Q} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C \mathfrak{C}} \right)$$
$$\left. - \frac{\mu}{A^3 B^3 C^3 P Q R} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D \mathfrak{D}} \right) \right)$$

vnde patet, quid propter ſpecula in noſtris formulis generalibus immutari debeat.

Coroll. 3.

§. 26. Cum autem noſtra ſpecula tantum ad teleſcopia accommodari queant, vbi eſt $a = \infty$ $A = 0$. et $A a = \alpha = p$, ex formulis vinculo incluſis denominator A^3 in factorem communem transfertur ſicque pro ſpatio diffuſionis a binis ſpeculis et duabus lentibus orto habebitur haec expreſſio:

$$I\,i = \frac{B^2 C^2 D^2 (x^2 - y^2)}{p} \left(\frac{1}{8} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8 B^3 P} \right.$$
$$+ \frac{\mu}{B^3 P Q} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C \mathfrak{C}} \right)$$
$$\left. - \frac{\mu}{B^3 C^3 P Q R} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D \mathfrak{D}} \right) \right)$$

Scholion 1.

§. 27. Quoniam autem pro ſecundo ſpeculo tam littera $B = \frac{\beta}{b}$, quam $P = -\frac{\alpha}{b}$ non amplius ab arbitrio noſtro pendet, ſed earum valores iam ante ſunt definiti, videamus, quomodo iſti valores in computum ſint introducendi, atque hic duos caſus euolui conueniet, prouti minus ſpeculum ſiue vltra focum ſpeculi principalis conſtituitur, ſiue citra. Quod quo ad noſtras formas ſuccinctius exprimi poſſit, ponamus in in genere $y = \varepsilon x$ ita, vt ſit $x^2 - y^2 = (1 - \varepsilon^2) x^2$, vbi ſcilicet ε denotat fractionem foraminis magnitudinem definientem.

I. Primo igitur quando diſtantia minoris ſpeculi AB maior eſt, quam diſtantia focalis p; tum vidimus (§. 19.) eſſe hanc diſtantiam AB ſeu primum interuallum $= (1 + \varepsilon) \alpha = (1 + \varepsilon) p$, quod cum per formulas noſtras generales ſit $= \mathrm{A} a (1 - \frac{1}{\mathfrak{P}}) = p (1 - \frac{1}{\mathfrak{P}})$ erit $\frac{1}{\mathfrak{P}} = - \varepsilon$. Deinde vero etiam vidimus eſſe, $b = \varepsilon p$ et porro ſi diſtantia focalis minoris ſpeculi ponatur $= q$, erit $\mathfrak{B} = \frac{bq}{b-q}$ hincque $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \frac{q}{b-q} = \frac{q}{\varepsilon p - q}$. At vero pro q hos dedimus limites: $q < \varepsilon p$ et $q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}$ quibus valoribus ſubſtitutis ſpatium illud diffuſionis Ii ita exprimetur: Tab. II. Fig. 5.

$$\mathrm{I}i = \frac{(1-\varepsilon^2) \cdot \mathrm{C}^2 \mathrm{D}^2 q^2 x^2}{(\varepsilon p - q)^2 \cdot p} \left(\frac{1}{8} + \frac{\varepsilon^2 (\varepsilon p - 2q)^2 \cdot p}{8 q^3} - \frac{\mu \cdot \varepsilon (\varepsilon p - q)^3}{q^3 \cdot \mathrm{Q}} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{\mathfrak{C}\mathrm{C}} \right) + \frac{\mu \cdot \varepsilon (\varepsilon p - q)^3}{\mathrm{C}^3 \cdot q^3 \mathrm{QR}} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{D}\mathfrak{D}} \right) \right)$$

II. Sin autem diſtantia ſecundi ſpeculi AB minor fuerit, quam p, tum primo erit haec ipſa diſtantia $= (1 - \varepsilon) p$, quae cum ſit $p (1 - \frac{1}{\mathfrak{P}})$ erit $\frac{1}{\mathfrak{P}} = \varepsilon$. Deinde erit diſtantia $b = - \varepsilon p$ et quia ſecundum ſpeculum debet eſſe conuexum, poſito $q = - \mathfrak{q}$ fiet $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \frac{-\mathfrak{q}}{\mathfrak{q} - \varepsilon p}$ verum pro $\mathfrak{q}$ hos dedimus limites $\mathfrak{q} > \varepsilon p$ et $\mathfrak{q} < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-3\varepsilon}$ quibus valoribus ſubſtitutis ſpatium illud diffuſionis ita exprimetur: Tab. II. Fig. 6.

 Ii =

$$\mathrm{I}\,i = \frac{(1-\varepsilon^2)\cdot C^2 D^2 \cdot q^2 x^2}{(q-\varepsilon p)^2 \cdot p}\Big(\frac{1}{8} - \frac{\varepsilon^2(2q-\varepsilon p)^2 \cdot p}{8 q^3}$$
$$- \frac{\mu\cdot\varepsilon(q-\varepsilon p)^3}{q^3 \cdot Q}\Big(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\Big)$$
$$+ \frac{\mu\cdot\varepsilon\cdot(q-\varepsilon p)^3}{q^3 \cdot C^3 \cdot QR}\Big(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\Big)\Big)$$

Quodſi lens in ipſo foramine ſpeculi obiectivi conſtituatur, tum inſuper datur interuallum ſecundum, primo quippe aequale, ac primo quidem caſu erit $= (1+\varepsilon)p$. Quod cum per formulas generales ſit

$$= -\frac{AB\cdot a}{P}\Big(1 - \frac{1}{Q}\Big) = \frac{\varepsilon\cdot p q}{\varepsilon p - q}\Big(1 - \frac{\varepsilon}{Q}\Big);$$

hinc reperitur

$$\frac{\varepsilon}{Q} = 1 - \frac{(\varepsilon p - q)(1+\varepsilon)}{\varepsilon q} \text{ ſeu } \frac{\varepsilon}{Q} = \frac{(2\varepsilon+1)q - \varepsilon(1+\varepsilon)p}{\varepsilon q}$$

hincque $\frac{1}{pQ} = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p - (2\varepsilon+1)q}{q}$

vbi notandum eſt, Q fieri non poſſe negatiuum; niſi q contineatur intra hos limites

$$q < \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+2\varepsilon} \text{ et } q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}.$$

Haec ſcilicet valent pro caſu priore; pro caſu vero poſteriore reperitur

$$\frac{\varepsilon}{Q} = \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p - (1-2\varepsilon)q}{\varepsilon q} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{(2\varepsilon-1)q + \varepsilon(1-\varepsilon)p}{q}$$

vbi pariter notetur, Q fieri negatiuum, ſi q capiatur intra hos limites

$$q > \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-2\varepsilon} \text{ et } q < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-3\varepsilon}$$

at vero Q fieri poſitiuum, ſi capiatur intra hos limites: $q < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-2\varepsilon}$ et $q > \varepsilon p$.

Scho-

Scholion. 2.

§. 27. Quae hic attulimus, ad ſpatia diffuſionis, ex ſpeculis et lentibus quotcunque ortae pertinent. Concluſio vero, quae in ſuperiore libro hinc ad ſemidiametrum confuſionis ipſam determinandam eſt deducta, etiam hic quandam mutationem patitur. Quoniam enim ſemidiametrum confuſionis ex vltimae imaginis diffuſione concluſimus, notandum eſt, etiam hoc vltimum ſpatium diffuſionis ſua imagine principali fore truncatum. Quoniam enim a primo ſpeculo nulla gignitur imago principalis ob defectum radiorum axi proximorum, etiam ſequentia ſpatia diffuſionis, quotcunque fuerint lentes imagine principali deſtituentur; vnde cum horum ſpatiorum vltimum minus ſit, propter ipſam hanc mutilationem, inde etiam minor confuſio in oculo orietur, quam ob cauſſam etiam ſemidiameter confuſionis prouti eum in primo libro definivimus minorem valorem adipiſcetur, quam inueſtigationem ſequenti problemate ſuſcipiemus.

Problema 2.

§. 28. Data vltima imagine diffuſa, quae tam per bina ſpecula, quam omnes lentes ſequentes formatur, inuenire confuſionem in ipſo oculo inde oriundam, qua ſcilicet viſio immediate afficitur.

Solutio.

Repraeſentet L λ *l* vltimum ſpatium diffuſionis tam per ſpecula, quam omnes ſequentes lentes forma- Tab. III. Fig. 7.

 tum,

tum, quippe quod eſt obiectum immediatum viſionis; vnde radii immediate in oculum ingrediuntur, in quo ſpatio punctum L denotet locum imaginis principalis, vbi radii axi proximi concurrerent, ſi ſpeculum obiectiuum eſſet integrum ob foramen autem huius ſpeculi, iſta imago principalis plane deerit et imago diffuſa demum in puncto λ incipiet, vbi radii circa oram foraminis reflexi et per omnes lentes transmiſſi concurrunt, alter vero terminus ſit in l, vbi radii ab extremitate ſpeculi obiectiui reflexi ac per lentes transmiſſi vniuntur. Quod nunc primo ad magnitudinem huius ſpatii $\lambda\, l$ attinet, ſupra vidimus, id eſſe proportionale formulae $x\,x - y\,y$, ſiue poſito $y = \varepsilon\, x$, huic $(1 - \varepsilon\,\varepsilon)\, x\, x$ vnde ſtatuamus hoc ſpatium $\lambda l = V(1-\varepsilon\varepsilon)xx$. Deinde radiorum in termino λ cum axe concurrentium obliquitas, quam ſupra ipſi y proportionalem eſſe vidimus, ponatur $= \mathfrak{B}\,y = \varepsilon\,\mathfrak{B}\,x$; obliquitas vero radiorum extremorum in puncto l concurrentium erit $= \mathfrak{B}\,x$, vbi litterae V et $\mathfrak{B}$ eosdem valores habent, quos in primo libro §. 163. aſſignauimus.

His praemiſſis quaeramus eum oculi locum, vnde haec imago diffuſa minima cum confuſione conſpiciatur. Hunc in finem concipiamus punctum quoddam medium in imagine ζ, a quo oculus ad diſtantiam ſuam iuſtam $= l$ ſit remotus, ita, vt ſit $\zeta l = O$ radiique ex hoc puncto ζ emiſſi praeciſe in puncto retinae V congregentur. Hinc ergo puncta cis et vltra

vltra hoc punctum ζ vel λ vel l versus sita non in ipsa retina V, sed vel post eam in υ vel ante eam in v repraesentabuntur radiique in his punctis se decussantes in ipsa retina circellos siue maiores siue minores referent atque nunc totum negotium huc reducitur, vt hi circelli quam minimi euadant, quia hoc modo in oculo minima confusio producetur. Primum igitur videndum est, quanti huiusmodi circuli a punctis intra ζ et λ sitis in retina oriantur et quinam eorum futurus sit maximus, quoniam enim hi circelli partim a distantia a puncto ζ, partim a radiorum obliquitate pendent, quae a λ versus ζ progrediendo continuo crescit; facile intelligitur, ex puncto quodam medio, puta ω, maximum circellum oriri, quandoquidem tam ex ipso puncto L, vbi obliquitas est nulla, quam ex puncto ζ nullus talis circellus orietur. Deinde a ζ ad l regrediendo continuo maiores huiusmodi circelli orirentur, ita, vt radii ex ipso puncto l emissi ab hac parte maximum circellum gignant; ex quo manifestum est, si punctum ζ ita fuerit assumtum, vt maximi modo dicti circelli ex punctis ω et l orti fiant inter se aequales; tum confusionem in ipsa visione natam omnium fore minimam. Si enim punctum ζ propius ad ω moveretur; tum circellus quidem ab hac parte ortus fieret minor, alter vero ex puncto l ortus tanto maior euaderet; atque contrarium eueniret, si punctum ζ propius versus l caperetur. Vt igitur nunc tam locum puncti ζ, quam ei respondentis puncti ω inuestigemus; totum spatium $L\,l$, etsi id nostro casu parte $L\,\lambda$ est truncatum, in computum ducamus ponamusque breuitatis gratia $L\,l = f$, eritque ex principiis supra expositis $f = V\,x^2$ et $L\,\lambda = V\,y^2 = \varepsilon^2\,V\,x^2$.; vnde fit, vti initio commemorauimus, $\lambda\,l = (1 - \varepsilon^2)\,V\,x^2$. Praeterea vero vocemus spatia $L\,\zeta = \zeta$, et $L\,\omega = \omega$, et quia radii ex hoc puncto ω egressi supra retina maximum circellum producere ponuntur, ad hunc inueniendum obliquitatem radiorum in puncto hoc ω nosse oportet. Quia autem obliquitas in L est nulla, in l vero $= \mathfrak{B}\,x$ et in $\lambda = \varepsilon.\,\mathfrak{B}\,x$ euidens est, obliquitatem crescere in ratione subduplicata distantiae a puncto L; vnde obliquitas radiorum in ω erit $= \mathfrak{B}\,x.\,\sqrt{\frac{\omega}{f}}$.

Radii igitur ex ω egressi concurrent post oculum in puncto ȣ, ita, vt sit per principia supra satis stabilita $V\,ȣ = \frac{uu}{ll}\,\zeta\,\omega$, denotante u profunditatem oculi O V. Radiorum autem in hoc puncto ȣ concurrentium obliquitas ex iisdem principiis erit

$$= \frac{l}{u}.\,\mathfrak{B}\,x\,\sqrt{\frac{\omega}{f}};$$

ex quibus duobus momentis concluditur circelli in retina depicti radius $= \frac{u}{l}.\,\zeta\,\omega.\,\mathfrak{B}\,x\,\sqrt{\frac{\omega}{f}}$ et quia est $\zeta\,\omega = \zeta - \omega$, erit radius istius circelli

$$= \frac{u}{l}\,\mathfrak{B}\,x.\,(\zeta - \omega)\,\sqrt{\frac{\omega}{f}},$$

qui ergo vt maximus euadat, spatium ω ita assumi opor-

oportet, vt fiat $(\zeta-\omega)\sqrt{\omega}=$ maximo, quod euenit sumendo $\omega=\frac{1}{3}\zeta$; quocirca maximi huius circelli erit radius $=\frac{u}{l}\,\mathfrak{B}x.\frac{2}{3}\zeta.\sqrt{\frac{\zeta}{3f}}$. Nunc vero ex altera parte radii ex altero puncto l in oculum incidentes considerentur, qui ante retinam in puncto v colligentur, existente spatio $Vv=\frac{uu}{ll}.\zeta l=\frac{uu}{ll}(f-\zeta)$ ibique radiorum obliquitas erit $=\frac{l}{u}\,\mathfrak{B}x$; vnde circelli super retina depicti radius erit $=\frac{u}{l}(f-\zeta)\,\mathfrak{B}x$ qui consequenter radio prioris circelli inuenti aequalis statui debet; ex quo obtinebitur haec aequatio $f-\zeta=\frac{2}{3}\zeta\sqrt{\frac{\zeta}{3f}}$ ex qua interuallum ζ definiri oportet. Sumtis autem quadratis habebimus

$$f^2-2f\zeta+\zeta^2=\frac{4}{27}.\frac{\zeta^3}{f} \text{ siue}$$

$$f^3-2f^2\zeta+f\zeta^2-\frac{4}{27}\zeta^3=0.$$

quam perpendenti mox patebit diuisibilem esse per $f-\frac{1}{3}\zeta$ diuisione autem facta prodit

$$f^2-\frac{5}{3}f\zeta+\frac{4}{9}\zeta^2=0.$$

quae denuo per $f-\frac{1}{3}\zeta$ diuisa praebet $f-\frac{4}{3}\zeta=0$, quia vero bini priores factores hic locum habere nequeunt, quia absurdum foret esse $\zeta=3f$, vltimus factor nobis verum praebet interuallum $L\zeta=\zeta=\frac{3}{4}f$, ita, vt sit $l\zeta=\frac{1}{4}f$ et $L\omega=\omega=\frac{1}{4}f$ his valoribus inuentis circelli minimi in oculo descripti radius erit $=\frac{u}{4l}f.\mathfrak{B}x$ et cum sit $f=Vx^2$, erit iste radius $=\frac{u}{4l}V\mathfrak{B}.x^3$

Iam vero si in coelo circulum conspiceremus, cuius radius

radius apparens $= \Phi$, eius imago super retina etiam esset circulus, cuius radius $= u\,\Phi$ hoc ergo circulo illi aequali posito fit $\Phi = \frac{\sqrt{\mathfrak{B}x^3}}{4l}$ et singula imaginis nostrae puncta ab oculo cernentur tanquam maculae circulares, quarum semidiameter apparens fit $= \frac{\sqrt{\mathfrak{B}x^3}}{4l}$, quam expressionem supra nominauimus semidiametrum confusionis.

Coroll. 1.

§. 29. In hac solutione assumsimus, punctum ω intra λ et l cadere; si enim termino L propius esset, quam punctum λ, quoniam imago tantum per spatium $L\,l$ est diffusa, istud punctum ω prorsus non in computum venire posset, sed maximus circellus in oculo ex hac parte ab ipso puncto λ oriretur, atque pro hoc casu peculiaris solutio requiretur, quam mox sumus daturi.

Coroll. 2.

§. 30. Cum autem sit $L\omega = \frac{1}{4} L f = \frac{1}{4} L l$, pro termino autem λ sit $L\lambda = \varepsilon\varepsilon.\, L l$, punctum ω intra terminos l et λ cadet, quoties fuerit $L\omega > L\lambda$ ideoque quoties fuerit $\varepsilon < \frac{1}{2}$, quamobrem, quia in praxi ε semper assumitur $< \frac{1}{2}$, solutio problematis ad praxin vtique est accommodata.

Coroll. 3.

§. 31. Quoties igitur fuerit $\varepsilon < \frac{1}{2}$, tum certo affirmare licet ob foramen, quo speculum est pertusum,

ſum, confuſionem nullo modo imminui, ſed ſemper tantam eſſe, ac ſi ſpeculum eſſet integrum, totaque ſua ſuperficie radios reflecteret, ideoque aequatio generalis ſupra inuenta pro ſemidiametro confuſionis etiam pro ſpeculis valebit, ſi modo, vt ſupra iam inuenimus, loco formularum ad ſpecula pertinentium formulae ibi aſſignatae §. 23. ſubſtituantur.

Coroll. 4.

§. 32. Atque hinc etiam cognoſcimus, ſi teleſcopium ex meris lentibus conſtet, confuſionem neutiquam diminui, etiamſi lens obiectiua circa medium obtegatur, quemadmodum nonnulli auctores ſuaſerunt, ſed optimum remedium confuſionem diminuendi certo in hoc conſtat, vt lens ocularis circa marginem obtegatur, quippe quo pacto ipſe ſemidiameter confuſionis x diminuitur, et confuſio adeo in ratione triplicata minor redditur, cum e contrario, ſi lens circa medium obtegeretur, ne minima quidem confuſionis diminutio ſit exſpectanda, niſi forte pars obtecta ſemiſſem totius lentis ſuperet, quo pacto autem claritas niminum diminueretur.

Scholion.

§. 33. Sin autem ſemidiameter foraminis $y = \varepsilon . x$ ſemiſſem totius aperturae x ſuperet, ita, vt punctum ω inter L et λ cadat, problema noſtrum aliam ſolutionem poſtulat. Cum enim nunc ex parte $\zeta\lambda$ maximus circellus in oculo ab ipso puncto λ oriatur sitque $L\lambda = \varepsilon\varepsilon . f$ ob $Ll = f$ hincque spatium $\zeta\lambda = \zeta - \varepsilon\varepsilon . f$; spatiolum post oculum fiet $V\aleph = \frac{uu}{ll}(\zeta - \varepsilon\varepsilon . f)$ ibique radiorum obliquitas $= \frac{l}{u}\varepsilon . \mathfrak{B}x$, circelli hinc super retina formati erit radius $= \frac{u}{l} . \varepsilon(\zeta - \varepsilon\varepsilon . f)\mathfrak{B}x$. At ex altera parte a termino l nascitur in retina circellus, cuius radius $= \frac{u}{l}(f - \zeta)\mathfrak{B}x$ qui duo radii ob rationes ante allegatas inter se aequales sunt statuendi, ex quo consequimur $f - \zeta = \varepsilon\zeta - \varepsilon^3 f$ hincque $\zeta = \frac{f(1+\varepsilon^3)}{1+\varepsilon} = f(1 - \varepsilon + \varepsilon^2)$ hinc ergo erit $f - \zeta = \varepsilon(1-\varepsilon)f$ sicque semidiameter circellorum in retina erit $= \frac{u}{l} . \varepsilon(1-\varepsilon)f . \mathfrak{B}x = \frac{u}{l} . \varepsilon(1-\varepsilon)V\mathfrak{B}x^3$ consequenter hoc casu, quo $\varepsilon > \frac{1}{2}$, semidiameter confusionis erit $= \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{l}V\mathfrak{B}x^3$ qui casu praecedente, quo $\varepsilon < \frac{1}{2}$, erat $= \frac{V\mathfrak{B}}{4l} . x^3$; quamdiu ergo est $\varepsilon < \frac{1}{2}$ semper valet formula $\frac{V\mathfrak{B}}{4l}x^3$; quae etiamnum locum habet, si $\varepsilon = \frac{1}{2}$; verum statim ac fit $\varepsilon > \frac{1}{2}$, tum demum confusio diminui incipit, atque tandem prorsus euanescit, si fiat $\varepsilon = 1$. Quia autem claritas quoque diminuitur et tandem euanescit, hinc nullum plane lucrum in praxin redundare potest, siquis enim adhuc dubitet, vtrum loco lentis solidae, cuius radius sit p, non adhiberi posset limbus vitreus paris superficiei, cuius radius exterior sit $= q$ et interior $= \varepsilon q$, ita, vt sit $p^2 = q^2(1 - \varepsilon\varepsilon)$ atque confusio istius limbi minor euadat, hoc dubium nunc facile erit resoluere; a lente enim solida nascetur confusio vt $\frac{1}{4}p^3$;

ex

ex limbo autem vt $\varepsilon(1-\varepsilon)q^3$; vnde ob $p=q\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)}$, erit confusio ex lente solida nata ad confusionem ex limbo oriundam, vti $(1+\varepsilon)\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)} : 4\varepsilon$ quare cum sit per hypothesin $\varepsilon > \frac{1}{2}$ (quia altero casu $\varepsilon < \frac{1}{2}$ ne dubium quidem exsistere potest) posterius membrum 4ε manifesto erit maius, quam 2, at quia simul $\varepsilon < 1$, erit $1+\varepsilon < 2$ ideoque multo magis $(1+\varepsilon)\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)} < 2$, ex quo perspicuum est, prius membrum semper esse multo minus posteriore, siue confusionem limbi multum excedere confusionem lentis solidae.

Scholion 2.

§. 34. Cum autem pro vsu practico tuto sumere queamus $\varepsilon < \frac{1}{2}$, quo casu speculum obiectiuum perforatum aeque magnam gignit confusionem, ac si esset integrum, si in formula generali supra pro telescopiis exhibita, qua semidiameter confusionis exprimitur, loco duarum priorum lentium nostra specula introducamus, aequatio hinc nata sequenti modo se habebit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8 B^3 P} + \frac{\mu}{B^3 PQ} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\ - \frac{\mu}{B^3 C^3 PQR} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right) + \text{etc.} \end{array} \right.$$

vbi notari conuenit, si forte lentes post specula adhibitae ex vario vitro conficiantur; tum pro qualibet lente litteras μ et ν ex eo vitri genere sumi debere, ex quo lens fuerit facta.

Reliqua autem praecepta generalia pro constructione telescopiorum nullam mutationem ob specula requirent, exceptis iis tantum formulis, quibus tam margo coloratus tollitur, quam omnis confusio a diversa radiorum refrangibilitate oriunda ad nihilum redigitur. Cum enim in has formulas induxerimus pro singulis lentibus litteras N, N′, N″, N‴ etc. quae litterae proportionales sunt sumtae formulis differentialibus $\frac{dn}{n-1}$; $\frac{dn'}{n'-1}$ etc. si loco duarum priorum lentium specula substituantur, ob defectum refractionis istae binae litterae priores N et N′ nihilo aequales sunt censendae; quo obseruato omnibus illis formulis generalibus pro speculis perinde vti poterimus, atque in secundo libro est factum, dummodo quae circa distantias focales speculorum et circa duo interualla priora in capite praecedente sunt allata, probe obseruentur.

Scholion 3.

§. 35. Telescopia autem Catadioptrica huius generis sponte ad duo genera principalia reuocantur; siquidem supra vidimus, secundum speculum vel vltra focum primi constitui posse, vel intra eum, atque priori casu secundum speculum fore concauum, altero vero conuexum. Deinde cum pro priori casu hos limites pro secundi speculi distantia focali q inuenerimus

$$q < \varepsilon p \text{ et } q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}$$

exi-

existente primo interuallo $= (1 + \varepsilon) p$ cui secundum debet esse aequale tum vero

$$b = \varepsilon p \text{ et } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b - q} = \mathrm{B}$$

Quo hoc prius genus debite euoluamus, tres casus constitui conueniet; primo scilicet sumamus $q = \varepsilon p$;

$$\text{secundo } q = \frac{\varepsilon(1 + \varepsilon) p}{1 + 2\varepsilon} \text{ et tertio } q = \frac{\varepsilon(1 + \varepsilon)}{1 + 3\varepsilon} . p.$$

Pro altero vero genere secundum speculum intra focum prioris collocabatur, ita, vt esset

$$b = -\varepsilon p \text{ et } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b - q} = \frac{-q}{\varepsilon p + q} = \mathrm{B}$$

ibique cum distantia focalis q hoc casu euadat negatiua posito $q = -\mathfrak{q}$; hos ibidem dedimus limites

$$\mathfrak{q} > \varepsilon p \text{ et } \mathfrak{q} < \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)}{1 - 3\varepsilon} . p$$

vnde iterum tres casus euoluamus

Primo scilicet sumamus $q = -\varepsilon p$,

Secundo $q = \frac{-\varepsilon(1 - \varepsilon)}{1 - 2\varepsilon} . p$,

Tertio $q = \frac{-\varepsilon(1 - \varepsilon)}{1 - 3\varepsilon} . p$.

hoc autem casu erit interuallum primum $= (1 - \varepsilon) p$, cui etiam secundum aequale esse debet. Ceterum in priori genere erat $\frac{1}{P} = -\varepsilon$ ita, vt in primo statim interuallo reperiatur imago realis; in altero vero genere erat $\frac{1}{P} = \varepsilon$, ita, vt in primo interuallo nulla occurrat imago realis praeterea vero, vti iam monuimus, sumimus hic semper $\varepsilon < \frac{1}{3}$, vnde postremus adhuc casus considerari merebitur, quo scilicet sit $\varepsilon = \frac{1}{3}$, quoniam tum ſecundum ſpeculum planum accipere licebit; quocirca ſecundum hos ſeptem caſus haec teleſcopia Catadioptrica ſumus pertractaturi.

CAPVT III.