SECTIONIS TERTIAE.

CAPVT II.

DE TELESCOPIIS TERRESTRIBVS COMMVNIBVS EORVMQVE PERFECTIONE.

Definitio.

325.

Character huiusmodi telescopiorum in hoc consistit, quod radii per duas priores lentes transmissi iterum inter se fiant paralleli, ita, vt haec telescopia ex duobus tubis astronomicis sint composita.

Coroll. I.

326. Cum haec telescopia ex quatuor lentibus constent, quarum tam binae priores, quam binae posteriores secundum rationem tuborum astronomicorum sibi sunt iunctae; multiplicatio telescopii est in ratione composita ambarum multiplicationum, quas ambo isti tubi astronomici producerent.

Coroll.

Coroll. 2.

327. Scilicet si lentis primae ponatur distantia focalis $= p$; secundae $= q$; tertiae $= r$ et quartae $= s$ binae priores lentes ad interuallum $= p + q$ dispositae multiplicationem praebent $= \frac{p}{q}$; binae posteriores vero ad interuallum $= r + s$ dispositae multiplicationem $= \frac{r}{s}$; telescopium compositum multiplicationem producet $= \frac{pr}{qs}$.

Scholion I.

328. Statim ab initio binae lentes posteriores inter se factae sunt aequales et quidem eiusdem distantiae focalis, ac lens secunda, quae tres lentes oculares vocari solent, ita, vt tum tubus posterior nullam plane multiplicationem producat ob $r = s = q$. Quanto autem interuallo hi duo tubi siue lentes secunda et tertia a se inuicem debeant esse remotae, auctores non satis definiunt; plerumque autem hoc spatium fieri iubent $= 2q$ ita, vt cum etiam sit $r = s = q$ tota longitudo futura sit $= p + 5q$. Deinde autem artifices obseruarunt, haec telescopia meliorem effectum producere, si tres lentes posteriores continuo certa ratione diminuantur, id quod egregie conuenit cum iis, quae supra de hoc telescopiorum genere annotauimus, vbi non solum multo maiorem campum, iis conciliauimus, quam vulgaris constructio suppeditat, sed etiam id inprimis effecimus, vt margo colo-

coloratus penitus euanesceret. Quocirca praecepta pro constructione ante inuenta hic ordine proponi conueniet:

Constructio Telescopiorum terrestrium ex quatuor lentibus compositorum pro quauis multiplicatione m.

Quanta statui debeat lentis obiectiuae distantia focalis deinceps definiemus, quando pro singulis lentibus sequentibus numeros λ, λ', λ'', λ''' assignauerimus.

I. Si igitur $p = \alpha$ denotet distantiam focalem lentis obiectiuae, eius figuram vtique ex numero $\lambda = 1$ peti conueniet, ita, vt si ratio refractionis sit $n = 1,55$ habeatur

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{p}{\sigma} = 0,6144.\,p. \\ \text{poster.} = \frac{p}{\varrho} = 5,2439.\,p. \end{cases}$$

pro eius apertura semidiameter hactenus posita est $\frac{m}{50}$ dig. Sin autem vel maior claritas desideretur vel minor sufficiat, loco 50 vel numerus maior vel minor assumi poterit.

Interuallum lentis secundae a prima debet esse $= p + q$, vbi valor ipsius q mox indicabitur.

II. Pro lente secunda si eius distantia focalis ponatur $= q$, in superiore capite vidimus, sumi conuenire $q = \frac{p}{k}$ existente $k = -m + \sqrt{2\,m\,(m-1)}$ et quia pro eius apertura debet esse $\omega = \frac{-(1+k)(m+k)}{m(m-1)}$ qui valor pro maioribus multiplicationibus erit circiter $\omega = -\frac{r}{5}$, vnde cum haec apertura non ſit maxima, etiam non opus eſt, vt haec lens fiat vtrinque aeque conuexa ſed ſufficiet, vt pro ea ſumatur $\lambda' = 1$ vnde huius lentis conſtructio erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{q}{\varrho} = 5,2439 \cdot q \\ \text{poſter.} = \frac{q}{\sigma} = 0,6144 \cdot q \end{cases}$$

Et aperturae ſemidiameter ſi capiatur $= \frac{1}{4}\frac{q}{\sigma}$ conditioni praeſcriptae ſatisfaciet.

Diſtantia autem tertiae lentis a ſecunda, quae ſupra eſt poſita $= \eta\, a$, definita eſt

$$\eta = \frac{k+1}{k^2} + \frac{\vartheta \sqrt{m(m-1)}}{k^2 \sqrt{2}}$$

vbi numerus ϑ arbitrio noſtro relinquitur, quem autem neque multo maiorem neque minorem vnitate ſumi conueniet.

III. Pro tertia lente quoniam ea maximam aperturam recipere debet ob $i = 1$, ideoque vtrinque aeque conuexa confici debet, erit $\lambda'' = 1,6299$ et cum eius diſtantia focalis ſit $r = \frac{\vartheta p}{k}$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10\, r$ cuius pars quarta dabit ſemidiametrum aperturae.

Ab hac lente diſtantia ad quartam eſt

$$= r + s = \vartheta\, a\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right).$$

IV. Quia quarta lens etiam maximam aperturam admittere ideoque etiam vtrinque aequaliter conuexa vexa esse debet, pro ea etiam erit $\lambda''' = 1,6299$; vnde cum eius distantia focalis sit $s = \frac{\theta\alpha}{\sqrt{m}}$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10. s$ et $\frac{1}{4}s$ dabit semidiametrum eius aperturae, tum vero distantia ab hac lente ad oculum erit

$$= \frac{s}{Mm} = \frac{s.\, m-1}{\sqrt{2m(m-1)}} = \frac{s\sqrt{m-1}}{\sqrt{2m}}.$$

V. Hocque telescopium campum ostendet, cuius semidiameter est $\Phi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}}.\,\xi$ seu in mensura angulorum $\Phi = \frac{1217}{\sqrt{m(m-1)}}$ min.

VI. Tota autem huius instrumenti longitudo ad oculum vsque erit

$$= \left(\frac{(k+1)^2}{k^2} + \frac{\theta.\, m-1.\sqrt{2}\,(m-1)}{k^2\sqrt{m}}\right)p.$$

VII. Pro distantia autem focali p, si desideretur claritas $y = \frac{1}{50}$ dig. et pro gradu distinctionis $k = 50$, vt sit $kx = m$ ob litteram μ parum ab vnitate deficientem debebit sumi in digitis

$$p = m\sqrt[3]{m}\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{1,6290}{\theta^3}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)\right)$$

ac si tam minore claritate, puta $y = \frac{1}{70}$ et minore gradu distinctionis puta $k = 35$ acquiescere velimus, iste valor ipsius p ad semissem redigi poterit.

Exemplum.

329. Si huiusmodi telescopium tantum nouies multiplicare debeat, vt sit $m = 9$, reperietur $k = 3$

 hinc-

hincque $q = \frac{p}{3}$; $r = \frac{\theta p}{3}$ et $s = \frac{\theta p}{9}$; vnde erit totius telescopii longitudo $= (\frac{16}{9} + \frac{32}{27}\vartheta)p$ et semidiameter campi $= 2° 23'$.

Tum vero distantia focalis p ita assumi debebit

$$p = 9\sqrt[3]{9\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1,6299}{\theta^3}\right)}$$

sumto ergo $\vartheta = 1$, vt longitudo fiat $= \frac{80}{27}p$, seu propemodum $= 3p$ colligetur $p = 9\sqrt[3]{18,5196}$. seu propemodum $p = 24$ dig. vnde longitudo tota $= 72$ dig. $= 6$ ped.; quae longitudo, vti animaduertimus, ad semissem reduci posset.

Scholion 2.

330. Verum etiam longitudo trium pedum pro tam exigua multiplicatione enormis videbitur, praecipue cum vulgo eiusmodi telescopia circumferantur multo breuiora magisque amplificantia. At praecipua caussa huius longitudinis in campo apparente est sita, quem maximum producere sumus conati, qui sine dubio multo maior est, quam in vulgaribus eiusmodi instrumentis deprehenditur. Interim tamen destructio marginis colorati non parum ad longitudinem confert perinde ac insignis claritatis et distinctionis gradus, qui nobis erat propositus, ex quo instrumenta secundum haec praecepta parata plurimum antecellent iis, quae vulgo circumferuntur et quae plerumque tot tantisque vitiis laborant, vt in praxi vix tolerari queant. Non mediocriter autem eorum longitudo

gitudo diminui posset, si loco lentis obiectiuae siue lens duplicata siue etiam triplicata, quales supra ex principio minimi sunt inuentae, substituantur; siquidem tum valor ipsius λ priori casu ad $\frac{1}{5}$, posteriore vero ad $\frac{1}{24}$ reduceretur; ita, si in nostro exemplo λ fuisset $= \frac{1}{5}$ inuenissemus $p = 20$ dig. et telescopii longitudo adhuc ad 5 pedes excreuisset. Sin autem lente obiectiua triplicata vsi essemus, vt fuisset $\lambda = \frac{1}{24}$ prodiisset $p = 19\frac{1}{3}$ dig. vnde patet, a lentibus illis duplicatis et triplicatis, quales supra sunt descriptae atque adeo a lentibus perfectis, vbi foret $\lambda = 0$, haud notabile decrementum longitudinis exspectari posse, saltem pro minoribus multiplicationibus, vbi post signum radicale cubicum termini λ sequentes admodum sunt notabiles pro maioribus autem multiplicationibus maius lucrum esset futurum, quod vix tamen ad semissem redire posset. Quare pro hac specie telescopiorum praecipue in id est incumbendum, vt lens obiectiua ita duplicetur vel triplicetur vt non solum confusio ab ipsa oriunda, sed et ea, quae a sequentibus lentibus omnibus nascitur, ad nihilum redigatur, tum enim distantiam p maiorem statui non erit necesse, quam apertura ob claritatem requisita postulat; quem casum in sequente problemate ita euoluamus, vt exiguum spatium intra lentes priores admittamus.

Problema 2.

331. In hac telescopiorum specie loco lentis obiectiuae eiusmodi binas lentes ex eodem vitro parandas substituere, vt omnis confusio etiam a reliquis lentibus oriunda ad nihilum redigatur, sicque his telescopiis minima longitudo concilietur.

Solutio.

Cum igitur hic habeantur quinque lentes, statuamus nostras fractiones $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$; $\frac{\gamma}{d} = -R$ et $\frac{\delta}{e} = -S$. Quarum litterarum prima P proxime erit $= 1$; secunda Q erit negatiua $= -k$; tertia R etiam erit $= 1$, sed ita tamen, vt interuallum tertium $\gamma + d$ fiat quantitas finita, scilicet $\eta\,\alpha$; denique vero erit $S = -k'$, ita, vt nostra elementa futura sint

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = -\frac{B\alpha}{Pk};\ d = \frac{BC\alpha}{PkR} = -\infty$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk} = \infty;$$

$$\delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};\ e = \frac{BCD\alpha}{PkRk'} = \frac{BCD\alpha}{m}.$$

Hincque interualla

1°. $\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right) = \frac{\alpha}{50}$ vti supra iam assumsimus, ita vt sit $P = 1\frac{1}{49}$.

2°. $\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$;

3° $\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 - \frac{1}{R}\right) = \eta\,\alpha$ vbi scilicet est $C = \infty$, hincque $\frac{1}{R} = 1 + \frac{\eta Pk}{BC}$.

4°. quia

4°. quia erat $C = \infty$ debet esse D infinite paruum, ita, vt sit $CD = -\vartheta$ eritque hoc interuallum $\delta + e = -\frac{B\theta\alpha}{PkR}(1 + \frac{1}{k'})$; existente multiplicatione $m = PkRk'$ seu proxime $m = kk'$. Quia autem fieri posset, vt distantiam α negatiuam capi expediret, statuamus primum interuallum $\alpha + b = \zeta\alpha$ fietque $P = \frac{1}{1-\zeta}$, vbi notandum, si α esset quantitas negatiua, tam ζ quam η negatiue accipi debere, semper autem necesse erit, vt sit $-B\alpha > 0$ seu $B\alpha < 0$ et $\vartheta > 0$, vti initio iam assumsimus, vbi posuimus $CD = -\vartheta$. Cum nunc pro campo apparente sit $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$ statuamus $\pi = -v\xi$; $\pi' = \omega\xi$; $\pi'' = -\xi$ et $\pi''' = \xi$, vt sit $\Phi = \frac{v + \omega + 2}{m-1}\xi = M\xi$ existente $M = \frac{v + \omega + 2}{m-1}$; ex quibus pro loco oculi colligimus $O = \frac{e}{Mm}$, existente $e = \frac{-B\theta\alpha}{m}$; consideremus nunc nostras formulas fundamentales.

1°. $\mathfrak{B}v = (P - 1)M$

2°. $\mathfrak{C}\omega = -(1 + Pk)M - v$

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - v - \omega$

de quibus obseruari oportet fore primam $\mathfrak{B}v = \frac{\zeta}{1-\zeta}M$; sicque valor v ob duplicem causam fiet quantitas minima, ita, vt etiam mv adhuc sit valde paruum. Pro secunda autem, quia est $C = \infty$ erit $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 1 - \frac{1}{C}$; pro tertia autem, quia est $D = 0$ seu potius $D = \frac{-\theta}{C}$ erit $\mathfrak{D} = \frac{-\theta}{C-\theta} = \frac{-\theta}{C}$ deinde etiam hic recordari oportet esse R =

$$R = \frac{BC}{BC + \eta Pk} = 1 - \frac{\eta Pk}{BC}$$

quia igitur ex secunda aequatione ob

$$\mathfrak{C} = \frac{C}{1+C} \text{ est } \omega = -(1 + Pk) M (1 + \tfrac{1}{C}) - v (1 + \tfrac{1}{C}),$$

si hic valor in tertia aequatione substituatur, erit

$$-\frac{\theta}{C} = -(1 + Pk) M + \frac{\eta P^2 k^2 M}{BC}$$
$$- v + (1 + Pk) M (1 + \tfrac{1}{C}) + v (1 + \tfrac{1}{C})$$

vbi cum termini finiti se mutuo destruant, ex infinite paruis concluditur fore

$$\vartheta = -\frac{\eta P^2 k^2 . M}{B} - (1 + Pk) M - v$$

vnde fit

$$\eta = -\frac{(1 + Pk) B}{P^2 k^2} - \frac{B \theta}{P^2 k^2 M} - \frac{B v}{P^2 k^2 M}$$

vbi terminus vltimus tuto omitti potest.

Destructio porro marginis colorati postulat hanc aequationem

$$0 = \frac{v}{P} + \frac{\omega}{PQ} + \frac{1}{PQR} + \frac{1}{PQRS}$$

quae pro nostro casu fit

$$0 = v - \frac{\omega}{k} - \frac{1}{k} + \frac{1}{kk'}$$

vnde neglecto termino primo deducitur $k' = \frac{1}{\omega + 1}$; et ob $m = P k k'$ erit $m = \frac{Pk}{\omega + 1}$.

Cum autem sit $\omega = -(1 + Pk) M$ et $M = \frac{\omega + 2}{m - 1}$ neglecto termino v fiet $(m - 1)\omega = -(1 + Pk)(\omega + 2)$ hincque $\omega = \frac{-2(1 + Pk)}{m + Pk}$, atque $M = \frac{2}{m + Pk}$. Quare cum

cum sit $m = \frac{Pk}{\omega + 1}$ substituto valore ipsius ω obtinemus $m - \frac{2m(1+Pk)}{m+Pk} = Pk$; hincque

$$mm - 2m = P^2k^2 + 2Pkm,$$

quae m^2 vtrinque addito praebet

$$2m(m-1) = (Pk+m)^2 \text{ ideoque}$$

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}.$$

Hoc ergo valore pro Pk assumto, pro campo apparente adipiscemur maximum valorem, qui erit $\Phi = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}\,\xi$ et in mensura angulorum ob $\xi = \frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min. Nunc autem praecipuum opus superest in eo consistens, vt binae priores lentes ita definiantur, vt formula pro semidiametro confusionis inuenta penitus euanescat, vnde sequens aequatio erit resoluenda:

$$0 = \lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{\lambda''}{B^3Pk} - \frac{\lambda'''}{B^3\theta^3Pk} - \frac{\lambda''''}{B^3\theta^3 m} \text{ seu}$$

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3P} - \frac{\lambda''}{B^3Pk} - \frac{\lambda'''}{B^3\theta^3Pk} - \frac{\lambda''''}{B^3\theta^3 m} - \frac{\nu}{\mathfrak{B}BP}$$

in qua aequatione vt ante iam vidimus sumi potest $\lambda'' = 1$ et quia duae postremae lentes debent esse vtrinque aequaliter conuexae, erit pro vitro communi $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$. Ex hac vero aequatione vel λ vel λ' definiri debet, prouti coefficiens ipsius λ' maior est vnitate, siue minor. Ceterum notandum est, omnes quantitate hic praeter litteras B et $\mathfrak{B}$ satis esse determinatas, ita, vt in hoc negotio tantum litterae B et $\mathfrak{B}$ arbitrio nostro permittantur; in quo duo casus sunt perpendendi, alter, quo $\mathfrak{B}$ est fractio vnitate maior,

 ior,

ior, puta $\frac{1+i}{i}$; alter vero, quo eſt vnitate minor, puta $= \frac{i}{1+i}$.

Primo ſit $\mathfrak{B} = \frac{1+i}{i}$ erit $B = -1-i$ ideoque numerus negatiuus, quo ergo caſu α debet eſſe poſitiuum ſeu prima lens conuexa, ſecunda vero concaua, pro qua valor λ' determinari debet, et quidem ex hac aequatione

$$\lambda' = \frac{(1+i)^3 P\lambda}{i^3} + \frac{\lambda''}{i^3 k} + \frac{\lambda'''}{i^3 \theta^3 k} + \frac{P\lambda''''}{i^3 \theta^3 . m} + \frac{(1+i)\nu}{i^2}$$

vbi ſumto $\lambda = 1$ euidens eſt λ' fieri vnitate maius.

At ſecundo ſi ſit $\mathfrak{B} = \frac{i}{1+i}$ erit $B = i$ ideoque poſitiuum; vnde diſtantia α fiet negatiua ſiue prima lens concaua, ſecunda vero conuexa, quo caſu numerus λ definiri oportet per hanc aequationem:

$$\lambda = \frac{(1+i)^3 \lambda'}{i^3 P} + \frac{\lambda''}{i^3 P k} + \frac{\lambda'''}{i^3 \theta^3 P k} + \frac{\lambda''''}{i^3 \theta^3 m} + \frac{(1+i)\nu}{i^2 P}$$

atque hic ſumi poterit $\lambda' = 1$; λ vero vnitate maius fiet.

Perſpicuum igitur eſt, ſimili fere modo, quo in priore caſu λ' definitur, in ſecundo caſu litteram λ definiri, propterea quod proxime eſt $P = 1$; quandoquidem inuenimus $P = \frac{1}{1-\zeta}$, vbi notetur priore caſu, quo α eſt poſitiuum, ſumi poſſe $\zeta = \frac{1}{50}$, vt ſit $P = \frac{50}{49}$, eodemque modo etiam η erit poſitiuum, quemadmodum etiam noſtra formula poſito $B = -1-i$ declarat, ſcilicet $\eta = \frac{(1+Pk)(1+i)}{P^2 k^2} + \frac{(1+i)\theta}{P^2 k^2 M}$.

Pro

Pro altero autem casu, quo α est quantitas negatiua, sumi debet $\zeta = -\frac{1}{50}$, vt sit $P = \frac{50}{51}$; ob eandemque rationem etiam η fiet negatiuum, scilicet

$$\eta = -\frac{i(1+Pk)}{P^2k^2} - \frac{\theta i}{P^2k^2M}.$$

Coroll. 1.

332. Cum tollendo marginem coloratum peruenerimus ad hanc aequationem

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)},$$

qua ob P datum, valor ipsius k determinatur, hinc habebimus

$$M = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ et } \omega = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ atque hinc}$$

$$\eta = \frac{-(1+Pk)B}{P^2k^2} - \frac{B\theta\sqrt{2m(m-1)}}{2P^2k^2}.$$

Coroll. 2.

333. Cum sit $C = \infty$, $D = 0$ et $CD = -\vartheta$, fient nostra elementa

$$b = \frac{-\alpha}{P};\ c = \frac{-B\alpha}{Pk};\ d = \infty;\ e = \frac{-B\theta\alpha}{m};$$

$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \infty;\ \delta = \frac{-B\theta\alpha}{Pk};$$

hincque distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = \frac{-B\alpha}{Pk};\ s = \delta = \frac{-B\theta\alpha}{Pk};\ t = \frac{-B\theta\alpha}{m}$$

tum vero lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right) = \zeta\alpha;\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = \eta\alpha;\ \delta + e = -B\vartheta\alpha\left(\frac{1}{Pk} + \frac{1}{m}\right)$$

ac denique diſtantia oculi $O = \frac{-B\theta\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{2m^2}$ vbi notetur, litteram ϑ arbitrio noſtro permitti, quo caueri poterit, ne vltimae lentes fiant nimis paruae.

Coroll. 3.

334. Ex his perſpicitur, quo maior capiatur littera B, eo maius prodire ſecundum interuallum cum ſequentibus, hincque longitudinem teleſcopii eo magis augeri; at littera B eo maior euadit, quo propius littera $\mathfrak{B}$ ad vnitatem accedit; ſiue enim ſit $\mathfrak{B} = \frac{1+i}{i}$ ſiue $\mathfrak{B} = \frac{i}{1+i}$, aucto numero i augetur numerus B; quare cum littera $\mathfrak{B}$ etiam nunc arbitrio noſtro permittatur, neutiquam expediet, eam vnitati nimis propinquam ſtatui, neque tamen etiam conueniet pro i numerum valde paruum aſſumi, veluti dimidium vel fractionem adhuc minorem; tum enim ex vltima aequatione numerus vel λ vel λ' prodiret nimis magnus, ſcilicet adeo maior, quam 27. Vnde concluditur, numerum i ad minimum vnitate maiorem capi debere.

Coroll. 4.

335. Hic igitur commodum cum incommodo compenſatur; ſi enim i vnitate minus caperetur, obtineremus commodum breuitatis tubi; contra vero nimis magnus valor numeri λ vel λ' inſigne eſſet incommodum; ſin autem numerum i vnitate multo maio-

maiorem ſumeremus; obtineremus quidem commodum, vt λ vel λ' parum vnitatem excederent, contra vero tubus fieret nimis longus.

Coroll. 5.

336. Sin autem optio detur inter valores $\frac{1+i}{i}$ et $\frac{i}{1+i}$ pro $\mathfrak{B}$ aſſumendos, retinente i in vtroque eundem valorem; tunc λ vel λ' eundem fere valorem nanciſceretur. Verum priore caſu cum fiat $B = -1 - i$ longitudo tubi maior prodiret, quam altero caſu, quo eſſet $B = i$, quam ob rem ſemper conſultius eſt, poſteriorem caſum eligere, quo lens prima eſt concaua et ſecunda conuexa; quam priorem, vbi viciſſim lens prima eſſet conuexa, ſecunda vero concaua.

Scholion 1.

337. Quae quo clarius perſpiciantur, ponamus $i = 2$ et $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$, vt fiat $B = 2$ tum igitur erit $P = \frac{50}{51}$ et elementa noſtra ſequenti modo ſe habebunt; exiſtente α quantitate negatiua:

$$b = \frac{-51}{50}\alpha;\ c = \frac{-2\alpha}{Pk};\ d = -\infty;\ e = \frac{-2\theta\alpha}{m};$$

$$\beta = \frac{-2\alpha}{P} = \frac{-51.\alpha}{25};\ \gamma = \infty;\ \delta = \frac{-2\theta\alpha}{Pk}$$

exiſtente $Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$ tum vero diſtantiae focales erunt

$$p = \alpha;\ q = \frac{-51.\alpha}{-75};\ r = \frac{-2\alpha}{Pk};\ s = \frac{-2\theta\alpha}{Pk}\ \text{et}\ t = \frac{-2\theta\alpha}{m}$$

at interualla lentium

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\cdot\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{51}{25}\alpha - \tfrac{2\alpha}{Pk}$$

$$\gamma + d = \eta\alpha = \tfrac{-2(1+Pk)\alpha}{P^2k^2} - \tfrac{\theta\sqrt{2m(m-1)}}{P^2k^2}$$

$$\delta + e = \tfrac{-2\theta\alpha}{m} - \tfrac{2\theta\alpha}{Pk} = \tfrac{-2\theta\alpha}{Pkm}\sqrt{2m(m-1)}$$

et distantia oculi $O = \frac{-\theta\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{mm}$ quibus factis campi semidiameter erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min.

Pro apertura autem tertiae lentis notandum est, esse $\omega = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}}$, ita, vt si m sit numerus satis magnus fiat $\omega = -\frac{40}{17}$; vnde cum haec lens non maximam aperturam, sed minorem, quae sit ad maximam, vt $10 : 17$, requirat, sufficiet pro hac lente sumsisse $\lambda'' = 1$; quare si et $\lambda' = 1$ at $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$, pro lente obiectiua inueniemus

$$\lambda = \tfrac{27.51}{8.50} + \tfrac{3}{8Pk} + \tfrac{1,6299}{8\theta^3 Pk} + \tfrac{1,6290}{8\theta^3 m} + \tfrac{153\nu}{200}$$

existente $\nu = 0,2326$ pro refractione scilicet $n = 1,55$.

Hinc autem inuento numero λ, prima lens obiectiua concaua ita construi debet, vt fiat radius faciei anterioris $= \frac{\alpha}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}}$ posterioris vero $= \frac{\alpha}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda - 1}}$; existente $\varrho = 0,1907$. $\sigma = 1,6274$; $\tau = 0,9051$.

Pro secunda autem lente capi debebit radius faciei anter. $= \frac{2b}{2\varrho + \sigma}$ et posterioris $= \frac{2b}{2\sigma + \varrho}$; existente $b = -\frac{51}{50}\cdot\alpha$.

Pro

Pro tertia lente erit radius faciei anterioris $= \frac{e}{\varrho}$ et posterioris $= \frac{e}{\sigma}$; existente $\varrho = \frac{-2\alpha}{Pk}$.

Pro quarta vero lente radius vtriusque faciei $= 1, 10\, s$ et pro quinta lente radius faciei vtriusque $= 1, 10\, t$.

Ad mensuras vero absolutas inueniendas considere-retur in constructione lentium primae et secundae minimus radius, qui sit $= \mathfrak{m}\,\alpha$, cuius pars quarta $\frac{1}{4}\mathfrak{m}\alpha$ aequetur semidiametro aperturae ob claritatem requisitae, qui sit $\frac{m}{50}$ dig. hincque fit $\alpha = \frac{-2m}{25\mathfrak{m}}$ dig. quae mensura si forte det vltimas lentes nimis exiguas, vt supra vsu venit, tantum litterae ϑ tribuatur valor vnitate pro lubitu maior; cum hinc longitudo telescopii vix augeatur. Colligitur autem tota haec longitudo ad oculum vsque

$$= -\alpha\left(2\tfrac{3}{50} + \frac{2(1+2Pk)}{P^2k^2} + \frac{(m+Pk)^3\vartheta}{m^2P^2k^2}\right).$$

Exempl. I.

338. Si fuerit $m = 9$, erit $Pk = 3$ et $k = \frac{153}{50}$ ob $P = \frac{50}{51}$; vnde elementa telescopii erunt

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ \beta = -\tfrac{51}{35}.\alpha;\ c = -\tfrac{2\alpha}{3};$$
$$\gamma = \infty;\ d = -\infty;\ \delta = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{3};\ e = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{9};$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{17}{35}\alpha;\ r = -\tfrac{2}{3}\alpha;\ s = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{3};\ t = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{9};$$

et

et interualla

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{203}{75}\alpha;$$
$$\gamma + d = -\frac{(8+12\theta)}{9}\alpha;\ \delta + e = -\frac{8\theta\alpha}{9}$$

et diſtantia Oculi $O = -\frac{4\theta\alpha}{27}$.

Tum vero campi apparentis ſemidiameter

$$\Phi = 143 \text{ min.} = 2^\circ\, 23'.$$

Nunc vero habebimus

$$\lambda = 3,4425 + 0,04166 + \frac{0,09055}{\theta^3}$$
$$+\, 0,1779$$
$$3,6204$$
$$0,0416$$
$$\lambda = 3,6620 + \frac{0,09055}{\theta^3}.$$

Sumamus nunc $\theta = 1$. vt fiat $\lambda = 3,75255$;

$\lambda - 1 = 2,75255$ et $\tau.\sqrt{\lambda - 1} = 1,50162$

quare conſtructio lentis primae ita ſe habebit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{\alpha}{0,1258} = 7,9491.\alpha \\ \text{poſter.} = \frac{\alpha}{1,6923} = 0,5909.\alpha \end{cases}$$

Pro ſecunda autem lente erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{2b}{2,0088} = -1,0155.\alpha \\ \text{poſter.} = \frac{2b}{3,4455} = -0,5921.\alpha \end{cases}$$

Pro tertia autem lente erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{c}{0,1907} = -3,4959.\alpha \\ \text{poſter.} = \frac{c}{1,6274} = -0,4097.\alpha \end{cases}$$

Pro

Pro lente quarta

radius faciei vtriusque $= -0,7333.\alpha$

Pro lente denique quinta

radius faciei vtriusque $= -0,2444.\alpha$

Iam in duabus prioribus lentibus occurrit

radius minimus $= 0,5909\,\alpha$, vt fit

$m = 0,5909$, adeoque $\alpha = -\frac{72}{59,09}$ dig.

feu $\alpha = -1\frac{1}{4}$ dig.

Vnde fequens prodibit

Conftructio huius Telefcopii pro multiplicatione $m = 9$. lentibus ex vitro communi factis.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -9,93 \text{ dig.} \\ \text{pofter.} = -0,73 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius diftantia focalis $= -1\frac{1}{4}$ dig.

femidiameter aperturae $= 0,18$. dig.

diftantia ad lentem fecund. $= 0,025$. dig.

II. Pro fecunda lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1,27. \text{ dig.} \\ \text{pofter.} = 0,74. \text{ dig.} \end{cases}$

cuius diftantia focalis $= 0,85$ dig.

femidiameter aperturae vt ante $= 0,18$ dig.

diftantia ad lentem tertiam $= 3,38$ dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,37 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,51 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius diſtantia focalis $= + 0,83$ dig.

ſemidiameter aperturae $= 0,13$ dig.

diſtantia ad quartam $= 2,78$ dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 0,92$ dig.

cuius diſtantia focalis $= + 0,83$. dig.

ſemidiameter aperturae $= 0,23$ dig.

interuallum ad quintam $= 1,11$ dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei $= 0,30$ dig.

cuius diſtantia focalis $= 0,28$ dig.

ſemidiameter aperturae $= 0,07$ dig.

et diſtantia ad oculum $= 0,19$ dig.

ſicque tota inſtrumenti longit. $= 7,49$ dig.

et ſemidiameter campi $= 2° 23'$.

Hac ergo perfectione adhibita teleſcopium, quod ante erat 6 ped. reductum eſt ad $7\frac{1}{2}$ dig.

Exeml. II.

Exempl. II.

339. Si multiplicatio fit $m = 50$, erit $Pk = 20$ et $k = \frac{102}{5}$ vnde elementa nostra erunt

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ \beta = -\tfrac{51}{25}\alpha;\ c = -\tfrac{\alpha}{10};\ \gamma = \infty;$$
$$d = -\infty;\ \delta = -\tfrac{\theta\alpha}{10};\ e = -\tfrac{\theta\alpha}{25};$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{17}{25}\alpha;\ r = -\tfrac{\alpha}{10};\ s = -\tfrac{\theta\alpha}{10} \text{ et } t = -\tfrac{\theta\alpha}{25};$$

et interualla lentium

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{107}{50}\alpha;$$
$$\gamma + d = \tfrac{-(21+35\theta)\alpha}{200};\ \delta + e = \tfrac{-7\theta\alpha}{50};$$

atque distantia oculi $O = -\frac{7\theta\alpha}{250}$ et campi apparentis semidiameter erit $= 24\frac{1}{2}$ min.

Nunc vero prodibit

$$\begin{aligned} \lambda &= 3,4425 + \tfrac{0,0143}{\theta^3} \\ &\quad + 0,0063 \\ &\quad\ \ \underline{0,1779} \\ \lambda &= 3,6267 + \tfrac{0,0143}{\theta^3}. \end{aligned}$$

Sumatur nunc $\vartheta = 2$, eritque $\lambda = 3,6285$;

$$\lambda - 1 = 2,6285 \text{ et } \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,4674;$$

vnde fiet

I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{\alpha}{0,16000} = 6,2500.\ \alpha. \\ \text{poster.} = \frac{\alpha}{1,65581} = 0,6031.\ \alpha. \end{cases}$$

II. Pro

II. Pro secunda lente, vti ante

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,0155.\,\alpha \\ \text{poster.} = -0,5921.\,\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{c}{0,1907} = -0,5244.\,\alpha \\ \text{poster.} = \frac{c}{1,0274} = -0,0615.\,\alpha \end{cases}$

IV. Pro quarta lente

radius faciei vtriusque $= -0,2200.\,\alpha$

V. Pro quinta lente

radius faciei vtriusque $= -0,0880.\,\alpha$

Iam cum sit in duabus prioribus lentibus radius minimus $0,5921.\,\alpha$, erit

$m = 0,5921$, adeoque $\alpha = -\frac{400}{59,21}$ dig.

ita, vt capi posset $= -7$ dig.

Vnde sequens prodibit

Constructio huius Telescopii pro multiplicatione $m = 50$.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -43,75 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -4,22 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= -7$. dig.
semidiameter aperturae $= 1,05$. dig.
distantia ad lentem secundam $= 0,14$. dig.

II. Pro

II. Pro ſecunda lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 7, 11. \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 4, 14. \text{ dig.} \end{cases}$

cuius diſtantia focalis eſt 4, 76 dig.

ſemidiameter aperturae, vt ante, = 1 dig.

interuallum ad tertiam lentem 14, 98 dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3, 67. \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 0, 43. \text{ dig.} \end{cases}$

diſtantia focalis eſt 0, 7. dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 11 dig.

interuallum ad quartam = 3, 18 dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei = 1, 54 dig.

cuius diſtantia focalis eſt 1, 40 dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 38 dig.

interuallum ad quintam lentem = 1, 96 dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei = 0, 61 dig.

cuius diſtantia focalis = 0, 56 dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 14 dig.

diſtantia ad oculum = 0, 39 dig.

ſicque longitudo tota $= 20\frac{2}{3}$ dig. propemodum
et ſemidiameter campi $= 24\frac{1}{2}$ min.

Scholion 2.

340. Hoc ergo etiam poſtremum teleſcopium facile per tubos ductitios ita parari poteſt, vt commode quis ſecum id portare poſſit, cum lente illa concaua omiſſa hoc teleſcopium vltra viginti pedes excreuiſſet. Circa tubos autem ductitios hic notari oportet, dum ductus ad oculum accommodatur, ſolam lentem ocularem mobilem eſſe debere, reliquas vero lentes omnes in locis hic aſſignatis perpetuo conſiſtere debere, id quod in perpetuum de omnibus teleſcopiis, quae hic tractantur, eſt tenendum ceterum non opus eſt, vt perfectioni quam variae vitri ſpecies largiuntur, caput peculiare tribuamus, vt hactenus fecimus, ſed ſolutio praecedentis problematis paucis mutandis ad hunc ſcopum accommodari poteſt, vti in problemate ſequente oſtendemus.

Problema 3.

341. Si prima lens obiectiua concaua ex vitro chryſtallino paretur, dum reliquae ex vitro coronario conficiuntur, conſtructionem teleſcopii deſcribere, in quo non margo ſolum coloratus, ſed etiam tota confuſio a diuerſa radiorum refrangibilitate oriunda penitus deſtruatur.

Solutio

Solutio.

Hoc problema, vt hactenus fecimus, ex principiis ſupra ſtabilitis ſi reſoluere vellemus, omnia plane eodem modo ſe eſſent habitura, vti in problemate praecedente vsque ad eum locum, vbi marginem coloratum ſuſtulimus, atque etiam haec ipſa aequatio non eſſet diſcrepatura ab ea, quam in praecedenti problemate tractauimus, quoniam in ea prima lens non in computum venit, ita, vt hinc etiam eaedem determinationes obtinerentur atque hucusque litterae $\mathfrak{B}$ et B etiam nunc manſurae eſſent indeterminatae; iam autem demum vltimae aequationis, qua confuſio penitus e medio tollitur, ratio erit habenda et aequatio eo pertinens ſi pro prima lente formulam differentialem $\frac{dn}{n-1}$ littera N, pro ſequentibus autem lentibus litteris N′ denotemus per hasque aequationem diuidamus, habebimus

$$0 = \frac{N}{N'} - \frac{1}{\mathfrak{B}P} - \frac{1}{B\mathfrak{C}^2 Pk} - \frac{1}{BP\theta k} - \frac{1}{B\theta m}$$

in qua aequatione terminus tertius cum ſequentibus prae duobus primis tam ſunt exigui, vt ſine errore negligi queant, praecipue cum vti iam ſaepius notauimus, natura rei non permittat, vt haec aequatio adcurate reſoluatur, neque id etiam ſcopus noſter poſtulet. Quare ſumtis tantum duobns terminis prioribus colligemus $\mathfrak{B} = \frac{N'}{NP}$, ſcilicet ob hanc conditionem lentis primae e vitro chryſtallino parandae totum diſcrimen in reſolutione, in hoc tantum conſiſtit, vt nunc

nunc cum littera $\mathfrak{B}$ ante arbitrio noſtro manſiſſet relicta, definiatur; quocirca quia ex Dollondi experimentis habemus $N : N' = 10 : 7$ ac praeterea ſit $P = \frac{50}{51}$ conſequimur nunc $\mathfrak{B} = \frac{357}{500}$ qui valor proxime reducitur ad hanc $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; ſiue etiam $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$, qui eſt ipſe valor, quem in praecedentibus iam exemplis ipſi $\mathfrak{B}$ tribuimus; quicunque autem valor ipſi $\mathfrak{B}$ tribuatur, in aequationem vltimam, ex qua numerus λ definitur, leue quoddam diſcrimen ingreditur, cum enim nunc primus terminus per μ, ſequentes vero per μ' ſint multiplicandi, diuiſione per μ' facta haec aequatio fiet

$$\frac{\mu}{\mu'} \lambda = \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 Pk} + \frac{\lambda'''}{B^3 \theta^3 Pk} + \frac{\lambda''''}{B^3 \theta^3 \mathfrak{m}} + \frac{\nu'}{\mathfrak{B} B P}$$

vbi, vt ante, ſumi poteſt $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$, at quia lentes poſteriores ex vitro coronario, quo $n = 1,53$ conficiuntur, pro duabus poſtremis lentibus, quae vtrinque aequaliter conuexae eſſe debent, erit $\lambda''' = \lambda'''' = 1,60006$, litterae autem eo pertinentes erunt

$\mu' = 0,9875$; $\nu' = 0,2196$; $\varrho' = 0,2267$ et
$\sigma' = 1,6601$; $\tau' = 0,9252$.

Pro prima autem lente chryſtallina erit

$\mu = 0,8724$; $\nu = 0,2529$; $\varrho = 0,1414$;
$\sigma = 1,5827$ et $\tau = 0,8775$.

Coroll. I.

342. Nunc igitur demum intelligitur, cur praeſtet, primam lentem ex vitro chryſtallino parare, quam ſecun-

fecundam, fi enim prima eft chryftallina fit $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$ et $B = \frac{5}{2}$. Sin autem fecundam chryftallinam faceremus, foret $\mathfrak{B} = \frac{7}{5}$ et $B = -\frac{7}{2}$. Quare cum omnes fequentes diftantiae multiplicatae fint per B, eae ac propterea tota longitudo tubi prodiret pofteriore cafu maior, quam primo, idque in ratione 7: 5.

Coroll. 2.

343. Si difcrimen difperfionis ambarum vitri fpecierum minus effet, quam hic fecundum Dollondi experimenta affumimus; tunc fractio pro $\mathfrak{B}$ affumenda propius ad vnitatem accederet, indeque B maiorem nancifceretur valorem ficque inftrumentum longius euaderet; ex quo ad praxin plurimum expedit, vt duae vitri fpecies ratione difperfionis maxime inter fe differentes eligantur fiquidem hoc modo telefcopia multo breuiora redderentur.

Scholion.

344. Quoniam igitur hic primam lentem ex vitro chryftallino, reliquas ex coronario fieri affumimus, experimentis Dollondianis innixi ftatuamus $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, vt fit $B = \frac{5}{2}$ ac pofito $\vartheta = 2$, ne lens ocularis fiat nimis parua, elementa noftra fequenti modo fe habebunt:

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ c = -\tfrac{5\alpha}{2Pk};\ d = -\infty;\ e = -\tfrac{5\alpha}{m};$$

$$\beta = -\tfrac{51}{20}\alpha;\ \gamma = \infty;\ \delta = -\tfrac{5\alpha}{Pk};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{51}{70}\alpha;\ r = -\tfrac{5\alpha}{2Pk};\ s = -\tfrac{5\alpha}{Pk};\ t = -\tfrac{5\alpha}{m};$$

hincque interualla

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{51}{20}\alpha - \tfrac{5\alpha}{2Pk}$$

$$\gamma + d = \eta\alpha = -\tfrac{5(1+Pk)\alpha}{2P^2k^2} - \tfrac{5.\sqrt{2m(m-1)}\alpha}{2P^2k^2}$$

$$\delta + e = -\tfrac{5\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{mPk}$$

et diſtantia oculi $O = -\frac{5\sqrt{2m(m-1)}}{2m^2}\alpha$

exiſtente $Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$

tum autem ſemidiameter campi $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min.

Vt igitur hinc conſtructionem pro quauis multiplicatione m inueſtigemus, methodo iam ſaepius adhibita vtentes primo euoluamus caſum, quo $m = 25$ tum vero caſum, quo $m = \infty$.

Exemplum I.

345. Sit multiplicatio $m = 25$ ac reperietur

$\sqrt{2m(m-1)} = 34,64101$; hincque

$Pk = 9,64101$; vnde interualla ita ſe habebunt:

$\alpha + b = -0,02\alpha$; $\beta + c = -2,80930.\alpha$

$\gamma + d = -1,21770.\alpha$; $\delta + e = -0,71860.\alpha$

et diſtantia Oculi $= -0,13844.\alpha$

His

His praemissis quaeratur λ ex aequatione supra data et inuenietur

$$\lambda = 3,16815 + 0,007514 + 0,001502 + 0,000579 + 0,14198 \text{ seu}$$

$$\lambda = 3,31972; \text{ vnde fit } \tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,33648.$$

Hinc igitur si F et G denotent radios anterioris et posterioris faciei, habebimus

I. Pro prima lente chrystallina

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,3365} = \frac{\alpha}{0,2462} = 4,0617\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,3365} = \frac{\alpha}{1,4779} = 0,6766.\,\alpha$$

II. Pro secunda autem lente coronaria erit

$$F = \frac{5b}{5\varrho' + 2\sigma'} = \frac{5b}{4,4537} = -1,1451\,\alpha$$

$$G = \frac{5b}{5\sigma' + 2\varrho'} = \frac{5b}{8,7539} = -0,5826\,\alpha$$

quae constructio pro omni multiplicatione valet.

III. Pro tertia lente coronaria habebimus

$$F = \frac{c}{\varrho'} = \frac{c}{0,2207} = -\frac{11,0278.\alpha}{Pk} = -1,1438.\,\alpha$$

$$G = \frac{c}{\sigma'} = \frac{c}{1,6601} = -\frac{1,5059.\alpha}{Pk} = -0,1562.\,\alpha$$

vbi valores penultimi pro omni multiplicatione valent.

IV. Pro quarta lente itidem coronaria,

cuius distantia focalis $= s = -\frac{5\alpha}{Pk}$, erit

$$F = G = 1,06.\,s = -\frac{5,30.\alpha}{Pk} = -0,5497.\,\alpha$$

vbi valor penultimus pro omni multiplicatione valet.

V. Pro quinta lente etiam coronaria cuius distantia focalis est $t = -\frac{5\alpha}{m}$, erit

$$F = G = 1,06.\ t = -\frac{5,3\alpha}{m} = -0,212.\ \alpha$$

vbi iterum forma penultima pro omni multiplicatione valet.

Exemplum II.

346. Si sit multiplicatio m infinita seu praegrandis, erit $\sqrt{2m(m-1)} = m\sqrt{2} = 1,41421.m$ hincque $Pk = 0,41421\, m$; vnde interualla erunt

$$\alpha + b = -0,02\,\alpha;$$

$$\beta + c = -2,55\,\alpha - 6,0356.\tfrac{\alpha}{m};$$

$$\gamma + d = -26,6425.\tfrac{\alpha}{m};\quad \delta + e = -17,0712.\tfrac{\alpha}{m};$$

et distantia oculi $O = -3,5355.\frac{\alpha}{m}$.

His praemissis quaeratur λ ex aequatione data et habebitur

$$\lambda = 3,16815 + 0,14198 = 3,31013$$

vnde fit $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,3337$; quare habebitur

I. Pro prima lente

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,3337} = \frac{\alpha}{0,2490} = 4,0160.\ \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\rho + 1,3337} = \frac{\alpha}{1,4751} = 0,6779.\ \alpha$$

II. Secunda lens conuenit cum exemplo praecedente.

III. Pro tertia lente erit.

$$F = \frac{-11,0278.\alpha}{Pk} = -26,6237.\frac{\alpha}{m}$$

$$G = \frac{-1,5055.\alpha}{Pk} = -3,6357.\frac{\alpha}{m}$$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente erit

$$F = G = \frac{-5,3\alpha}{Pk} = -12,7955 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

V. Pro quinta denique lente

$$F = G = -5,3 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

Elementa autem ſequenti modo ſe habebunt:

$$b = -1,02\alpha;\ c = -6,0355 \cdot \frac{\alpha}{m};\ \delta = -12,0710 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

$$\beta = -2,55\alpha;\ \gamma = \infty;\ d = -\infty;\ e = -5 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

hincque diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -0,72857 \cdot \alpha;\ r = -6,0355 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

$$s = -12,0710 \cdot \frac{\alpha}{m};\ t = -5\,\frac{\alpha}{m}.$$

Exemplum III.

347. Ex collatione praecedentium exemplorum pro quauis multiplicatione maiore m conſtructionem huiusmodi teleſcopiorum deſcribere.

Primo elementa ſequenti modo expreſſa reperientur:

$$b = -1,02\alpha;\ \beta = -2,55 \cdot \alpha;$$

$$c = -\left(6,0355 + \frac{11,1750}{m}\right)\frac{\alpha}{m};\ \gamma = \infty;\ d = -\infty;$$

$$\delta = -\left(12,0710 + \frac{22,3500}{m}\right)\frac{\alpha}{m};\ e = -5 \cdot \frac{\alpha}{m};$$

Hincque diſtantiae focales:

$$p = \alpha;\ q = -0,72857 \cdot \alpha;\ r = -\left(6,0355 + \frac{11,1750}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

$$s = -\left(12,0710 + \frac{22,3500}{m}\right)\frac{\alpha}{m};\ t = -5 \cdot \frac{\alpha}{m};$$

 et

et interualla lentium

$$\alpha + b = -0{,}02\,\alpha;\ \beta + c = -2{,}55\,\alpha - \left(6{,}0355 + \frac{11{,}1750}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

$$\gamma + d = -\left(26{,}6425 + \frac{55}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

$$\delta + e = -\left(17{,}0710 + \frac{22{,}3500}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

et diſtantia oculi $O = -\left(3{,}5355 - \frac{1{,}8625}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$

et tandem ſemidiameter campi ſemper eſt

$$\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}\ \text{min.}$$

Lentium vero conſtructio ipſa ita ſe habebit:

I. Pro prima lente chryſtallina

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \left(4{,}0160 + \frac{1{,}14}{m}\right)\alpha \\ \text{poſter.} = \left(0{,}6779 - \frac{0{,}0325}{m}\right)\alpha \end{cases}$

II. Pro ſecunda lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1{,}1451.\,\alpha \\ \text{poſter.} = -0{,}5826.\,\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -\left(26{,}6237 + \frac{49{,}28}{m}\right)\frac{\alpha}{m} \\ \text{poſter.} = -\left(3{,}6357 + \frac{6{,}77}{m}\right)\frac{\alpha}{m} \end{cases}$

IV. Pro quarta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= -\left(12{,}7953 + \frac{23{,}68}{m}\right)\frac{\alpha}{m}$

V. Pro quinta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= -5{,}30.\,\frac{\alpha}{m}.$

Nunc

Nunc denique iudicandum restat, quantum valorem ipsi α tribui conueniat. Hunc in finem consideretur duarum priorum lentium radius minimus, qui est $-0,5826.\alpha$ cuius pars quarta $-0,1456.\alpha$ ponatur aequalis semidiametro aperturae $\frac{m}{50}$; indeque reperietur $\alpha = -\frac{m}{7,28}$; quo quidem valore quantitas α minor accipi non debet; quocirca sumatur $\alpha = -\frac{m}{7}$; atque obtinebitur sequens

Constructio huiusmodi Telescopiorum pro quauis multiplicatione m.

Posita igitur distantia focali $\alpha = -\frac{m}{7}$ dig. impetrabimus pro constructione quaesita sequentes mensuras.

I. Pro prima lente chrystallina

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (-0,5737.m - 0,16)\text{dig.} \\ \text{poster.} = (-0,0968m + 0,004)\text{dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= -\frac{m}{7}$ dig.

semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

interuallum ad lentem secundam $= 0,00286.m$ dig.

II. Pro secunda lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,1636.m \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,0832.m \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis est $= 0,10408.m$ dig.

semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

interuall. ad lentem tertiam $= (0,3643.m + 0,86 + \frac{1,6}{m})$dig.

III. Pro

III. Pro tertia lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (3,80 + \frac{7,04}{m}) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (0,52 + \frac{0,9}{m}) \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis est $(0,86 + \frac{1,6}{m})$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,13$ dig.

interuallum ad quartam $= (3,80 + \frac{14}{m})$ dig.

IV. Pro quarta lente coronaria

radius faciei vtriusque $= (1,82 + \frac{3,4}{m})$ dig.

cuius distantia focalis est $(1,72 + \frac{3,2}{m})$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,43$ dig.

interuallum ad quintam $= (2,44 + \frac{3,2}{m})$ dig

V. Pro quinta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= 0,76$. dig.
cuius distantia focalis $= 0,71$. dig.
semidiameter aperturae $= 0,18$ dig.
interuallum ad oculum $= (0,50 - \frac{0,2}{m})$ dig.

VI. Tota ergo, telescopii longitudo inde colligitur haec: $(0,3672.m + 7,60 + \frac{18,6}{m})$ dig. vnde patet, si $m = 100$, longitudinem instrumenti non esse superaturam $44\frac{1}{2}$ dig.

VII. Semidiameter denique campi apparentis erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min., qui ergo pro $m = 100$ fiet 12 minut.

Scho-

Scholion.

348. Haec ergo telescopia adhuc satis breuia forent, si modo in praxi lentes quam exactissime secundum mensuras praescriptas liceret elaborare et si etiam vtraque vitri species praecise eandem refractionem admitteret, quam hic supposuimus; perpetuo autem tenendum est, si vitri refractio discrepet ab ea, quam assumsimus, tunc totum calculum de nouo esse instituendum, qui scilicet ad formationem lentium spectat; deinde vero etiam haec regula probe est obseruanda, vt, quo minus felicissimum successum ab artifice exspectare queamus, mensurae hic praescriptae augeri atque adeo duplicari vel triplicari debeant; id quod commodissime fiet, si digiti mensuram multo maiorem accipiamus. Semper autem etiamsi artifex summam industriam adhibeat, vix vnquam sperandum erit, vt primum statim, quod produxerit, instrumentum voto respondeat; quin potius semper necesse erit, vt lentis primae concauae praesertim plura exempla elaborentur, vt ex iis optimum per experientiam eligi possit; quamuis enim eaedem mensurae retineantur; tamen semper vsu veniet, vt plura exempla omnia inter se aliquantillum discrepent. Quin etiam saepe consultum erit, ipsam mensuram pro constructione huius lentis aliquantillum immutare, ita tamen, vt eadem distantia focalis conseruetur, et pro quauis mensura aliquot exempla conficere, scilicet si ex theoria radii facierum anterioris et posterioris istius lentis in-

uenti fuerint F et G, hanc figuram saepe ita immutari conueniet, vt capiatur radius faciei anterioris $= F \mp F^2 \omega$ posterioris vero $= G \pm G^2 . \omega$, sumendo pro ω tantilla fractione, quae adhuc in praxi sentiri queat; tum enim in distantia focali nihil mutabitur. Denique etiam quaedam monenda restant circa diaphragmata in huiusmodi telescopiis vsurpanda, quia enim in iis duae imagines reales reperiuntur in vtriusque loco etiam diaphragma constitui poterit, cuius apertura ipsam illam imaginem capere debet. Primae autem imaginis semidiameter est

$$= \alpha \Phi B = B \alpha M \xi = \tfrac{1}{4} M B \alpha.$$

est vero M in nostro casu $= \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}$ et $B = \frac{5}{2}$ adeoque iste semidiameter erit $= \frac{5 . \alpha}{4 \sqrt{2m(m-1)}}$ sumtoque $\alpha = \frac{m}{7}$, vt ante, semidiameter iste erit

$$= \frac{5m}{28 \sqrt{2m(m-1)}} = \frac{5}{28 \sqrt{2}} = \tfrac{1}{8} \text{ dig.}$$

nisi m sit numerus paruus. Secundae autem imaginis semidiameter est $= \alpha \Phi . BCD = \alpha \Phi B \vartheta$; quarecum sumserimus $\vartheta = 2$ posterius diaphragma aperturam habere debet cuius semidiameter sit duplo maior, quam antecedens, scilicet $\frac{1}{4}$ dig. a quo vero nullus vsus exspectari poterit, cum postremae lentes ipsae multo minorem aperturam postulent, ita, vt solum diaphragma prius vtilitatem habere possit, cui etiam, si libuerit, micrometrum adplicari poterit.

SECTIO-