LIBRI SECVNDI, DE CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM SECTIO TERTIA.

DE TELESCOPIIS TERTII GENERIS, QVIBVS OBIECTA ITERVM SITV ERECTO REPRAESENTANTVR.

CAPVT I.

DE TELESCOPIIS SIMPLICIORIBUS TERTII GENERIS EX VNICA VITRI SPECIE PARATIS.

Problema I.

294.

Telescopium simplicissimum huius generis, quod tribus tantum constat lentibus construere, quod obiecta secundum datam rationem aucta et situ erecto repraesentet.

Solutio.

Pro duobus interuallis, quae hic occurrunt, ponamus vt semper fractiones $\frac{\alpha}{b} = -P$ et $\frac{\beta}{c} = -Q$ et quia hic duae imagines reales habentur, quarum altera in prius interuallum cadens est inuersa, altera vero in posterius interuallum cadens erecta, ita, vt sit semidiameter illius $= \alpha \Phi$, huius vero $= B \alpha \Phi$; ambae litterae P et Q debent esse negatiuae, vnde statuamus $-P = k$ et $-Q = k'$, vt sit multiplicatio $m = kk'$. Hinc elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \frac{B\alpha}{k} \text{ et } c = \frac{B\alpha}{kk'}$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{\mathfrak{B}\alpha}{k} \text{ et } r = \frac{B\alpha}{kk'} = \frac{B\alpha}{m}$$

tum vero bina interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 + \frac{1}{k}\right);\ \beta + c = \frac{B\alpha}{k}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

quae per se sunt positiua, siquidem esse debet $B > 0$ ideoque et $\mathfrak{B}$. Pro campo porro apparente cum sit eius semidiameter $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$; ponamus $\pi = -i\xi$ et $\pi' = \xi$, denotante ξ maximum valorem, quem litterae π et π' recipere possunt et i fractionem vnitate minorem eritque $\Phi = \frac{i+1}{m-1} \cdot \xi$ atque hinc pro loco oculi fiet

$$O = \frac{\pi'}{\Phi} \cdot \frac{r}{m} = \frac{m-1}{i+1} \cdot \frac{B\alpha}{mm}$$

quae

quae diſtantia etiam per ſe eſt poſitiua. His poſitis aequationes pro litteris π, π' ſupra datae dabunt

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = k; \text{ ſeu}$$

$$\mathfrak{B}.\frac{-i(m-1)}{i+1} = k + 1 \text{ vnde}$$

$$i = \frac{-k-1}{k+1+(m-1)\mathfrak{B}}$$

qui valor debet eſſe vnitate minor. Cum igitur hinc valor ipſius i neceſſario ſit negatiuus et vnitate minor, erit campi ſemidiameter

$$\Phi = \frac{\mathfrak{B}\xi}{k+1+(m-1)\mathfrak{B}},$$

qui certe eo minor eſt, quam $\frac{\xi}{m-1}$, quo k eſt maius et quo minus eſt $\mathfrak{B}$. Quo igitur campum maiorem obtineamus, in id eſt incumbendum, vt litterae k quam minimus, litterae $\mathfrak{B}$ vero quam maximus valor concilietur; at cum ſit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ et debeat eſſe $B > 0$ hinc euidens eſt, $\mathfrak{B}$ non vltra vnitatem augeri poſſe. Caſu autem quo ſit $\mathfrak{B} = 1$ fit $\Phi = \frac{\xi}{k+m}$. Tum vero ob $B = \infty$ longitudo tubi fieret infinita. Diminutio vero numeri k quum parum conferat ad campum augendum; videamus nunc etiam an margo coloratus deſtrui poſſit, quem in finem eſſe deberet

$$0 = \frac{\pi}{\Phi}.\frac{b}{p} + \frac{\pi''}{\Phi}.\frac{c}{Bp}$$

$$0 = -i.\frac{1}{k} + \frac{1}{kk'}$$

quae aequatio ob $i < 0$ nullo modo ſubſiſtere poteſt;

 vnde

vnde haec telescopiorum species vitio marginis colorati quam maxime laborabit. Ceterum pro semidiametro confusionis habebimus hanc aequationem

$$\frac{\mu m x^3}{\alpha^3}\left(\lambda + \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) + \frac{\lambda''}{B^3 . m}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vnde colligitur

$$\alpha = k x \sqrt[3]{\mu m \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\lambda''}{B^3 . m} \\ + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}k} \end{array} \right\}}$$

qui sumto $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$ abit in hunc valorem

$$\alpha = m \sqrt[3]{\mu m \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\lambda''}{B^3 . m} \\ + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}k} \end{array} \right\}}$$

in qua expressione cum omnia membra sint positiua, nullum est dubium, quin distantia focalis α multo fiat maior, quam casu duarum lentium.

Coroll. I.

295. Cum iam sit animaduersum, si $\mathfrak{B}$ caperetur $= 1$ longitudinem instrumenti in infinitum excrescere ideoque $\mathfrak{B}$ capi debere minus vnitate; secundum membrum in aequatione valde increscet pariter ac vltimum, ex quo distantia α augebitur.

Coroll. 2.

296. Sin autem huic incommodo mederi vellemus augendo numerum k, tunc campus apparens restringeretur.

Scho-

Scholion I.

297. Nullum igitur eſt dubium, quin haec prima iſtiusmodi teleſcopiorum ſpecies penitus ſit repudianda, non ſolum quod nimis exiguum campum oſtendat, tubusque fiat valde longus, ſed eam ob cauſſam praecipue, quod repraeſentatio margine colorato ſit inquinata neque etiam reperimus huiusmodi teleſcopia vnquam vſu fuiſſe recepta. Interim tamen caſum quendam in ſequente exemplo proponamus.

Exemplum.

298. Si ſumatur $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ et $k = 2$ teleſcopium huius generis deſcribere pro multiplicatione quacunque m.

Cum igitur hinc ſit $B = 4$ erunt elementa

$$b = \tfrac{1}{2}\alpha;\ \beta = 2\alpha;\ c = \tfrac{4\alpha}{m}$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \tfrac{2}{5}\alpha;\ \text{et}\ r = \tfrac{4\alpha}{m}\ \text{et}$$

$$\alpha + b = \tfrac{3}{2}\alpha;\ \beta + c = 2\alpha + \tfrac{4\alpha}{m}$$

quorum ſumma $\frac{7}{2}\alpha + \frac{4\alpha}{m}$ dat tubi longitudinem.

Tum vero reperitur $i = \frac{-15}{11+4m}$

et ſemidiameter campi $\Phi = \frac{4\xi}{11+4m}$

ſeu in menſura anguli $\Phi = \frac{3436}{11+4m}$. minut.

qui non multo eſt minor, quam campus ordinarius.

Pro

Pro loco oculi vero erit $O = \frac{4m + 11}{mm} \cdot \alpha$

Denique vero pro diſtantia focali α habebimus

$$\alpha = m \cdot \sqrt[3]{\mu\, m \left(\lambda + \frac{\lambda' \cdot 125}{128} + \frac{\lambda''}{64 \cdot m} + \frac{5\nu}{32}\right)}$$

vbi circiter eſt $\mu = 1$ et $\nu = \frac{1}{5}$, quare ſi litteris λ, λ', λ'' valor minimus ſcilicet 1 tribuatur; erit

$$\alpha = m \sqrt[3]{m \left(2 + \frac{1}{128} + \frac{1}{64 \cdot m}\right)}$$

$$\alpha = m \sqrt[3]{\left(\left(2 + \frac{1}{128}\right) m + \frac{1}{64}\right)} \text{ digit.}$$

hinc ſi eſſet $m = 25$, erit

$$\alpha = 25 \cdot \sqrt[3]{50 \cdot \frac{27}{128}} = 92{,}23 \text{ dig.}$$

hincque tota longitudo erit $= 340$ dig. $= 28$ ped. 4 dig. quae longitudo ratione multiplicationis vtique tam eſt magna, vt in praxi nullo modo admitti poſſit, etiamſi vitium marginis colorati non adeſſet.

Scholion 2.

299. Cum igitur hinc nihil in vſum practicum trahi poſſit, haecque ſpecies ſimpliciſſima penitus rejici debeat, ad ſpecies ſimpliciores progrediamur, quae ſcilicet oriuntur; ſi tribus lentibus inſuper vna lens quarta adiungatur, ex quo variae ſpecies naſcentur, prouti haec noua lens vel inter obiectiuam et priorem imaginem vel inter priorem et poſteriorem, vel inter hanc poſteriorem et lentem ocularem conſtituatur; quos ergo caſus ſeorſim hic euolui conueniet.

Pro-

Problema 2.

300. Si inter lentem obiectiuam et primam imaginem noua lens ponatur, indolem horum telescopiorum indagare eorumque constructionem describere.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes sint, statuantur ternae fractiones, vt semper, $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$ et $\frac{\gamma}{d} = -R$. et quia in primum interuallum nulla imago cadit retinebit P valorem positiuum, reliquae vero Q et R fient negatiuae.

Quare ponatur $Q = -k$ et $R = -k'$ vt fiat multiplicatio $m = Pkk'$ elementaque nostra sint.

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = -\frac{B\alpha}{Pk};\ d = -\frac{BC\alpha}{Pkk'} = -\frac{BC\alpha}{m}$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk};$$

$$p = \alpha;\ q = -\frac{\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = -\frac{B\mathfrak{C}\alpha}{Pk};\ s = -\frac{BC\alpha}{m}$$

vnde prodeunt interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

sicque patet, $B\alpha$ esse debere negatiuum, vt et $BC\alpha$ ideoque C debet esse positiuum; vnde si $\alpha > 0$, debet esse $P > 1$; $B < 0$ et $C > 0$, sin autem $\alpha < 0$, debet esse $P < 1$, $B > 0$ et $C > 0$.

 Nunc

Nunc cum pro campo apparente ſit

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1} \text{ ſtatuatur}$$

$$\pi = -\omega\,\xi;\ \pi' = i\,\xi;\ \pi'' = -\xi \text{ vt ſit}$$

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m-1}.\,\xi = M\,\xi \text{ exiſtente } M = \frac{\omega + i + 1}{m-1}.$$

Atque ſtatim pro loco oculi ſequitur

$$O = -\frac{\pi''}{\Phi}.\ \frac{s}{m} = -\frac{1}{M}.\frac{BC\alpha}{mm}$$

quae diſtantia per conditiones ſuperiores iam eſt poſitiua. Aequationes autem pro litteris π ſupra datae praebent:

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - 1}{\Phi} = -\frac{\mathfrak{B}\omega - 1}{M} = -P;$$

$$\frac{\mathfrak{C}i}{M} + \frac{\omega}{M} + 1 = -P\,k$$

vnde colligitur

$$\omega = \frac{(P-1)(i+1)}{\mathfrak{B}(m-1) - P + 1}$$

vt maneat $\mathfrak{B}$ indefinitum; et

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk)M - \omega}{i}$$

quae quantitas cum debeat eſſe poſitiua, debet eſſe vel i negatiuum vel ſi eſſet i poſitiuum, deberet eſſe

$$-(1 + P\,k)\,M - \omega > 0 \text{ ſiue}$$

$$-(1 + P\,k)\left(\frac{\omega + i + 1}{m-1}\right) - \omega > 0 \text{ ſeu}$$

$$-\omega(m + P\,k) - (1 + P\,k)(i + 1) > 0$$

vnde patet, fractionem ω negatiuam eſſe debere; ita, vt hinc campus apparens diminuatur.

Videa-

Videamus iam, an marginem coloratum tollere vel huic aequationi ſatisfacere poſſimus:

$$0 = +\omega . \frac{1}{P} - \frac{i}{Pk} + \frac{1}{Pkk'}$$

vnde colligimus

$$0 = \omega - \frac{i}{k} + \frac{1}{kk'} \text{ adeoque}$$

$$k' = \frac{-1}{k\omega - i} = \frac{1}{i - k\omega}$$

qui valor debet eſſe poſitiuus adeoque $k\omega - i < 0$, de quo deinceps videbimus. Nunc adhuc aequationem pro confuſione aperturae tollenda contemplemur, quae ſequenti modo exhibebitur:

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m}\left(\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{1}{B^3 \mathfrak{C}Pk}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) - \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 . m}\right)$$

pro qua expreſſione hactenus ſumſimus $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$.

Coroll. I.

301. Pro dijudicandis litteris ω et i, vtrum valores habere queant poſitiuos an negatiuos, conſiderandae ſunt hae duae formulae:

$$\text{I. } \mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk)M - \omega}{i}$$

$$\text{II. } k' = \frac{1}{i - k\omega}$$

ex quarum prima patet, ambas litteras i et ω ſimul poſitiuas eſſe non poſſe, quia alioquin $\mathfrak{C}$ foret negatiuum; quae littera tamen valorem poſitiuum habere debet. Ex ſecunda vero euidens eſt, fieri non poſſe, vt vt sit $\omega > 0$ et $i < 0$, quia alioquin k' prodiret negatiuum.

Coroll. 2.

302. Ex his duobus casibus sequitur litteram ω nunquam positiuam esse posse, quae conditio ita enunciari potest, vt secunda lens semper campum apparentem imminuere debeat.

Coroll. 3.

303. Cum igitur ω semper debeat esse negatiuum, ponatur $\omega = -\zeta$, vt sit $\mathfrak{B}\zeta = (1 - P) M$ et $M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1}$. Nostrae vero formulae, necessario positiuae, erunt

I. $\mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk)M + \zeta}{i}$

II. $k' = \frac{1}{i + k\zeta}$

vnde si sit i fractio positiua, debet esse $\zeta > (1 + Pk)M$.

Sin autem i sit fractio negatiua, puta $i = -y$, per primam debet esse $\zeta < (1 + Pk) M$ et simul $\zeta > \frac{y}{k}$.

Coroll. 4.

304. Praeterea etiam manifestum est, fractionem $\zeta = -\omega$ nunquam euanescere posse, si enim sit $i > 0$ debet esse $\zeta > (1 + Pk) M$. Sin autem sit $i < 0$ seu $i = -y$ debet esse $\zeta > \frac{y}{k}$.

Coroll.

Coroll. 5.

305. Quia casu $i = -y$, duplicem inuenimus conditionem, priorem $\zeta < (1 + Pk)M$ et posteriorem $\zeta > \frac{y}{k}$; ex earum comparatione necesse est, vt sit $(1 + Pk)M > \frac{y}{k}$ seu $y < (1 + Pk)kM$.

Scholion.

306. Tot autem casus diuersi ideo potissimum habent locum, quod in solutione problematis non definitur, vtrum lens obiectiua habeat suam distantiam focalem α positiuam an negatiuam. Vtrumque autem vsu venire potest, siquidem circa litteram P nihil aliud praecipitur, nisi quod sit positiua ideoque eius valor a ciphra vsque in infinitum augeri queat.

Quamdiu autem littera P intra limites 0 et 1 continetur, α valorem habere debet negatiuum seu lens obiectiua erit concaua, et littera B positiua ideoque et $\mathfrak{B}$; vnde fit $\zeta = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ adeoque positiuum. Sin autem statuatur $P = 1$, quo casu binae lentes priores sibi immediate iunguntur, fit $\zeta = 0$, qui casus, vti vidimus, penitus excluditur, ita, vt lens obiectiua duplicata esse nequeat. At si sit P maior vnitate, necessario fit α positiuum seu lens obiectiua conuexa; vnde B fit negatiuum, neque vero hinc definitur $\mathfrak{B}$. At quia nouimus esse ω negatiuum seu ζ positiuum ob $\zeta = -\frac{(P-1)M}{\mathfrak{B}}$ patet, litteram $\mathfrak{B}$ negatiuam esse debere, hincque porro concluditur, $-B$ esse vnitate minus.

nus. Si denique P ſit numerus infinitus, ſecunda lens in ipſo loco prioris imaginis conſtituetur et ex eius diſtantia focali q concluditur

$$\mathfrak{B} = -P.\frac{q}{\alpha} = -\infty \text{ hincque } B = -1;$$

atque ſic contemplati ſumus obiter omnes caſus pro littera P; qui autem nunc diligentius perpendi merentur. Ante omnia autem notari conuenit, ſumi non poſſe $P = 0$, quia iam primum interuallum fieret infinitum, niſi diſtantia α eſſet infinite parua, quod autem foret aeque abſurdum, quia prima lens aperturam definitam admittere debet.

I. Evolutio caſus, quo $P < 1$.

307. Pro hoc caſu iam animaduertimus, fore $\alpha < 0$, quae negatio ne turbet ponamus $\alpha = -a$ eritque

$$b = \frac{a}{P};\ c = \frac{Ba}{Pk};\ d = \frac{BCa}{m}$$

$$\beta = \frac{Ba}{P};\ \gamma = \frac{BCa}{Pk}$$

vnde patet, ambas litteras B et C debere eſſe poſitiuas; vnde litterae germanicae $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ non ſolum erunt quoque poſitiuae, ſed etiam vnitate minores; quare cum ſit $\mathfrak{B}\zeta = (1 - P)M$, manifeſto ſequitur fore $\zeta > (1 - P)M$. Deinde ob

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{1}{1+k\zeta},$$

non ſolum eſſe debet

$$\frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} > 0, \text{ ſed etiam } \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} < 1.$$

quod

quod quo clarius explicetur, duos casus examinari conueniet

I. Si i sit positiuum

ex valore $\mathfrak{C}$ nanciscimur has conditiones

$$\zeta > (1 + Pk) M \text{ et } \zeta < (1 + Pk) M + i$$

conditio autem litterae k' sic sponte impletur. Quia autem iam inuenimus $\zeta > (1 - P) M$; nunc inde patet, esse debere $(1 + Pk) M + i > (1 - P) M$ ideoque $i > - P(k + 1) M$; id quod semper est verum, dummodo i sit positiuum, vti supponimus.

II. Si i sit negatiuum.

ponatur $i = -y$ eritque

$$\mathfrak{C} = \frac{(1 + Pk) M - \zeta}{y}, \; k' = \frac{1}{k\zeta - y}.$$

Inde igitur sequuntur hae conditiones,

$$\zeta < (1 + Pk) M$$
$$\zeta > (1 + Pk) M - y; \text{ hinc vero } \zeta > \frac{y}{k};$$

at supra iam inuenimus, $\zeta > (1 - P) M$; vnde sequitur fore $(1 + Pk) M > \frac{y}{k}$ siue $y < (1 + Pk) k M$.

Isto igitur casu, quo $P < 1$, fractio i tam positiue capi poterit, quam negatiue, ac si positiue accipiatur, eius valorem nulla limitatione restringi. Quare cum i vnitatem superare nequeat, poterit sine haesitatione statim poni $i = 1$ ita, vt pro campo apparente fiat $\Phi = \frac{2 - \delta}{m - 1} . \zeta$, dummodo ζ non superet vnitatem. Nulla autem ratio suadet, capere i negatiuum, quia tum campus nimium diminueretur.

II. Euo-

II. Euolutio casus, quo $P > 1$.

308. Quia hic est α quantitas positiua ideoque b negatiua, debet esse B negatiuum, at C, vt ante, positiuum. Deinde etiam vidimus esse $\mathfrak{B}$ negatiuum ideoque $-B < 1$; vnde fit $\zeta = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ adeoque positiuum, vbi tantum notetur $\mathfrak{B}$ tam paruum accipi non debere, vt ζ superet vnitatem. Deinde habetur

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{1}{i+k\zeta};$$

ex quibus formulis plane eadem sequuntur, quae in casu praecedente sunt allata; vnde videtur etiam statui posse $i = 1$; dummodo ex valore pro ζ ante dato sit $\frac{1-P}{\mathfrak{B}} > 1 + Pk$ siue $-\mathfrak{B} < \frac{P-1}{Pk+1}$ et

$$-\mathfrak{B} > \frac{(P-1)M}{(1+Pk)M+1}.$$

III. Euolutio casus, quo $P = \infty$.

309. Hoc ergo casu, vt iam supra notauimus, erit $B = -1$ et $\mathfrak{B} = -\frac{Pq}{\alpha}$.

Nunc autem euidens est, statui debere $k = 0$, ita tamen vt sit $Pk = \vartheta$ ex quo elementa erunt

$$b = 0;\ \beta = 0;\ c = \frac{\alpha}{\theta};\ \gamma = \frac{C\alpha}{\theta};\ d = \frac{C\alpha}{m}.$$

Deinde cum sit $\mathfrak{B}\zeta = (1-P)M$ habebitur nunc $\zeta = \frac{M\alpha}{q}$; vnde $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$. Deinde binae nostrae formulae erunt $\mathfrak{C} = \frac{-(1+\theta)M+\zeta}{i}$ et $k' = \frac{1}{i}$, vbi cum nihil impediat, quominus ponatur $i = 1$, erit hoc casu $k' = 1$ et $Pk = \vartheta = m$ ita, vt sit $\mathfrak{C} = -(1+m)M+\zeta$;

ex

ex quo valore hi limites colliguntur: $\zeta > (1+m)M$; $\zeta < (1+m)M+1$, at vero est $M = \frac{2-\zeta}{m-1}$; ideoque $\zeta > \frac{(1+m)(2-\zeta)}{m-1}$ ideoque $\zeta > \frac{m+1}{m}$ qui valor etsi vnitatem superat, tamen in praxi locum habere potest, dummodo littera ξ in eadem ratione diminuatur; ita vt $\zeta\xi$ non superet valorem $\frac{1}{4}$, siquidem $\frac{1}{4}$ pro apertura maxima accipiatur. Sin autem sumsissemus $i = \frac{1}{2}$ prodiisset $k' = 2$ hincque $m = 2\,\vartheta$ seu $\vartheta = \frac{m}{2}$ sicque haberemus $\zeta > (1+\frac{1}{2}m)M$ et $\zeta < (1+\frac{1}{2}m)M+\frac{1}{2}$; quia autem est $M = \frac{3-2\zeta}{2(m-1)}$; prior conditio dat

$$\zeta > (1+\tfrac{1}{2}m)\left(\frac{3-2\zeta}{2(m-1)}\right) \text{ siue } \zeta > \frac{2+m}{2m};$$

ideoque multo magis $\zeta > \frac{1}{2}$. Ex quo patet, campum apparentem ob valorem ζ magis imminui, quam ob valorem i augeri, sicque eum semper aliquanto minorem fieri, quam in tubis astronomicis communibus. Supra iam obseruauimus, talem lentis locum in praxi vitari oportere.

IV. Euolutio casus prorsus singularis quo $i = 0$.

310. Cum sit $i = 0$ et $\mathfrak{C}$ vnitatem superare nequeat, ob

$$\mathfrak{C}\,i = -(1+Pk)M+\zeta \text{ erit}$$

$$\zeta = (1+Pk)M \text{ hincque } Pk = \frac{\zeta}{M} - 1;$$

at est $k' = \frac{1}{k\zeta}$, ob $Pkk' = m$ erit $Pk = mk\zeta$; ideoque $P = m\zeta$. Quare ille valor pro Pk inuentus huic aequalis positus dabit $mk\zeta = \frac{\zeta}{M} - 1$; hincque

$k = \frac{1}{Mm} - \frac{1}{m\zeta}$ ex quo porro habetur $k' = \frac{Mm}{\zeta - M}$ quia vero est $M = \frac{1-\zeta}{m-1}$, nascetur

$$k = \frac{m-1}{(1-\zeta)m} - \frac{1}{m\zeta} = \frac{m\zeta - 1}{m(1-\zeta)\zeta}$$

$$k' = \frac{m(1-\zeta)}{m\zeta - 1} \text{ et } P = m\zeta \text{ atque } Pk = \frac{m\zeta - 1}{1-\zeta},$$

qui valores cum neutiquam a 𝔈 pendeant, hoc insigne lucrum iam sumus adepti, vt littera C penitus arbitrio nostro relinquatur, sicque efficere poterimus, vt posteriores distantiae determinatrices ipsaeque lentes posteriores, quae hactenus plerumque nimis paruae sunt repertae, nunc datae magnitudinis fieri queant, in quo certe maximum commodum consistit; quod denique ad litteras 𝔅 et B attinet, duos casus considerari oportet, prouti $P = m\zeta$ fuerit vel vnitate minor vel vnitate maior.

I. Sit igitur $m\zeta < 1$, seu $\zeta < \frac{1}{m}$ et habebitur

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)M}{\zeta} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta};$$

ibi autem vidimus, 𝔅 esse debere positiuum et vnitate minus; quocirca hoc casu, quo $\zeta < \frac{1}{m}$ ob

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta} \text{ debet esse}$$

$$(1-m\zeta)(1-\zeta) < (m-1)\zeta \text{ seu}$$

$$m\zeta^2 - 2m\zeta + 1 < 0;$$

vnde colligitur, capi debere intra limites $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{2m}$.

Cum autem litterae k et k' necessario sint positiuae, ad hoc necessario requiritur, vt sit $m\zeta > 1$ seu

seu $\zeta > \frac{1}{m}$; ob quam conditionem casus primus statim excludi debuisset.

II. Sit igitur $P (= m\zeta) > 1$ seu $\zeta > \frac{1}{m}$, prouti valores k et k' postulant, atque ad casum secundum recurrere debemus, pro quo cum iterum sit

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta}$$

simulque notetur $\mathfrak{B}$ esse debere negatiuum sine vlla alia conditione, nisi quod esse debeat $\zeta \lesssim 1$, vti quidem ratio campi absolute postulat; ita, vt iam contineatur intra limites 1 et $\frac{1}{m}$; manifestum autem est, expedire, vt ζ quam minime limitem $\frac{1}{m}$ superet. Ex quo operae pretium videtur, duo exempla adiungere, in quorum altero ζ limiti priori $\frac{1}{m}$, in altero vero limiti posteriori 1 propius accipiatur.

Exempl. I.

311. Pro casu postremo, quo $i = 0$ si statuatur $\zeta = \frac{2}{m}$, telescopium inde oriundum describere.

Hoc igitur casu habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{-(m-2)}{2(m-1)} \text{ et } B = \frac{-(m-2)}{3m-4}.$$

Porro $P = 2$; $k = \frac{m}{2(m-2)}$; $k' = m - 2$; $M = \frac{m-2}{m(m-1)}$ vnde distantiae nostrae determinatrices ob α positiuum erunt

$$b = \frac{-\alpha}{2};\ c = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)}.\alpha$$

$$\beta = \frac{m-2}{2(3m-4)}.\alpha;\ \gamma = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} C\alpha$$

 $d =$

$$d = \frac{m-2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{m-2}{4(m-1)} \cdot \alpha;$$
$$r = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha;\ s = \frac{m-2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha.$$

Tum vero interualla lentium

$$\alpha + b = \tfrac{1}{2} \alpha;\ \beta + c = \frac{(m-2)(3m-4)}{2m(3m-4)} \alpha = \frac{m-2}{2m} \cdot \alpha$$
$$\gamma + d = \frac{(m-1)(m-2)}{m(3m-4)} \cdot \mathfrak{C} \alpha$$

et diſtantia oculi $O = \frac{m-1}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha$ et campi ſemidiameter $\Phi = \frac{m-2}{m(m-1)} \cdot \xi$. qui ſi in menſura angulorum deſideretur ſumi poteſt $\xi = 859$. min. ob $\xi = \frac{1}{4}$.

Diſtantia denique focalis lentis obiectiuae α definiri debet ex formula in problemate data, vbi notandum eſt, ipſius λ' coëfficientem circiter fore 4, et ipſius λ'' coëfficiens ſemper maior erit, quam 27; qui termini cum omnes ſint poſitiui, euidens eſt, pro α ſemper ingentem valorem reperiri, ita, vt haec teleſcopia valde longa euadant.

Exempl. II.

312. Pro caſu poſtremo, quo $i = 0$, ſi ſumatur $\zeta = \frac{1}{2}$, teleſcopium inde oriundum deſcribere.

Hoc igitur caſu erit $\mathfrak{B} = \frac{-(m-2)}{2(m-1)}$ et $B = \frac{-(m-2)}{3m-4}$; $\mathfrak{P} = \frac{m}{\mathfrak{B}}$; $k = \frac{2(m-2)}{m}$; $k' = \frac{m}{m-2}$; $M = \frac{1}{2(m-1)}$; vnde

diſtan-

diſtantiae determinatrices

$$b = -\frac{2\alpha}{m};\; c = \frac{\alpha}{3m-4}$$

$$\beta = \frac{2(m-2)\alpha}{m(3m-4)};\; \gamma = \frac{C\alpha}{3m-4}$$

$$d = \frac{m-2}{(3m-4)m} C\alpha.$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\; q = \frac{m-2}{m(m-1)}\alpha$$

$$r = \frac{\mathfrak{C}\alpha}{3m-4};\; s = \frac{m-2}{(3m-4)m} C\alpha$$

et interualla

$$\alpha + b = \frac{m-2}{m}\alpha;\; \beta + c = \frac{\alpha}{m}$$

$$\gamma + d = \frac{2(m-1)C\alpha}{m(3m-4)} \text{ et}$$

$$O = \frac{2(m-1)(m-2)C\alpha}{mm(3m-4)}$$

nunc vero campi ſemidiameter erit tantum

$$\Phi = \frac{430}{m-1} \text{ minut.}$$

In formula autem pro diſtantia α definienda notandum eſt, coefficientem λ' fore $\frac{16}{m}$, ipſius vero $\lambda'' > \frac{27}{m\mathfrak{C}^3}$ ſiquidem multiplicatio ſit praemagna; vnde patet, pro α valorem multo minorem prodire, ita vt hinc teleſcopia ſatis idonea obtinerentur, ſi modo campus non eſſet tam exiguus.

Coroll. I.

313. Quia pro lente tertia ſumſimus i hincque et $\pi' = 0$, eius apertura ex formulis generalibus definiri

 debet,

debet, cuius ſemidiameter erit $= \frac{rx}{B\mathfrak{C}\alpha}$, qui ergo pro priori exemplo fit $\frac{m-2}{m}x$ pro ſecundo autem $\frac{x}{m-2}$ vnde ſi ſumatur $x = \frac{m}{50}$ dig. hic ſemidiameter erit circiter $\frac{1}{50}$ dig. quae ergo lens commodiſſime locum diaphragmatis tenebit.

Coroll. 2.

314. Si quaſi medium ſumendo inter duo exempla allata ſtatuatur $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$, erit $P = \sqrt{m}$ et $k = 1$ et $k' = \sqrt{m}$; porro $\mathfrak{B} = -\frac{(\sqrt{m}-1)}{\sqrt{m}+1}$; $B = \frac{-(\sqrt{m}-1)}{2\sqrt{m}}$; $M = \frac{1}{m+\sqrt{n}}$ atque hinc

$$b = -\frac{\alpha}{\sqrt{n}};\ \beta = \frac{+(\sqrt{m}-1)\alpha}{2m};\ c = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}.\alpha$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}C\alpha;\ d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}C\alpha \text{ ergo}$$

$$\alpha + b = (1 - \frac{1}{\sqrt{m}})\alpha;\ \beta + c = \frac{\sqrt{m}-1}{m}\alpha$$

$$\gamma + d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}C\alpha(1 + \frac{1}{\sqrt{m}}) = \frac{m-1}{2m\sqrt{m}}C\alpha$$

et diſtantia oculi $O = +\frac{(m-1)}{2mm}.\alpha$

quare longitudo teleſcopii erit $\frac{m-1}{m}(1 + \frac{1+\sqrt{m}}{2m}C)\alpha$

ac denique ſemidiameter campi $\Phi = \frac{\xi}{m+\sqrt{m}} = \frac{859}{m+\sqrt{m}}$ min.

et ſemidiam. apert. tertiae lentis. $= \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{50}$ dig.

Scholion.

315. Simili modo, quo hic caſum $i = 0$ expediuimus, etiam quaeſtio in genere pro quouis valore

lore ipſius i reſolui potcrit; ex aequatione enim

$$\mathfrak{C}\, i = -(1 + P\, k)\, M + \zeta \text{ quum deducatur}$$

$$P\, k = \frac{\zeta - \mathfrak{C}\, i}{M} - 1 \text{ et quia eſt}$$

$$M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1} \text{ fiet } P\, k = -\frac{\mathfrak{C}\, i (m-1) + m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta}.$$

Verum ob $k' = \frac{1}{1 + k\zeta}$ erit etiam

$$P\, k = \frac{m}{k'} = m\,(i + k\,\zeta);$$

vnde colligimus

$$-\frac{\mathfrak{C}\, i}{M} + \frac{m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta} = m\, i + m\, k\, \zeta$$

hincque

$$k = -\frac{\mathfrak{C}\, i}{M . m\zeta} + \frac{m\zeta + m\, i\zeta - m\, i\, i - m\, i - i - 1}{(1 + i - \zeta)\, m\zeta}$$

et quia eſt

$$i + k\,\zeta = -\frac{\mathfrak{C}\, i}{M\, m} + \frac{m\zeta - i - 1}{(1 + i - \zeta)\, m} \text{ erit}$$

$$k' = \frac{m(1 + i - \zeta)}{m\zeta - \mathfrak{C}\, i(m-1) - i - 1} \text{ ideoque}$$

$$P\, k = \frac{m\zeta - \mathfrak{C}\, i(m-1) - i - 1}{1 + i - \zeta} \text{ et } P = \frac{m}{k\, k'};$$

quia nunc k' debet eſſe quantitas poſitiua, neceſſe eſt, vt ſit $m\,\zeta > \mathfrak{C}\, i\,(m-1) + i + 1$; vnde facto calculo ſemper reperietur eſſe $P > 1$, ita, vt etiamſi non ſit $i = 0$ tamen ſolus caſus ſecundus ſupra memoratus locum habeat. Quia autem hypotheſis $i = 0$ tam commodam et concinnam ſupeditauit reſolutionem; nulla plane eſt ratio, cur litteram i ſiue poſitiuam ſiue negatiuam aſſumere vellemus, cum pro commodo nullum inde lucrum ſit exſpectandum. Praeter

ter concinnitatem calculi autem duo commoda, quae
nobis ista hypothesis $i = o$ largitur, maximi sunt momen-
ti quorum alterum, vti vidimus, in hoc consistit, vt litte-
rae $\mathfrak{C}$ et C arbitrio nostro permittantur, hocque mo-
do nimia lentis ocularis paruitas euitari queat: alte-
rum vero commodum huic nihil cedere est censen-
dum, propterea quod tam exigua apertura lenti ter-
tiae sine vllo siue campi siue claritatis detrimento
tribui possit, vt omne lumen peregrinum tutius, quam
per diaphragmata ordinaria excludatur.

Problema 3.

316. Si telescopium huius generis ita ex qua-
tuor lentibus sit componendum, vt binae mediae am-
bae inter imaginem priorem et posteriorem consti-
tuantur, indolem eius indagare eiusque constructionem
describere.

Solutio.

Positis igitur, vt ante, nostris fractionibus

$$\frac{\alpha}{b} = -P;\ \frac{\beta}{c} = -Q;\ \frac{\gamma}{d} = -R;$$

hic litterae P et R debent esse negatiuae manente Q positiua: quare si ponatur $P = -k$ et $R = -k'$, vt sit $m = Qkk'$ elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \frac{B\alpha}{k};\ c = \frac{-B\alpha}{Qk};$$

$$\gamma = \frac{-BC\alpha}{Qk};\ d = \frac{-BC\alpha}{Qkk'} = \frac{-BC\alpha}{m}$$

hincque

hincque interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 + \tfrac{1}{k}\right);\ \text{ideoque}\ \alpha > 0$$

$$\beta + c = \tfrac{B\alpha}{k}\left(1 - \tfrac{1}{Q}\right);\ \text{hinc}\ B\left(1 - \tfrac{1}{Q}\right) > 0$$

$$\gamma + d = \tfrac{-BC\alpha}{Qk}\left(1 + \tfrac{1}{k'}\right);\ \text{hinc}\ BC < 0$$

Pro campo apparente ſtatuamus $\pi = -\omega\xi$; $\pi' = +i\xi$ et $\pi'' = -\xi$ vt fiat

$$\Phi = \tfrac{\omega + i + 1}{m - 1}.\ \xi = M\xi,\ \text{exiſtente}\ M = \tfrac{\omega + i + 1}{m - 1}$$

atque hinc primo erit diſtantia oculi

$$O = \tfrac{-\pi''}{\Phi}.\ \tfrac{d}{m} = \tfrac{d}{Mm}$$

deinde margo coloratus euaneſcet, ſi fuerit

$$0 = \tfrac{\omega}{P} + \tfrac{i}{PQ} + \tfrac{1}{PQR}\ \text{ſeu}$$

$$0 = -\tfrac{\omega}{k} - \tfrac{i}{Qk} + \tfrac{1}{Qkk'}$$

vnde concludimus

$$k' = \tfrac{1}{i + Q\omega}\ \text{et}\ m = \tfrac{Qk}{i + Q\omega}$$

tum vero conſiderari oportet ſequentes aequationes:

$$-\tfrac{\mathfrak{B}\omega}{M} = 1 + k;\ \tfrac{\mathfrak{C}i}{M} + \tfrac{\omega}{M} = -1 - Qk\ \text{ſeu}$$

$$\mathfrak{C}i = -(1 + Qk)M - \omega\ \text{et}$$

$$\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$$

quarum euolutio commode generaliter inſtitui non poteſt, ſed caſus magis particulares contemplari conueniet. Verum caſus extremi duo habentur; alter, quo lens in ipſam imaginem priorem, alter vero, quo in imaginem poſteriorem cadit. Illo ſcilicet ſit $Q=0$; hoc vero $Q=\infty$. Inter hos autem quaſi medius quidam praecipue perpendi meretur oriundus ex valore $Q=1$, quos caſus deinceps ſeorſim euoluamus. Hic igitur tantum ſupereſt formulam adiungere pro confuſione deſtruenda; ex qua ſcilicet diſtantia α determinatur

$$\alpha=kx\sqrt[3]{\mu m\left(\lambda+\frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu}{B}\right)-\frac{1}{B^3\mathfrak{C}QK}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu}{C}\right)-\frac{\lambda'''}{B^3C^3m}\right)}$$

Coroll. 1.

317. Quoniam inuenimus $k'=\frac{1}{i+Q\omega}$, ob $Q>0$ euidens eſt, ambas litteras i et ω ſimul negatiuas eſſe non poſſe. Neque vero etiam ambae poſſunt eſſe poſitiuae, ſi enim ω eſſet poſitiuum, foret $\mathfrak{B}$ ideoque et B negatiuum; hincque ob $BC<0$ deberet eſſe C poſitiuum, ideoque et $\mathfrak{C}$ poſitiuum, ac proinde $\mathfrak{C}i$ poſitiuum, id quod fieri non poſſe ex valore pro $\mathfrak{C}i$ ſupra dato manifeſtum eſt.

Coroll. 2.

318. Cum igitur ambae litterae ω et i nec poſitiuae nec negatiuae eſſe queant; neceſſe eſt, alteram eſſe poſitiuam, alteram negatiuam. Si ſit $\omega>0$, modo vidimus, eſſe debere $\mathfrak{B}<0$ et $B<0$ hincque $C>0$. Sin autem ſit $\omega<0$, erit $\mathfrak{B}>0$; de B vero hinc nihil definitur. Ex altera vero aequatione po-

ſito

ſito $\omega = -\zeta$, erit $\mathfrak{C}i = -(1+Qk)M + \zeta$ vnde intelligitur, ſi fuerit $\zeta > (1+Qk)M$ fore $\mathfrak{C} > 0$; ſin autem ſit $\zeta < (1+Qk)M$ fore $\mathfrak{C} < 0$. Prius autem euenit, ſi fuerit $1+k > (1+Qk)\mathfrak{B}$, ſeu $\mathfrak{B} < \frac{1+k}{1+Qk}$. Poſterius vero ſi $\mathfrak{B} > \frac{1+k}{1+Qk}$; hoc ipſo autem poſteriori caſu cum ſint $\mathfrak{C}$ et C negatiua, debet eſſe B poſitiuum; ideoque $\mathfrak{B} < 1$ ex quo ſequitur fore $Q > 1$.

Euolutio caſus primi, quo $Q = 0$.

319. Quia eſt $Q = 0$ erit ſecundum interuallum $= -\frac{B\alpha}{Qk} = c$; ideoque $\beta = 0$. ergo vel $B = 0$ vel $k = \infty$. At prius fieri nequit, foret enim $\mathfrak{B} = 0$ et q ſeu diſtantia focalis ſecundae lentis $= 0$, quod eſt abſurdum. Reſtat ergo, vt ſit $k = \infty$ et cum ſit $q = \frac{\mathfrak{B}\alpha}{k}$ erit $\mathfrak{B} = \frac{kq}{\alpha} = \infty$, atque hinc $B = -1$. Ex quo ſequitur ob $BC < 0$ fore $C > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. Cum vero ſit $Q = 0$ et $K = \infty$, productum QK debet eſſe finitum, quare ſtatuatur $QK = l$, vt ſit

$$b = 0;\ \beta = 0;\ c = \frac{+\alpha}{l};\ \gamma = \frac{C\alpha}{l};$$

$$d = \frac{C\alpha}{m};\ \text{porroque}\ O = \frac{C\alpha}{Mm^2}.$$

Deſtructio vero marginis colorati poſtulat $k' = \frac{1}{i}$; ita, vt iam i certe ſit fractio poſitiua, et $m = \frac{l}{i}$. Ambae autem aequationes noſtrae fundamentales dabunt, prior $\mathfrak{B}\omega = -kM$ ſiue $\frac{kq\omega}{\alpha} = -kM$; ideoque $\omega = -\frac{M\alpha}{q}$; poſterior vero $\mathfrak{C}i = -(1+l)M + \frac{M\alpha}{q}$; quod

quod cum debeat esse positiuum, oportet esse $\frac{\alpha}{q} > l + 1$; siue $q < \frac{\alpha}{1+l}$. Quia $\omega < 0$, scribatur $\omega = -\zeta$ et litteras i et ζ in calculo retineamus eritque $l = mi$; $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$ ac proinde $\mathfrak{C}i = -(1 + mi)M + \zeta$. Vnde cum sit $\mathfrak{C} > 0$, simulque $\mathfrak{C} < 1$ nanciscimur hos limites:

$$1^\circ.\ \zeta > (1 + mi)M;\quad 2^\circ.\ \zeta < (1 + mi)M + i$$

cum iam sit $M = \frac{1+i-\zeta}{m-1}$, hoc valore substituto ex istis limitibus colliguntur sequentes

$$1^\circ.\ \zeta > \frac{1+mi}{m} \text{ et } 2^\circ.\ \zeta < \frac{1+mi}{m} + \frac{(m-1)i}{m(1+i)}$$

$$\text{siue } \zeta < \frac{1+2mi+mii}{m(1+i)},$$

ex quibus si littera i pro lubitu capiatur indeque ζ debite assumatur, omnia pro telescopio erunt determinata, quo autem melius de campo iudicare possimus, loco ζ seorsim vtrumque limitem substituamus ac prior quidem limes dabit $M = \frac{1}{m}$; alter vero limes minor $M = \frac{1}{m(1+i)}$; inter quos valores littera M ideoque et campus apparens continebitur.

Pro definienda autem distantia α formula superior hanc induet formam

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m\left(\lambda + * + \frac{1}{\mathfrak{C}i}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) + \frac{\lambda'''}{C^3 m}\right)}$$

De hoc autem casu iterum valet, quod supra commemorauimus, scilicet ob impuritates minimas lentis

in

in loco imaginis constitutae repraesentationem obiectorum inquinari.

De cetero autem campus semper maior est semissi campi simplicis, quem vero defectum noua lente adjicienda facile supplere licet.

Euolutio casus, quo $Q = \infty$.

320. Hoc ergo casu fit secundum interuallum $\beta + c = \frac{B\alpha}{k}$; vnde sequitur B positiuum ideoque C negatiuum. Tum vero quia $c = -\frac{\beta}{Q}$ erit $c = 0$ et $\gamma = 0$. Cum autem huius lentis distantia focalis sit $r = \mathfrak{C} c$, erit $\mathfrak{C} = \infty$ hincque $C = -1$ et quia $B > 0$, fiet $\mathfrak{B} > 0$, at < 1.

Cum porro sit $m = Q k k'$, neque vero $k = 0$, necesse est, vt sit $k' = 0$, ex quo ponatur $Q k' = l$, vt fiat $m = k l$. Iam vero ex margine colorato habemus $k' = \frac{1}{i + Q\omega} = \frac{l}{Q}$; vnde sequitur $\omega = \frac{1}{l}$ hincque positiuum. Cum autem $\mathfrak{B}$ sit positiuum, ex prima aequatione fundamentali sequitur $\omega = \frac{-(i+k)M}{\mathfrak{B}}$ vnde oporteret esse ω quantitatem negatiuam, quod cum illi conclusioni aduersetur, manifestum est, hunc casum esse impossibilem seu potius hoc casu marginem coloratum destrui non posse. Ceterum hoc casu lens tertia in ipso loco secundae imaginis foret constituta, quod cum contradictionem inuoluat, hinc facile intelligitur, tertiam lentem notabili interuallo ante imaginem posteriorem constitutam esse debere.

Euolutio casus prorsus singularis, quo $Q = 1$ et radii per binas lentes priores transmissi iterum fiunt paralleli.

321. Hoc ergo casu telescopium erit quasi ex duobus tubis astronomicis-compositum, certo quodam interuallo ab eodem axe a se inuicem remotis, ad quod genus vulgaria telescopia terrestria dicta, sunt referenda. Cum igitur sit $Q = 1$, ne interuallum secundum $\beta + c$ ob $\beta = -Qc$ euanescat, debet esse tam β, quam c, infinitum, id quod eueniret, tam si $k = 0$, quam si $B = \infty$. prius autem hic locum habere nequit, quia interuallum primum etiam fieret infinitum; ex quo necesse est, vt sit $B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$. Ne autem tertium interuallum euadat $= \infty$; productum $B\,C$ debet esse quantitas finita et negatiua; quare statuatur $B\,C = -\vartheta$; ideoque $C = -\frac{\theta}{B} = 0$. Vt autem interuallum medium valorem finitum, puta $= \eta\alpha$, obtineat, quantitas B non tanquam vere infinita, sed tantum praegrandis considerari debet, donec scilicet conditionibus praescriptis satisfecerimus, vnde etiam valor ipsius Q aliquantillum ab vnitate discrepare reperietur, quoniam enim esse debet

$$\frac{B\alpha}{k}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = \eta\alpha; \text{ inde fit}$$

$$Q = \frac{B}{B - \eta k} = 1 + \frac{\eta k}{B};$$

tum vero etiam erit

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1 + B} \text{ et } C = -\frac{\theta}{B} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{-\theta}{B - \theta} = \frac{-\theta}{B}.$$

His

His notatis nostrae aequationes fundamentales erunt

$$\omega = \frac{-(1+k)M(1+B)}{B} \text{ et}$$

$$+\frac{\theta i}{B} = +(1+k)M + \frac{\eta k^2 . M}{B} + \omega$$

in qua si loco ω ex priore substituatur valor inuentus obtinebitur

$$\frac{\theta i}{B} = \frac{\eta k^2 M - (1+k)M}{B} \text{ hincque } i = \frac{(\eta k^2 - k - 1)M}{\theta}$$

et nunc licebit ponere $B = \infty$, $\mathfrak{B} = 1$, $C = \mathfrak{C} = 0$, ita tamen, vt sit $BC = -\vartheta$. Destructio autem marginis colorati praebet $k' = \frac{1}{i+\omega}$ et ob $kk' = m$ colligetur $i + \omega = \frac{k}{m}$; quia deinde est $M = \frac{1+i+\omega}{m-1}$ fiet nunc $M = \frac{m+k}{m(m-1)}$, et si valores pro i et ω inuenti substituantur in formula $i + \omega = \frac{k}{m}$ orietur haec aequatio

$$\frac{k}{m} = \frac{(\eta k^2 - (1+k)(1+\theta))M}{\theta}$$

et pro M substituto valore

$$\vartheta(m-1)k = (\eta k^2 - (1+k)(1+\vartheta))(m+k)$$

vnde colligitur

$$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m+k)}{k^2 + 2mk + m}$$

et quia ϑ debet esse numerus positiuus necesse est, vt sit $\eta > \frac{k+1}{k^2}$ et quidem ita, vt ϑ non fiat nimis exiguum, quandoquidem nunc elementa nostra ita exprimentur

$b =$

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \infty;\ c = \infty;\ \gamma = \frac{\theta\alpha}{k};\ d = \frac{\theta\alpha}{m};$$

$$\alpha + b = \alpha\left(1 + \frac{1}{k}\right);\ \beta + c = \eta\alpha;\ \gamma + d = \theta\alpha\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)$$

indeque diſtantia

$$O = \frac{\theta\alpha}{Mm^2} = \frac{(m-1)\theta\alpha}{m(m+k)}$$

atque diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{\alpha}{k};\ r = \frac{\theta\alpha}{k};\ s = \frac{\theta\alpha}{m}.$$

Diſtantia autem α definiri debet ex aequatione ſequente:

$$\alpha = k x \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda + \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{\theta^3 k} + \frac{\lambda'''}{\theta^3 m}\right)}$$

quare ne valor ipſius α nimis fiat magnus, conuenit k magnum aſſumi, tum vero ϑ non multo minus vnitate; quod ad prius attinet, etiam campus apparens ſuadet, litterae k quam maximum valorem dare, quia tum M continuo magis creſcit; verum probe notandum eſt, in formula $\Phi = M\xi$ pro littera ξ eatenus tantum valorem $\frac{1}{4}$ aſſumi poſſe, quatenus litterae i et ω vnitatem non ſuperant; ita, vt ſi vel i vel ω vnitatem ſuperaret, tum ξ in eadem ratione diminui deberet. Quam ob cauſſam maximi momenti eſt, in eum valorem ipſius k inquirere, vnde prodeat $i = 1$. Poſito autem $i = 1$ reperimus

$$1 + \omega = \frac{k}{m};\ \text{ſeu}\ m(m-2) = k^2 + 2mk$$

cuius aequationis reſolutio praebet

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$$

Hic

Hic ſcilicet valor ipſius k nobis praebet $i = 1$ et

$$\omega = \frac{k - m}{m} = \frac{-2m + \sqrt{2m(m-1)}}{m}$$

qui valor eſt negatiuus et vnitate minor, vnde pro campo apparente habebitur

$$\Phi = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{m(m-1)} \cdot \xi = \sqrt{\frac{2}{m(m-1)}} \cdot \xi$$

ſin autem k adhuc maiorem adipiſceretur valorem, prodiret quidem i maius vnitate, ſed tum ξ ita ſumi deberet, vt fieret $i\xi = \frac{1}{4}$ ſeu $\xi = \frac{1}{4i}$, ſicque pro campo prodiret $\Phi = \frac{1+i+\omega}{m-1} \cdot \frac{1}{4i}$ vnde calculum inſtituenti innoteſcit campum continuo diminui eo magis quo valor ipſius k illum terminum ſuperaverit. Maxime igitur hic caſus lucroſus eſt, ſi capiatur

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}; \text{ vnde fit}$$
$$k' = \frac{m + \sqrt{2m(m-1)}}{m-2}.$$

Scholion.

322. Quia in antecedente problemate caſus maxime memorabilis eſt deductus, ponendo $i = 0$, ſuſpicari quis poſſet, etiam hic talem poſitionem inſtitui conuenire. Quamobrem hic oſtendamus, in hoc problemate neque poſitionem $i = 0$ neque $\omega = 0$ locum habere poſſe. Primo enim ſi eſſet $\omega = 0$, ob $k' = \frac{1}{i + Q\omega}$ deberet eſſe $i > 0$, at ob $\omega = 0$ prima aequatio $\mathfrak{B}\omega = -(1+k)M$ ſubſiſtere nequit, niſi ſit $\mathfrak{B} = \infty$, ideoque $B = -1$; iam ob $BC < 0$ debet eſſe C poſitiuum ideoque $\mathfrak{C}$ etiam > 0, ex quo

 patet,

patet, alteram aequationem $\mathfrak{C}\,i = -(1+Qk)M$ plane subsistere non posse; sicque euictum est, sumi non posse $\omega = 0$. Simili modo ostendetur, numerum i euanescere non posse; tum enim ob $k' = \frac{m}{i+Q\omega}$ deberet esse $\omega > 0$ hincque posterior aequatio

$$\mathfrak{C}\,i = -(1+Qk)M - \omega$$

subsistere nequit, nisi sit $\mathfrak{C}\,i$ quantitas finita negatiua ideoque $\mathfrak{C} = \infty$; vnde fit $C = -1$, et hinc ob $BC < 0$ fiet $B > 0$ simulque $\mathfrak{B} > 0$ id quod primae aequationi $\mathfrak{B}\,\omega = -(1+k)M$ manifesto contradicit; ex quo perspicuum est, etiam numerum i non posse capi $= 0$. Neque ergo praeter tres casus hic commemoratos vllus alius hic perpendi meretur atque postremus adeo tantis commodis reliquos omnes antecedit, vt is solus dignus videatur, qui in praxin deducatur; non solum enim maximum campum aperit, sed etiam pro α valorem non nimis magnum largitur, quoniam in illa formula radicali cubica termini post λ sequentes omnes fiunt valde parui eoque minores, quo maior fuerit multiplicatio, quoniam proxime fit $k = m(\sqrt{2}-1) = \frac{1}{2}m$. Tum vero hic etiam numerus ϑ arbitrio nostro permittitur, quo efficere possumus, vt lentes postremae non fiant nimis exiguae, sumto autem ϑ pro lubitu quantitas η sequenti aequatione definietur, quia enim supra inuenimus

$$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m+k)}{k^2 + 2mk + m} \text{ ob } m(m-2) = 2mk + k^2$$

et

et $m + k = \sqrt{2m(m-1)}$ erit

$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}}$ hincque

$\eta = \frac{k+1}{k^2} + \frac{\vartheta\sqrt{m(m-1)}}{k^2\sqrt{2}}$

ex quo valore interuallum fecundae et tertiae lentis innotefcit.

Problema 4.

323. Si telefcopium huius generis ita ex quatuor lentibus fit componendum, vt vna lens inter imaginem fecundam et ocularem conftituatur, indolem eius indagare eiusque conftructionem defcribere.

Solutio.

Quia igitur hic prima imago inter lentem primam et fecundam, fecunda vero imago inter lentem fecundam et tertiam cadit, litterae P et Q erunt negatiuae, manente fola R pofitiua. Quare fi ftatuatur $P = -k$ et $Q = -k'$ erunt elementa noftra

$b = \frac{\alpha}{k}$; $\beta = \frac{B\alpha}{k}$; $c = \frac{B\alpha}{kk'}$; $\gamma = \frac{BC\alpha}{kk'}$

et $d = \frac{-BC\alpha}{kk'R} = \frac{-BC\alpha}{m}$.

Hincque interualla

$\alpha + b = \alpha(1 + \frac{1}{k})$; ideoque α pofitiuum

$\beta + c = \frac{B\alpha}{k}(1 + \frac{1}{k'})$

ergo $B > 0$. et $\mathfrak{B} > 0$ et fimul $\mathfrak{B} < 1$

$\gamma + d = \frac{BC\alpha}{kk'}(1 - \frac{1}{R})$ ergo $C(1 - \frac{1}{R}) > 0$.

Pro loco autem oculi erit $O = \frac{d}{Mm}$ quae vt sit positiua debet esse $d > 0$, vnde haec noua resultat conditio, vt sit $C < 0$ quae conditio cum antecedente coniuncta dat $1 - \frac{1}{R} < 0$ ideoque $R < 1$. Quodsi iam ponamus $\pi = -\omega\xi$, $\pi' = i\xi$ et $\pi'' = -\xi$, vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}\xi = M\xi, \text{ existente } M = \frac{\omega + i + 1}{m - 1};$$

aequationes nostrae fundamentales erunt $\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$ et $\mathfrak{C}i = -(1 - kk')M - \omega$; ex quarum priore statim ob $\mathfrak{B} > 0$ liquet fore $\omega < 0$.

Destructio autem marginis colorati postulat, vt sit

$$0 = \frac{\omega}{P} + \frac{i}{PQ} + \frac{1}{PQR}; \text{ ideoque}$$

$$0 = -\frac{\omega}{k} + \frac{i}{kk'} + \frac{1}{kk'R} \text{ vnde } R = \frac{1}{\omega k' - i},$$

vt ergo R prodeat positiuum, i necessario debet esse numerus negatiuus. Statuamus ergo $\omega = -\zeta$ et $i = -y$, vt iam sit pro campo apparente $M = \frac{1 - y - \zeta}{m - 1}$ ideoque $y + \zeta < 1$. Cum igitur sit $R = \frac{1}{y - k'\zeta}$ atque hinc $m = \frac{kk'}{y - k'\zeta}$ notandum est, ob $R < 1$ et $R = \frac{m}{kk'}$ esse debere $kk' > m$; hinc quia est

$$y = k'\zeta + \frac{kk'}{m}; \text{ erit } y > 1,$$

ideoque multo magis $y + \zeta > 1$, quod cum sit absurdum patet, huius problematis casum locum habere non posse.

Scho-

Scholion.

324. Cum igitur hoc problema penitus sit excludendum, cum aeque parum conditioni marginis colorati satisfacere possit atque primum tribus tantum lentibus adhibitis, relinquuntur nobis tantum problema secundum ac tertium. Quia autem ex secundo casus prorsus singularis ibi annotatus maxime reliquis omnibus antecellit, quemadmodum etiam ex tertio casus vltimus prae ceteris maximam attentionem meretur, hinc constituemus duas praecipuas species telescopiorum tertii generis easque seorsim ita pertractabimus, vt primo ostendamus, quemadmodum vtraque vna vel pluribus lentibus ex eodem vitro adiiciendis, deinde etiam ex diuerso vitro ad maiorem perfectionis gradum euehi queant. Harum duarum vero specierum posterior ideo potissimum est notanda, quia telescopia communia terrestria dicta quasi in se complectitur, reuera enim ab iis differt plurimum, quatenus a vitiis, quibus haec instrumenta, vti vulgo fabricari solent, laborant, est liberata; vnde si etiam plures lentes in subsidium vocare nolimus, hinc regulae dari poterunt, haec telescopia terrestria ita perficiendi, vt maior perfectio exspectari nequeat. Prior autem species, quae longe aliam lentium ocularium dispositionem postulat, olim prorsus fuit ignota ac nuper demum a solertissimo Dollondo in praxin introduci est coepta. Quatenus scilicet lentibus minima apertura praeditis est vsus; neque tamen a sola experientia summus

mus perfectionis gradus, cuius haec ſpecies eſt capax, ſperari poterat. Hoc tamen facile eſt animaduerſum, niſi inſuper vna lens adiungatur, campum nimis fore paruum, quam vt ii acquieſcere queamus. Vidimus enim campum ſemper aliquanto eſſe minorem, quam in tubis aſtronomicis vulgaribus, ad quod remedium etiam in ſequentibus recurremus. Denique circa hanc ſpeciem annotari conuenit, nos in poſterum iis menſuris eſſe vſuros, quae in paragrapho § 314 ſunt ſtatutae, vbi ſcilicet poſuimus $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$, cum inde aptiſſimae ad praxin determinationes obtineri videantur.

SECTIO-