CAPVT IV.

DE TELESCOPIIS PRIMI GENERIS, QVAE SCILICET IMAGINE VERA DESTITVVNTVR, ET OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.

Problema I.

111.

Si telefcopium primi generis ex duabus tantum lentibus conftet, obiectiua fcilicet et oculari, eius conftructionem euoluere et proprietates exponere.

Solutio.

Cum hic fit $\frac{\alpha}{b}$ quantitas negatiua et $\alpha + b$ pofitiua, fi ratio multiplicationis ponatur $= m$, ob $m > 1$ diftantia α, vt ante vidimus, debet effe pofitiua; altera vero b negatiua, vt fit $b = \frac{-\alpha}{m}$ feu diftantiis focalibus introductis $\alpha = p$, et $q = \frac{-p}{m}$ et interuallum binarum lentium $\alpha + b = (\frac{m-1}{m}).p$ vnde patet ex data multiplicatione m et diftantia focali p omnia determi-

nari,

nari. Verum haec diſtantia p tanta eſſe debet, vt lens obiectiua datam admittat aperturam, cuius, ſi claritatis gradus ponatur $= y$, ſemidiameter eſſe debet $x = my$, vnde iam patet, diſtantiam p maiorem eſſe debere, quam $4\,my$ vel $5.\,my$; vnde cum y in partibus digiti dari ſoleat veluti $y = \frac{1}{50}$. dig., vt ſit $x = \frac{m}{50}$ et $p > \frac{m}{10}$ dig. verum hic inprimis ſpectari debet aequatio pro ſemidiametro confuſionis, quae dat

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right) \lesssim \frac{1}{4k^3}$$

vnde colligitur $p = kx\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)} = km.y\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)}$, qui ergo valor, niſi forte minor ſit, quam $5.\,my$, ipſi p tribui debet, vbi vt ſupra notauimus, numerus k poni poteſt vel 30 vel 40 vel 50 prout maior vel minor diſtinctionis gradus deſideratur, atque iam ex datis valoribus λ et λ' cum vitri ſpecie, vnde numeri μ et μ' pendent, ambae lentes conſtrui hincque totum teleſcopium confici poterunt; ad cuius proprietates cognoſcendas quaeramus primo locum oculi eiusue diſtantiam a lente oculari, inuenimusque.

$$O = \frac{m-1}{m}.\,q.\ \text{§. } 30.$$

quae cum ob $q \lesssim 0$ ſit negatiua oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde colligitur ſemidiameter campi ex §. 37. $\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$ et $\pi = \frac{+\omega}{q}$, denotante ω ſemidiametrum pupillae; quare ob $q = \frac{-p}{m}$ fiet $\Phi = \frac{+m}{m-1}.\,\frac{\omega}{p}$ vbi inprimis notandum eſt, lentem ocula-

ocularem tantam ſumi debere, vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter ſit $= \pi q = \omega$; ex quo neceſſe eſt, vt fiat $-q > 5\omega$ vel 4ω hincque etiam $p > 4m.\omega$ vel $> 5.m\omega$. quae conditio iam in ſe complectitur primam ob $y < \omega$. Quod denique ad alteram confuſionem attinet, cum deſtructio marginis colorati poſtulet, vt ſit § 52.

$$o = \frac{dn}{n-1}. B\pi.p$$

quod cum fieri nequeat, niſi lens obiectiua fuerit perfecta, euidens eſt, marginem coloratum deſtrui non poſſe. Denique pro hac confuſione penitus tollenda eſſe debet

$$o = \frac{dn}{n-1}.p + \frac{dn'}{n'-1}.q, \quad \text{ſiue}$$

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{m}.\frac{dn'}{n'-1}$$

cui caſu adeo, quo lens obiectiua eſt perfecta, ſatisfieri nequit, ob primum terminum euaneſcentem; quia autem m eſt numerus ſatis magnus, alterum membrum per ſe fit ſatis paruum, vt haec confuſio non ſit metuenda.

Coroll. I.

112. Cum diſtantia focalis p maior eſſe debeat, quam $5\,m\,\omega$, pro data multiplicatione m longitudo huius teleſcopii ſemper maior erit, quam $5(m-1)\omega$ et cum ſit circiter $\omega = \frac{1}{20}$, dig. haec teleſcopii longitudo minor fieri non poterit quam $\frac{m-1}{4}$. dig. ſcili-

çet ſi velimus, vt ſit $m = 50$, longitudo teleſcopii minor eſſe nequit, quam $12\frac{1}{4}$ dig. etiamſi formula $p = m.k y \sqrt[3]{m \mu \lambda - \mu' \lambda'}$ multo minor reddi poſſet.

Coroll. 2.

113. Pro campo apparente inuenimus eius ſemidiametrum $\Phi = \frac{m}{m-1}, \frac{\omega}{p}$ vnde, cum ſit $p > 5\, m\, \omega$, valor ipſius Φ ſemper certe minor erit, quam $\frac{1}{5(m-1)}$ atque in minutis primis erit $\Phi < \frac{687}{m-1}$. minut. quo campo facile contenti eſſe poſſemus, niſi p deberet eſſe multo maius, quam $5\, m\, \omega$.

Coroll. 3.

114. Quoniam margo coloratus tolli non poteſt, niſi lens obiectiua ſit perfecta; hinc ſtatim intelligimus, quanti ſit momenti vſus lentium perfectarum, quas ſupra deſcripſimus; ita, vt earum beneficio his teleſcopiis inſignis gradus perfectionis conciliari poſſit.

Scholion.

115. Solutio huius problematis ita eſt generalis, vt ad omnes vitri ſpecies ex quibus lentes parari poſſunt, pateat; quin etiam loco lentis obiectiuae non ſolum lentes ſimplices, ſed etiam duplicatae vel triplicatae atque adeo perfectae ſubſtitui poſſunt: vnde plurimae ſpecies huius teleſcopii, quod tantum ex duabus

duabus lentibus compositum spectamus, exhiberi possunt; quarum praecipuas in subiunctis exemplis contemplemur:

Exemplum I.

116. Si ambae lentes fuerint simplices atque ex eadem vitri specie confectae, constructionem huius telescopii definire:

Pro hoc casu potissimum aequatio venit considerandas:

$$p = m k y \sqrt[3]{\mu (m \lambda - \lambda')}$$

quae distantiam focalem primae lentis determinat, siquidem valor hinc prodiens maior fuerit, quam $5 . m . \omega$. Videbimus autem statim atque multiplicatio m fuerit notabilis, eius valorem multum esse superaturum istum limitem $5 . m \omega$ seu $\frac{1}{4} m$. dig. ita, vt maximi sit momenti hanc formulam tam paruam reddere, quam fieri potest; quare statim faciamus $\lambda = 1$, vt lens obiectiua secundum §. 59. elaborari debeat; quod vero ad lentem ocularem attinet, non convenit $\lambda' = 1$ ponere, sed potius e re erit, ipsi huic litterae maiorem valorem tribuere, inprimis autem vt haec lens maximae aperturae fiat capax, ea optime vtrinque aeque concava redditur, ex quo numerus $\lambda' = 1,6299$. (§. 61.) pro ea vitri specie, qua $n = 1, 55$. et qua artifices plerumque vti solent. Pro aliis autem speciebus tantum non differet, vt operae pretium sit, differentiae rationem habere; praecipue cum litteras k et y tam adcurate definire non liceat. Sumamus ergo $y = \frac{1}{40}$ dig. vt satis magnam claritatem obtineamus, quae in hoc genere necessaria videtur; et $k = 40$, vt confusio satis reddatur exigua eritque ob $\lambda = 1$; $\lambda' = 1\frac{5}{8}$

$$p = m.\sqrt[3]{\mu\,(m - 1\tfrac{5}{8})}$$

vnde patet, hic eas vitri species praeferri debere, quibus maior refractio n respondet, quia tum littera μ minores nanciscitur valores. Cum autem perpetuo μ non multum differat ab vnitate eiusque propterea radix cubica multo minus discrepet, quacunque vitri specie vti velimus, tuto sumere licebit $p = m\sqrt[3]{(m - 1\frac{5}{8})}$ hoc autem casu circa marginem coloratum nihil efficere licet. Quare si hinc distantiam focalem lentis obiectiuae debite definiuerimus atque n denotet refractionem vitri, ex quo ambae lentes sint parandae, constructio telescopii sequenti modo se habebit:

I°. Lens obiectiua paranda est ex formulis §. 59.

II°. Lens ocularis vtrinque aeque concaua conficiatur, sumendo radium vtriusque faciei $= \frac{-2(n-1)p}{m}$ ob $q = \frac{-p}{m}$.

III°. Hae duae lentes ad distantiam $AB = \frac{m-1}{m}.p$ iungantur et tubo inserantur, vt oculus lenti concauae immediate adplicari possit.

IV°.

IV°. Hic tubus campum offeret cuius semidiameter erit $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{3437 \cdot m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$ min.

V°. Hoc telescopium a vitio marginis colorati liberari nequit.

Coroll. 1.

117. Quodsi multiplicatio tanta sit, vt fiat $m = 1\frac{5}{8}$, formula p definiens euanescit, nihilo vero minus sumi debet $p = 5 \cdot m\,\omega$ seu quasi $\frac{1}{4} \cdot m$. dig. hocque valore vti licet, etsi m aliquanto sit maius, dummodo illa formula non excedat $\frac{1}{4} \cdot m$. dig. quod euenit, quamdiu m non superat limitem $1\frac{41}{64}$ qui vix superat valorem $1\frac{5}{8}$; ex quo patet, statim atque multiplicatio m maior sit, quam $1\frac{5}{8}$, distantiam focalem p maiorem capi debere, quam $\frac{1}{4} \cdot m$. dig.

Coroll. 2.

118. Quare si verbi gratia debeat esse $m = 5$, capi oportet $p = 7\frac{1}{2}$ dig. et $q = -\frac{3}{2}$ vnde semidiameter campi apparentis prodit $\Phi = \frac{5}{4} \cdot \frac{2\omega}{15} = \frac{\omega}{6} = \frac{1}{120}$ ob $\omega = \frac{1}{20}$; siue $\Phi = \frac{3437}{120}$ min. $= 29$. min. Longitudo autem telescopii erit 6 digit.

Coroll. 3.

119. Si multiplicatio desideretur $m = 10$, reperitur $p = 5\sqrt[3]{67} = 20\frac{5}{16}$ dig. hincque $q = -2 \cdot \frac{1}{32}$ dig. ita, vt longitudo telescopii sit $18\frac{9}{32}$ dig. tum vero semidia-

midiameter campi apparentis, qui eſt $\frac{\omega}{p+q}$ fit $\Phi = \frac{32 \cdot \omega}{585} = \frac{4}{2925}$ et in minutis $\Phi = 4' 42''$, qui campus iam tam eſt exiguus, vt nullo modo tolerari poſſit, quare haec ſpecies teleſcopiorum ne quidem ad multiplicationem $m = 10$ adplicari poteſt.

Exempl. II.

120. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie parentur, obiectiua vero ſtatuatur duplicata ſec. §. 65. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{1-\nu}{4}$ ac ſi vitro communi, pro quo eſt $n = 1.55$, vtamur, erit $\lambda = 0.1918$; ſumtaque iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ et poſito, vt ante, $\lambda' = 1\frac{5}{8}$ vt lens ocularis fiat aequaliter concaua erit $p = m.\sqrt[3]{(0,1918.m - 1\frac{5}{8})}$ et vt ante, $q = \frac{-p}{m}$. hincque diſtantia lentium $= \frac{m-1}{m} p$ quare ſi inde pro data multiplicatione definiatur valor litterae p, conſtructio ita ſe habebit:

I°. Lens obiectiua paranda eſt ex formulis §. 59. pro $n = 1.55$.

II°. Lens ocularis vtrinque fiat aequaliter concaua, radio exiſtente $= -2(n-1).\frac{p}{m} = -\frac{11}{10}.\frac{p}{m}$.

III°. Semidiameter campi apparentis erit, vt ante, $\Phi = \frac{m}{m-1}.\frac{\omega}{p} = \frac{172.m}{m-1}.\frac{1}{p}$ min.

IV°. Aeque parum autem, ac ante, hoc caſu margini colorato remedium afferri poteſt.

Co-

Coroll. 1.

121. Quando autem formula illa praebet $p < \frac{1}{4} m$. dig. nihilo minus statui debet $p = \frac{1}{4} m$. dig. quod inprimis euenit, si sit $m = 8\frac{1}{2}$ circiter; vnde oritur $p = o$ quare nisi multiplicatio maior desideretur, sumi poterit $p = \frac{1}{4} m$. dig. vnde fit $q = -\frac{1}{4}$. dig. et longitudo telescopii $\frac{1}{4}(m-1)$ dig. campique apparentis semidiameter. $\Phi = \frac{688}{m-1}$. minut.

Coroll. 2.

122. Quodsi ergo multiplicatio proposita sit $m = 8\frac{1}{2}$, telescopium ita erit construendum. I°. ob $p = \frac{17}{8}$ dig. $= 2\frac{1}{8}$ dig. lens obiectiua paretur secundum praecepta data. II°. ob $q = -\frac{1}{4}$ dig. radius vtriusque faciei erit $= -\frac{1}{2}(n-1)$ dig. vnde longitudo telescopii fit $= 1\frac{7}{8}$ dig. campi vero apparentis semidiameter $= 1° 31'$. quod telescopium omni attentione dignum videtur non obstante margine colorato.

Coroll. 3.

123. Si desideretur multiplicatio $m = 15$. statim reperitur $p = 16, 15$. dig. hinc $q = -1, 07$. dig. vnde longit. telescopii $= 15, 08$. dig. et semidiameter campi apparentis erit $= \frac{172}{15,58}$. minut. $= 11' 24''$ vnde patet hoc telescopium tam ob nimis exiguum campum quam ob nimis magnam longitudinem merito esse reiiciendum, dum contra casus praecedens maxime commendandus videtur.

Exempl. III.

124. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie conſtent, obiectiua vero ſtatuatur triplicata, ſec §. 66. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{3-8\nu}{3 \cdot 9}$; conſtructionem huius teleſcopii definire.

Vtamur vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$ eritque $\lambda = 0,0422$ et maneat $\lambda' = 1,629$, ſumta iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ erit

$$p = m . \sqrt[3]{}(0,0422\, m - 1,629)$$

vnde reliqua, vt in caſibus praecedentibus determinantur.

Inprimis autem hic notari meretur caſus, quo ſit $0,0422\, m = 1,629$ ſiue $m = 38 \frac{3}{5}$ pro qua ſumi debet lentis obiectiuae diſtantia focalis $p = 9 \frac{13}{20}$ dig. manente $q = -\frac{1}{4}$. dig. hincque longitudo tubi $= 9 \frac{2}{5}$. dig. ex qua ſemidiameter campi erit $= 18' \, 17''$ qui quidem campus ſatis eſt paruus, ſed ob tam notabilem multiplicationem facile tolerari poteſt, niſi forte margo coloratus offendat.

Exempl. IV.

125. Si pro lente obiectiua capiatur lens perfecta, ocularis autem maneat ſimplex atque adeo vtrinque aequaliter concaua, conſtructionem teleſcopii deſcribere.

Quo-

Quoniam ſupra huiusmodi lentes perfectas deſcripſimus partim ex vitro coronario, partim ex vitro chryſtallino conficiendas hic ante omnia attendendum eſt, quantae aperturae quaelibet ſit capax; cum enim pro multiplicatione m hic eſſe debeat $x = \frac{m}{45}$ dig. ante omnia videndum eſt, an lens perfecta hic adhibenda tantam aperturam admittat, quae cautela ſedulo eſſet obſeruanda, ſi valor ipſius p quopiam caſu prodiret $= 0$; quo vt ante capi deberet $p = \frac{1}{4}. m$; ita, vt fieret $x = \frac{1}{10}. p$, quod tantum in tertia lente triplicata locum habet. Verum non opus eſt, vt de hoc ſimus ſolliciti, quia ex formula radicali ſuperiori pro hoc caſu nunquam prodire poteſt $p = 0$; quoniam enim lens eſt perfecta, erit per hypotheſin $\lambda = 0$, ita vt fiat $p = m. \sqrt[3]{- 1.629}$. vnde patet, ſemper adeo fore $p > m$, ſcilicet $p = 1, 17. m$. quare ſtatim ſequitur hoc inſigne incommodum, vt mox ac multiplicationi m modicus valor tribuatur, campus apparens tam paruus ſit prodituras, vt teleſcopium fere omni vſu careat; cuius cauſſa cum ſit valor $\lambda = 0$, optandum hic eſſet, vt lens perfecta etiam nunc confuſionem quandam exiguam pareret, vt illa formula pro quapiam multiplicatione praeberet $p = 0$. Secundum praecepta autem ſupra data tales lentes non difficulter inueniri poſſent, quae dum nullam gignerent diſperſionem, aliquam tamen confuſionem producerent; verum eiusmodi inueſtigatio commodius inſtituetur his teleſcopiis vel vnam vel duas lentes nouas adiungendo.

Scholion.

126. Ratio huius insignis paradoxi, quod lentes perfectae hic minus vtilitatis praestent, quam lentes duplicatae et triplicatae praecedentes in hoc manifesto est posita, quod hic non eiusmodi lente obiectiua egeamus, pro qua sit $\lambda = o$, sed potius tali, vt $\lambda m - \lambda'$ redigi possit ad nihilum. Supra autem facile fuisset eiusmodi lentes compositas inuenire, quae dum confusioni colorum mederentur, pro priori confusione datum valorem numeri λ habuissent; verum hic non opus est, vt illum laborem repetamus; sed potius alio modo hanc inuestigationem ad praesens institutum accommodari conueniet; duas scilicet pluresue lentes, quae vnitae lentem perfectam constituebant, hic tanquam disiunctas consideremus, quo pacto id commodi assequemur, vt non solum vtraque confusio lentem etiam ocularem in calculo comprehendendo penitus tolli, sed etiam fortasse campus apparens vlterius extendi queat; quem in finem sequens problema praemitti oportet.

Problema 2.

127. Inter lentem obiectiuam et ocularem aliam insuper lentem inserere, vt telescopium eidem primo generi maneat accensendum.

Solu-

Solutio.

Ponamus ergo telescopium constare tribus lentibus PP, QQ, RR, ac primo quidem requiritur, vt hae fractiones $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ sint negatiuae; tum vero vt haec interualla $\alpha + b$; $\beta + c$ sint positiua; existente multiplicatione $m = \frac{\alpha}{b}\cdot\frac{\beta}{c}$ siue $m = \frac{\alpha}{c}\cdot \mathrm{B}$. ob $\mathrm{B} = \frac{\beta}{b}$, quae proinde quantitas erit positiua. Introducamus nunc altera elementa, quae supra litteris B, C et indicibus aperturae π, π' cum semidiametro campi Φ continebantur, ac pro priori conditione habebimus

$$\frac{\alpha}{b} = \frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} < 0.$$

$$\frac{\beta}{c} = \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

vnde cum Φ ex rei natura semper sit positiuum, debet esse $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ negatiuum, at vero $\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi$ positiuum; et quia $\gamma = \infty$; ideoque $\mathrm{C} = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ vnde posterior conditio dat $\pi' - \pi + \Phi > 0$. Pro campo autem apparente inuenimus $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$; vnde cum Φ et $m - 1$ sint quantitates positiuae, debet esse $-\pi + \pi'$ quantitas positiua, qua praecedens etiam conditio sponte continetur. Vt autem praeterea interualla lentium fiant positiua, has duas conditiones adipiscimur ex §. 16.

$$1^{\circ}.\ \frac{\mathfrak{B}\pi p}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} > 0.$$

vnde cum denominator sit negatiuus, etiam numerator debet esse negatiuus seu $\mathfrak{B}\pi p < 0$ prouti ergo quantitas p fuerit vel poſitiua vel negatiua, debet eſſe $\mathfrak{B}\,\pi$ vel negatiuum vel poſitiuum.

$$2^\circ.\ \frac{B\Phi p(\pi' - (\ -\mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi - \Phi)(\pi' - \pi + \Phi)} > 0$$

vbi cum Φ ſit poſitiuum, totus vero denominator negatiuus, etiam pro numeratore $Bp(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)$ debet eſſe < 0.

Ex his igitur conditionibus ſi loco Φ valorem inuentum ſubſtituamus, ſequentes concluſiones conſequemur

$1^\circ.\ \pi' - \pi > 0.$

$2^\circ.$ ob $\mathfrak{B}\,\pi - \Phi < 0$, debet eſſe
$(m-1)\mathfrak{B}\,\pi - \pi' + \pi < 0$ ſeu $\pi' - \pi >$
$(m-1)\mathfrak{B}\,\pi$ ſiue $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

$3^\circ.\ \mathfrak{B}\,\pi\, p < 0$

$4^\circ.\ Bp(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi) < 0.$

quia hic igitur formulae 3 et 4 ambae ſunt negatiuae, haec per illam diuiſa

$$\frac{B(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\,\pi} > 0$$

vnde ſi denominator fuerit poſitiuus etiam numerator debet eſſe poſitiuus et contra. Conſideremus nunc ambos caſus extremos, alterum, quo media lens lenti obiectiuae vnitur, alterum, quo ea lenti oculari vnitur. Priori caſu, quo ſcilicet $\alpha + b = 0$, fit $\pi = 0$, quemadmodum ſupra iam notauimus pro lentibus quot-

cunque

cunque cum obiectiua lente coalescentibus. Posteriore casu, quo $\beta + c = 0$, debet $\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi = 0$ seu $\pi' = (1 - \mathfrak{B})\pi$, qui valor in conditione superiore secunda positus dabit $m\mathfrak{B}\pi < 0$ seu $\mathfrak{B}\pi < 0$. Cum autem campus apparens potissimum a lente oculari pendeat, cui respondet littera π', haec littera π' necessario est positiua quare vt campus ob lentem mediam non minuatur, sed potius augeatur, numerum π negatiuum esse oportet, ex quo superiores conditiones propius hoc modo definientur

1^{ma}. scilicet $\pi' - \pi$ iam sponte fit > 0 ideoque omitti potest

2^{da}. est $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

ex 3^{tia}. autem sequitur $\mathfrak{B}p > 0$

et 4^{to}. $\frac{B(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > 0$.

Consideretur adhuc locus oculi, cuius distantia a lente oculari fit $O = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$ quae ob $\frac{\pi'}{m\Phi}$ positiuam fieret positiua, si modo r esset positiuum at cum sit $r = c$ ob $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ erit $r = \frac{Bp\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ cuius denominator cum sit positiuus examinandum est, vtrum Bp sit positiuum an negatiuum; at si Bp esset positiuum; distantia O quoque foret positiua, sin autem Bp esset negatiuum, foret quoque distantia O negatiua, oculusque lenti tertiae immediate applicari deberet, de quo casu praecepta supra data sunt obseruanda.

Co-

Coroll. 1.

128. Quia ſtatim ac multiplicatio m fit modicae quantitatis, Φ multo minus eſt, quam π, cum $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ ſit negatiuum, quantitas $\mathfrak{B}\pi$ fiet quoque negatiua et ob $\pi < 0$ erit $\mathfrak{B}$ poſitiuum. Hinc pro tertia conditione $\mathfrak{B}\pi p < 0$ debebit eſſe p poſitiuum (excepto ſcilicet caſu, quo π quam minimum habet valorem ideoque p etiam negatiuum eſſe poſſet) et per tertiam et quartam conditionem coniunctim erit ob denominatorem negatiuum etiam numerator $B(\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi)$ negatiuus ſi ergo fuerit $\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi > 0$ erit $B < 0$; contra vero $B > 0$.

Coroll. 2.

129. Hae igitur conditiones impleri poſſunt pluribus modis, dum plura elementa manent indeterminata, ſtatim enim patet, quantitatem α ſeu p tam affirmatiuum, quam negatiuum valorem accipere poſſe; at quia $\mathfrak{B}p > 0$ ob $\pi < 0$, ſi p ſtatuamus poſitiuum, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe poſitiuum; ſin autem p ſumatur negatiue, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe negatiuum; interim tamen cum ſit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$, etiamſi ſit $\mathfrak{B}$ poſitiuum, littera B etiam nunc eſſe poteſt tam poſitiua, quam negatiua; altero vero caſu, quo $\mathfrak{B}$ eſt negatiuum, ſemper etiam B ſit negatiuum.

Scho-

Scholion.

130. Eodem modo, quo hoc problema resoluimus, conditiones etiam inueniri possunt, quando duae pluresue lentes inter obiectiuam et ocularem inferuntur seu quando huiusmodi telescopium ex quatuor pluribusue lentibus est compositum; ponamus enim quatuor id lentibus constare atque sequentes sex conditiones erunt adimplendae.

$$1^\circ.\ \frac{\alpha}{b} < 0;\quad 2^\circ.\ \frac{\beta}{c} < 0.\quad 3^\circ.\ \frac{\gamma}{d} < 0$$

$$4^\circ.\ \alpha + b > 0;\ 5^\circ.\ \beta + c > 0.\ 6^\circ.\ \gamma + d > 0$$

existente $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$. vnde si loco harum litterarum valores supra dati introducantur, hae sex conditiones praebebunt sequentes formulas, in quibus Φ semper vt positiuum ponitur

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0.$$

$$2^\circ.\ \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

$$3^\circ.\ \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} < 0.$$

quae tres conditiones commodius ita referuntur.

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0$$

$$2^\circ.\ \mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi > 0$$

$$3^\circ.\ \pi'' - \pi' + \pi - \Phi < 0.$$

Pro tribus reliquis conditionibus, quia in singulis denominatores sunt negatiui, etiam numeratores oportet esse negatiuos vnde sequentes conditiones erunt adimplendae.

$4^\circ.\ \mathfrak{B}\,\pi\, p < 0.$

$5^\circ.\ B\, p\, (\mathfrak{C}\,\pi' - (1 - \mathfrak{B})\,\pi) < 0$

$6^\circ.\ B\, C\, p\, (\pi'' - (1 - \mathfrak{C})\,\pi') < 0.$

quae prout p fuerit vel positiuum vel negatiuum duplici modo considerari poterunt; in hoc negotio autem inprimis consideranda est expressio pro campo apparente, quae est $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$ quae quia tam magna desiderari solet, quam fieri potest, curandum est, vt fractiones π et π'' obtineant valores negatiuos eosque maximos, qui tamen $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{5}$ superare nequeunt, ac si forte hoc fieri nequeat, et alteruter debeat esse positiuus, tum vt is fiat quam minimus, erit efficiendum.

Scholion. 2.

131. His iam praemissis videamus, quo modo superiori incommodo, quo lentes perfectae pro hoc telescopiorum genere ineptae sunt deprehensae, remedium afferri possit. Considerabimus igitur telescopium vt tribus lentibus compositum, ac duas priores prorsus vniamus vt interuallum $a + b$ euanescat sicque lens obiectiua fiat duplicata, verum nunc singula elementa ita definiamus, vt non pro sola obiectiua vtraque confusio destruatur, sed pro toto telescopio.

Quo-

Quoniam vero ad hoc duplici vitri ſpecie opus eſt, adhibere cogimur binas illas ſpecies anglicas, ſcilicet vitrum coronarium et chryſtallinum. Vnde duo potiſſimum problemata naſcuntur, prout vel prima lens ex coronario, ſecunda vero ex chryſtallino, vel contra prior ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario fuerit paranda; de tertia autem lente oculari perinde fere erit, ſiue eam ex vitro coronario ſiue ex chryſtallino conficere velimus, dummodo ea vtrinque aeque concaua reddatur, quandoquidem ea hoc modo maximam aperturam admittit, a qua campus apparens dependet.

Problema 3.

132. Si teleſcopii lens obiectiua ſit duplicata ac prior quidem ex vitro coronario, poſterior vero ex chryſtallino parata, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; conſtructionem huius teleſcopii pro quauis multiplicatione m deſcribere.

Solutio.

Cum igitur hic ſit $\alpha + b = 0$; ſiue $\alpha = -b$; et $\frac{\alpha}{b} = -1$ erit multiplicatio $m = -\frac{\beta}{c}$ ſeu $c = -\frac{\beta}{m}$ vbi littera β exprimit diſtantiam focalem ipſius lentis obiectiuae duplicatae ideoque, vt ex probl. 1 patet, debet eſſe poſitiua; vnde lens ocularis erit concaua. Cum igitur ſit $b = \frac{\beta}{B}$; $q = \mathfrak{B} b = \frac{\mathfrak{B}\beta}{B} = \frac{\beta}{B+1}$ erit $\alpha = \frac{-\beta}{B}$

 et

et litterae μ et ν, vna cum μ'', ex refractione $n = 1,53$; litterae vero μ' et ν' ex refractione $n = 1,58$ sunt sumendae; vnde pro confusione ex apertura lentium destruenda habebimus hanc aequationem:

$$\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{mB^3} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}B} = 0$$

cum autem sit $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ atque $n'' = n$ ob valorem distantiae O negatiuum pro margine colorato tollendo nanciscimur hanc aequationem:

$$\pi'(3B + 10) = 10.\pi.$$

deinde vero pro hac confusione penitus tollenda satisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = -7 + \frac{10(B+1)}{B} - \frac{7}{mB}$$

$$\text{seu } 0 = -7B + 10.(B + 1) - \frac{7}{m}$$

vnde reperitur $B = \frac{7-10.m}{3.m}$, $\mathfrak{B} = \frac{10m-7}{7m-7}$, ex qua littera B perfecte determinatur, ita, vt ex prima aequatione tantum litterae λ et λ' definiendae restent, quia ob lentem ocularem vtrinque aequalem, λ'' iam definitur. Inde igitur commodissime definitur numerus λ':

$$\lambda' = \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda}{\mu'} + \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu'B^3} - \frac{\nu'\mathfrak{B}^2}{B}$$

in qua quidem aequatione λ pro lubitu accipi posset, sed ne λ' vnitatem nimis superet, conueniet sumi $\lambda = 1$ sicque omnia iam erunt determinata, ita, vt nihil amplius supersit, quod ex aequatione media posset determinari,

minari, quia ratio litterarum π et π' ex praemissis iam datur. Cum enim sit $b = \frac{\beta}{B} = \frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} = \frac{-\beta\Phi}{B(\mathfrak{B}\pi - \Phi)}$ hincque $\pi = 0$, et cum pro campo apparente sit $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$ erit $\pi' = (m-1)\Phi$ vnde pro secunda aequatione prodit

$$0 = (m-1)\Phi(3B + 10)$$

quod cum fieri nequeat, praeter casum $3B + 10 = 0$ seu $\frac{7 - 10.m}{m} + 10 = 0$ hincque $m = \infty$; margo coloratus tolli nequit, nisi multiplicatio sit maxima ideoque pro maioribus multiplicationibus erit insensibilis, ad quem casum cum haec telescopia accommodari conueniat, margo coloratus non erit metuendus, sufficietque, si primae et tertiae aequationi satisfecerimus. Inuentis igitur quantitatibus B, λ et λ' pro data multiplicatione m gradus claritatis y assumatur, quo contenti esse voluerimus; indeque habebitur semidiameter aperturae primae lentis x. Si deinde distantiam focalem totius lentis obiectiuae, quae est aequalis β, vt indefinitam spectemus; habebimus inde 1° distantiam focalem prioris lentis; $\alpha = \frac{-\beta}{B}$ et pro posteriore distantias determinatrices $b = \frac{\beta}{B}$ et β; ex quibus cum numeris λ et λ' vtramque lentem poterimus construere; in qua constructione notetur minimus radius siue conuexitatis siue concauitatis eiusque parti quintae vel etiam quartae aequetur $x = my$; vnde ipsa quantitas β in digitis determinabitur. Hinc porro colligimus diſtantiam focalem lentis ocularis $= c = \frac{-\beta}{m}$; ex qua ſi huic lenti vtrinque figura aequalis tribuatur, vt ſcilicet maximae aperturae fiat capax radius iſtius curuaturae erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{m}$ vti ſupra iam oſtendimus §. 61, vbi etiam inuenimus pro hac lente fore $V(\lambda'' - 1) = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$; vnde valor ipſius λ'' definitur.

Coroll. 1.

133. Cum hic diſtantia oculi poſt vltimam lentem O fiat negatiua; ideoque oculus huic lenti immediate adplicari debeat, in formula campum apparentem declarante $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$ fractio π' ſumi debet $= \frac{\omega}{c}$ vt ſcilicet campum inueniamus, quem vno obtutu conſpicimus; expediet autem, aperturam iſtius lentis tantam fieri, quantam curuatura facierum admittit, ſicque nihil obſtat, quominus ipſi π' valor $= \frac{1}{4}$ vel $= \frac{1}{5}$ tribuatur.

Coroll. 2.

134. Quod hic de valore vltimae litterarum π, π', π'' etc. notauimus, latiſſime patet, vt ſcilicet ei ſemper valor $\frac{1}{5}$ vel $\frac{1}{4}$ tribui poſſit, dummodo in computo campi apparentis eius valor ad $\frac{\omega}{c}$ imminuatur, ſi quidem hic fuerit minor; quippe quo modo campus vno obtutu conſpectus definitur. Quando autem apertura lentis ocularis maior fuerit pupilla, tum pupilla eam quaſi peragrando ſucceſſiue totum campum

con-

conſpiciet, quem verus valor ipſius π' definit ſicque in poſterum hanc limitationem a pupilla petitam penitus omittere poterimus; dummodo notetur, caſu, quo π' maius, quam $\frac{\omega}{c}$, hunc campum non vno obtutu apparere.

Coroll. 3.

135. Hoc igitur pacto teleſcopium adipiſcimur primi generis, quod obiecta ſine vlla confuſione ſiue ab apertura lentium ſiue a diuerſa radiorum natura oriunda repraeſentabit, ita, vt in illo nihil amplius poſſit deſiderari, niſi quod campus apparens nimis ſit exiguus; quo tamen defectu omnia teleſcopia tam Newtoniana, quam Gregoriana aeque laborant.

Scholion. 1.

136. Si haec ad praxin accommodare velimus, inchoandum erit a valore litterae B, quem tertia aequatio ſuppeditat, ſcilicet $B = \frac{7 - 10 . n}{3 m}$, qui ſtatim atque m ſit numerus modice magnus, abit in $B = -\frac{10}{3}$ quia autem hic valor $-\frac{7}{3}$ deriuatus eſt ex Dollondi experimentis, vnde rationem $\frac{dn}{n-1} . \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ deduximus, nemo certe arbitrabitur, hanc rationem tam exacte veritati reſpondere, vt non ſatis notabiliter ab ea diſcrepare poſſit; quam ob cauſſam ridiculum plane foret, ſi circa valorem huius litterae B nimis ſcrupuloſi eſſe vellemus; neque etiam res ipſa tantam preciſionem exigere

gere videtur, cum iam plurimum praestitisse is sit censendus, qui hanc confusionis speciem, quae hactenus nullo plane modo imminui posse est credita, plurimum imminuere potuerit, etiamsi ad nihilum non reduxerit, audacter igitur statuere poterimus, $B = -\frac{10}{3}$ pro quacunque multiplicatione, indeque tantum superest, vt formula pro λ' inuenta euoluatur; in quo nihil omnino negligere licebit; quoniam vt supra iam inuenimus solus terminus $\frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu'.B^3}$ tanti erat momenti, vt a lente obiectiua perfecta optatus effectus exspectari non potuerit.

Scholion 2.

137. Quoniam in sequentibus plurimum intererit, vt lentibus ocularibus eiusmodi figura tribuatur, quae maximae aperturae sit capax, hocque manifesto eueniat, si ambae huius lentis facies reddantur aequales: pro huiusmodi lente valor litterae λ ita definietur, vt fiat $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$ quem igitur pro praecipuis vitri speciebus hic exhibeamus.

$n.$	$\sqrt{\lambda - 1}.$	$\lambda.$
1. 53	0, 77464.	1. 60006.
1. 55	0, 79367.	1. 62991.
1. 58	0, 82125.	1. 67445.

Cum igitur nunc habeamus valorem $\lambda'' = 1,60006$, per ea, quae in problemate sunt constituta, habebimus

$\mu = 0.$

$\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$; $\nu' = 0.2529$. sumto $B = -\frac{10}{3}$ et $\mathfrak{B} = +\frac{10}{7}$; aequatio prima resoluenda induet hanc formam:

$$\lambda' = 3,3001.\lambda - \frac{0.1426}{m} + 0.1548$$

ex qua ne valor ipsius λ' praeter necessitatem nimis magnus prodeat, statuamus $\lambda = 1$, fietque

$$\lambda' = 3,4549 - \frac{0.1426}{m}$$

cuius aequationis vsum in aliquot exemplis ostendamus.

Exempl. I.

138. Huiusmodi telescopium construere, quod obiecta vicies quinquies aucta repraesentet, seu sit $m = 25$. Cum sit $\lambda = 1$, erit $\lambda' = 3,4492$ et $\lambda' - 1 = 2,4492$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$; atque hinc sequens singularum lentium constructio colligetur:

I. Pro lente prima ex vitro coronario facta

ob eius distantiam focalem $p = \alpha = +\frac{3\beta}{10}$ et $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0$ fiet

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\beta \\ \text{poster.} = 1.3239.\beta \end{cases}$

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino

cum sint distantiae determinatrices $b = \frac{\beta}{B} = -\frac{3}{10}\beta$, et litterae $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1,5827$, $\tau = 0,8775$

 et

et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$ si pro radiis anterioris et posterioris faciei ponamus litteras F et G, habebimus

$$F = \frac{b\beta}{\rho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\rho b + \sigma\beta \mp \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

atque hinc

$$\frac{1}{F} = \frac{3\sigma - 10.\rho \mp 7.\tau.\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{3\rho - 10.\sigma \pm 7.\tau.\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}$$

quibus euolutis prodit

$$\frac{1}{F} = \frac{3.3351 \mp 5.6124}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-15.4031 \pm 5.6124}{3\beta}$$

vt igitur radii non nimis fiant parui, vti oportet signis superioribus, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-5.2773}{3\beta};\; F = -0.4779.\beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7907}{3\beta};\; G = -0.5180.\beta$$

III. Pro tertia lente oculari

ex vitro coronario paranda constructio est facillima, dum vtriusque faciei radius esse debet $= 2(n-1)r = -1,06.r = -0,00424.\beta$.

Binae priores lentes sibi inuicem immediate iunguntur, vt vnam quasi lentem constituant, cuius aperturae semidiameter maior esse nequit, quam quarta circi-

circiter pars radii minimi quae eſt $= 0.0452\,\beta$, & habebimus $x = 0.0452\,\beta$. Debet autem eſſe $x = my$, denotante y gradum claritatis atque iam notauimus ſtatui poſſe $y = \frac{1}{50}$ dig. ita, vt hoc caſu habeamus $x = \frac{1}{2}$ dig. quo circa valor ipſius β ita determinabitur, vt ſit $\beta = 11,1$ dig. ſaltim β hoc limite non debet capi minus vnde ſuperiores menſurae abſolute innoteſcunt. Campi autem apparentis ſemidiameter ob $\pi = 0$ erit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{\pi'}{24}$; ſumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$ erit in minutis primis $35\frac{3}{4}$ min. quem campum oculus vno obtutu cerneret, ſi ſemidiameter pupillae eſſet $\pi' r. = 0.1120$. Quanto autem eſt minor, tanto minorem quoque campum vno obtutu videbit. Longitudo autem huius teleſcopii erit $= 10\frac{3}{4}$ digit.

Scholion.

139. Hoc ergo teleſcopium ad praxin ſatis accommodatum videtur, cum eius longitudo minor ſit vndecim digitis et tamen vicies quinquies obiecta augeat, campo apparente non adeo exiguo exiſtente; hincque etiam patet quantum lens perfecta hic immutari debuerit, vt etiam confuſionem a lente oculari oriundam tolleret. Verum hic notandum eſt, conſtructionem huius inſtrumenti ſummam artificis ſollertiam requirere minimumque errorem commiſſum totum opus irritum reddere quare non niſi poſt plura tentamina ſucceſſus ſperari poterit. Multo maiore autem ſollertia erit opus, ſi maiorem quoque multipli-

cationem desideremus, vti ex sequenti exemplo erit manifestum.

Exemplum II.

140. Huiusmodi telescopium conficere, quod obiecta quinquagies multiplicet seu sit $m = 50$.

Erit pro hoc casu $\lambda' = 3.4521$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1.5659$ qui valor praecedentem superat $\frac{1}{1000}$ hoc est, sui parte $\frac{1}{1504}$, ita, vt superior formula $\sqrt{(\lambda' - 1)}$ per $1 + \frac{1}{1504}$ multiplicata praebeat praesentem valorem et cum reliqua elementa maneant, vt ante, erit

I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\ \beta \\ \text{poster.} = 1.3239.\ \beta \end{cases}$$

II. Pro secunda lente

habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{3.3351 \mp 9.6185}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-15.4031 \pm 9.6185}{3\beta}$$

sumtisque signis superioribus habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-6.2834}{3\beta};\ F = -0.4774\ \beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7846}{3\beta};\ G = -0.5186.\ \beta$$

quae duae lentes iunctae aperturam admittent, cuius semidiameter $= 0.0452.\ \beta$; quo scilicet maior non debet

debet esse valor $x = my = 1$. dig. quare capi debebit $\mathfrak{E}$ maius, quam 22, 1. dig.

III. Pro lente oculari,

cuius distantia focalis est $= \frac{-\beta}{m} = \frac{-\beta}{50}$ radius vtriusque faciei erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{50} = -0,0212$. & sumto autem $\pi' = \frac{1}{4}$ erit aperturae eius semidiameter. $x = +\frac{\beta}{200} = 0,110$. dig. vnde semidiameter campi apparentis fit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{1}{196}$ siue angulus $\Phi = 17\frac{1}{2}$ min. prim. Longitudo denique huius telescopii erit $= \mathfrak{E} + r = 21,658$ siue $21\frac{2}{3}$ dig.

Scholion.

141. In hoc exemplo constructio lentis secundae vix discrepat a praecedente; vnde patet, quam adcurate mensurae inuentae obseruari debeant vt effectus voto respondeat facillimeque euenire posse, vt quae lens obiectiua datae cuidam multiplicationi destinatur, ea longe alii multiplicationi inseruiat; quare quantamcunque etiam sollertiam artifex adhibuerit, multiplicatio cui conuenit, explorari debet, dum scilicet ei successiue aliae atque aliae lentes oculares adiunguntur; tum enim pro certa quadam multiplicatione fieri poterit, vt telescopium egregium effectum producat, hanc ob caussam supersedeamus altero casu supra memorato, quo pro lente obiectiua lens prior ex vitro chrystallino, posterior ex coronario parari debebat, quoniam

 haec

haec quae euoluimus, ſufficere videntur et multo magis expediet pro lente obiectiua lentem triplicatam exhibere eamque talem, cuius prima et tertia lens ex vitro chryſtallino, media ex coronario ſit confecta, quia iam ſupra hinc aptiſſima lens perfecta eſt nata.

Problema 3.

142. Si lens obiectiua teleſcopii ſit triplicata, cuius prima et tertia lens ex vitro chryſtallino, media vero ex coronario ſit conficienda, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; huius teleſcopii conſtructionem deſcribere, vt omni confuſione careat.

Solutio.

Hoc igitur teleſcopium ex quatuor omnino lentibus conſtabit, pro quibus erit $n = 1,58$; $n' = 1,53$; $n'' = n$ et $n''' = n'$. et quia tres priores lentes in vnam quaſi coaleſcere debent, erit $\alpha + b = 0$; et $\beta + c = 0$; ſiue $\frac{\alpha}{b} = -1$; et $\frac{\beta}{c} = -1$; quare cum ſit multiplicatio $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ erit $m = \frac{-\gamma}{d}$ ſeu $d = \frac{-\gamma}{m}$ reliquae vero litterae ſimili modo per γ exprimi poterunt, ſcilicet $c = \frac{\gamma}{C}$; $\beta = \frac{-\gamma}{C}$; $b = \frac{-\gamma}{BC}$ et $\alpha = \frac{\gamma}{BC}$, ex quibus diſtantiae focales oriuntur

$$p = \frac{\gamma}{BC};\; q = \frac{-\mathfrak{B}\gamma}{BC};\; r = \frac{\mathfrak{C}\gamma}{C};\; s = \frac{-\gamma}{m}.$$

Quibus praemiſſis pro confuſione ex apertura lentium orta deſtruenda habebimus hanc aequationem:

μλ-

$$\mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''}{\mathfrak{C}.B^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right) - \frac{\mu'''.\lambda'''}{B^3C^3.m} = 0$$

quae ob $\mu'' = \mu$; $\nu'' = \nu$ et $\mu''' = \mu'$ euoluta dabit:

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'\lambda'''}{B^3C^3.m} \\ \quad - \frac{\mu'\nu'}{B\mathfrak{B}} + \frac{\mu\nu}{B^3C\mathfrak{C}}. \end{cases}$$

Ne nimis rationi 7 : 10, qua ante vſi ſumus, inhaereamus, ponamus in genere $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, et $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$, vt ſit circiter $\zeta : \eta = 10 : 7$; deinde quia noſtro caſu fit $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ pro margine colorato abolendo habebimus

$$0 = \zeta - \frac{\eta(B+1)}{B} + \frac{\zeta(C+1)}{BC}$$

ſiue

$$\zeta(1 + C + BC) = \eta(B+1)C$$

ex qua quid concludere liceat deinceps videbimus: Tertiam aequationem nobis praebet deſtructio tota huius confuſionis, ſcilicet iſtam:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$$

Ponatur breuitatis gratia $\frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m} = \vartheta$, eritque

$$0 = BC + C + \vartheta$$

vnde prodit $C = \frac{-\theta}{B+1}$

vel $B = -1 \frac{-\theta}{C}$

Cum autem ſecunda aequatio abeat in hanc formam:

BC-

$$B\,C + C + \frac{\zeta}{\zeta - \eta} = 0$$

ambabus simul satisfieri nequit, nisi sit $\vartheta = \frac{\zeta}{\zeta - \eta}$; hoc est nisi sit $\frac{\zeta m - \eta}{m} = \zeta$, siue $\zeta m - \zeta m = \eta = 0\, m$; siue $m = \infty$, prorsus vt in casu praecedente. Regrediemur igitur ad nostram aequationem primam, in qua siue loco B siue loco C valorem debitum substituamus. Cum autem rationem $\zeta : \eta$ non tam exacte nosse licet; sufficiet valores proximos sumsisse, hunc in finem, in tertia aequatione terminum per m diuisum negligamus et habebimus:

$$0 = B\,C + C + \frac{\zeta}{\zeta - \eta};\ \text{siue}$$

$$0 = B\,C + C + \frac{10}{3};\ \text{hincque}$$

$$C = \frac{-10}{3(B+1)}\ \text{et}$$

$$C + 1 = \frac{3B - 7}{3(B+1)}$$

quibus substitutis et diuisione facta per $(B + 1)^3$ prodit

$$\begin{aligned} 0 = &- 1000\,\mu\,\lambda.\,\mathfrak{B}^3 + 1000\,\mu'\,\lambda' \\ &+ \mu\,\lambda''\,(10\,\mathfrak{B} - 7)^3 - \frac{27\,\mu'\lambda''}{m} \\ &+ 1000.\,\mu'\,\nu'\,\mathfrak{B}\,(1 - \mathfrak{B}) \\ &- 30\,\mu\,\nu\,(10\,\mathfrak{B} - 7)(1 - \mathfrak{B}) \end{aligned}$$

quae sumto $\lambda'' = \lambda$ fit aequatio quadratica, ex qua $\mathfrak{B}$ definitur.

Ex

Ex hac autem aequatione cognoscimus, huiusmodi substitutionem etiam in genere succedere; cum enim sit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ ob $B + 1 = \frac{1}{1-\mathfrak{B}}$ fiet $C = -\vartheta(1-\mathfrak{B})$ et $C + 1 = 1 - \vartheta + \vartheta\mathfrak{B}$ hincque $\mathfrak{C} = \frac{-\theta(1-\mathfrak{B})}{1-\theta+\theta\mathfrak{B}}$ et ipsa aequatio prima reducetur ad hanc formam, si scilicet per $\mathfrak{B}^3$ multiplicetur:

$$0 = \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu\lambda''(\mathfrak{B} - 1 + \tfrac{1}{\theta})^3$$
$$+ \frac{\mu'\lambda'''}{m\theta^3} - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1 - \mathfrak{B})$$
$$+ \frac{\mu\nu(1-\mathfrak{B})(\mathfrak{B} - 1 + \frac{1}{\theta})}{\vartheta}$$

existente $\vartheta = \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$; ac si ponatur $\vartheta = \frac{10}{3}$ praecedens aequatio sponte prodit.

Statuamus igitur $\lambda'' = \lambda$ et euolutio huius aequationis sequentem praebebit aequationem quadraticam secundum potestates litterae $\mathfrak{B}$ dispositam

$$\mathfrak{B}^2[3\mu\lambda[1 - \tfrac{1}{\theta}] + \mu'\nu' - \tfrac{\mu\nu}{\theta}]$$
$$+ \mathfrak{B}[-3\mu\lambda[1 - \tfrac{1}{\theta}]^2 - \mu'\nu' + \tfrac{\mu\nu}{\theta}[2 - \tfrac{1}{\theta}]]$$
$$+ \mu\lambda[1 - \tfrac{1}{\theta}]^3 - \mu'\lambda' + \tfrac{\mu'\lambda'''}{m\theta^3} - \mu\nu[1 - \tfrac{1}{\theta}] = 0.$$

ex qua $\mathfrak{B}$ definiri debet.

Nunc igitur statuamus $\vartheta = \frac{10}{3}$; tum vero $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$. et pro lente oculari sit $\lambda''' = 1.60006$. tum vero $\mu = 0.8724$ et $\nu = 0.2529$ $\mu' = 0.9875$,

$\nu' = 0.$

$\nu' = 0.2196$; vnde fit $l\mu\nu = 9.3436645$; $l\mu'\nu' = 9.3361694$.

Pro termino $\mathfrak{B}^2$.

$$\mathfrak{B}^2\left(\tfrac{21}{10}\mu + \mu'\nu' - \tfrac{5}{10}\mu\nu\right)$$

$$\mathfrak{B}^2(+1.83204 - 0.06618)$$

$$\begin{array}{r} +0.21685 \\ \hline 2.04889 \\ 0.06618 \\ \hline 1.98271 \end{array}$$

$$+1.98271.\mathfrak{B}^2 - 1.38675\,\mathfrak{B} - 0.84271 + 0.\frac{04266}{m} = 0.$$

quia diuisa per 1.98271 fiet

$$\mathfrak{B}^2 = 0.69942.\,\mathfrak{B} + 0.42503 - \frac{0.02152}{m}$$

cuius resolutio suppeditat

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \sqrt{\left(0.54736 - 0.\frac{02152}{m}\right)} \text{ vel}$$

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \left(0.73983 - 0.\frac{01454}{m}\right)$$

vnde bini ipsius $\mathfrak{B}$ valores erunt

I. $\mathfrak{B} = 1.08954 - 0.\frac{01454}{m}$

II. $\mathfrak{B} = -0.39012 + 0.\frac{01454}{m}$

Coroll. I.

143. Tribus igitur prioribus lentibus immediate coniunctis existit lens obiectiua triplicata, cuius distan-

tia

sia focalis erit aequalis γ, ex qua radios singularum facierum definire oportet, inter quos notetur minimus, qui sit $= i\gamma$, cuius pars quarta $= \frac{1}{4} i\gamma$ dabit semidiametrum aperturae, quam ista lens obiectiua admittit.

Coroll. 2.

144. Porro vero ex multiplicatione m data et gradu claritatis y definitur semidiameter aperturae lentis obiectiuae $x = my$ idque in digitis, sumendo v. gr. $y = \frac{1}{50}$ dig. vnde habebitur ista aequatio $my = \frac{1}{4} i . \gamma$, ex qua per mensuram absolutam colligitur $\gamma = \frac{4.my}{i}$.

Coroll. 3.

145. Cum autem lens ocularis debeat esse vtrinque aeque concaua, vt sit $\lambda'''' = 1, 60006$; erit eius distantia focalis $= d = \frac{-\gamma}{m}$; vnde radius vtriusque faciei statui debet $= -\frac{2(n'-1)}{m} . \gamma = \frac{-1{,}06}{m} \gamma$, cuius aperturae semidiameter sumi potest quater minor, vt sit $x = \frac{\gamma}{4m}$.

Exempl. I.

146. Posita multiplicatione $m = 25$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore pro littera $\mathfrak{B}$ inuento.

Cum igitur sit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = +1, 08896$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12, 24100$ et log. B $= 1. 0878169$. Porro $C = -\vartheta(1 - \mathfrak{B}) = 0, 2965$ hincque ob $BC + C + \vartheta = 0$ colligimus $BC = -C - \vartheta = +\vartheta - \vartheta\mathfrak{B} - \vartheta = -\vartheta\mathfrak{B} = -3, 6298$ et $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 0. 22869$.

Sint nunc radii facierum primae lentis F et G; secundae F′ et G′ ac tertiae F″ et G″ ob distantias determinatrices.

$$a = \infty;\ b = \frac{-\gamma}{BC};\ c = \frac{\gamma}{C}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{BC};\ \beta = \frac{-\gamma}{C};\ \gamma = \gamma$$

et numeros $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$; $\lambda'' = 1$ erit

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\gamma}{BC.\sigma};\ G = \frac{\alpha}{\varrho} = \frac{\gamma}{BC.\varrho}$$

$$F' = \frac{b\beta}{\varrho'\beta + \sigma' b} = \frac{-\gamma}{BC\varrho' + C\sigma'}$$

$$G' = \frac{b\beta}{\varrho' b + \sigma'\beta} = \frac{-\gamma}{BC\sigma' + C\varrho'}$$

$$F'' = \frac{c\gamma}{\varrho\gamma + \sigma c} = \frac{\gamma}{C\varrho + \sigma}$$

$$G'' = \frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \varrho} = \frac{\gamma}{C\sigma + \varrho}$$

Cum igitur sit $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1.5827$ et $\varrho' = 0.2266$; $\sigma' = 1.6602$ calculo instituto obtinebimus:

$$F = -0,1740\ \gamma;\ G = -1,9497\ \gamma$$

$$F' = +3,0276.\gamma;\ G' = +0,1678\ \gamma$$

$$F'' = 0,6155\ \gamma;\ G'' = +1,6378\ \gamma$$

At pro lente oculari radius vtriusque faciei erit $= -0,0424.\gamma$. Inter illos autem radios minimus est $0,1678.\gamma$, cuius parti quartae $0,0419.\gamma$ si aequetur $x = my = 25.y = \frac{1}{2}$ dig. prodibit $\gamma = 12$. dig. Longitudo telescopii $\gamma(1 - \frac{1}{m}) = 11,52$ dig. et semidiameter campi apparentis ob $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ fiet $\Phi = -\frac{\pi''}{m-1}$ et sumto $\pi'' = -\frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1}{96}$ in part. rad.

rad. vel $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. prim. quem oculus vno obtutu conspiceret, si semidiameter pupillae aequalis esset semidiametro aperturae lentis ocularis hoc est $= \frac{1}{4}\frac{\gamma}{m} = \frac{\gamma}{100} = \frac{3}{25}$ dig. alioquin si pupilla minor esset, in eadem ratione campus deberet imminui.

Exempl. II.

147. Posita multiplicatione $m = 50$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 50$ erit $\mathfrak{B} = +1,08925$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12,2045$ et log. $B = 1.0865194$. Porro $C = 0,2975$ et $BC = -3,6308$. Cum igitur praecedentes formulae etiam nunc locum habeant, radii singularum facierum ita reperiuntur expressi:

$$F = -0.1740.\gamma;\ G = -1.9493.\gamma.$$
$$F' = +3.0410.\gamma;\ G' = +0.1677.\gamma.$$
$$F'' = 0,6155.\gamma;\ G'' = +1.6337.\gamma.$$

Horum radiorum minimus est 0,1677, cuius parti quartae $0.0419.\gamma$ aequalis statui debet semidiameter aperturae $x = my = 1$ dig. ex quo definitur $\gamma = \frac{1}{0,0419} = 23,86$. dig. ita, vt statui possit $\gamma = 24$ dig. Tum autem erit distantia focalis lentis ocularis $= \frac{-\gamma}{m} = \frac{-12}{25}$ dig. radiusque vtriusque faciei $1,06.\frac{12}{25} = 0.508$ dig.

Longitudo ergo huius telescopii erit $= \gamma(1 - \frac{1}{m}) = 23,04$. dig. et semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{-\pi''}{49} = \frac{5}{196}$ et in minutis primis $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Scholion.

148. Ad maiorem multiplicationem hunc calculum non profequor, quia differentia prodiret tam exigua, vt ab artificibus vix videatur exfequenda; quare eadem exempla etiam ab altero valore pro $\mathfrak{B}$ inuento euoluamus.

Exempl. III.

149. Pofita multiplicatione $m = 25$, conftruere huiusmodi telefcopium ex valore pofteriore ipfius $\mathfrak{B}$.

Cum fit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = -0,38954$ et $1 - \mathfrak{B} = 1,38954$, vnde fit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -0.280369$ et log. $B = 9.4476810$; deinde fiet $C = -9(1-\mathfrak{B}) = -4.6318$ et $BC = +1,29850$.

Quia igitur formulae pro radiis facierum manent, vt fupra, inueniemus eos, vt fequitur:

$F = 0.486585\,\gamma$; $G = 5,45024\,\gamma$.

$F' = +0.13521.\gamma$; $G' = -0.90400.\gamma$

$F'' = +1.07723.\gamma$; $G'' = -0.13909.\gamma$.

Inter hos radios minimus eft $0,13521\,\gamma$ cuius parti quartae $0,03380.\gamma$ aequari debet femidiameter aperturae $x = my. = \frac{1}{2}$ dig. vnde $\gamma = \frac{1}{0,06760} = 15$ dig.; ita vt telefcopii longitudo $= \gamma\left(1 - \frac{1}{m}\right) = 14\frac{2}{5}$ dig. diftantia autem focalis lentis ocularis erit $= -\frac{3}{5}$ dig. ita, vt radius faciei vtriusque $= 0.6360.$ dig. et femidiameter campi apparentis erit vt fupra, $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. qui ab oculo vno obtutu vel faltim fucceffiue confpici poterit.

Exem-

Exempl. IV.

150. Posita multiplicatione $m = 50$ construere huiusmodi telescopium ex valore posteriore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 50$, erit $\mathfrak{B} = -0.38983$ et $1 - \mathfrak{B} = 1.38983$; vnde colligitur $C = -4,6328$ et $BC = +1,2995$.

Cum igitur formulae pro radiis facierum maneant eaedem, ex iis facto calculo nanciscemur:

$$F = 0.48621.\gamma;\; G = 5,44604.\gamma$$
$$F' = 0.13519.\gamma;\; G' = -0,90285.\gamma$$
$$F'' = 1.07747.\gamma;\; G'' = -0.13906.\gamma.$$

Inter quos radios minimus est $0.13519.\gamma$ cuius parti quartae $0.03379.\gamma$ aequari debet semidiameter aperturae $x = my = 1$. dig. vnde $\gamma = 29$ dig. et distantia focalis lentis ocularis $= -0,58$. dig. et radius vtriusque faciei $= 0,6148$. Longitudo ergo telescopii erit $= 28,42$ dig. et semidiameter campi $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Scholion.

151. Etsi haec telescopia quatuor lentibus reuera constant, ea tamen quasi tantum ex duabus lentibus composita spectare licet, propterea quod tres priores lentes in vnam coaluerunt, vt lens obiectiua fieret triplicata et meliore successu loco lentium triplicatarum perfectarum supra traditarum vsurpanda; quandoquidem iam vidimus, lentibus illis perfectis solam ipsarum confusionem vtriusque generis annihilari,

lari, ita, vt confuſio lentis ocularis etiam nunc tota ſubſiſteret, quamobrem lentes triplicatas hic in vſum vocatas data opera ita inſtruximus, vt non eſſent perfectae ſed vt iis etiam confuſio lentis ocularis ad nihilum redigeretur, quae ſi modo artifex exactiſſime perficere poſſet, nihil amplius deſiderari poſſe videretur. Verum duabus adhuc difficultatibus haec teleſcopia premuntur; altera eſt, quod tribus huiusmodi lentibus coniungendis craſſities ita fiat modica, vt non amplius tanquam euaneſcens ſpectari poſſit, quemadmodum calculus noſter poſtulat; vnde etiamſi artifex noſtras menſuras exactiſſime exſequi valeret, neutiquam tamen perfectus conſenſus inter theoriam et praxin ſperari poſſet; altera difficultas in anguſtia campi apparentis eſt poſita, maximeque eſt optandum, vt campo maior amplitudo concilietur; quo igitur huic duplici incommodo conſulamus, in ſequenti capite hanc inueſtigationem vlterius proſequamur, dum huius generis teleſcopiis reuera plures duabus lentes tribuemus, quae omnes a ſe inuicem certis interuallis ſint disiunctae, vbi inprimis in hoc erit inquirendum, num hoc modo etiam vtriusque generis confuſio aeque feliciter tolli poſſit; deinde vero num hoc modo campus apparens magis amplificari poſſit, ac ſi praeterea longitudo horum teleſcopiorum minor prodiret; tum certe iis ſummus perfectionis gradus conciliatus eſſet cenſendus.

CAPVT