CAPVT I.

DE TELESCOPIIS IN GENERE.

Definitio I.

1.

Telescopium est instrumentum dioptricum obiectis valde remotis spectandis inseruiens.

Coroll. I.

2. Cum ergo distantia obiecti sit valde magna, in calculo quantitatem a, qua distantia obiecti a lente obiectiua designatur, tanquam infinitam spectare licet, ideoque α denotabit distantiam focalem lentis obiectivae, neglecta scilicet eius crassitie.

Co-

Coroll. 2.

3. Cum posuerimus $\alpha = Aa$, ob $a = \infty$ erit numerus A euanescens ideoque et $A = 0$ et $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1} = 0$. Hinc ergo in formulis supra traditis litterae A et $\mathfrak{A}$ ita ex calculo eliminabuntur, vt loco Aa et $\mathfrak{A}a$ scribatur α.

Definitio. 2.

4. In telescopiis campus apparens non ex ipsa obiecti conspicui quantitate aestimatur, sed ex angulo, sub quo haec pars conspicua nudo oculo cerneretur.

Corollarium.

5. Littera ergo Φ, quam supra in nostras formulas introduximus, denotabit semidiametrum campi adparentis vel potius eius tangentem; quia autem hic angulus plerumque est valde paruus, is ipse loco tangentis sine errore, praecipue si multiplicatio sit notabilis, usurpatur.

Definitio 3.

6. Multiplicatio in telescopiis ex ratione quantitatis per instrumentum visae, ad quantitatem, qua idem obiectum in eadem distantia remotum nudo oculo cerneretur, aestimari solet.

Co-

Coroll. 1.

7. Quia ergo supra in genere multiplicationem ad distantiam b retulimus; obiecti vero distantia posita est $= a$, erit quoque $b = a$.

Coroll. 2.

8. Exponens ergo multiplicationis $= m$ hoc casu indicat, quoties angulus, sub quo diametrum cuiuspiam obiecti per telescopium cernimus, maior sit angulo, sub quo idem obiectum nudis oculis cerneretur.

Scholion 1.

9. Hoc scilicet intelligendum est, quamdiu de angulis satis paruis est sermo; quando autem anguli sunt maiores, exponens multiplicationis m declarabit, non quoties ipse angulus, sub quo obiectum quodpiam per telescopium cernitur, sed quoties eius tangens maior sit tangente eius anguli, sub quo idem obiectum nudis oculis esset appariturum, ita ut etiamsi multiplicatio m foret infinita, tamen angulus visionis non ultra 90° excrescere posset, dum scilicet quantitas obiecti ab axe telescopii aestimatur.

Scholion 2.

10. His igitur obseruatis formulae supra erutae facile ad telescopia accomodantur, eoque non nihil sim-

pliciores euadunt. Praeterea vero etsi pro varia oculi constitutione distantia iusta littera l designata sit maxime diuersa, tamen hic ista diuersitas seponi solet, quia telescopium ad unam oculi speciem accomodatum in praxi facile ad quosuis alios oculos accommodatur, et quia plerumque distantia iusta l satis est magna prae oculi distantia ab ultima lente, eaque adeo pro multis oculis in infinitum excrescit, commode statuemus $l = \infty$. Hinc si ultimae lentis distantiae determinatrices sint f et ζ post eamque locus oculi $= O$, ob $O = \zeta + l$, distantia ζ debebit esse infinita, scilicet $\zeta = O - l$, ita ut sit $\frac{\zeta}{l} = -1$; siue $\frac{l}{\zeta} = -1$ atque ob $\zeta = \infty$ euidens est, ultimae lentis distantiam focalem fore $= f$.

Problema I.

11. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, elementa exponere, quibus supra vsi sumus, ad eius constructionem determinandam, simulque relationem eorum diuersorum elementorum inter se repraesentare.

Solutio.

Pro qualibet lente 1° considerauimus eius rationem refractionis pro radiis mediae naturae. 2° Eius binas distantias determinatrices cum numero arbitrario λ. 3° Nunc etiam cuiusque lentis distantiam focalem in in calculum introducemus. 4°. Etiam introduximus rationes aperturarum pro singulis lentibus littera π indicatas. Quae elementa pro singulis lentibus sequenti modo ob oculos ponamus:

Lentes	Ratio refr.	Dist. det	Num. arb.	Dist. foc.	Rat. apert.
I^{ma}	n : 1	a, α.	λ	p.	o
II^{da}	n' : 1	b, $\mathfrak{b}$.	λ'	q.	π
III^{tia}	n'' : 1.	c, γ.	λ''	r.	π'
IV^{ta}	n''' : 1.	d, δ.	λ'''	s.	π''
V^{ta}	n'''' : 1.	e, ε.	λ''''	t.	π'''
VI^{ta}	n''''' : 1.	f, ζ.	λ^{V}	u.	π''''

etc.

deinde etiam posuimus $A = \frac{\alpha}{a}$; $B = \frac{\mathfrak{b}}{b}$; $C = \frac{\gamma}{c}$; $D = \frac{\delta}{d}$; $E = \frac{\varepsilon}{e}$; $F = \frac{\zeta}{f}$ etc. tum vero etiam $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$; $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}$; $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1}$; $\mathfrak{D} = \frac{D}{D+1}$; $\mathfrak{E} = \frac{E}{E+1}$; $\mathfrak{F} = \frac{F}{F+1}$ etc.

His expositis modo ante vidimus ob $a = \infty$, fore $A = 0$ et $\mathfrak{A} = 0$, quibus valoribus ita est vtendum, vt sit $Aa = \alpha$. et $\mathfrak{A}a = p$ atque $p = \alpha$; pro sequentibus autem lentibus habebimus

$$q = \mathfrak{B}b; \; r = \mathfrak{C}c; \; s = \mathfrak{D}d; \; t = \mathfrak{E}e; \; u = \mathfrak{F}f.$$

etc.

unde vicissim per distantias focales erit

$$b = \frac{q}{\mathfrak{B}} = \frac{B+1}{B}q. \text{ et } \beta = (B+1).\, q$$

$$c = \frac{r}{\mathfrak{C}} = \frac{C+1}{C}r. \text{ et } \gamma = (C+1).\, r$$

$$d = \frac{s}{\mathfrak{D}} = \frac{D+1}{D}s. \text{ et } \delta = (D+1).\, s$$

etc.

deinde

deinde pro rationibus aperturarum habuimus fupra fequentes relationes: pofita fcilicet femidiametro campi apparentis $=\Phi$

$$1^\circ.\ \frac{\mathfrak{B}\pi-\Phi}{\Phi}=\frac{A\alpha}{b}=\frac{\alpha}{b}\ \text{feu}$$

$$\frac{\mathfrak{B}\pi}{\Phi}=\frac{\alpha+b}{b}\ \text{vel}\ \frac{\pi}{\Phi}=\frac{\alpha+b}{q}$$

$$2^\circ.\ \frac{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}{\Phi}=\frac{AB.\alpha}{c}=\frac{B\alpha}{c}$$

$$3^\circ.\ \frac{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}{\Phi}=\frac{ABC.\alpha}{d}=\frac{BC.\alpha}{d}$$

$$4^\circ.\ \frac{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}{\Phi}=\frac{ABCD\alpha}{e}=\frac{BCD\alpha}{e}$$

etc.

atque hinc viciffim valores fequentes elicuimus:

$$a=\infty \qquad \alpha=p$$

$$b=\frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi} \qquad \beta=\frac{B.p\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$$

$$c=\frac{B.p\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi} \qquad \gamma=\frac{BC.p\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}$$

$$d=\frac{BC.p\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi} \qquad \delta=\frac{BCD.p\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}$$

$$e=\frac{BCD.p\Phi}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi} \qquad \varepsilon=\frac{BCDE.p\Phi}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}$$

etc.

Coroll. I.

12. In fuperioribus iam fatis oftenfum eft, quomodo ex binis diftantiis determinatricibus fingulas lentes conftrui oporteat; quem in finem valores litterarum ϱ, σ, τ, quibus etiam adiungimus ν et μ, recordari neceffe eft, qui funt

$\varrho+$

$$\varrho + \sigma = \frac{1}{n-1}; \quad \sigma - \varrho = \frac{2n+2}{n+2}$$

$$\tau = \frac{n \cdot \sqrt{(4n-1)}}{2(n-1)(n+2)}; \quad \mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)}$$

$$\text{et } \nu = \frac{4(n-1)^2}{4n-1}; \quad \mu\nu = \frac{n}{2(n+2)}$$

Coroll. 2.

13. His valoribus pro quavis ratione refractionis cognitis pro diſtantiis determinatricibus a, α, cum numero arbitrario λ facies lentis ſequenti modo definientur:

Radius faciei

$$\text{anter:} = \frac{a\alpha}{\varrho\alpha + \sigma a \pm \tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

$$\text{poſter:} = \frac{a\alpha}{\varrho a + \sigma\alpha \mp \tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

ad quod exemplum omnes reliquae lentes ſunt conſtruendae.

Coroll. 3.

14. Cum confuſio ex tali lente oriunda fiat minima, ſumto $\lambda = 1$; operae pretium erit inveſtigare, quantum numerum pro λ accipi oporteat, ut ambae lentis facies fiant inter ſe aequales; reperitur hunc in finem

$$\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{a-\alpha}{a+\alpha} \cdot \frac{2(n+1)(n-1)}{n \cdot \sqrt{(4n-1)}}$$

hincque

$$\lambda = 1 + \frac{(a-\alpha)^2}{(a+\alpha)^2} \cdot \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$$

 cum

cum iam fit $\frac{\overline{a-\alpha}^2}{\overline{a+\alpha}^2} = 1 - \frac{4a\alpha}{(a+\alpha)^2}$; erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16.a\alpha(nn-1)^2}{(a+\alpha)^2.n^2(4n-1)}$$

quare si fuerit vel $a = \infty$ vel $\alpha = \infty$ erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$$

Scholion.

15. Quo nostra investigatio latius pateat; singulis lentibus peculiares refractionis rationes tribuamus, quoniam nunc quidem compertum est, diuersas uitri species ratione refractionis inter se discrepare, ita tamen, vt ualor numeri n intra limites 1, 50 et 1, 60 contineatur, quamobrem pro praxi consultum erit, pro singulis ualoribus intra hos limites contentis ualores litterarum ϱ, σ, τ, μ, ν et $\mu\ \nu$ hic exhibere; quem in finem sequentem tabulam hic subiungemus. Quod uero ad differentialia numerorum n attinet, de iis nihil definio, si quidem experimenta Dollondi ueritati sunt consentanea, praeterquam quod si $n = 1,53$ pro uitro coronario, $n' = 1,58$ pro chrystallino, sit per experimenta

$$dn : dn' = 2 : 3; \ \frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10.$$

n.	ϱ.	σ.	τ.	μ.	ν.	$\mu\nu$.
1.50.	0.2858.	1.7143.	0.9583.	1.0714.	0.2000.	0.2143.
1.51.	0.2653.	1.6956.	0.9468.	1.0420.	0.2065.	0.2151.
1.52	0.2456.	1.6776.	0.9358.	1.0140.	0.2129.	0.2159.
1.53	0.2267.	1.6601.	0.9252.	0.9875.	0.2196.	0.2168.
1.54.	0.2083.	1.6434.	0.9149.	0.9622.	0.2260.	0.2176.
1.55.	0.1907.	1.6274.	0.9051.	0.9381.	0.2326.	0.2182.
1.56.	0.1737.	1.6119.	0.8956.	0.9151.	0.2393.	0.2192.
1.57.	0.1573.	1.5970.	0.8864.	0.8932.	0.2461.	0.2199.
1.58.	0.1414.	1 5827.	0.8775.	0.8724.	0.2529.	0.2206.
1.59.	0.1259.	1.5689.	0.8689.	0.8525.	0.2597.	0.2214.
1.60.	0.1111.	1.5555.	0.8607	0.8333.	0.2666	0.2221.

Problema 2.

16. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire conditiones, vt singularum lentium interualla fiant positiua.

Solutio.

Quomodocunque distantiae determinatrices lentium ratione signorum + et − sint adfectae, semper necesse est, vt quantitates $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$; $\delta + e$ etc., quibus distantiae lentium exprimuntur, fiant positiuae; quodsi ergo loco harum litterarum ualores ante exhibiti substituantur, sequentibus conditionibus satisfieri oportet:

$$a+b=\frac{\mathfrak{B}\pi p}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\geq 0$$

$$\beta+c=\frac{B.\Phi p.(\mathfrak{C}\pi'-(1-\mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi-\Phi)(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)}\geq 0$$

$$\gamma+d=\frac{BC.\Phi p.(\mathfrak{D}\pi''-(1-\mathfrak{C})\pi')}{(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi)}\geq 0$$

$$\delta+e=\frac{BCD.\Phi p.(\mathfrak{E}\pi'''-(1-\mathfrak{D})\pi'')}{(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi)(\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi)}\geq 0$$

etc.

circa quas diſtantias obſeruari conuenit, quasdam earum etiam fieri poſſe $=0$, quando ſcilicet duae pluresue lentes ſibi inuicem immediate iunguntur, quemadmodum in lentibus obiectiuis euenire poſſe ſupra uidimus, nunquam autem vlla harum diſtantiarum fieri debet negatiua.

Coroll. 1.

17. Hinc manifeſtum eſt, ſi fuerit $\pi=0$, tum diſtantiam inter lentem primam et ſecundam euaneſcere; ac ſi praeterea ſit $\pi'=0$, etiam tertia lens praecedentibus immediate iungetur, et quarta lens inſuper iis adiungetur, ſi quoque fuerit $\pi''=0$, quod quidem euenit in lentibus obiectiuis compoſitis ſeu multiplicatis, vti ſupra iam eſt oſtenſum.

Coroll. 2.

18. Diſtantia autem inter lentem primam et ſecundam fiet maior nihilo, uel tribuendo ipſi π ualorem poſitiuum, quoties ſcilicet fuerit $\frac{\mathfrak{B}p}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$ quantitas poſi-

positiua uel tribuendo ipsi π ualorem negatiuum, quoties $\frac{\mathfrak{B}p}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$ fuerit quantitas negatiua.

Coroll. 3.

19. Quoniam $\alpha = p$ est quantitas positiua, casus notari merentur;

1°. $b = -p$; 2°. $b = 0$; 3°. $b > 0$.

Primo casu interuallum primum euanescit, ideoque erit uel $\pi = 0$ uel $\mathfrak{B} = 0$, quod autem fieri nequit, quia foret $B = 0$, ideoque $\frac{\beta}{b} = 0$, ac propterea $\beta = 0$, cuiusmodi autem lens non datur, nisi etiam sit $b = 0$; vnde in hoc primo casu necessario habebitur $\pi = 0$. Secundo casu, quo $b = 0$, lens secunda cadet in ipsam imaginem a prima lente proiectam fietque $\mathfrak{B}\pi - \Phi = \infty$, quia neque p neque Φ esse potest $= 0$, vnde prodibit pro hoc casu $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$. hoc est $\beta = -b = 0$, vnde patet, hoc casu ambas distantias determinatrices secundae lentis euanescere; nihilo uero minus eius distantiam focalem q ualorem quemcunque retinere posse, cum sit $q = \mathfrak{B}b$, ob $\mathfrak{B} = \infty$ et $b = 0$ Casu denique tertio, quo $b > 0$, fieri debet $\mathfrak{B}\pi - \Phi > 0$ seu $\mathfrak{B} > \frac{\Phi}{\pi}$.

Coroll. 4.

20. Quod hic de casu secundo notauimus, ualet quoque de qualibet alia lente, quae in locum imaginis a lente praecedente formatae constituitur; tum

enim eius diſtantiarum determinatricium anterior euaneſcit, vnde et poſterior neceſſario euaneſcere debet; eueniat enim hoc in lente quarta, cuius diſtantiae determinatrices ſunt d et δ, et diſtantia focalis s, et quia eſt $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$ ſi ergo ſit $d = 0$, neceſſario quoque fiet $\delta = 0$, cum enim ſit $\delta = \frac{sd}{d-s}$, poſito $d = 0$, fiet utique $\delta = 0$ tum uero hinc etiam cognoſcimus, fore $\frac{\delta}{d} = -1 = D$; ita, vt hoc quoque caſu ſit $D = -1$ et $\mathfrak{D} = \infty$.

Problema 3.

21. Si teleſcopium ex quotcunque lentibus fuerit compoſitum, definire aperturas ſingularum lentium, vt omnes radii ab obiecto per lentem obiectiuam ingreſſi ſimul per omnes lentes ſequentes transmittantur.

Solutio.

Hic non obiectum quodcunque eſt intelligendum, ſed tantum quod per teleſcopium conſpici poteſt totum, ita, vt eius ſemidiameter adparens conueniat cum ſemidiametro campi apparentis, quam ſtatuimus $= \Phi$. Quodſi iam lentis obiectiuae ponatur ſemidiameter aperturae $= x$, ſupra oſtendimus, ſemidiametros aperturae ſingularum lentium ſequentium ſequenti modo determinari:

Semid.

Semid. apert.

Lentis II$^{dae.}$ $\frac{\mathfrak{B}\pi p \pm x}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} \cdot \Phi$

. . . III$^{tiae.}$ $\frac{B \cdot \mathfrak{C}\pi' p \pm x}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} \cdot \Phi$

. . . IV$^{tae.}$ $\frac{BC \cdot \mathfrak{D}\pi'' \cdot p \pm x}{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} \cdot \Phi$

. . . V$^{tae.}$ $\frac{BCD \cdot \mathfrak{E} \cdot \pi''' \cdot p \pm x}{\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi} \cdot \Phi$

etc.

ſingulae hac expreſſiones conſtant duabus partibus, et ſignum ambiguum $\pm$ indicat, ambas partes capi debere poſitiuas, etiamſi forte ambae uel ſaltim altervtra fuerit negatiua. Nihil autem impedit, quominus hae aperturae capiantur maiores, etiamſi haec amplificatio omni vſu deſtituatur. Quin etiam ſufficit, has ſemidiametros maiori tantum parti, quae plerumque eſt prior, aequales ſumſiſſe, quia hinc nullum aliud incommodum eſt metuendum, niſi quod extremitates campi adparentis aliquanto obſcurius repraeſententur; atque vt lentes tantae aperturae ſint capaces, pro litteris π, π', π'', π''' etc. tam exiguas fractiones ſumi oportet, vti ſupra eſt expoſitum, ueluti $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ uel adhuc minores.

Coroll. 1.

22. Priores partes harum formularum multo concinnius exprimi poſſunt, ſi diſtantias focales in calculum

culum introducamus; tum enim eae ſequenti modo exprimentur:

$$\pi\, q;\ \pi'\, r;\ \pi''\, s;\ \pi'''\, t \text{ etc.}$$

quae expreſſiones immediate ex natura litterarum π, π', π'' etc. ſupra expoſita ſequuntur.

Coroll. 2.

23. Hinc etiam alterae partes illarum formularum concinnius exprimi poterunt, cum ſit $\frac{\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi} = \frac{b}{p} = \frac{q}{\mathfrak{B}p}$; et $\frac{\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi} = \frac{r}{B\mathfrak{C}.p}$ et $\frac{\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi} = \frac{s}{BC.\mathfrak{D}.p}$; vnde ſuperiores formulae ita repraeſentari poſſunt.

Semid. apert.
Lentis

$$\mathrm{I}^{mae.} = x$$

$$\mathrm{II}^{dae.} = \pi\, q \pm \frac{q x}{\mathfrak{B}.p}$$

$$\mathrm{III}^{tiae.} = \pi'\, r \pm \frac{r x}{B\mathfrak{C}.p}$$

$$\mathrm{IV}^{tae.} = \pi''\, s \pm \frac{s x}{BC.\mathfrak{D}.p}$$

$$\mathrm{V}^{tae.} = \pi'''\, t \pm \frac{t x}{BCD.\mathfrak{E}.p}$$

Coroll. 3.

24. Quodſi ergo eueniat, vt litterarum π, π', π'', π''' etc. quaepiam euaneſcat; tum pro lente re-

respondente semidiameter aperturae soli secundae parti aequalis sumi debet. Aliis uero casibus, quibus pars prima maior est secunda, sufficit aperturam ex sola prima parte definiri.

Scholion.

25. Casus iste, quo litterarum π, π', π'' etc. quaepiam fit $= 0$, tum habet locum, quando lens respondens in eiusmodi loco collocatur, quem supra pro idoneo loco oculi assignauimus, in quo scilicet radii ab extremitate obiecti per centrum lentis primae transmissi iterum uspiam cum axe concurrunt. In hoc enim loco lens constituta nulla alia apertura indigebit, nisi ea, quae ob aperturam lentis obiectiuae requiritur. Quare probe notandum est, quoties quaepiam lens in tali loco collocatur, pro ea ualorem ipsius π respondentis fore $= 0$. et uicissim. Quoniam igitur plerumque pars aperturae ab x pendens fit ualde parua, huiusmodi lentes commodissime loco diaphragmatum, quae uulgo in telescopiis adplicari solent, vsurpari poterunt, vt earum tam exigua apertura radii peregrini excludantur.

Problema 4.

26. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire rationem multiplicationis m, qua obiecta per id uisa aucta conspicientur.

Solutio.

Ex formulis, quas iam supra pro multiplicatione inuenimus, obtinebimus pro singulis lentium numeris sequentes formulas.

Pro num. lent. Ratio Multiplicationis.

I. $m = + 1$ ob $\frac{\alpha}{l} = - 1$.

II. $m = - \frac{\alpha}{b}$ ob $\frac{\beta}{l} = - 1$.

III. $m = + \frac{\alpha\beta}{bc}$ ob $\frac{\gamma}{l} = - 1$.

IV. $m = - \frac{\alpha\beta\gamma}{bcd}$ ob $\frac{\delta}{l} = - 1$.

V. $m = + \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcde}$ ob $\frac{\varepsilon}{l} = - 1$.

etc.

hic scilicet notandum est, si pro m prodeat ualor positiuus, obiectum situ erecto, sin autem negatiuus, situ inuerso repraesentatum iri. Viciſſim igitur si uelimus, vt telescopium v. gr. centies multiplicet, duo casus sunt euoluendi, alter, quo repraesentatio requiritur erecta, alter, quo inuersa, ac priori casu statuimus $m = + 100$; posteriori uero $m = - 100$, ita, vt tunc satis sit perspicuum, quomodo pro quouis lentium numero ualores litterarum α, b; β, c; γ, d etc. esse debeant comparati.

Co-

Coroll. 1.

27. Si litteras latinas maiusculas introducere uelimus, erit pro duabus lentibus $m = -\frac{\alpha}{b}$; pro tribus $m = +\frac{\alpha}{c}$. B. pro quatuor $m = -\frac{\alpha}{d}$ B C. pro quinque $m = +\frac{\alpha}{e}$ B C D. etc.

Coroll. 2.

28. Cum porro sit $\alpha = p =$ distantiae focali lentis obiectiuae, et littera latina minuscula in his formulis denotet distantiam focalem lentis vltimae, formulae istae pro multiplicatione concinnius hoc modo repraesentantur:

I. $m = +1$.
II. $m = -\frac{p}{q}$.
III. $m = +\frac{p}{r}$. B.
IV. $m = -\frac{p}{s}$ BC.
V. $m = +\frac{p}{t}$ BCD.

etc.

Scholion.

29. In hoc problemate pro casu vnius lentis inuenimus $m = +1$, quo indicatur, obiecta per vnicam lentem non aucta, sed naturali quantitate spectari; id quod per se est manifestum, quoniam distantiam oculi iustam l infinitam assumimus; tum enim

 erit

erit etiam $\alpha = p = \infty$ ideoque haec lens habebit suas facies inter se parallelas, per quam obiecta perinde cernuntur, ac nudis oculis; deinde pro casu duarum lentium inuenimus $m = \frac{-p}{q}$; quare cum p sit positiuum, si q fuerit negatiuum, telescopium referet obiecta situ erecto et aucta in ratione $p : q$, seu quoties distantia focalis lentis obiectiuae maior fuerit, quam distantia focalis lentis ocularis concauae; sin autem lens ocularis quoque fuerit conuexa seu q positiuum, obiecta cernentur situ inuerso ac toties aucta, quoties q continebitur in p. Tum uero hinc etiam liquet, ob $a = p$ et $b = q$ distantiam inter has duas lentes $a + b$ seu longitudinem telescopii fore aequalem quantitati $p + q$, vti satis constat. At si plures lentes adhibeantur, ratio multiplicationis non amplius per solas distantias focales lentium obiectiuae et ocularis determinatur, sed insuper ratio est habenda numerorum B, C, D etc. seu lentium intermediarum.

Problema 5.

30. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire locum oculi seu eius distantiam post vltimam lentem ocularem.

Solutio.

Hanc distantiam supra littera O indicauimus statimque uidimus pro casu vnicae lentis fore $O = o$.

Pro

Pro caſu autem duarum lentium inuenimus $O = \frac{\mathfrak{B} b \pi}{\pi - \Phi}$, quae ob $\beta = \infty$ hincque $B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$ abit in hanc $O = \frac{b \pi}{\pi - \Phi}$. Cum autem porro ſit $b = \frac{p \Phi}{\pi - \Phi}$, ideoque $\pi - \Phi = \frac{p \Phi}{b}$; habebitur $O = \frac{b^2 \pi}{p \Phi} = \frac{q^2 \pi}{p \Phi}$ et ob $m = - \frac{p}{q}$ ſeu $p = - m q$ erit $O = \frac{- \pi}{m . \Phi}$ et ob $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{p + q}{q}$ habebitur etiam $O = - \frac{(p + q)}{m} = + \frac{m - 1}{m} . q$

Pro caſu trium lentium ob $\gamma = \infty$ ideoque $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ habebimus $O = \frac{c \pi'}{\pi' - \pi + \Phi}$; eſt uero $c = r = \frac{B r \Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ et $m = \frac{p}{r} . B$ atque hinc $p B = m r$ adeoque $c = \frac{m r \Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$; vnde erit $O = \frac{\pi''}{m \Phi} . r$

Pro caſu quatuor lentium ob $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$ inuenimus $O = \frac{d \pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$; at eſt $d = s = \frac{B C p \Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{- m s \Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$ hincque $\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = - m \Phi$ adeoque $O = - \frac{\pi''}{m \Phi} . s$

Quo haec ad plures lentes accommodari queant, tabulam ſequentem ſubiungam

Num. lent. Locus oculi

I. $O = \infty$

II. $O = \frac{b\pi}{\pi - \mathfrak{P}} = -\frac{\pi}{m\Phi} \cdot q$

III. $O = \frac{c\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$

IV. $O = \frac{d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{P}} = -\frac{\pi''}{m\Phi} \cdot s$

V. $O = \frac{e\pi'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \mathfrak{P}} = \frac{\pi'''}{m\Phi} \cdot t$

etc.

Coroll. 1.

31. Ex superioribus hic repeti conueniet, si ualor ipsius O prodeat positiuus, tum pro oculo locum idoneum inueniri, ex quo totus campus adparens conspici queat; sin autem pro O prodeat ualor negatiuus, tum oculum lenti ultimae immediate adplicari debere hocque casu campum apparentem per aperturam pupillae determinari.

Coroll. 2.

32. Casu duarum lentium distantiam O concinnius exhibere licuit, cum esset $O = \frac{m-1}{m} \cdot q = (1 - \frac{1}{m})q$; vnde statim patet pro repraesentatione erecta, vbi q est quantitas negatiua, distantiam O pariter fore negatiuam ideoque oculum lenti oculari immediate adplicari debere. At si lens ocularis fuerit conuexa et repraesentatio inuersa, tum oculum in certa distantia post lentem ocularem collocari debere.

Pro-

Problema 6.

33. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem ocularem prodierit positiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum Φ, quem conspicere licebit.

Solutio.

Cum sit $b = a$, ex formulis generalibus supra inuentis pro quouis lentium numero habebimus sequentes campi apparentis determinationes:

Num. lent.	Semid. campi apparentis.
I.	$\Phi =$ indetermin.
II.	$\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$
III.	$\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$
IV.	$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$
V.	$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$.
	etc.

Coroll. 1.

34. Si m denotat numerum positiuum, eo semper indicatur, repraesentationem obiectorum esse erectam; sin autem telescopium in situ inuerso repraesentet, tum semper m numero negatiuo est exprimendum, uti iam supra est monitum.

Co-

Coroll. 2.

35. Ex his formulis etiam patet, quo maior fuerit multiplicatio m, eo minorem fore, ceteris paribus, campum adparentem et cum litterae π, π', π'', π''' etc. denotare possint fractiones non maiores, quam $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$ siue positiuas, siue negatiuas, euidens est, augendo numerum lentium campum apparentem continuo magis augeri posse.

Scholion.

36. Hoc modo semidiameter campi apparentis per fractionem quandam reperietur expressus, quae tanquam pars radii seu sinus totius est spectanda. Quare cum arcus circuli radio aequalis contineat circiter $57^\circ\ 17'$ seu $3437'$, fractio pro Φ inuenta in minuta prima conuertetur, si ea multiplicetur per numerum 3437, hocque modo spatium in coelo, quod per telescopium quodcunque conspicitur, facillime in gradibus et minutis definietur, vbi insuper notari conuenit, angulum hunc Φ hic semper vt positiuum spectari; si enim prodeat negatiuus, id semper est indicio, rationem multiplicationis m quoque negatiue esse capiendam seu repraesentationem esse inuersam.

Problema 7.

37. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem vltimam prodierit negatiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum Φ, quem conspicere licet.

So-

Solutio.

Si prodeat distantia O negatiua, ideoque oculus in hoc loco collocari nequeat, iam supra vidimus, tum oculum lenti vltimae immediate adplicari debere, quasi esset $O = 0$; hocque casu campum apparentem non amplius per aperturas lentium definiri, sed potissimum ab apertura pupillae pendere, cuius semidiametrum littera ω designauimus; quae ob insignem oculi variationem a parte vigesima digiti usque ad $\frac{1}{10}$ dig. augeri potest, quod euenire solet, si oculus in loco valde obscuro versetur. Pro hoc igitur casu ex supra traditis determinatio campi apparentis sequenti modo se habebit:

Pro casu duarum lentium ob $\mathfrak{B} = 1$ et $b = q$, erit primo $\pi q = \omega$; deinde $\Phi = \frac{\pi\omega}{\pi p + \omega}$, quae expressio ob $\pi = \frac{\omega}{q}$ abit in hanc, $\Phi = \frac{\omega}{p + q} = \frac{-\omega}{(m-1)q} = \frac{-\pi}{m-1}$ ob $p = -mq$, quae expressio, quia hoc casu q negatiuum valorem obtinet, per se fit positiua.

Pro casu trium lentium primo ob $\mathfrak{C} = 1$ et $c = r$ erit $\pi' r = \omega$; tum vero fit $\frac{Bp\Phi\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$ seu $\frac{mr\Phi\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$; vnde inuenitur $\Phi = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{mr\pi' - \omega} = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{(m-1)\pi' r} = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$.

Pro casu quatuor lentium ob $\mathfrak{D} = 1$ et $d = s$ erit primo $\pi'' s = \omega$, tum vero $\frac{BCp\pi''\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \omega = \frac{-ms\pi''\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$ vnde inuenitur $\Phi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi)\omega}{\omega - ms\pi''} = \frac{-(\pi'' - \pi' + \pi)\omega}{(m-1)\pi'' s} = -\frac{(\pi'' - \pi' + \pi)}{m-1}$.

Quas determinationes in sequenti tabula repraesentemus:

Pro num. lent. erit et pro campo apparente.

$$\text{II. } \pi = \frac{\omega}{q} \quad \Phi = \frac{-\omega}{(m-1)q} = \frac{-\pi}{m-1}.$$

$$\text{III. } \pi' = \frac{\omega}{r} \quad \Phi = \frac{-(\pi-\pi')\omega}{(m-1)\pi' r} = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}.$$

$$\text{IV. } \pi'' = \frac{\omega}{s} \quad \Phi = \frac{-(\pi-\pi'+\pi'')\omega}{(m-1)\pi'' s} = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}.$$

$$\text{V. } \pi''' = \frac{\omega}{t} \quad \Phi = \frac{-(\pi-\pi'+\pi''-\pi''')\omega}{(m-1)\pi''' t} = \frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}.$$

etc.

Coroll. 1.

38. Hinc patet, formulas pro semidiametro campi apparentis Φ non discrepare *a* casu praecedente; verum autem discrimen in hoc consistit, quod casu praecedente vltima litterarum π, π', π'' etc. ab arbitrio nostro pendebat, dummodo intra limitem praescriptum $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{5}$ contineretur, hic autem ea a constitutione pupillae determinari debeat.

Coroll. 2.

39. Eatenus ergo hoc casu campus apparens minor fit, quam casu praecedente, quatenus litterarum π, π', π'' etc. vltimae minor valor tribui debet, id quod fit, si fractiones $\frac{\omega}{q}$, $\frac{\omega}{r}$, $\frac{\omega}{s}$ etc. minores fuerint, quam limes ille $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$. Sin autem huic limiti prodierint

dierint aequales, vtroque casu idem habebitur campus apparens.

Coroll. 3.

40. Hinc autem concludere non licet, si istae fractiones $\frac{\omega}{q}$, $\frac{\omega}{r}$, $\frac{\omega}{s}$ etc. maiores fiant limite praescripto, tum hoc posteriori casu campum adeo maiorem visum iri, propterea quod ipsa lentis postremae natura non permittit maiorem valorem litterae respondentis π. Atque ob hanc caussam nequidem conuenit tam exiguas lentes oculares admittere, vt valor vltimae litterae π limitem $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$ superans prodeat, quia tum ipsa huius lentis apertura minor capi deberet, quam pupilla.

Scholion.

41. Nihil autem obstat, quominus lenti oculari apertura maior tribuatur, quam pupillae, quandoquidem inde nullum aliud incommodum esset metuendum, nisi quod non omnes radii per hanc lentem transmissi in oculum ingrederentur; quod autem tantum abest, vt sit incommodum, vt potius insigne lucrum inde obtineri possit; tum enim pupilla successiue per totam lentis aperturam vagari poterit, quo id commodi consequemur, vt successiue alias atque alias obiecti partes conspiciamus. Id quod in telescopiis ad praecedentem casum pertinentibus locum habere nequit. Determinatio igitur vltimae litterarum π, π', π'' etc. in proble-

blemate exhibita ei tantum fini inſeruit, vt inde magnitudo campi vno obtutu viſi rite definiatur, cum adeo inſigne lucrum exſpectari queat, ſi lenti oculari multo maior apertura tribui queat; ex quo iam ratio multo clarius perſpicitur, cur lentes oculares nimis paruas euitari conueniat.

Problema 8.

42. Si teleſcopium ex quotcunque lentibus fuerit compoſitum atque adeo ſingulae lentes ex diuerſis vitri ſpeciebus ſint formatae, definire ſemidiametrum confuſionis, qua repraeſentatio obiectorum erit inquinata.

Solutio.

Iam in limine huius capitis cuilibet lenti peculiarem refractionis rationem tribuimus, huncque in finem litteras n, n', n'', n''' etc. in calculum introduximus. Quare tantum opus eſt, vt formulas in additamento poſtremo I^{mae} partis inuentas ad caſum teleſcopiorum, quo fit $a = \infty$; $b = a$; hincque $A = 0$ et $A a = \alpha = p$, transferamus; ad quod efficiendum ex denominatoribus ſingulorum membrorum factor A^3 cum factore communi coniungatur, vt fiat in eius denominatore $A^3. a a b = \alpha^3 = p^3$. Quo facto pro quolibet lentium numero ſemidiameter confuſionis ſequenti formula exprimetur:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l}\mu\lambda + \frac{\mu'(B+1)(\lambda'(B+1)^2+\nu' B)\Phi}{B^3(\mathfrak{B}\pi-\Phi)} \\ \qquad + \frac{\mu''(C+1)(\lambda''(C+1)^2+\nu'' C)\Phi}{B^3 C^3(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)} \\ \qquad + \frac{\mu'''(D+1)(\lambda'''(D+1)^2+\nu''' D)\Phi}{B^3 C^3 D^3(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi)} \\ \qquad \text{etc.}\end{array}\right.$$

quae, si singula membra in duas partes discerpantur, commodius exprimi poterit ob valores $\frac{B}{B+1} = \mathfrak{B}$; $\frac{C}{C+1} = \mathfrak{C}$ etc. Erit scilicet haec expressio:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l}\mu\lambda + \frac{\mu'\Phi}{\mathfrak{B}(\mathfrak{B}\pi-\Phi)}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu'}{B}\right) \\ \qquad + \frac{\mu''\Phi}{B^3\mathfrak{C}(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu''}{C}\right) \\ \qquad + \frac{\mu'''\Phi}{B^3 C^3 \mathfrak{D}(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2}+\frac{\nu'''}{D}\right) \\ \qquad \text{etc.}\end{array}\right.$$

quae porro, formulis §. 23 in subsidium vocatis ad hanc formam redigitur:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l}\mu\lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 . p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu'}{B}\right) \\ \qquad + \frac{\mu'' . r}{B^4\mathfrak{C}^2 . p}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu''}{C}\right) \\ \qquad + \frac{\mu''' . s}{B^4 C^4 . \mathfrak{D}^2 . p}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2}+\frac{\nu'''}{D}\right) \\ \qquad \text{etc.}\end{array}\right.$$

atque hinc pro quouis lentium numero semidiameter confusionis sequenti modo exprimetur:

Pro duabus lentibus ob $\mathrm{B} = \infty$; $b = q$; $\mathfrak{B} = 1$. erit semidiameter confusionis $= \frac{m x^3}{4 p^3} (\mu \lambda + \frac{\mu' \lambda' . q}{p})$ quae forma ob $p = - m q$ reducitur ad hanc:

$$\frac{m x^3}{4 p^3} (\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{m})$$

Pro tribus lentibus ob $\mathrm{C} = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ et $\mathrm{B}\, p = m\, r$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{m x^3}{4 p^3} \begin{cases} \mu \lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B} . p} (\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{\mathrm{B}}) \\ \qquad + \frac{\mu'' . \lambda''}{\mathrm{B}^3 . m} \end{cases}$$

Pro quatuor lentibus ob $\mathrm{D} = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$ et $\mathrm{B}\, \mathrm{C}\, p = - m\, s$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{m x^3}{4 p^3} \begin{cases} \mu \lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 . p} [\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{\mathrm{B}}] \\ \qquad + \frac{\mu'' . r}{\mathrm{B}^4 . \mathfrak{C} . p} [\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{\mathrm{C}}] \\ \qquad - \frac{\mu''' . \lambda'''}{\mathrm{B}^3 \mathrm{C}^3 . m} \end{cases}$$

Pro quinque lentibus ob $\mathrm{E} = \infty$ et $\mathfrak{E} = 1$ et $\mathrm{B}\, \mathrm{C}\, \mathrm{D}\, p = m\, t$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{m x^3}{4 p^3} \begin{cases} \mu \lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 p} [\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{\mathrm{B}}] \\ \qquad + \frac{\mu'' r}{\mathrm{B} . \mathfrak{C} . p} [\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{\mathrm{C}}] \\ \qquad + \frac{\mu''' s}{\mathrm{B}^4 \mathrm{C} . \mathfrak{D}^2 . p} [\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu'''}{\mathrm{D}}] \\ \qquad + \frac{\mu'''' . \lambda''''}{\mathrm{B}^3 \mathrm{C}^3 \mathrm{D}^3 . m} \end{cases}$$

etc.

Co-

Coroll. 1.

43. His igitur formulis ſemidiameter confuſionis per numerum ſeu fractionem quandam numericam expreſſa reperitur, quae fractio in gradus, minuta et ſecunda conuerſa indicabit, ſub quanto angulo ſingula obiectorum puncta per teleſcopium conſpiciantur, quippe in quo effectus confuſionis exiſtit.

Coroll. 2.

44. Ne igitur haec confuſio fiat intolerabilis, neceſſe eſt, vt ſemidiameter confuſionis infra certum limitem ſubſiſtat; pro quo limite ſupra hanc formulam conſtituimus $\frac{1}{4k^3}$ exiſtente $k = 40$ uel $k = 30$ circiter.

Coroll. 3.

45. Quodſi ergo in genere numeros in clauſulis contentos ponamus $= N$, efficiendum eſt, vt $\frac{mx^3}{4p^3}. N$ non excedat limitem $\frac{1}{4k^3}$; ex quo ſtatui debebit $\frac{mx^3}{p^3}. N = \frac{1}{k^3}$, vnde quantitas p ſeu diſtantia focalis lentis obiectiuae determinatur fiet ſcilicet $p = k\, x.\, \sqrt[3]{m.N}$.

Coroll. 4.

46. Si porro gradus claritatis littera y indicetur, vt ſupra fecimus, vbi vidimus, capi debere $x = m\, y$ et vulgo ſtatui $y = \frac{1}{50}$ dig., vnde ſatis notabilis

tabilis gradus claritatis oritur; aequatio modo inuenta erit $p = m\, k y \sqrt[3]{(m.\ N)}$; vnde patet, caeteris paribus, distantiam focalem lentis obiectiuae p sequi rationem sesquitriplicatam multiplicationis m, vbi notandum quia $y = \frac{1}{50}$ dig. et $k = 40$. fore propemodum $k y = \frac{4}{5}$ dig. seu quasi 1 dig. plus uel minus secundum circumstantias.

Scholion 1.

47. Ne quem offendat, quod ex hac aequatione valorem ipsius p definiuimus, cum tamen haec quantitas iam insit in numero N; notandum est, hic non tam ipsam quantitatem p, quam eius rationem ad reliquas distantias focales q, r, s etc. in numerum N ingredi quae rationes cum aliunde vt iam cognitae spectari possint, nostra aequatio vtique est idonea, ex qua valor absolutus ipsius p determinetur, id quod fit ex quantitate x, quae in digitis expressa habetur, cum sit $x = m\, y$ et y in partibus digiti detur, seu capiatur $y = \frac{1}{50}$ dig. siue maior siue minor, prout maior uel minor claritatis gradus desideratur.

Scholion 2.

48. Cum maxime sit optandum, vt haec confusio penitus ad nihilum redigatur fiatque $N = 0$, si hoc successerit, ostendendum adhuc est, quomodo hinc distantia focalis lentis obiectiuae p definiri debeat, siquidem pro casu $N = 0$ nostra aequatio daret $p = 0$;

quod

quod cum fieri nequeat, ad eius aperturam seu quantitatem x est respiciendum, quae quia ex gradu claritatis y cum multiplicatione m coniuncto est data, huic lenti necessario tantam distantiam focalem p tribui oportet, vt lens tantae aperturae fiat capax: ad minimum scilicet debet esse $p > 5\,x$ atque interdum adhuc maius, prout lentis facies magis prodeunt incuruatae. In genere autem obseruandum est, nihil impedire, quo minus maior statuatur quantitas p dummodo non fiat minor.

Problema 9.

49. Si telescopium quotcunque lentibus constet oculique distantia post vltimam lentem inuenta fuerit positiua, definire lentium dispositionem, vt obiecta sine margine colorato conspiciantur.

Solutio.

Quoniam huic conditioni iam supra generatim satisfecimus, aequatio ibi inuenta ad casum praesentem telescopiorum accommodemus ac videbimus, scopum obtineri, si huic aequationi satisfieri possit

$$0 = \frac{b\,dn'}{n'-1}\cdot\frac{\pi}{p\Phi} + \frac{c\,dn''}{n''-1}\cdot\frac{\pi'}{Bp\Phi} + \frac{d\,dn'''}{n'''-1}\cdot\frac{\pi''}{BCp\Phi}$$

etc.

quam ad singulos lentium numeros applicemus.

Pro duabus lentibus ob $b = q$ erit

$$o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi q}{\Phi p} = -\frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\Phi}.$$

Pro tribus lentibus ob $c = r$ erit

$$o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' r}{B\Phi p}$$

siue

$$o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi'}{m\Phi}$$

Pro quatuor lentibus ob $d = s$ et $BCp = -ms$ erit

$$o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi p} - \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi''}{m\Phi}.$$

Pro quinque lentibus ob $e = t$ et $BCDp = mt$ erit

$$o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi p}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi'' d}{BC\Phi p} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{\pi'''}{m\Phi}.$$

Coroll. I.

50. Cum pro casu duarum lentium sit $\frac{\pi}{\Phi} = m - 1$, habebitur haec aequatio $o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m-1}{m}$ quod cum fieri non possit, manifestum est telescopia ex duabus lentibus composita a vitio marginis colorati liberari non posse.

Co-

Coroll. 2.

51. Si omnes lentes ex eadem vitri ſpecie ſint factae, aequationes noſtras per factores differentiales diuidere licebit indeque eaedem formulae reperiuntur, quae pro hoc caſu ſupra ſunt datae.

Problema 10.

52. Si teleſcopium quotcunque conſtet lentibus oculique diſtantia poſt vltimam lentem inuenta fuerit negatiua, definire lentium diſpoſitionem, vt obiecta ſine margine colorato conſpiciantur.

Solutio.

Ex ſuperioribus pro quouis lentium numero ſequentibus aequationibus erit ſatisfaciendum.

Pro duabus lentibus ſi ſuperior aequatio per A multiplicetur, habebitur

$0 = \frac{dn}{n-1} . B \pi p$, quod ob $B = \infty$ fieri nequit.

Pro tribus lentibus multiplicando per A habebitur ob $C = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} . B \pi' p + \frac{dn'}{n'-1} . b ((B+1) \pi' - \pi)$$

Pro quatuor lentibus ob $D = \infty$ habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} . B C \pi'' p + \frac{dn'}{n'-1} . b ([B+1] C \pi'' - \pi) + \frac{dn''}{n''-1} . c \left(\frac{[C+1] \pi'' - \pi'}{B}\right)$$

 Pro

Pro quinque lentibus ob $E = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} . BCD\pi''' p + \frac{dn'}{n'-1} b ([B+1]CD\pi''' - \pi)$$
$$+ \frac{dn''}{n''-1} . c \left(\frac{[C+1]D\pi''' - \pi'}{B}\right)$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} . d \left(\frac{[D+1]\pi''' - \pi''}{BC}\right)$$

Problema II.

53. Si telescopium ex quotcunque lentibus sit compositum, eam definire lentium dispositionem, vt omnis confusio a diuersa radiorum refrangibilitate oriunda penitus tollatur.

Solutio.

Ex supra traditis pro omni lentium numero aequationem exhibere possumus, qua scopo proposito satisfiet, multiplicando enim per A^2 habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} . a + \frac{dn'}{n'-1} . \frac{b}{\mathfrak{B}} + \frac{dn''}{n''-1} . \frac{c}{\mathfrak{C} . B^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} . \frac{d}{\mathfrak{D} . B^2 C^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} . \frac{e}{\mathfrak{E} . B^2 C^2 D^2}$$

etc.

quae ob $a = p$; $b = \frac{q}{\mathfrak{B}}$; $c = \frac{r}{\mathfrak{C}}$; $d = \frac{s}{\mathfrak{D}}$ etc. abit in hanc

$$0 = \frac{dn}{n-1} . p + \frac{dn'}{n'-1} . \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} . \frac{r}{B^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} . \frac{s}{B^2 C^2 . \mathfrak{D}^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} . \frac{t}{B^2 C^2 D^2 . \mathfrak{E}^2}$$

etc.

Hinc

Hinc ergo pro singulis lentium numeris nanciscimur sequentes aequationes adimplendas.

Pro duabus lentibus ob $\mathfrak{B} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q$$

Pro tribus lentibus ob $\mathfrak{C} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B^2}$$

Pro quatuor lentibus ob $\mathfrak{D} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{B^2 C^2}$$

Pro quinque lentibus ob $\mathfrak{E} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{B^2 C^2 \mathfrak{D}^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{t}{B^2 C^2 D^2}$$

Coroll. 1.

54. Cum sit $\mathfrak{B} = \frac{q}{b}$; $\mathfrak{C} = \frac{r}{c}$; $\mathfrak{D} = \frac{s}{d}$ etc. tum vero $B = \frac{\beta}{b}$; $C = \frac{\gamma}{c}$; $D = \frac{\delta}{d}$ etc. aequatio generalis per pp seu $\alpha\alpha$ diuisa abibit in sequentem formam:

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{bb.cc}{\alpha\alpha.\beta\beta} \cdot \frac{1}{r}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{bb.cc.dd}{\alpha\alpha.\beta\beta.\gamma\gamma} \cdot \frac{1}{s} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{b^2.c^2.d^2.e^2}{\alpha^2.\beta^2.\gamma^2.\delta^2} \cdot \frac{1}{t}$$
etc.

quae aequatio commodior videtur praecedente.

Coroll. 2.

55. Quod ad numerum horum terminorum attinet, perſpicuum eſt, eum eſſe numero lentium aequalem neque igitur opus eſt, vt hanc formulam ſeorſim ad quemlibet lentium numerum accommodemus.

Coroll. 3.

56. Si omnes lentes ex eadem vitri ſpecie eſſent confectae, tum haec aequatio per coëfficientes differentiales diuidi poſſet prodiretque

$$0 = \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{s}$$
$$\text{etc.}$$

cui autem nullo modo ſatisfieri poteſt.

Scholion 1.

57. Quod haec aequatio, quando omnes lentes ex eadem vitri ſpecie ſunt paratae, nullo modo ſubſiſtere queat; ſequenti modo oſtendi poteſt. Cum ſit $\frac{1}{p} = \frac{1}{\alpha}$; $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$; $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$; $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$; ſi hi valores ſubſtituantur ſingulaque membra poſt primum in duas partes diſcerpantur, aequatio induet hanc formam:

$$0 = \frac{1}{\alpha} + \frac{b}{\alpha^2} + \frac{b^2 c}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{b^2 c^2 d}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2}$$
$$+ \frac{b^2}{\alpha^2 \beta} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma} + \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2 \delta}$$
$$\text{etc.}$$

hic

hic iam iungantur iterum bini termini et aequatio prodiens ita erit comparata:

$$o = \frac{\alpha + b}{\alpha^2} + \frac{b^2(\beta + c)}{\alpha^2\beta^2} + \frac{b^2c^2(\gamma + d)}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} + \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta}$$

quia nunc $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$ vt lentium distantiae neceſſario ſunt poſitiuae, omnes plane termini usque ad vltimum neceſſario poſitiui ſunt; ultimus autem terminus $\frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta}$ ob $\delta = \infty$ per ſe euaneſcit, ſcilicet pro caſu quatuor lentium, quem hic conſiderauimus.

Scholion 2.

58. His igitur praeparatis iam poſſemus ad diuerſa genera teleſcopiorum conſtituenda progredi, ſingularumque ſpecierum conſtructionem docere. Sed quoniam ea, quae ſupra de lentibus multiplicatis ſunt tradita, maximum vſum in perficiendis teleſcopiis habere poſſunt, dum ſcilicet loco lentium ſimplicium multiplicatae adhibentur, quae multo minorem confuſionem pariant, conſultum videtur, ea hic repetere et ad teleſcopia accommodare. Inprimis autem ex formula pro ſemidiametro confuſionis inuenta patet, lentem obiectiuam in ea praecipuas partes tenere; ſiquidem pro ea fuerit $\lambda = 1$; quare ſi eius loco lens multiplicata ſubſtituatur, pro qua valor numeri λ vehementer ſit minor, vel adeo evaneſcat; ſtatim maximum inde commodum adipiſcimur, dum tota confuſio ad valde exiguum vel fortaſſe ad nihilum redigitur.

Quo-

Quocirca in capite sequente praecipuas lentes compositas, quas in locum lentis obiectiuae substituere licebit, enumerabimus, et pro singulis valorem ipsius λ indicabimus, vt deinceps pro circumstantiis hinc depromi possint.

CAPVT