CONSIDÉRATIONS

SUR

LES NOUVELLES LUNETTES D'ANGLETERRE DE Mr. DOLLOND,

ET SUR LE PRINCIPE QUI EN EST LE FONDEMENT. (*)

PAR M. L. EULER.

Ces Lunettes produisent un effet si excellent, qu'il semble que leur construction remédie parfaitement aux défauts auxquels les autres instrumens dioptriques sont assujettis. Ces défauts consistent dans une double confusion, dont l'une est causée par la figure sphérique des verres, ou plutôt par leur ouverture, entant que les rayons qui passent par les bords de l'objectif représentent les objets dans un autre lieu que ceux qui passent par le milieu; l'autre provient de la diverse nature des rayons, qui, selon leurs différentes couleurs, souffrent différentes réfractions en passant par le verre. Mr. Dollond prétend avoir détruit à la fois cette double confusion, en composant l'objectif de deux verres, formés de deux especes différentes de verre, dont l'une se nomme en Anglois *Fintglass*, & l'autre *Crownglass*. Cet expédient mérite sans doute toute notre attention, tant par le bon effet qui en est produit, que par une circonstance tout à fait singuliere, qui semble renverser les principes de la réfraction, qu'on a regardés jusqu'ici comme très solidement établis.

Pour ce qui regarde la premiere confusion, j'ai suffisamment fait voir, qu'en composant l'objectif de deux verres, il est possible de la

(*) Lu le 16 de Sept. 1762.

la diminuer & même de la réduire à rien, en déterminant d'une certaine maniere les sphéricités des quatre faces de ces verres: mais, pour l'autre confusion, il est certain qu'on n'y sauroit remédier qu'en employant deux matieres transparentes, qui different assez considérablement par rapport à la réfraction. J'ai montré autrefois comment on pourroit composer de tels objectifs de verre & d'eau, la différence entre la réfraction de ces deux matieres étant la plus grande que la Nature nous offre; cependant elle est encore trop petite, pour que la pratique en puisse tirer un assez grand avantage, vu que la courbure des faces du verre deviendroit si considérable, qu'il ne seroit plus susceptible d'une ouverture suffisante; ce qui m'a obligé de renoncer à cette idée de construire des objectifs délivrés de la confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons.

Par cette raison on doit être d'autant plus surpris, que Mr. Dollond ait trouvé moyen de faire de tels objectifs, en n'y employant que deux différentes especes de verre, dont la réfraction differe certainement beaucoup moins, que celle du verre & de l'eau; attendu que Mr. Dollond lui-même fixe la raison de réfraction de l'air dans le flintglass à 1,583 : 1, & dans le crownglass à 1,53 : 1. Mais il prétend que la dispersion des différens rayons differe très considérablement dans ces deux especes de verre, & même en raison de 3 à 2; ce qui renverseroit entierement la théorie que j'ai donnée autrefois sur la réfraction de différentes matieres transparentes, & que je me flattois avoir portée au plus haut degré de certitude. Mais, avant que de rejetter cette théorie, il me sera permis d'examiner soigneusement toutes les preuves sur lesquelles Mr. Dollond fonde son sentiment à l'égard de cette excessive différence entre ses deux sortes de verre. Or toute la controverse se réduit à cette question:

„La raison de la réfraction que souffrent les rayons moyens en „passant d'un milieu dans un autre, étant donnée, on demande la raison de la réfraction que souffriront dans le même passage les rayons „rouges & les violets, ou bien les plus & les moins réfrangibles.“

Il ſera bon de mettre cette queſtion dans un plus grand jour, avant que d'entreprendre l'examen des preuves que M. Dollond rapporte pour établir ſon ſentiment; & pour une plus grande clarté, je renfermerai mes réflexions dans les articles ſuivans.

1. Conſidérons d'abord la choſe en général; & quand les rayons paſſent d'un milieu A dans un autre milieu B, ſoit $m : 1$ la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons moyens; $r : 1$ la même raiſon pour les rayons rouges ou les moins réfrangibles, & $v : 1$ cette raiſon pour les rayons violets ou les plus réfrangibles. Donc, puiſque la raiſon $r : 1$ approche plus de la raiſon d'égalité, que la raiſon $m : 1$, & que la raiſon $v : 1$ s'en écarte plus, il s'enſuit que, ſi $m > 1$, on aura $r < m$ & $v > m$: or, ſi $m < 1$, on aura $r > m$, & $v < m$. Cependant, comme la différence entre ces trois nombres m, r & v, eſt toujours très petite, on peut regarder m comme le milieu arithmétique entre r & v, de ſorte que $r + v = 2m$. Si l'on vouloit établir les rayons moyens, en ſorte que m fût le moyen proportionel entre r & v, ou bien $mm = rv$, cela reviendroit au même.

2. Pour abréger le diſcours, en partant de ces différentes réfractions, je nommerai ſimplement *Réfraction moyenne*, la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction des rayons moyens. De la même maniere, *Réfraction rouge* & *Réfraction violette*, ſignifieront cette raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons rouges & violets. On dira donc que la *réfraction violette* eſt plus grande que la *réfraction rouge*, & que la *réfraction moyenne* tient un milieu entr'elles: où il faut remarquer, que les mots, *plus grand* & *plus petit*, ſe rapportent à un plus grand & plus petit écart de la raiſon d'égalité.

3. Pour rendre cela plus ſenſible, conſidérons le cas où les rayons paſſent de l'air dans le verre, &, ſuivant les déterminations de Newton, nous aurons la réfraction moyenne $= 155 : 100$, la réfrac-

fraction rouge $= 154 : 100$, & la réfraction violette $= 156 : 100$, de sorte que

$$m = \tfrac{155}{100} = 1,55;\ r = \tfrac{154}{100} = 1,54\ \&\ v = \tfrac{156}{100} = 1,56;$$

ce qu'il faut entendre de cette espece de verre, à laquelle répond la réfraction moyenne $155 : 100$; puisque Mr. Dollond a découvert des especes très différentes de verre à cet égard. Comme ici $m > 1$, il est évident que $r < m$, & $v > m$, ou bien, la raison $r : 1$ approche plus de la raison d'égalité que la raison $v : 1$.

4. Mais, quand les rayons passent de ce verre dans l'air, on doit renverser ces mêmes raisons, & la réfraction moyenne sera $= 100 : 155$, la rouge $= 100 : 154$ & la violette $= 100 : 156$, de sorte que réduisant à l'unité le dernier terme de ces raisons, on aura:

$$m = \tfrac{100}{155}; \qquad r = \tfrac{100}{154}; \qquad \&\ v = \tfrac{100}{156};$$

où il y a visiblement $r > m$ & $v < m$, puisque $m < 1$. Cependant la raison $r : 1$ approche plus de la raison d'égalité que la raison $v : 1$, & on pourra dire comme auparavant, que la *réfraction rouge* est plus petite, & la réfraction violette plus grande, quoique la valeur de r soit dans ce cas plus grande que celle de v.

5. Il en est de même en général: car si, pour le passage du milieu A dans le milieu B, on a la réfraction moyenne $= m : 1$, la rouge $= r : 1$ & la violette $= v : 1$, on aura pour le cas renversé, où les rayons passent du milieu B dans le milieu A,

la réfraction moyenne $= \frac{1}{m} : 1$,

la réfraction rouge $= \frac{1}{r} : 1$,

& la réfraction violette $= \frac{1}{u} : 1$;

où

où la réfraction rouge est aussi bien la plus petite & la réfraction violette la plus grande, que dans le premier cas: puisque, si la raison $r : 1$, approche plus de la raison d'égalité que la raison $v : 1$, la même propriété se trouve aussi dans les raisons renversées $\frac{1}{r} : 1$ & $\frac{1}{v} : 1$.

6. Or, que le passage du milieu B dans le milieu A renferme toujours une réfraction renversée de celle qui convient au passage du milieu A dans le milieu B, c'est un principe fondamental de toute la Dioptrique, aussi bien que l'invariabilité dans le rapport entre les sinus d'incidence & de réfraction: & aucun de ceux qui ont traité jusqu'ici cette science, ne s'est avisé de douter de la vérité de ces deux principes. C'est aussi là-dessus que j'ai établi toute ma Théorie de la Réfraction, & je la regarde encore comme inébranlable, à moins qu'on ne renverse l'un ou l'autre de ces deux principes, dont j'avoue très volontiers, que je ne puis pas démontrer géométriquement la vérité, vu qu'elle dépend visiblement de la nature de la lumiere, & de la maniere dont se fait la réfraction dans le passage par différens milieux réfringens; & je crois qu'il s'en faut beaucoup, que nous soyons encore arrivés à cette connoissance.

7. Je suis aussi assuré que Mr. Dollond ne veut pas contester ces principes, quand il se flatte avoir détruit par ses expériences ma théorie de la réfraction, dans laquelle je crois avoir établi le vrai rapport qui doit se trouver entre les quantités m, r & v, de sorte que connoissant la réfraction moyenne, on puisse toujours assigner par-là la réfraction rouge & la violette. Mais, quand même la diverse réfrangibilité des rayons suivroit une loi différente de celle que j'ai établie, ce seroit toujours le plus grand paradoxe, que deux especes si peu différentes de verre produisissent des effets si énormément différens dans la réfraction des rayons diversement colorés. Et partant, indépendamment

ment d'aucune théorie, les preuves de M. Dollond exigent toujours l'examen le plus rigoureux.

8. La principale preuve eſt fondée ſur l'expérience de deux priſmes formés de deux eſpeces différentes de verre, qu'il a conſtruits & joints de telle ſorte enſemble, qu'ils lui ont préſenté les objets ſans les couleurs d'iris: d'où il a conclu que le verre nommé *Crownglaſs* diſperſe d'un tiers moins les divers rayons, que celui qu'on nomme *Flintglaſs*. Or, pour juger, tant de ces expériences, que de la concluſion que M. Dollond en a tirée, il eſt néceſſaire de conſidérer en général la réfraction que les rayons éprouvent en paſſant par un ou pluſieurs priſmes.

9. Pour introduire plus commodément dans le calcul la diverſe réfraction des rayons, lorſque la réfraction moyenne eſt exprimée par $m : 1$, ou ſimplement par le nombre m, je ſuppoſerai la réfraction rouge $= m - dm$, & la violette $= m + dm$, de ſorte que $r = m - dm$, & $v = m + dm$; car, puiſque les différences entre ces nombres ſont très petites, il ſera permis de la traiter ſur le pied des différentiels. Selon ma théorie, la valeur de cette différentielle ſeroit $dm = \frac{3}{87}\, m\, l\, m$; mais je ferai ici abſtraction de toute théorie, & je regarderai cette valeur comme inconnue, dans la vue de la déterminer par les expériences que M. Dollond propoſe.

10. Soit CAD l'angle d'un priſme, que je poſe $= \alpha$, & la matiere du priſme telle, que la réfraction moyenne des rayons qui y entrent de l'air ſoit $= m : 1$, & partant de ceux qui en ſortent dans l'air $= 1 : m$. Conſidérons maintenant un rayon quelconque FQ, comme venant d'une étoile ou d'un point lumineux fort éloigné, qui entre dans le priſme en Q, où ayant pris la direction QR, il ſorte en R dans l'air, de ſorte qu'il faille déterminer la direction RG de ce rayon tranſmis par le priſme. J'ai marqué dans la figure les angles que fait ce rayon avec les deux faces du priſme CA & DA; d'où l'on tire d'abord pour la réfraction moyenne ces deux équations: $\cos p = m \cos q$, & $m \cos(q - \alpha) = \cos r$.

Pl. VIII. Fig. 1.
Sur l'effet d'un ſeul Priſme.

11.

11. Puisque $m > 1$, il eſt évident que ni le coſ q, ni le coſ $(q - \alpha)$, ne ſauroit être plus grand que $\frac{1}{m}$. Soit donc μ l'angle dont le coſinus eſt précisément $= \frac{1}{m}$, ou coſ $\mu = \frac{1}{m}$, & partant il faut qu'il ſoit tant coſ $q <$ coſ μ que coſ $(q - \alpha) <$ coſ μ, donc $q > \mu$; & $q - \alpha > \mu$, ou $q > \alpha + \mu$. Mais ſelon les figures tous ces angles ſont aigus; donc, à moins que l'angle $\alpha + \mu$ ne ſoit plus petit qu'un droit, il eſt impoſſible que le rayon FQ ſoit de cette ſorte tranſmis par le priſme, c'eſt à dire, tant que l'angle AQF $= p$ eſt aigu. Mais ſi l'angle p étoit obtus, ces conditions devroient s'entendre des complémens de ces angles à deux droits, & on auroit $180° - q > \mu$, & $180° - q + \alpha > \mu$, donc $q < 180° - \mu$, ce qui remplit auſſi la ſeconde condition: d'où nous avons ces deux limites: $q > \alpha + \mu$, & $q < 180° - \mu$.

12. D'abord on demande ici la quantité de la réfraction, ou combien la direction RG s'écarte de la direction FQ. Or, ſi l'on continuoit le rayon FQ juſqu'au côté AD, il y feroit un angle $p - \alpha$, & partant la quantité de la réfraction eſt meſurée par la différence entre les angles r & $p - \alpha$, ou bien elle ſera $= p - \alpha - r$; c'eſt à dire, en regardant l'objet par le priſme, il paroitra autant écarté de ſon lieu naturel. Or le rapport enrre les angles p & r ſe trouve aiſément en éliminant l'angle q; car la premiere égalité donnant coſ $q = \frac{1}{m}$ coſ p, & partant ſin $q = \frac{1}{m}\sqrt{(mm - \text{coſ}\, p^2)}$, l'on en tire

$$\text{coſ}(q-\alpha) = \text{coſ}\,\alpha\,\text{coſ}\,q + \text{ſin}\,\alpha\,\text{ſ}\,q = \frac{\text{coſ}\,\alpha\,\text{coſ}\,p + \text{ſ}\,\alpha\sqrt{(mm - \text{coſ}\,p^2)}}{m},$$

donc $\text{coſ}\, r = \text{coſ}\,\alpha\ \text{coſ}\,p + \text{ſin}\,\alpha\sqrt{(mm - \text{coſ}\,p^2)}$, ou

$$\text{coſ}\,p^2 - 2\ \text{coſ}\,\alpha\ \text{coſ}\,p\ \text{coſ}\,r + \text{coſ}\,r^2 = mm\ \text{ſin}\,\alpha^2.$$

13.

13. Mais la principale question roule ici sur la dispersion des rayons diversement colorés; pour cet effet, on n'a qu'à chercher la variation de l'angle r, en faisant le nombre m variable, pendant que l'angle p demeure le même. La derniere équation est très propre à ce dessein, laquelle nous donne dabord par la différentiation;

$$\mathrm{d}r \cos\alpha \cos p \sin r - \mathrm{d}r \sin r \cos r = m\,\mathrm{d}m \sin\alpha^2,$$

& partant

$$\mathrm{d}r = \frac{m\,\mathrm{d}m \sin\alpha^2}{(\cos\alpha\cos p - \cos r)\sin r} = -\frac{m\,\mathrm{d}m \sin\alpha}{\sin r . \sqrt{(mm - \cos p^2)}},$$

ou bien $\mathrm{d}r = \frac{\mathrm{d}m \sin\alpha}{\sin q \sin r}$.

Donc, après avoir trouvé l'angle DRG $= r$ pour les rayons moyens, on aura la quantité de cet angle

pour les rayons rouges $= r + \frac{\mathrm{d}m \sin\alpha}{\sin q \sin r}$, &

pour les rayons violets $= r - \frac{\mathrm{d}m \sin\alpha}{\sin q \sin r}$.

14. La même détermination se tire aussi sans peine immédiatement de nos deux équations principales $\cos p = m \cos q$ & $m \cos(q - \alpha) = \cos r$, en les différentiant dans la supposition que les angles q & r avec le nombre m sont variables, pendant que les angles p & α demeurent constans. De là on trouve

$$o = \mathrm{d}m \cos q - m\,\mathrm{d}q \sin q, \ \& \ \mathrm{d}m \cos(q - \alpha) - m\,\mathrm{d}q \sin(q - \alpha) = -\mathrm{d}r \sin r;$$

donc, puisque la premiere donne $m\,\mathrm{d}q = \frac{\mathrm{d}m \cos q}{\sin q}$, la seconde devient

$$\mathrm{d}m\left(\cos(q - \alpha) - \frac{\cos q \sin(q - \alpha)}{\sin q}\right) = -\mathrm{d}r \sin r.$$

 Or,

Or, $\sin q \cos(q-\alpha) - \cos q \sin(q-\alpha) = \sin(q-(q-\alpha)) = \sin\alpha$, donc $\frac{dm \sin\alpha}{\sin q} = - dr \sin r$, ou bien $dr = \frac{-dm \sin\alpha}{\sin q \sin r}$; où dr marque l'accroiſſement de l'angle r, pendant qu'on met $m + dm$ au lieu de m: mais, pour les rayons rouges, il faut écrire $m - dm$, & pour les violets $m + dm$ au lieu de m.

15, La diſperſion entiere ſera donc exprimée par $\frac{2 dm \sin\alpha}{\sin q \sin r}$, ou bien une étoile vue par le priſme paroitra allongée par un ſi grand eſpace dans le Ciel, l'un des bouts étant rouge & l'autre violet. On voit que, ſous les mêmes circonſtances du priſme, cette image de l'étoile ſera d'autant plus allongée, plus la particule $2dm$, que marque la différence entre la réfraction rouge & violette, ſera grande. De là on pourra donc auſſi juger réciproquement de la valeur dm en regardant une étoile par un tel priſme; & meſurant l'eſpace allongé qu'elle paroit occuper dans le Ciel. Ou bien, ce qui revient au même, on laiſſera tomber dans une chambre obſcure l'image de l'étoile, & on meſurera la grandeur du ſpectre, pour en conclure la valeur de la formule $\frac{2 dm \sin\alpha}{\sin q \sin r}$, & de là enſuite celle de dm.

16. Or M. Dollond aſſure, que quand on emploie de cette ſorte deux priſmes ſemblables, l'un de flintglaſs, l'autre de crownglaſs, celui-ci produit une beaucoup plus petite diſperſion que le premier, & que la valeur de dm pour le crownglaſs ne ſera environ que $\frac{2}{3}$ de celle qui répond au flintglaſs. Comme on ne ſauroit douter du ſuccès de cette expérience, la concluſion qu'on en tire ſemble être aſſujettie à quelque doute aſſez important. Le crownglaſs eſt un verre verdâtre aſſez foncé; or on ſait qu'un tel verre ne tranſmet que les rayons qui ſont à peu près de la même nature, & que les autres ſont pour la plupart interceptés: donc, ſi les rayons rouges, & peut-être auſſi les orangés, étoient interceptés par le crownglaſs, l'image colorée perdroit

droit ſans doute beaucoup de ſon étendue, la partie rouge y manquant preſque entierement, ou devenant trop foible pour être apperçue.

17. Il ſeroit donc bien poſſible, que le crownglaſs produisît une image beaucoup moins étendue que ſelon la loi de la réfraction, où l'on ſuppoſe que tous les rayons ſont tranſmis également; ſans que cette loi puiſſe être révoquée en doute. Par ce moyen on pourroit même faire évanouir toute diſperſion; on n'auroit qu'à employer un tel verre coloré, qui ne tranſmît que les rayons de la même couleur. Cet expédient a déjà été propoſé autrefois, de conſtruire les objectifs d'un verre coloré très foncé; mais, comme on perdroit alors tous les autres rayons, la repréſentation deviendroit trop obſcure, & les lunettes n'en ſeroient pas moins défectueuſes. Il me paroit donc encore fort douteux, ſi cette expérience ſuffit pour renverſer aucune hypotheſe ſur la réfraction, quelque défectueuſe qu'elle ſoit d'ailleurs.

18. Or le *flintglaſs* n'ayant aucune couleur, & étant parfaitement tranſparent, produit une image complette, & étendue depuis le rouge le plus haut juſqu'au violet le plus foncé: & cette image ſeroit ſans doute plus longue que celle du crownglaſs, quand même la loi de réfraction ſeroit la même de part & d'autre, puiſque cette loi ne ſe rapporte en aucune façon aux rayons qui ſont interceptés. Il faut donc bien diſtinguer la diffuſion des images, cauſée par la diverſe réfraction des rayons, de celle qui eſt rétrécie par l'interception de quelques rayons, qui formeroient l'une ou l'autre extrémité de l'image.

Sur l'effet de deux Priſmes collés enſemble.

19. Soient maintenant deux priſmes CAB & ABD collés enſemble par le côté AB, ou, ce qui revient au même, dont les faces AB & BA ſoient paralleles entr'elles. Soit l'angle du premier CAB $= \alpha$, & de l'autre ABD $= \beta$: la réfraction moyenne de l'air dans le premier $= m : 1$, & de l'air dans l'autre $= n : 1$. Cela poſé, ſi un rayon FQ paſſe par ces deux priſmes, & qu'on nomme les an- Pl. VIII. Fig. 1.

gles,

gles, comme ils ſont marqués dans la figure; on aura pour la réfraction des rayons moyens ces égalités:

$$\cos p = m \cos q; \quad m \cos(q-\alpha) = n \cos r; \quad \& \; n \cos(r+\beta) = \cos s;$$

où je remarque ſeulement que, s'il y a le moindre vuide entre les deux priſmes, le paſſage ne ſauroit ſubſiſter, à moins que les formules $m \cos(q - \alpha)$ & $n \cos r$ ne ſoient plus petites que l'unité.

20. La quantité de réfraction eſt eſtimée, comme auparavant, par l'angle que feroit le rayon incident FQ, continué avec le rayon rompu SG. Or le rayon FQ prolongé feroit avec la face AB un angle $= p - \alpha$, & le rayon SG avec la même face un angle $= s - \beta$, dont la différence $p - s - \alpha + \beta$ meſure la quantité de réfraction. Donc, s'il arrivoit qu'il fût $p - \alpha = s - \beta$, le rayon SG feroit parallele au rayon FQ, & les priſmes ne changeroient rien dans le lieu de l'objet. C'eſt dans ce cas que le grand Newton croyoit que la viſion feroit nette & délivrée des couleurs d'iris, mais M. Dollond a trouvé que cela n'arrive pas.

21. Si les deux priſmes ſont faits de la même matiere, de ſorte que $n = m$, alors, à cauſe de $r = q - \alpha$, la réfraction ſera déterminée par ces deux équations:

$$\cos p = m . \cos q \quad \& \; \cos s = m \cos(q - \alpha + \beta),$$

d'où l'on trouve aiſément le cas où $p - \alpha = s - \beta$, & les objets paroiſſent dans leurs vrais lieux. Poſons pour cet effet $p - \alpha = s - \beta = \varphi$, de ſorte que $p = \alpha + \varphi$ & $s = \beta + \varphi$; &, puiſque la premiere équation donne

$$\cos q = \frac{\cos p}{m} \quad \& \; \sin q = \frac{\sqrt{(mm - \cos p^2)}}{m},$$

en ſubſtituant ces valeurs dans l'autre équation, on aura

$$\cos(\beta + \varphi) = \cos(\alpha = \beta) \cos \alpha + \varphi + \sin(\alpha - \beta) \sqrt{(mm - \cos(\alpha + \varphi)^2)}.$$

Or,

Or, puisque $\beta + \Phi = (\alpha + \Phi) - (\alpha - \beta)$, on a

$$\cos(\beta + \Phi) = \cos(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \Phi) + \sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \Phi);$$

donc $\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \Phi) = \sin(\alpha - \beta) \sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)}$,
d'où il s'ensuit ou $\alpha - \beta = o$, ou $mm = 1$.

22. La racine $mm = 1$ étant contraire à la réfraction, il faut absolument que les deux angles α & β soient égaux entr'eux, & partant les côtés AC & BD paralleles entr'eux, pour que la réfraction ne change point le lieu des objets. Mais, quand la matiere des deux prismes est différente, il n'est pas si aisé de déterminer les cas où les objets sont représentés dans leurs vrais lieux; & je remarque d'abord qu'on ne sauroit assigner une telle proportion entre les angles α & β, afin que cette représentation trouve lieu pour tous les objets. Il n'y aura jamais qu'un seul angle AQF $= p$, qui donne $p - \alpha = s - \beta$; & dès qu'on regarde d'autres objets, dont les rayons font avec le prisme un plus grand ou un plus petit angle, leur lieu, vu par les prismes, sera différent de celui où ils se trouvent véritablement.

23. Pour développer donc les cas de cette apparition, posons comme auparavant $p - \alpha = s - \beta = \Phi$, ou bien $p = \alpha + \Phi$, & $s = \beta + \Phi$, & nous aurons

$$\cos q = \frac{\cos(\alpha + \Phi)}{m}; \quad \text{donc } \sin q = \frac{\sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)}}{m}$$

$$\cos(r + \beta) = \frac{\cos(\beta + \Phi)}{n}; \text{ donc } \sin(r + \beta) = \frac{\sqrt{(nn - \cos(\beta + \Phi)^2)}}{n},$$

$$\& \quad m \cos(q - \alpha) = n \cos r, \quad \text{ou bien}$$

$$m \cos\alpha \cos q + m \sin\alpha \sin q = n \cos\beta \cos(r + \beta) + n \sin\beta \sin(r + \beta),$$

où substituant les premieres valeurs on arrive à cette équation:

$$\cos\alpha \cos(\alpha + \Phi) + \sin\alpha \sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)} = \cos\beta \cos(\beta + \Phi) + \sin\beta \sqrt{(nn - \cos(\beta + \Phi)^2)},$$

d'où

d'où il s'agit de déterminer l'angle Φ. Mais il est assez clair que cet angle ne sauroit être réel, à moins que le rapport entre les angles α & β ne soit renfermé entre certaines limites.

24. Je ne vois aucune méthode pour résoudre commodément cette équation, si ce n'est en tâtonnant pour chaque cas proposé des nombres m & n: je remarque seulement, que prenant $\beta = \alpha$, cette équation, se réduisant à celle-ci:

$$\sqrt{(mm - \operatorname{cos}(\alpha + \Phi)^2)} = \sqrt{(nn - \operatorname{cos}(\alpha + \Phi)^2)},$$

ne sauroit subsister, à moins qu'il ne fût $n = m$. Donc, lorsque les deux prismes sont composés de différentes matieres, il faut absolument que les angles α & β soient inégaux. Mais il n'est pas si aisé de voir lequel de ces deux angles doit être plus grand ou plus petit; cependant il semble que, si n est plus grand que m, l'angle β doit être pris plus petit que α: mais il se peut bien que cette maxime ne soit pas générale, surtout puisque le maintien des objets dans leur vraie situation n'a lieu dans chaque cas que pour un seul angle Φ.

25. Or, pour trouver les dispositions des deux prismes, afin que les objets, dont les rayons y tombent sous un angle donné AQF $= p$, soient vus dans leur vrai lieu, les deux réfractions m & n étant données, on peut, outre l'angle p, encore prendre à volonté l'angle s, & de là déterminer les deux angles des prismes α & β: sous cette vue le probleme deviendra aisé à résoudre. Car, retenant dans le calcul les angles p & s, on aura $\alpha = p - \Phi$, & $\beta = s - \Phi$; d'où notre équation prend cette forme:

$$\operatorname{cos} p \operatorname{cos}(p - \Phi) + \sin(p - \Phi) \sqrt{(mm - \operatorname{cos} p^2)} = \operatorname{cos} s \operatorname{cos} (s - \Phi) + \sin(s - \Phi) \sqrt{(nn - \operatorname{cos} s^2)},$$

& de là, en développant les sinus & cosinus des angles $p - \Phi$ & $s - \Phi$, la tangente de l'angle Φ s'en tire aisément de cette sorte:

$$\operatorname{tag} \Phi = \frac{\operatorname{cos} s^2 - \operatorname{cos} p^2 + \sin s \sqrt{(nn - \operatorname{cos} s^2)} - \sin p \sqrt{(mm - \operatorname{cos} p^2)}}{\sin p \operatorname{cos} p - \sin s \operatorname{cos} s - \operatorname{cos} p \sqrt{(mm - \operatorname{cos} p^2)} + \operatorname{cos} s \sqrt{(nn - \operatorname{cos} s^2)}},$$

&

& enſuite les angles mêmes des deux priſmes :

$$\text{tag}\ \alpha = \frac{(\sqrt{(nn - \cos s^2)} - \sin s)\ \sin(p - s)}{\cos s \sin(p-s) - \sqrt{(mm - \cos p^2)} + \cos(p-s)\sqrt{(nn - \cos s^2)}},$$

&

$$\text{tag}\ \beta = \frac{(\sqrt{(mm - \cos p^2)} - \sin p)\ \sin(p - s)}{\cos p \sin(p-s) + \sqrt{(nn - \cos s^2)} - \cos(p-s)\sqrt{(mm - \cos p^2)}},$$

26. Pour la commodité du calcul il ſuffit d'avoir déterminé l'un des angles α & β, puiſque $\alpha - \beta = p - s$, d'où l'on voit qu'on ne ſauroit prendre $p = s$, à moins qu'il ne ſoit $n = m$, puiſqu'alors les deux angles α & β évanouiroient. Et de là il eſt auſſi clair que, pour peu que les deux réfractions m & n ſoient différentes, on doit établir entre les angles p & s une différence aſſez conſidérable pour empêcher que les angles α & β ne deviennent trop petits. Outre cela il faut remarquer que, ſi l'un de ces angles devenoit négatif, on devroit alors renverſer le priſme, ou le mettre en ſens contraire à celui où il eſt repréſenté dans la figure.

27. L'autre queſtion ſur ce double priſme regarde la diffuſion de l'image, qu'indiquera le différentiel de l'angle s, en ſuppoſant variables les deux réfractions m & n, l'angle p demeurant conſtant. De là nous trouvons

$$o = \mathrm{d}m \cos q - m\mathrm{d}q \sin q,\ \mathrm{d}m \cos(q - \alpha) - m\mathrm{d}q \sin(q - \alpha) = \mathrm{d}n \cos r - n\mathrm{d}r \sin r,$$

& $\mathrm{d}n \cos(r + \beta) - n\mathrm{d}r \sin(r + \beta) = -\mathrm{d}s \sin s,$

où la premiere donne $m\mathrm{d}q = \dfrac{\mathrm{d}m \cos q}{\sin q}$, laquelle valeur étant ſubſtituée dans la ſeconde, produit

$$\mathrm{d}m \cos(q - \alpha) - \frac{\mathrm{d}m \cos q\ \mathrm{s}(q - \alpha)}{\sin q} = \frac{\mathrm{d}m\ \mathrm{s}\alpha}{\sin q} = \mathrm{d}n \cos r - n\mathrm{d}r\ \mathrm{s}r,$$

donc

donc $n\,\mathrm{d}r = \frac{\mathrm{d}n \cos r}{\sin r} - \frac{\mathrm{d}m \sin \alpha}{\sin q \sin r}$, d'où la troisieme équation devient

$$- \frac{\mathrm{d}n \sin \beta}{\sin r} + \frac{\mathrm{d}m \sin \alpha \sin (r + \beta)}{\sin q \sin r} = - \mathrm{d}s \sin s;$$

par conséquent $\mathrm{d}s = \frac{- \mathrm{d}m \sin \alpha \sin (r + \beta)}{\sin q \sin r \sin s} + \frac{\mathrm{d}n \sin \beta}{\sin r \sin s}$.

28. Ici l'angle $s - \mathrm{d}s$ répond aux rayons rouges, & l'angle $s + \mathrm{d}s$ aux rayons violets, de sorte que le point lumineux paroitra étendu par un angle, qui est

$$\frac{2 \mathrm{d}n \sin \beta}{\sin r\, \mathrm{f}\, s} - \frac{2 \mathrm{d}m \sin \alpha \sin (r + \beta)}{\mathrm{f}\, q\, \mathrm{f}\, r.\, \mathrm{f}\, s}.$$

Cette diffusion évanouira donc, quand cette égalité aura lieu:

$$\frac{\mathrm{d}n \sin \beta}{\sin (r + \beta)} = \frac{\mathrm{d}m \sin \alpha}{\sin q},$$

& réciproquement, quand cela arrive, on en pourra conclure le rapport entre les différentiels $\mathrm{d}m$ & $\mathrm{d}n$. Car on aura

$$\mathrm{d}m : \mathrm{d}n = \frac{\sin q}{\sin \alpha} : \frac{\mathrm{f}\,(r + \beta)}{\mathrm{f}\,\beta} = \frac{\mathrm{f}\,CQR}{\mathrm{f}\,QAR} : \frac{\mathrm{f}\,RSD}{\mathrm{f}\,RBS},$$

ou bien $\mathrm{d}m : \mathrm{d}n = \frac{AR}{QR} : \frac{BR}{RS} = AR \,.\, RS : BR \,.\, QR.$

29. J'ai déjà remarqué que les rayons ne sauroient passer d'un prisme dans l'autre, à moins que les formules $m \cos (q - \alpha)$ & $n \cos r$ ne fussent moindres que l'unité. Posons donc:

$$m \cos (q - \alpha) = n \cos r = \cos \Phi,$$

& déterminons par ce nouvel angle Φ les angles q & $r + \beta$ de cette sorte:

cof

$$\cos(q-\alpha) = \frac{\cos\Phi}{m}, \text{ donc } \cos q = \frac{\cos\alpha\cos\Phi - \sin\alpha\sqrt{(mm-\cos\Phi^2)}}{m},$$

$$\sin(q-\alpha) = \frac{\sqrt{(mm-\cos\Phi^2)}}{m}, \quad \sin q = \frac{\sin\alpha\cos\Phi + \cos\alpha\sqrt{(mm-\cos\Phi^2)}}{m},$$

$$\cos r = \frac{\cos\Phi}{n}, \text{ donc } \cos(r+\beta) = \frac{\cos\beta\cos\Phi - \sin\beta\sqrt{(nn-\cos\Phi^2)}}{n},$$

$$\sin r = \frac{\sqrt{(nn-\cos\Phi^2)}}{n}, \quad \sin(r+\beta) = \frac{\sin\beta\cos\Phi + \cos\beta\sqrt{(nn-\cos\Phi^2)}}{n};$$

d'où nous trouvons les angles p & s déterminés ainſi:

$$\cos p = \cos\alpha\cos\Phi - \sin\alpha\sqrt{(mm-\cos\Phi^2)}, \quad \& \quad \cos s = \cos\beta\cos\Phi - \sin\beta\sqrt{(nn-\cos\Phi^2)}.$$

Donc, prenant l'angle Φ à volonté, on connoitra tous les paſſages des rayons par nos deux priſmes.

30. Mais, afin que les couleurs d'iris évanouiſſent, il faut ſatisfaire à cette équation:

$$\frac{n\,dn\,\sin\beta}{\sin\beta\cos\Phi + \cos\beta\sqrt{(nn-\cos\Phi^2)}} = \frac{m\,dm\,\sin\alpha}{\sin\alpha\cos\Phi + \cos\alpha\sqrt{(mm-\cos\Phi^2)}};$$

d'où l'on voit que cette propriété ne ſauroit avoir lieu pour tous les angles Φ; mais ſi elle s'obſerve dans deux priſmes pour un certain angle Φ, ou pour un certain angle d'incidence p, toutes les autres repréſentations, qui ſe font ſous d'autres angles, n'auront plus cette prérogative, & les couleurs d'iris ne manqueront pas d'y paroitre, quoiqu'elles ne ſoient peut-être pas fort ſenſibles. Il ſe trouve donc ici la même circonſtance, que j'ai déjà remarquée dans le cas où les rayons rompus doivent devenir paralleles aux incidens.

31. Il ne ſemble pas que M. Dollond ait fait attention à cette circonſtance, puiſqu'il parle de deux tels priſmes compoſés de différentes eſpeces de verre, qui repréſentent les objets délivrés des couleurs

leurs d'iris, tout comme si cette propriété convenoit à tous les angles d'incidence; & des angles α & β de ces deux prismes il conclut que $\frac{dm}{dn} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$, ce qui n'est pourtant vrai que lorsque les angles q & $r + \beta$ sont égaux. Aussi M. Clairaut, qui a traité cette même question dans les *Mém. de l'Acad. R. des Sc. de Paris* pour l'an 1756, parvient-il à cette même formule $\frac{dm}{dn} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$, ayant supposé les angles α & β très petits pour se servir d'approximations, de sorte qu'il ne la donne que comme approchante de la vérité: mais je ne vois aucune nécessité de recourir à des approximations, quand on peut parvenir à une solution parfaite. C'est cependant là-dessus que M. Dollond fonde principalement son sentiment sur la réfraction des diverses especes de verre.

32. Or, non seulement la conclusion de M. Dollond me paroit suspecte, mais il me semble aussi que les expériences d'où il l'a tirée, sont peu exactes. D'abord je remarque, que les petits angles qu'il donne à ses prismes sont peu propres à découvrir le cas où la diverse réfrangibilité des rayons est détruite: car, ayant trouvé $ds = \frac{dn \sin \beta}{\text{f}r \, \text{f}s} - \frac{dm \sin \alpha \, \text{f}(r + \beta)}{\sin q \sin r \sin s}$, il est clair que, si l'on prenoit les angles α & β infiniment petits, l'effet de la diverse réfrangibilité des rayons deviendroit insensible, quelque grand qu'il fût d'ailleurs en soi-même. Il vaudroit donc bien mieux faire ces angles aussi grands qu'il seroit possible.

33. La petitesse des angles α & β doit donc rendre fort douteuses les expériences: &, à moins que leur rapport ne s'écarte énormément de la vérité, la diffusion causée dans l'image sera absolument insensible. On conviendra aisément qu'une telle diffusion doit être assez considérable, avant qu'on la puisse distinguer par les sens; de sorte que tant qu'elle n'excede point certaines limites, les objets nous paroitront

tront auſſi nets, que ſi la diverſe réfrangibilité des rayons étoit parfaitement détruite. Outre cela, puiſque l'un des priſmes étoit de crownglaſs, où les rayons rouges ſont interceptés en grande partie, la diffuſion en étoit encore diminuée davantage, & partant rendue moins ſenſible, ſans qu'on en pût conclure un changement dans la nature de la réfraction.

34. Donc, quand M. Dollond prétend avoir trouvé une telle diſpoſition de deux priſmes, l'un de flintglaſs, l'autre de crownglaſs, à travers leſquels il ait vu les objets ſans aucune confuſion, il s'en faut beaucoup que cette diſpoſition ſoit préciſément celle qui produiroit exactement ce même effet; il ſe pourroit même qu'elle s'en écartât très conſidérablement. Nous en avons déjà une preuve bien remarquable en ce que M. Dollond ne s'eſt pas apperçu, que cette netteté de l'image ne ſauroit convenir qu'à un ſeul angle d'incidence; il faut donc bien que la confuſion produite ſous des angles différens ait été imperceptible. Mais, après ces remarques générales, je m'en vais examiner plus en détail l'expérience de M. Dollond, pour pouvoir mieux juger de la concluſion qu'il en tire.

35. Soit donc le premier priſme A de crownglaſs, & la réfraction moyenne $m = 1,53$; l'autre priſme B de flintglaſs, & la réfraction moyenne $n = 1,583$. Enſuite, les angles α & β étoient tels, ſelon M. Dollond, que leurs ſinus tenoient à peu près la raiſon $3 : 2$. Je ſuppoſerai donc, puiſque ces angles étoient petits, $\alpha = 21°$ & $\beta = 14°$, où l'on comprend aiſément qu'une différence d'un ou de deux degrés produiroit les mêmes phénomenes. Maintenant, quand il dit que par ces deux priſmes les objets lui ont paru ſans couleur, il faut que cette égalité $\frac{dn\ \text{ſ}\ \beta}{\text{ſ}\ (r+\beta)} = \frac{dm\ \sin\alpha}{\text{ſ}\ q}$ ait eu à peu près lieu pour quelque angle Φ, en prenant $\text{coſ}\ (q-\alpha)\ \frac{\text{coſ}\ \Phi}{m}$ & $\text{coſ}\ r = \frac{\text{coſ}\ \Phi}{n}$, puiſqu'il éſt impoſſible qu'elle ait eu lieu pour

tous

tous les angles, comme M. Dollond femble l'infinuer. Je donnerai donc à l'angle ϕ quelques diverfes valeurs, pour voir combien le rapport entre dm & dn en fera changé.

36. Soit d'abord l'angle $\phi = 90°$; & nous aurous

$$q - \alpha = 90°;\ q = 111°;\ \&\ \mathrm{d}n \text{ tag } \beta = \mathrm{d}m \text{ tag } \alpha,$$

$$r = 90°;\ r + \beta = 104°;\ \text{donc } \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} = \frac{240328}{363864},$$

& partant $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} < \frac{2}{3}$.

Soit maintenant $\phi = o$, & nous aurons

$$q - \alpha = 49°,11';\ q = 70°,11';\ 26733\,\mathrm{d}n = 38137\,\mathrm{d}m,$$

$$r = 50°,49';\ r \pm \beta = 64°,49;\ \text{ou } \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} = 0,70098;$$

cette valeur eft plus grande que $\frac{2}{3}$.

Soit auffi $\phi = 180°$, & nous aurons

$$\left.\begin{array}{l} q - \alpha = 130°,49';\ q = 151°,49'; \\ r = 129,\ 11;\ r + \beta = 143,\ 11; \end{array}\right\}\ \text{d'où } \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} = 0,53204,$$

laquelle valeur furpaffe à peine $\frac{1}{2}$.

37. Voilà donc une affez grande incertitude fur le rapport des variations $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n}$, contenue entre les limites 0,532 & 0,701, fur laquelle il eft impoffible de fe décider, à moins qu'on ne fache fous quel angle d'incidence le phénomene en queftion eft arrivé. Mais fi, au jugement des yeux, il eft arrivé fous tous les angles, il s'enfuit que cette expérience ne fuffit pas pour décider, fi le rapport $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n}$ eft $= \frac{532}{1000}$, ou s'il eft $= \frac{701}{1000}$; &, dans une fi grande incertitude, il eft très certain que ces fortes d'expériences ne font en aucune maniere pro-

propres à nous éclaircir ſur le véritable rapport entre les valeurs différentielles d*m* & d*n*. Cependant, puiſque mon hypotheſe donne ce rapport $\frac{dm}{dn} = \frac{894}{1000}$, il ſemble pourtant que ces expériences y portent quelque atteinte; mais il faudroit toujours des expériences plus déciſives avant que de la rejetter.

38. Le bon effet des objectifs compoſés de ces deux eſpeces de verre prouve encore moins contre la loi de réfraction que j'ai établie; & je crois qu'il en faut chercher la raiſon dans des circonſtances tout à fait différentes. Or d'abord, je remarque que le ſeul verre de crownglaſs y contribue déjà quelque choſe, en interceptant une bonne partie des rayons rouges qui pourroient gâter l'image. M. Dollond lui-même dit avoir obſervé qu'un objectif ſimple, fait de cette eſpece de verre, produit un meilleur effet, qu'un autre ſemblable, fait d'un verre très clair; ce dont la raiſon eſt évidemment celle que je viens d'indiquer, puiſque tous les verres colorés produiſent le même effet.

39. Enſuite, la principale raiſon doit être cherchée en ce que M. Dollond, en proportionnant les deux verres dont ſes objectifs ſont compoſés, a heureuſement détruit la confuſion cauſée par la ſphéricité & l'ouverture du verre: j'ai fait voir ailleurs, que c'eſt ordinairement la ſource des plus grands défauts des lunettes, & dès qu'on y remédie, on diminue auſſi très conſidérablement l'autre défaut, qu'on attribue à la diverſe réfrangibilité des rayons. Il eſt même poſſible de rendre ce défaut inſenſible par un bon arrangement des verres oculaires, comme je l'ai expliqué autrefois fort au long. Ainſi, à mon avis, le plus grand mérite des lunettes de M. Dollond ſe trouve conjointement dans l'objectif compoſé, entant que le défaut de la ſphéricité y eſt corrigé, & dans la diſpoſition des verres oculaires: je crois même que, s'il vouloit compoſer ſes objectifs de deux verres de la même eſpece, il en éprouveroit le même effet.

40. Mais au reste il seroit très facile de s'assurer par l'expérience de cette propriété prétendue des nouveaux objectifs. Cela se pratiqueroit aisément dans une chambre obscure, y ayant fixé dans un volet un tel objectif composé; on n'auroit qu'à lui opposer hors de la chambre, tantôt un morceau de drap écarlate, tantôt un autre violet, & à mesurer ensuite dans la chambre la distance derriere le verre, où l'une & l'autre image se représenteroit le plus distinctement. Pour en juger mieux, on traverse les objets par un fil noir, dont l'image doit devenir distincte. En s'y prenant de cette maniere, je doute fort que les deux distances se trouvent égales, & selon toute apparence la différence sera aussi grande que dans les objectifs ordinaires.

41. Je finirai par une remarque, qui n'est pas peu importante dans le sujet présent. M. Dollond, en faisant ses expériences avec les deux prismes joints ensemble, s'étoit attendu que les couleurs d'iris disparoitroient là, où les rayons transmis seroient paralleles aux rayons incidens. Il croyoit que c'étoit une suite nécessaire de l'hypothese de Newton, en vertu de laquelle on devroit trouver $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} = \frac{m-1}{n-1}$. Mais on s'appercevra aisément, que cette conséquence n'a aucun fondement. La destruction des couleurs d'iris exige cette condition $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} = \frac{\sin \beta \ \sin q}{\sin \alpha \ \sin (r+\beta)}$: or le parallélisme des rayons transmis avec les incidens demande qu'il soit $p-\alpha = s-\beta$, ou bien, posant $p-\alpha = s-\beta = \Phi$, il faut qu'il soit:

$$\cos \alpha \cos(\alpha+\Phi) + \sin \alpha \sqrt{(mm - \cos(\alpha+\Phi)^2)} = \cos \beta \cos(\beta+\Phi) + \sin \beta \sqrt{(nn - \cos(\beta+\Phi)^2)}.$$

Cette équation devroit donc être d'accord avec la précédente, si l'on posoit $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}n} = \frac{m-1}{n-1}$.

42.

42. Or nous avons vu, qu'en posant $p = \alpha + \Phi$ & $s = \beta + \Phi$, il s'ensuit $\sin q = \frac{\sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)}}{m}$, & $\sin(r + \beta) = \frac{\sqrt{(nn - \cos(\beta + \Phi)^2)}}{n}$, & substituant ces valeurs, notre équation différentielle devient:

$$\frac{dm}{dn} = \frac{n \sin\beta \sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)}}{m \sin\alpha \sqrt{(nn - \cos(\beta + \Phi)^2)}}.$$

Pour l'autre équation supposons:

$$\cos\alpha \cos(\alpha + \Phi) + \sin\alpha \sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)} = v,$$

de sorte que

$$\cos\beta \cos(\beta + \Phi) + \sin\beta \sqrt{(nn - \cos(\beta + \Phi)^2)} = v,$$

& de là nous tirons:

$$\cos(\alpha + \Phi) = v\cos\alpha + \sin\alpha \sqrt{(mm - vv)} = \cos\alpha\cos\Phi - s\alpha\, s\Phi,$$
$$\cos(\beta + \Phi) = v\cos\beta + \sin\beta \sqrt{(nn - vv)} = \cos\beta\cos\Phi - s\beta\, s\Phi.$$

43. Ces deux formules nous fournissent aisément les angles α & β, dont les tangentes seront exprimées ainsi:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos\Phi - v}{\sin\Phi + \sqrt{(mm - vv)}}, \quad \& \quad \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\cos\Phi - v}{\sin\Phi + \sqrt{(nn - vv)}};$$

mais les formules irrationelles seront:

$$\sqrt{(mm - \cos(\alpha + \Phi)^2)} = v\sin\alpha - \cos\alpha \sqrt{(mm - vv)},$$
$$\sqrt{(nn - \cos(\beta + \Phi)^2)} = v\sin\beta - \cos\beta \sqrt{(nn - vv)},$$

d'où l'équation différentielle provient:

$$\frac{dm}{dn} = \frac{n \sin\beta\, (v \sin\alpha - \cos\alpha \sqrt{(mm - vv)})}{m \sin\alpha\, (v \sin\beta - \cos\beta \sqrt{(nn - vv)})};$$

où les valeurs trouvées ci-dessus étant substituées donnent

dm

$$\frac{dm}{dn} = \frac{n}{m} \cdot \frac{mm - v \operatorname{cof} \phi + \operatorname{fin} \phi \sqrt{(mm - vv)}}{nn - v \operatorname{cof} \phi + \operatorname{fin} \phi \sqrt{(nn - vv)}}.$$

44. Cette équation ne ſe trouve dans aucune liaiſon avec celle-ci: $\frac{dm}{dn} = \frac{m-1}{n-1}$, que Newton a cru être la véritable: & il eſt à préſent très clair que, quand même cette loi ſeroit la véritable, il ne s'enſuivroit nullement que la deſtruction des couleurs d'iris fût toujours combinée avec le cas où les rayons tranſmis ſont paralleles aux incidens. On voit plutôt que ces deux cas n'ont aucune connexion entr'eux, quelle que ſoit la véritable loi de la réfraction des rayons différemment réfrangibles: & la Loi Newtonienne pourroit être vraie, nonobſtant la diverſité de ces deux cas, que M. Dollond ſemble avoir cru néceſſairement liés entr'eux.