RECHERCHES
SUR
UNE AUTRE CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES À RÉFLEXION. (*)

PAR M. L. EULER.

1.

Comme l'arrangement ordinaire dans les téleſcopes à réflexion répond à celui dont on ſe ſert dans les lunettes à quatre verres, où pourtant une mauvaiſe imitation eſt cauſe que le champ apparent eſt trop petit, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire précédent; je me propoſe ici d'appliquer aux téleſcopes le même arrangement dont on ſe ſert dans la conſtruction des nouvelles lunettes à 5 & 6 verres, dont l'un admet une ſi petite ouverture, qu'elle paroit très propre à arrêter tous les rayons étrangers. Mais, pour réduire ces lunettes aux téleſcopes, il y faut faire un petit changement, que la nature des téleſcopes exige, c'eſt à dire, que les deux intervalles entre les trois premiers verres AB & BC deviennent égaux entr'eux, & que tant le ſecond QBQ, qui répond au petit miroir, que le troiſieme RCR, qu'on met preſque dans le trou du grand miroir objectif, ayent une très petite ouverture. Planche VI. Fig. 4.

2. Pour cet effet, je mets le ſecond verre QBQ concave, afin qu'étant placé devant le foyer de l'objectif, il éloigne le foyer davantage juſqu'en C, où l'on met le troiſieme verre RCR, afin d'avoir BC = AB. Comme ce verre concave contribue à diminuer la confuſion,

(*) Lu le 25 Février 1762.

Fig. 5. fusion causée par l'objectif à cause de sa figure, le miroir convexe QBQ, qu'on lui substitue dans le télescope, produira un semblable effet, & l'instrument en sera porté à un plus haut degré de perfection.

3. Ayant donc six verres à considérer, soient p, q, r, s, t, u, leurs distances de foyer, & les demi-diametres de leurs ouvertures, x, πq, $\pi' r$, $\pi'' s$, $\pi''' t$, & $\pi^{IV} u$, où, à l'exception de l'objectif, je ne considere que les parties qui contribuent au champ apparent. Soit donc Φ le demi-diametre du champ apparent, & posant le grossissement $= m$, on aura $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{IV}}{m-1}$. Maintenant, pour rendre ce champ aussi grand qu'il est possible, posons :

$$\pi = -\beta\omega; \quad \pi' = -\gamma\omega; \quad \pi'' = 0\omega; \quad \pi''' = \omega \ \& \ \pi^{IV} = -\omega,$$

& soit, pour abréger, $M = \frac{2 + \beta - \gamma}{m-1}$, pour avoir $\Phi = M\omega$.

4. Ensuite, pour les nombres qui déterminent tant les distances de foyer des verres que leurs intervalles, posons :

$$B = \frac{-b}{b-1}; \quad C = -1; \quad D = \frac{d}{1-d}; \quad E = \frac{-e}{e+1};$$

$$\mathfrak{B} = b; \quad \mathfrak{C} = \infty; \quad \mathfrak{D} = d; \quad \mathfrak{E} = -e;$$

d'où nous tirons les valeurs des formules suivantes :

$$\mathfrak{B}\pi - \Phi = -(\beta b + M)\,\omega,$$

$$\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi = \infty\gamma\omega,$$

$$\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = +(\gamma - \beta - M)\,\omega,$$

$$\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi = -(e + \gamma - \beta + M)\,\omega,$$

$$\pi^{IV} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi = -(2 - \gamma + \beta + M)\,\omega.$$

Or la destruction des couleurs d'iris demande cette équation :

$$e + \gamma - \beta - M = 2 - \gamma + \beta + M, \text{ ou bien } e = 2(1 - \gamma + \beta + M).$$

5. De

5. De là les distances de foyer des verres avec leurs intervalles sont exprimés ainsi:

$$p = \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$q = \frac{-l\mathrm{M}}{\beta b + \mathrm{M}}p,$$

$$r = \frac{b}{b-1}\cdot\frac{\mathrm{M}}{\gamma}\cdot p,$$

$$s = \frac{bd}{b-1}\cdot\frac{\mathrm{M}}{\gamma-\beta-\mathrm{M}}p,$$

$$t = \frac{bde}{(b-1)(1-d)}\cdot\frac{\mathrm{M}}{e+\gamma-\beta-\mathrm{M}}p,$$

$$u = \frac{bde}{(b-1)(1-d)(1+e)}\cdot\frac{\mathrm{M}}{2-\gamma+\beta+\mathrm{M}}p,$$

$$\mathrm{AB} = \frac{\beta b}{\beta b + \mathrm{M}}p,$$

$$\mathrm{BC} = \frac{b}{b-1}\cdot\frac{\mathrm{M}}{\beta b + \mathrm{M}}p,$$

$$\mathrm{CD} = \frac{b}{b-1}\cdot\frac{\mathrm{M}}{\gamma-\beta-\mathrm{M}}p,$$

$$\mathrm{DE} = \frac{bde}{(b-1((1-d)}\cdot\frac{\mathrm{M}}{(\gamma-\beta-\mathrm{M})(e+\gamma-\beta-\mathrm{M})}p,$$

$$\mathrm{EF} = \frac{bde}{(b-1)(1-d)(1+e)}\cdot\frac{\mathrm{M}(e+2)}{(e+\gamma-\beta-\mathrm{M})(2-\gamma+\beta+\mathrm{M})}p,$$

$$\mathrm{FO} = \frac{u}{2-\gamma+\beta+\mathrm{M}}.$$

Or, pour les ouvertures complettes, nous avons, en prenant $\omega = \frac{1}{4}$,

$$\mathrm{AP} = x = \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$\mathrm{BQ} = \frac{\mathrm{M}}{\beta b+\mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}\beta q,$$

$$\mathrm{CR} = 0x + \tfrac{1}{4}\gamma r,$$

$$\mathrm{DS} = \frac{\mathrm{M}}{\gamma-\beta-\mathrm{M}}x + 0s,$$

$$\mathrm{ET} = \frac{\mathrm{M}}{e+\gamma-\beta-\mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}t,$$

$$\mathrm{FV} = \frac{\mathrm{M}}{2-\gamma+\beta+\mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}u.$$

6. Pour

6. Pour abréger ces formules, posons $\gamma - \beta - M = nM$, ou $\gamma = \beta + (n+1)M$; & de là nous aurons $M = \frac{2}{m+n}$, & $\alpha + \gamma - \beta - M = 2 - \gamma + \beta + M = 2 - nM = \frac{2m}{m+n}$; donc $\alpha = 2 - 2nM = \frac{2(m-n)}{m+n}$, & $\gamma = \beta + \frac{2(n+1)}{m+n}$. Or, en supposant BC = AB, nous trouvons $\beta = \frac{M}{b-1}$, ou $\beta = \frac{2}{(b-1)(m+n)}$; donc $\gamma = \frac{2(bn+b-n)}{(b-1)(m+n)}$; d'où nous tirons les mesures suivantes:

$p = \ldots\ldots$	$AP = x = \ldots\ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{b}{2b-1}p$,
$q = \frac{-b(b-1)}{2b-1}p$,	$BQ = \frac{b-1}{2b-1}x + \frac{bp}{2(2b-1)(m+n)}$,	
$r = \frac{b}{b(n+1)-n}p$,	$CR = \frac{bp}{2(b-1)(m+n)}$,	$CD = \frac{b}{b-1} \cdot \frac{p}{n}$,
$s = \frac{bd}{(b-1)} \cdot \frac{p}{n}$,	$DS = \frac{x}{n}$,	$DE = \frac{bd}{(b-1)(1-d)} \cdot \frac{m-n}{mn}p$,
$t = \frac{bd}{(b-1)(1-d)} \cdot \frac{2(m-n)}{m+n} \cdot \frac{p}{m}$,	$ET = \frac{x}{m} + \frac{1}{4}t$,	$EF = 2u$,
$u = \frac{bd}{(b-1)(1-d)} \cdot \frac{2(m-n)}{3m-n} \cdot \frac{p}{m}$,	$FV = \frac{x}{m} + \frac{1}{4}u$.	$FO = \frac{m+n}{2m}u$;

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{1718}{m+n}$ minutes.

7. Maintenant il faut donner à b une valeur telle que $\frac{b-1}{2b-1}x$ devienne une partie de x, d'autant plus petite que le grossissement m est

eſt grand. Pour cet effet, poſons $\frac{b-1}{2b-1} = \frac{1}{\mu}$, d'où réſulte $b = \frac{\mu - 1}{\mu - 2}$. Enſuite il faut remarquer que, pour un groſſiſſement m donné, on prend $p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ & $x = \frac{m}{30}$. De là nous aurons:

$$BQ = \frac{m}{30\mu} + \frac{(\mu-1)\, m\sqrt[3]{m}}{20\mu\,(m+n)} \;\&\; CR = \frac{(\mu-1)\, m\sqrt[3]{m}}{20\,(m+n)}.$$

Or les circonſtances de ces téleſcopes demandent, que BQ ſoit un peu plus grand que CR; & par cette raiſon poſons $\frac{m}{30\,\mu} = \frac{(\mu-1)\, m\sqrt[3]{m}}{20\,(m+n)}$, & partant $m + n = \frac{3}{2}\mu\,(\mu - 1)\sqrt[3]{m}$, ou bien $\mu\,(\mu-1) = \frac{2\,(m+n)}{3\sqrt[3]{m}}$, donc $\mu\mu - \mu > \frac{2}{3}\sqrt[3]{m^2}$, & $\mu > \frac{1}{2} + \sqrt{(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{m^2})}$, ou $\mu > \frac{1}{2} + \frac{5}{6}\sqrt[3]{m}$. On pourra donc prendre $\mu = \sqrt[3]{m}$, ou à peu près, puiſqu'il ne s'agit pas ici de préciſion: & par ce moyen on ſatisfait à la condition preſcrite, que, pour les grands groſſiſſemens, le trou du miroir devient une partie de plus en plus petite de la ſurface entiere.

8. Or, poſant $b = \frac{\mu - 1}{\mu - 2}$, en prenant $\mu = \sqrt[3]{m}$ environ, ou tant ſoit peu plus grand, ou bien plus exactement $\mu = \frac{5}{6}\sqrt[3]{m} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6\sqrt[3]{m}}$, nos meſures pour la conſtruction du téleſcope ſe réduiſent aux formules ſuivantes:

$$p = \tfrac{1}{10}\, m \sqrt[3]{m} \text{ pouces},$$
$$q = \frac{-(\mu - 1)}{\mu(\mu - 2)}\, p,$$
$$r = \frac{\mu - 1}{n + \mu - 1}\, p,$$
$$s = d \,.\, (\mu - 1)\, \frac{p}{n},$$
$$t = \frac{d}{1-d} \cdot \frac{2(\mu-1)(m-n)}{m+n} \cdot \frac{p}{m},$$
$$u = \frac{d}{1-d} \cdot \frac{2(\mu-1)(m-n)}{3m-n} \cdot \frac{p}{m},$$

$$AP = x = \frac{m}{30} \text{ pouces}$$
$$BQ = \frac{x}{\mu} + \frac{\mu - 1}{2\mu(m+n)}\, p,$$
$$CR = \frac{\mu - 1}{2(m+n)}\, p,$$
$$DS = \frac{x}{n},$$
$$ET = \frac{x}{m} + \tfrac{1}{4} t,$$
$$FV = \frac{x}{m} + \tfrac{1}{4} u,$$

$$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\mu - 1}{\mu}\, p,$$
$$CD = (\mu - 1)\, \frac{p}{n},$$
$$DE = \frac{d}{1-d} \cdot \frac{(\mu-1)(m-n)}{n} \cdot \frac{p}{m} - \frac{(m+n)t}{2n},$$
$$EF = 2u,$$
$$FO = \frac{m+n}{2m}\, u;$$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \dfrac{1718}{m+n}$ minutes;

où il eſt clair que dans les dernieres ouvertures la partie $\dfrac{x}{m} = \tfrac{1}{30}$ pouce eſt ſi petite, qu'on la peut négliger ſans faute.

9. Ayant déterminé le nombre μ, il nous reſte encore deux nombres n & d, qui ſont laiſſés à notre choix. Pour le premier n, il eſt clair, que plus on le prend petit, plus auſſi le champ eſt augmenté; mais cet accroiſſement eſt peu ſenſible dans les grands groſſiſſemens. Il faut donc plutôt avoir égard à la longueur de la lunette, dont les parties CD & DE deviendroient exceſſives, ſi l'on prenoit le nombre n trop petit. Il ſemble même qu'on fera très bien de prendre $n > \mu$, non ſeulement pour rendre DS plus petit que BQ ou CR, mais pour y ménager une très petite ouverture. Pour l'autre nombre d, on le peut prendre en ſorte, que la diſtance de foyer du dernier oculaire u devienne d'une grandeur donnée, par exemple, d'un

d'un pouce: attendu que de trop petits oculaires causent une confusion très sensible.

I. Developpement d'un tel Telescope qui grossit 25 fois.

10. Puisque $m = 25$, nous aurons pour la distance de foyer du grand miroir $p = 7\frac{1}{3}$ pouce, & $x = \frac{5}{6}$ pouce; donc $\frac{x}{\mu} = \frac{5}{6\mu}$, & $CR = \frac{\mu - 1}{25 + n} \cdot \frac{11}{3}$. Posons $n = 2\mu$, & pour rendre ces deux valeurs égales, il faut prendre $\mu = 3\frac{1}{3}$, & soit $n = 7$; d'où nous tirons les valeurs suivantes:

$p = 7{,}333,$	$AP = 0{,}833,$	$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = 5{,}133,$
$q = -3{,}850,$	$BQ = 0{,}330,$	
$r = 1{,}833,$	$CR = 0{,}267,$	$CD = 2{,}444,$
$s = \frac{22}{9} d,$	$DS = 0{,}119,$	$DE = \frac{44}{25} \cdot \frac{d}{1-d},$
$t = \frac{77}{100} \cdot \frac{d}{1-d},$	$ET = \frac{1}{4} t,$	$EF = 2u,$
$u = \frac{154}{425} \cdot \frac{d}{1-d};$	$FV = \frac{1}{4} u,$	$FO = \frac{16}{25} u;$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 54'$.

11. Posons maintenant $u = 1$ pouce, &, à cause de $\frac{d}{1-d} = \frac{425}{154}$, nous aurons $d = \frac{425}{579}$, d'où le télescope sera déterminé de cette sorte:

$p =$

$p = 7,333,$	$AP = 0,833,$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 5,133,$
$q = -3,850,$	$BQ = 0,330,$	
$r = 1,833,$	$CR = 0,267,$	$CD = 2,444,$
$s = 1,794,$	$DS = 0,119,$	$DE = 4,857,$
$t = 2,125,$	$ET = 0,531,$	$EF = 2,000,$
$u = 1,000,$	$FV = 0,250,$	$FO = 0,640.$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 54'$.

Ici la longueur du grand tuyau furpaffera un peu 5 pouces, mais celle du petit qui contient les verres, devient prefque de 10 pouces.

II. Développement d'un tel Télefcope qui groffit 50 fois.

12. Puifque $m = 50$, la diftance de foyer du grand miroir devient $p = 18$ pouces, & fon demi-diametre $x = 1\frac{2}{3}$. Prenons $\mu = 4$, & puifque $\frac{x}{\mu} = \frac{5}{12}$, & $CR = \frac{3 \cdot 9}{50 + n}$, ces deux valeurs deviennent à peu près égales en prenant $n = 10$, & cette valeur fert auffi à diminuer le tuyau qui contient les verres, CO. Nous aurons donc:

$p = 18$ pouces,	$AP = 1,667,$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 13,500,$
$q = -6,750,$	$BQ = 0,529,$	
$r = 4,154,$	$CR = 0,450,$	$CD = 5,400,$
$s = \frac{27}{5} d,$	$DS = 0,167,$	$DE = \frac{108}{25} \cdot \frac{d}{1-d},$
$t = \frac{36}{25} \cdot \frac{d}{1-d},$	$ET = \frac{1}{4} t,$	$EF = 2u,$
$u = \frac{108}{175} \cdot \frac{d}{1-d},$	$FV = \frac{1}{4} u,$	$FO = \frac{3}{5} u;$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 29'$.

13. Supposons de plus encore $u = 1$ pouce, & puisque $\frac{d}{1-d} = \frac{175}{108}$, nous aurons $d = \frac{175}{283}$, d'où nous tirons le devis suivant pour la construction du télescope:

$p = 18{,}000$,	AP $= 1{,}667$,	$\left.\begin{matrix}\text{AB}\\ \text{BC}\end{matrix}\right\} = 13{,}500$,
$q = -6{,}750$,	BQ $= 0{,}529$,	
$r = 4{,}154$,	CR $= 0{,}450$,	CD $= 5{,}400$,
$s = 3{,}339$,	DS $= 0{,}167$,	DE $= 7{,}000$,
$t = 2{,}333$,	ET $= 0{,}583$,	EF $= 2{,}000$,
$u = 1{,}000$,	FV $= 0{,}250$,	FO $= 0{,}600$;

& le demi-diametre du champ $\Phi = 29'$.

Ici la longueur du grand tuyau AB devient $13\frac{1}{2}$ pouces, mais celle du petit CO $= 15$ pouces.

III. *Développement d'un tel Télescope qui grossit* 100 *fois.*

14. Puisque $m = 100$, nous pourrons prendre $p = 45$ pouces, & $x = 3\frac{1}{3}$ pouces, & $n = 20$; d'où nous tirons les mesures suivantes, en posant $\mu = 5$:

$p = 45$ pouces,	AP $= 3{,}333$,	$\left.\begin{matrix}\text{AB}\\ \text{BC}\end{matrix}\right\} = 36{,}000$,
$q = -12{,}000$,	BQ $= 0{,}813$,	
$r = 7{,}500$,	CR $= 0{,}750$,	CD $= 9{,}000$,
$s = 9d$,	DS $= 0{,}167$,	DE $= 7{,}200\frac{d}{1-d}$,
$t = \frac{12}{5}\cdot\frac{d}{1-d}$,	ET $= \frac{1}{4}t$,	EF $= 2u$,
$u = \frac{36}{35}\cdot\frac{d}{1-d}$,	FV $= \frac{1}{4}u$,	FO $= \frac{3}{5}u$;

& le demi-diametre du champ $\Phi = 14'$.

15. Si nous posons maintenant $u = 1$, & partant $\frac{d}{1-d} = \frac{35}{36}$, & $d = \frac{35}{71}$, nous aurons le devis suivant:

$p = 45{,}000$,	AP = 3,333,	AB } = 36,000,
$q = -12{,}000$,	BQ = 0,813,	BC }
$r = 7{,}500$,	CR = 0,750,	CD = 9,000,
$s = 4{,}436$,	DS = 0,167,	DE = 7,000,
$t = 2{,}333$,	ET = 0,583,	EF = 2,000,
$u = 1{,}000$,	FV = 0,250,	FO = 0,600;

& le demi-diametre du champ $\Phi = 14'$.

La longueur du grand tuyau AB sera donc de 36 pouces; or celle du tuyau CO, qui contient les verres, sera de $18\frac{3}{5}$ pouces.

SUR

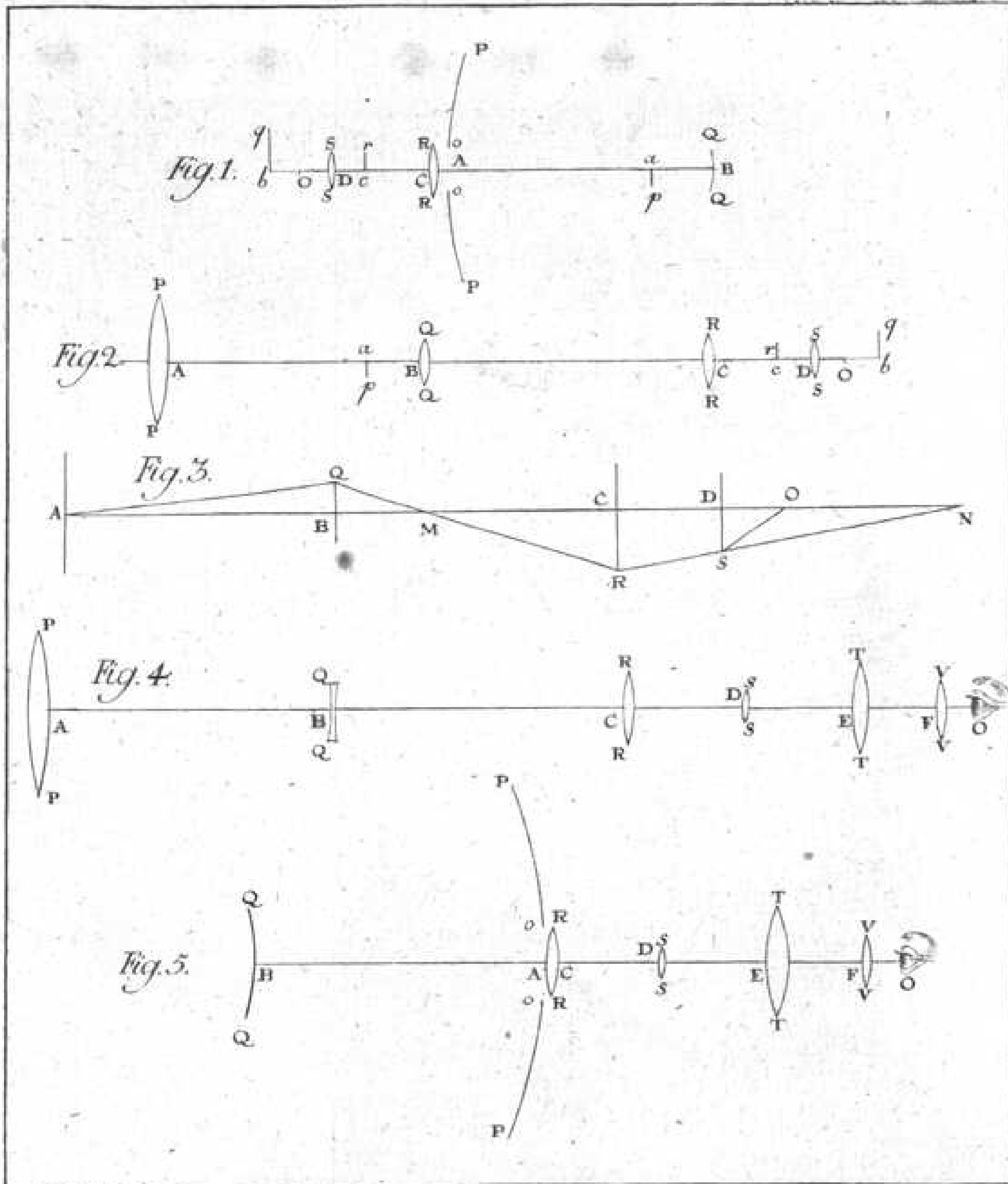
Fig.1.
Fig.2.
Fig.3.
Fig.4.
Fig.5.