RECHERCHES
SUR LES
TÉLESCOPES A' RÉFLEXION ET LES MOYENS DE LES PERFECTIONNER. (*)

PAR M. L. EULER.

I.

Quelque grands que ſoient les avantages que ces Téleſcopes ont procurés à l'Aſtronomie & pour les autres beſoins de la vie, on a pourtant raiſon de ſe plaindre du trop petit champ qu'ils découvrent; ce qui rend auſſi leur uſage fort pénible, en nous obligeant de les tenir ſi fixes, qu'il eſt impoſſible de s'en ſervir ſur la mer, où des lunettes ordinaires peuvent ſouvent être employées avec ſuccès, pourvu qu'elles ne ſoient pas trop longues. On s'imagine communément, que ce petit champ eſt une ſuite néceſſaire de l'uſage des miroirs, & le préjugé eſt preſque général, qu'il eſt impoſſible de remédier à ce défaut. Il faut bien que les Anglois, qui ont d'ailleurs parfaitement bien réuſſi dans la conſtruction de ces Téleſcopes, ſoient dans ce ſentiment, puiſqu'il ne paroit pas qu'ils ayent travaillé à les délivrer de ce grand inconvénient.

2. Or, nonobſtant cette grande autorité, je ſuis perſuadé que l'uſage des miroirs n'eſt pas néceſſairement aſſujetti à ce défaut, mais que c'eſt uniquement à l'arrangement peu avantageux des verres oculaires avec les miroirs, qu'il faut attribuer la cauſe du petit champ apparent; & ſi l'on vouloit s'arrêter à un ſemblable arrangement dans les lunettes, on tomberoit dans le même défaut. On trouve dans tous les téleſcopes preſque la même diſpoſition des verres oculaires, & on n'en

(*) Lu le 25 Février 1762.

n'en découvre aucune autre raiſon, ſi ce n'eſt que les objets ſont par ce moyen repréſentés ſans les couleurs d'iris. Mais il y a une infinité d'autres arrangemens qui produiſent le même effet, parmi leſquels il y en aura ſans doute qui découvrent un plus grand champ; & j'oſe même aſſurer, qu'il ſeroit poſſible de pouſſer l'augmentation du champ auſſi loin qu'on voudra, tout comme j'en ai fait voir la poſſibilité dans les lunettes.

3. D'ailleurs il eſt clair, au premier coup d'œil, que la diſpoſition des oculaires dans les meilleurs téleſcopes d'Angleterre eſt fort peu propre à fournir un champ raiſonnable. On n'a qu'à examiner le dernier oculaire, qui eſt pour la plupart un méniſque tournant ſa face concave vers l'œil: je ne ſaurois deviner, quel préjugé a pu conduire à cette figure, qui eſt certainement la moins propre à tous égards, & principalement par rapport au champ apparent, qui demande ſans aucun doute des oculaires également convexes des deux côtés, afin qu'ils ſoient ſuſceptibles de la plus grande ouverture, d'où le champ apparent dépend principalement. Dans les verres oculaires, il ne s'agit plus de remédier à la confuſion, mais auſſi à cet égard un méniſque ſeroit fort peu propre.

4. Comme il eſt impoſſible que l'expérience ait décidé pour l'uſage d'un méniſque au lieu de l'oculaire, à moins qu'un hazard n'en ſoit la cauſe, je crois plutôt que quelques raiſonnemens illuſoires ont donné naiſſance à ce préjugé: ce qui eſt d'autant plus vraiſemblable, que les véritables principes de la Dioptrique, ſur leſquels la conſtruction de ces ſortes d'inſtrumens devroit être fondée, ne ſont pas encore ſuffiſamment développés, & qu'on s'eſt ſouvent laiſſé ſéduire par des raiſonnemens tout à fait équivoques. Si je puis me flatter d'avoir établi la vraie Théorie, d'où la perfection de tous les téleſcopes & microſcopes doit être puiſée; je me propoſe d'entreprendre ici les mêmes recherches pour la perfection des Téleſcopes à réflexion, que j'ai déjà expoſées à l'égard des Lunettes & des Microſcopes.

5. Or

5. Or je remarque d'abord que la conſtruction des téleſcopes à réflexion eſt fondée ſur les mêmes principes que celle des lunettes ordinaires, & qu'on y peut appliquer les mêmes formules générales que j'ai données dans le XIII Volume de nos Mémoires pour perfectionner les Lunettes & les Microſcopes, pourvu qu'on ait égard à quelques circonſtances, que la nature des miroirs & leur diſpoſition exige. Les miroirs concaves répondent aux verres convexes, & leurs diſtances de foyer, qui ſont égales à la moitié de leurs rayons de courbure, entrent de la même maniere dans le calcul que celles des verres: & pour les miroirs convexes, ils ſont le même ſervice que les verres concaves, & leur diſtance de foyer doit être conſidérée comme négative. La ſeule différence à laquelle il faut réfléchir dans l'application de mes regles, eſt que les miroirs n'ont aucune part à l'engendrement des couleurs d'iris.

7. Je commencerai donc par examiner en général la diſpoſition des miroirs & des verres dont on ſe ſert ordinairement, pour voir à quel point il eſt poſſible d'augmenter le champ apparent; & enſuite je chercherai d'autres arrangemens, qui peuvent fournir encore un plus grand champ. Or la diſpoſition ordinaire convient avec celle des lunettes à quatre verres, qui repréſentent les objets debout: & comme ces lunettes découvrent un aſſez grand champ, lorſque les verres ſont bien arrangés, il ſemble que les téleſcopes devroient produire le même effet. Mais la circonſtance des miroirs exige néceſſairement une certaine limitation dans l'arrangement des verres, qui n'eſt pas favorable au champ; & une lunette à quatre verres, dont l'arrangement ſeroit ſemblable à celui qui a lieu dans les téleſcopes, n'en découvriroit pas un plus grand. Il eſt donc bien important de conſidérer ſoigneuſement cette limitation que l'uſage des miroirs exige dans la diſpoſition des verres.

7. Or, dans les téleſcopes, au lieu de l'objectif, on ſe ſert d'un miroir concave PAP, dont la diſtance de foyer ſoit $= p$, qui eſt égale à la moitié du rayon du baſſin convexe ſur lequel il eſt formé: Planche VI. Fig. 1.

 ce

ce miroir est au milieu percé d'un trou $o\,o$, qui ne doit pas être trop grand, afin que la surface polie réfléchisse assez de rayons pour représenter en a l'image ap, la distance Aa étant $= p$. Mais, au delà de cette image en B, on dispose encore un miroir concave QBQ, dont la distance de foyer soit $= q$, & partant le rayon de sa courbure $= 2q$; la distance aB est ordinairement un peu plus grande que q, de sorte que ce miroir transporte l'image ap par le trou du grand miroir quelque part en bq. Or, derriere le trou en C, est un verre convexe RCR, dont la distance de foyer soit $= r$, qui rapproche l'image bq en cr: & enfin, au delà se trouve l'oculaire SDS, dont la distance de foyer soit $= s$, qui est à peu près égale à la distance cD, & derriere ce verre le point O marque le lieu de l'œil.

Fig. 2. 8. Maintenant la seconde figure représente une lunette à quatre verres, qui répond parfaitement à ce télescope; où premierement, au lieu des miroirs, on a les verres convexes PP & QQ également éloignés par l'intervalle AB, dont les distances de foyer sont aussi p & q. Les autres verres RR & SS sont aussi les mêmes que ceux du télescope, & disposés par les mêmes intervalles BC & CD. Supposons outre cela que les ouvertures des verres & miroirs soient aussi les mêmes de part & d'autre; & puisque les images ap, bq & cr, dont la premiere est renversée & les autres debout, sont également situées, non seulement le grossissement sera le même de part & d'autre, mais aussi le lieu de l'œil O sera également éloigné du dernier oculaire SS, & la lunette découvrira le même champ que le télescope. Ce n'est qu'à l'égard de ces trois articles que la lunette produit le même effet que le télescope; mais ils constituent presque aussi l'essence de la construction.

9. Considérons donc aussi la différence qui regne entre ces deux instrumens; & d'abord il est évident, que le télescope est considérablement plus court que la lunette, & cela de la distance AB, de sorte que dans les grands instrumens la longueur du télescope se trouve presque réduite à la moitié. Ensuite, quoique la grandeur des miroirs

roirs ſoit auſſi grande que l'ouverture des verres qui leur répondent, le téleſcope fournira beaucoup moins de clarté; puiſque d'un côté les miroirs ne réfléchiſſent pas tant de lumiere, que les verres n'en tranſmettent, & que de l'autre côté la lumiere eſt diminuée par le trou dans le grand miroir, auſſi bien que par l'interception des rayons cauſée par le petit miroir; & c'eſt la raiſon pourquoi les téleſcopes ne fourniſſent jamais tant de clarté que les lunettes, à moins qu'on ne veuille renoncer au groſſiſſement.

10. Mais il n'y a aucun doute que le téleſcope n'ait un très grand avantage ſur la lunette, parce que les miroirs ne ſont pas aſſujettis à la différente réfrangibilité des rayons: & c'eſt à cet égard qu'ils ſont très préférables aux lunettes ordinaires. Cependant, pour ce qui regarde les couleurs d'iris, dont les objets paroiſſent environnés, elles ne manquent pas d'être cauſées par les verres oculaires; & l'objectif, quoiqu'il ſoit de verre, n'y a aucune part. Pour délivrer la repréſentation des objets de ces couleurs d'iris, les verres oculaires doivent être arrangés d'une certaine maniere, que j'ai enſeignée dans ma Théorie inſérée au XIII Volume de nos Mémoires: & il faut prendre à cet égard la même précaution dans la conſtruction des Téleſcopes, que des Lunettes, avec cette différence, que dans le téleſcope il n'y a que les deux verres RR & SS qui engendrent les couleurs d'iris, pendant que dans la lunette le ſecond verre QQ y concourt auſſi. Et partant, ſi l'on veut appliquer mes regles aux téleſcopes, il faut conſidérer le ſecond verre QQ, comme ne contribuant rien à la production des couleurs d'iris.

11. Comme tout téleſcope peut être transformé dans une lunette de la maniere que je viens d'expliquer, ſi l'on pouvoit réciproquement transformer une lunette donnée dans un téleſcope, on lui procureroit auſſi le même champ apparent que la lunette découvre, & on n'auroit aucune raiſon de ſe plaindre d'un champ trop étroit. Mais il eſt très évident que cette derniere transformation ne ſauroit avoir lieu, à moins que la diſtance BC entre le ſecond & le troiſieme verre ne ſoit,

 ou

ou égale à la diſtance AB, ou plus grande, puiſque dans le téleſcope aucun verre ne ſauroit être placé entre entre les points A & B. Enſuite, l'ouverture du ſecond verre QQ, qui répond au petit miroir QQ, doit être très petite, pour ne pas intercepter trop de rayons: & enfin, l'ouverture du troiſieme verre RR ne ſauroit être plus grande que le trou dont le grand miroir eſt percé, qu'il eſt bon de faire auſſi petit qu'il eſt poſſible.

12. Il ſemble qu'on pourroit remédier à cet inconvénient, en donnant au miroir une plus grande étendue, pour qu'une aſſez grande quantité de lumiere en puiſſe être réfléchie, quoiqu'on y faſſe un trou très conſidérable; & alors on ne ſeroit plus aſtreint, ni à faire le ſecond miroir QQ ſi petit, ni à donner au verre RR une trop petite ouverture. Mais il n'y a aucun doute que l'expérience n'ait fait abandonner cet expédient, qui n'eſt pas certainement échappé à l'attention de ceux qui ont travaillé ſur cette matiere; & on s'eſt auſſi convaincu par la Théorie, que vers le centre d'un miroir la réflexion eſt beaucoup plus réguliere pour former une image diſtincte, que vers les bords; de ſorte qu'une figure annulaire ne produit jamais un auſſi bon effet qu'une circulaire de la même aire. Par cette raiſon, je ſuivrai dans ces recherches la même regle, de percer le grand miroir d'un très petit trou, & de ne faire le petit miroir que tant ſoit peu plus grand, comme cela ſe pratique dans tous les téleſcopes d'Angleterre.

13. Voilà donc bien des limitations pour la lunette, que je ſubſtitue ici à la place du téleſcope. D'abord la diſtance BC ne ſauroit être plus petite que AB, & enſuite l'ouverture des verres QQ & RR doit être très petite. Si nous conſultons la pratique des meilleurs Artiſtes Anglois, le diametre du trou *oo* n'eſt qu'un quart du diametre du miroir PP; & dans les grands inſtrumens il en eſt une partie encore plus petite, comme $\frac{1}{5}$, ou même $\frac{1}{6}$: mais toujours le diametre du petit miroir QQ eſt un peu plus grand en raiſon de 2 : 3 ou de 3 : 4. Or, en obſervant ces limitations dans la conſtruction de la lunette, on comprend aiſément, qu'elle ne ſauroit plus découvrir un ſi grand champ,

champ, que si nous avions la pleine liberté d'arranger les verres à notre gré. C'est aussi la raison pourquoi les télescopes découvrent un si petit champ, qui est principalement borné par la trop petite ouverture du verre RR; ce qu'il sera bon de prouver par l'exemple d'un tel télescope, qui est d'ailleurs très excellent.

14. Ayant examiné ce télescope, j'ai trouvé les mesures suivantes en pouces.

Dist. de foyer $p = 18$; $q = 3$; $r = 4$; $s = 1\frac{1}{3}$.

Ouvertures $AP = 1\frac{5}{8}$; $BQ = \frac{1}{2}$; $CR = \frac{1}{3}$; $DS = \frac{1}{4}$.

Distances $AB = 21\frac{2}{3}$; $BC = 21\frac{1}{2}$; $CD = 3$; environ.

De là cherchons d'abord les images pour juger par-là du grossissement, & posant le demi-diametre du champ apparent $= \Phi$, nous trouverons:

Distances $Aa = 18$; $Ba = 3\frac{2}{3}$; $Bb = 25\frac{1}{2}$; $Cb = 4$; $Cc = 2$;

Images $ap = 18\Phi$; $bq = 135\Phi$; $cr = 67\frac{1}{2}\Phi$.

Donc, puisque la distance cD est $1\frac{1}{3}$, cette image sera vue sous un angle $= 50\Phi$, & partant 50 fois plus grande que l'objet même, de sorte que le grossissement peut être estimé $m = 50$; ce qui semble assez bien d'accord avec l'expérience, quoique le plus léger changement dans le lieu du petit miroir, en changeant ensuite convenablement la distance CD, puisse très considérablement varier le grossissement.

15. Pour juger maintenant du champ apparent même, considérons dans la lunette la route d'un rayon qui, venant de l'extrémité visible de l'objet, passe par le centre de l'objectif A, puisque l'ouverture de l'objectif ne contribue rien au champ. Ce rayon donc passera par le point Q du second verre, de sorte que $BQ = 21\frac{2}{3}\Phi$, où il sera rompu, & passera l'axe en M, de sorte que $BM = 3\frac{1}{2}$ & $CM = 18$; donc $CR = 110\Phi$. Or en R se fait une nouvelle réfraction, qui dirige le rayon en N, en sorte que $CN = 5\frac{1}{7}$ & $DN = 2\frac{1}{7}$, donc $DS = 46\Phi$. Enfin en S le rayon est rompu pour aller en O, Fig 3

de

de forte que DO $= \frac{80}{73}$, & en O eſt le lieu de l'œil. A préſent il ne reſte qu'à comparer ces valeurs BQ, CR, & DS, avec les réelles, & la moindre valeur qui en réſulte pour Φ donnera le demi-diametre du champ apparent.

16. Le ſecond verre, ou le petit miroir QQ, donne $21\frac{3}{5}\Phi = \frac{1}{2}$, & partant $\Phi = \frac{5}{216}$, ou bien $\Phi = \frac{1}{43}$: de la même maniere le verre RR donnne $110\Phi = \frac{1}{3}$; donc $\Phi = \frac{1}{330}$: & enfin l'oculaire SS donne $46\Phi = \frac{1}{4}$; donc $\Phi = \frac{1}{184}$. C'eſt donc le verre RR qui borne le champ apparent, & ſi les circonſtances permettoient de donner au verre RR une plus grande ouverture, le champ apparent en recevroit une augmentation proportionelle. Mais il ſeroit bien inutile de vouloir donner dans cette vue à l'oculaire SS une plus grande ouverture, puiſque maintenant ce n'eſt qu'environ la moitié qui y concourt, & le reſte eſt tout à fait ſuperflu. On en pourroit reſſerrer l'ouverture preſque juſqu'à la moitié, ſans diminuer le champ; & partant il eſt fort indifférent, quelle figure on donne à ce verre; mais je ne ſaurois croire, que celle d'un méniſque ait la moindre préférence. Je regarde plutôt comme un grand défaut de cet arrangement des verres, que l'ouverture de l'oculaire SS n'entre point dans la détermination du champ, qui par un autre arrangement pourroit être porté preſqu'au double.

17. Comparons maintenant ce champ apparent, dont le demi-diametre eſt $\Phi = \frac{1}{330}$, avec celui que les lunettes ordinaires découvrent pour le même groſſiſſement $m = 50$. Or celles qui ſont compoſées de deux verres convexes, en donnant à l'oculaire une ouverture dont le diametre eſt égal à la moitié de ſa diſtance de foyer, donnent pour ce groſſiſſement $\Phi = \frac{1}{201}$; & une bonne lunette à quatre verres peut bien donner le double $\Phi = \frac{1}{101}$, de ſorte que le diametre du champ ſeroit trois fois plus grand que dans le téleſcope, & partant le champ même 9 fois plus grand. Par là il eſt clair qu'on a bien raiſon de ſe plaindre, que ces téleſcopes découvrent un trop petit champ; & j'en ai trouvé auſſi des devis, qui donnent encore un moindre champ.

18.

18. Rien ne feroit plus aifé que de procurer à ce télefcope un plus grand champ, & de le porter même au double; on n'auroit qu'à faire le trou du grand miroir deux fois plus grand, & augmenter également l'ouverture du verre RR. Il eft vrai qu'on perdroit quelque chofe fur la clarté; mais ce qu'on gagneroit dans le champ ne feroit pas à méprifer; d'ailleurs, une petite augmentation dans la grandeur des miroirs pourroit réparer ce défaut. Mais je ne difconviens pas, que ce remede ne puiffe être fujet à d'autres inconvéniens; & partant, fans augmenter le trou du miroir, ne feroit-il pas poffible de trouver une autre difpofition dans les verres, tant à l'égard de leurs diftances de foyer, que de leurs diftances entr'eux, qui produifit un plus grand champ? On n'en fauroit douter, & quelques effais nous découvriroient bien d'autres difpofitions. Mais on ne manqueroit pas de tomber dans un autre inconvénient, celui des couleurs d'iris; & c'eft peut-être la raifon pourquoi l'on n'ofe prefque rien changer dans l'arrangement une fois établi. Voici donc mes recherches, où je tiens compte de toutes les conditions qu'on doit remplir dans la conftruction de ces télefcopes.

19. Après avoir nommé les diftances de foyer de nos quatre verres p, q, r, s, foient les demi-diametres de leurs ouvertures:

$$AP = x; \quad BQ = \pi q; \quad CR\ \pi' r \quad \& \quad DS = \pi'' s,$$

& enfuite les nombres expofans pour les lieux des images:

$$B = \frac{b}{1-b}; \quad C = \frac{-c}{1+c}; \quad D = \infty, \quad \& \text{ de là}$$

$$\mathfrak{B} = b; \qquad \mathfrak{C} = -c \quad \& \ \mathfrak{D} = 1.$$

Cela pofé, que m fignifie le groffiffement, & Φ le demi-diametre du champ apparent, & on aura $\Phi = \dfrac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Que ω foit la plus grande valeur que les fractions π, π', π'' puiffent recevoir, & pofons $\pi = \zeta\omega$; $\pi' = \gamma\omega$ & $\pi'' = -\omega$, où l'on peut prendre $\frac{1}{4}$ pour

pour ω, si le verre est également convexe des deux côtés; or β & γ sont des fractions plus petites que 1. Alors, posant pour abréger $M = \frac{1 + \gamma - \beta}{m - 1}$, nous aurons $\Phi = M\omega$, où il est clair que, pour augmenter le champ apparent, il seroit bon de prendre $\gamma = 1$, & de diminuer β autant qu'il est possible. Mais, puisque nous sommes gênés par les circonstances exposées ci-dessus, nous sommes obligés de prendre $\gamma < 1$; mais l'oculaire SS influera toujours par toute son ouverture sur le champ apparent, d'où il doit être fait également convexe des deux côtés.

20. En faisant maintenant l'application de mes regles générales, on trouve les déterminations suivantes pour la construction de ces lunettes.

$$\begin{array}{l|l|l}
q = \dfrac{bM}{\beta b - M}p & AP = x & AB = \dfrac{\beta b}{\beta b - M}p, \\
 & BQ = \dfrac{M}{\beta b - M}x + \beta\omega q & BC = \dfrac{b}{1-b}\cdot\dfrac{M(\beta(1-b)+\gamma c)}{(\beta b - M)(\gamma c + \beta - M)}p, \\
r = \dfrac{bc}{1-b}\cdot\dfrac{M}{\gamma c + \beta - M}p & CR = \gamma\omega r & CD = \dfrac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\dfrac{M(1+\gamma(1+c))}{(\gamma c + \beta - M)(1 - \beta + \gamma + M)}p, \\
s = \dfrac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\dfrac{M}{1 - \beta + \gamma + M}p & DS = \omega s & \&\ DO = \dfrac{s}{Mm}.
\end{array}$$

Mais, pour détruire les couleurs d'iris, puisque le second verre QQ, comme tenant lieu d'un miroir, ne doit pas entrer en compte, nous aurons cette équation à remplir:

$$\frac{\gamma}{\gamma c + \beta - M} = \frac{1}{1 - \beta + \gamma + M},$$ doù nous tirons $\gamma c + \beta - M = \gamma(1 - \beta + \gamma + M)$.

Ensuite il faut observer que BC ne sauroit être plus petit que AB, & que tant BQ que CR doivent être très petits.

21.

21. Posons, pour abréger, $\beta - \gamma - M = \nu M$, & partant $Mm = 1 - \nu M$; donc $M = \frac{1}{m + \nu}$ & $\Phi = \frac{\omega}{m + \nu}$. Soit de plus $\beta = M$, & partant $\gamma = (\mu - \nu)M$, de sorte que $\mu > \nu(\mu + 1)$; alors la destruction des couleurs d'iris donne $(\mu - \nu)c + \mu = (\mu - \nu)(1 - \nu M) = (\mu - \nu)\frac{m}{m + \nu}$; donc $c = \frac{m}{m + \nu} - \frac{\mu}{\mu - \nu}$, & $1 + c = \frac{m}{m + \nu} - \frac{\nu}{\mu - \nu}$; & de là

$$\begin{array}{l|l|l}
q = \frac{b}{(\mu+1)b-1}p & AP = x & AB = \frac{(\mu+1)b}{(\mu+1)b-1}p, \\
 & BQ = \frac{1}{(\mu+1)b-1}x + \frac{\mu+1}{m+\nu}\omega q & BC = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{(\mu+1)(1-b)+(\mu-\nu)c}{(\mu+1)b-1}\cdot\frac{(\mu+\nu)p}{m(\mu-\nu)}, \\
r = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{m+\nu}{\mu-\nu}\cdot\frac{p}{m} & CR = \frac{\mu-\nu}{m+\nu}\omega r & CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{m+\mu}{\mu-\nu}\cdot\frac{p}{m}, \\
s = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{p}{m} & DS = \omega s & DO = \frac{m+\nu}{m}s;
\end{array}$$

où il est clair, puisque c doit être un nombre positif, qu'il faut prendre ν négativement, ce qui est fort avantageux, parce que le champ apparent en devient plus grand.

22. Remplissons maintenant la condition par laquelle l'intervalle BC ne sauroit être plus petit que AB; & posons pour cet effet BC = AB, puisque rien n'empêche qu'on ne mette le verre RR dans le trou même du miroir, ou qu'on n'en puisse considérer la distance comme nulle. Alors on aura

$$(\mu+1)(1-b)m(\mu-\nu) = (\mu+1)(1-b)(m+\nu) + (\mu-\nu)(m+\nu)c,$$

& partant $\frac{c}{1 - b} = \frac{(\mu + 1)((\mu - \nu - 1)m - \nu)}{(\mu - \nu)(m + \nu)}$;

 où

où, si nous substituons la valeur de $c = \frac{-\nu\,(m+\mu)}{(\mu-\nu)\,(m+\nu)}$, nous aurons $1 - b = \frac{-\nu\,(m+\mu)}{(\mu+1)\,((\mu-\nu-1)\,m-\nu)}$, d'où nous tirons aussi valeur de b.

23. Posons donc $-n$ au lieu de ν, pour avoir $\Phi = \frac{\omega}{m-n}$, & nous aurons

$$c = \frac{n\,(m+\mu)}{(\mu+n)\,(m-n)};\quad 1 - b = \frac{n\,(m+\mu)}{(\mu+1)\,((\mu+n-1)\,m+n)}.$$

Soit ensuite, pour abréger,

$$(\mu+1)\,b - 1 = \zeta = \frac{m\,(\mu-1)\,(\mu+n)}{(\mu+n-1)\,m+n},\quad \&$$

$$\frac{c}{1-b} = \theta = \frac{(\mu+1)\,((\mu+n-1)\,m+n)}{(\mu+n)\,(m+n)},$$

& les déterminations pour la construction du télescope seront

$q = \frac{b}{\zeta}p$	$AP = x$	$AB = \frac{(\mu+1)\,b}{\zeta}p$,
	$BQ = \frac{x}{\zeta} + \frac{\mu+1}{m-n}\omega q$	$BC = \frac{(\mu+1)\,b}{\zeta}p$,
$r = b\theta \cdot \frac{m-n}{\mu+n} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = b\theta\omega \cdot \frac{p}{m}$	$CD = \frac{b\theta}{1+c} \cdot \frac{m+\mu}{\mu+n} \cdot \frac{p}{m}$,
$s = \frac{b\theta}{1+c} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \omega s$	$DO = \frac{m-n}{m}s$;

où CR marquant le demi-diametre du trou, doit être une certaine partie comme $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de x, & alors la lettre ζ doit aussi être ou 4 ou 5. Le demi-diametre du trou à l'œil doit être plus petit que

$m\,\mu$

$$\frac{m\mu + 2mn - nn}{m(\mu + n)} s \cdot \text{ang. BCQ},$$

pour écarter les rayons étrangers. Or

$$\text{ang. BCQ} = \frac{\zeta}{1+\zeta} \cdot \frac{BQ}{p},$$

d'où la dite formule devient $= \frac{\mu - 1}{m} \cdot BQ$.

24. Posant $n = o$, on aura pour le champ $\Phi = \frac{\omega}{m}$, ou bien prenant $\omega = \frac{1}{4}$ en minutes $\Phi = \frac{859}{m}$ minutes, qui est déjà plus grand que dans les lunettes astronomiques ordinaires. Or alors nous aurons $c = o$, $1 - b = o$, donc $b = 1$, &

$$\zeta = \mu \quad \& \ \theta = \frac{\mu\mu - 1}{\mu}.$$

Par conséquent, prenant $\omega = \frac{1}{4}$, nous obtiendrons les déterminations suivantes:

	$AP = x$	$AB = \frac{\mu + 1}{\mu} p,$
$q = \frac{p}{\mu}$	$BQ = \frac{x}{\mu} + \frac{(\mu+1)p}{4m\mu}$	$BC = \frac{\mu + 1}{\mu} p,$
$r = \frac{\mu\mu - 1}{\mu\mu} p$	$CR = \frac{(\mu\mu - 1)p}{4m\mu}$	$CD = \frac{\mu\mu - 1}{\mu\mu} \cdot \frac{(m+\mu)}{\mu} p,$
$s = \frac{\mu\mu - 1}{\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{s}{4}$	$DO = s.$

Il faut donc prendre $\mu = 4$, ou plus grand, & puisque l'ouverture du miroir doit être proportionelle au grossissement, supposons en général $x = \frac{m}{\eta}$ pouces, & soit $CR = \frac{x}{\mu}$; par conséquent $\frac{(\mu\mu - 1)p}{4m\mu} = \frac{m}{\mu\eta}$; donc $p = \frac{4mm}{\eta(\mu\mu - 1)}$ pouces.

25. Donnons donc ces valeurs aux quantités x & p, & nos mesures seront exprimées en pouces de cette sorte:

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{4mm}{\eta(\mu\mu-1)}$	$AP = \frac{m}{\eta}$	$AB = \frac{4mm}{\eta\mu(\mu-1)}$,
$q = \frac{4mm}{\eta\mu(\mu\mu-1)}$	$BQ = \frac{m}{\eta(\mu-1)}$	$BC = \frac{4mm}{\eta\mu(\mu-1)}$,
$r = \frac{4mm}{\eta\mu\mu}$	$CR = \frac{m}{\eta\mu}$	$CD = \frac{4m(m+\mu)}{\eta\mu\mu}$,
$s = \frac{4m}{\eta\mu}$	$DS = \frac{m}{\eta\mu}$	$DO = \frac{4m}{\eta\mu}$;

où CR exprime en même tems le demi-diametre du trou dont il faut percer le grand miroir PP; & BQ devient un peu plus grand que CR. Or le demi-diametre du champ apparent sera $\Phi = \frac{859}{m}$ minutes.

26. Dans les lunettes on prend communément, selon la regle de Huygens, $\eta = 60$; mais, puisqu'ici le miroir PP est percé d'un trou, & qu'il réfléchit moins de rayons qu'un verre n'en transmet, il faut bien prendre $\eta = 40$. Supposons donc $\mu = 4$, & nous aurons les mesures suivantes pour la construction des Télescopes:

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{150}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{120}$,
$q = \frac{mm}{600}$	$BQ = \frac{m}{120}$	$BC = \frac{mm}{120}$,
$r = \frac{mm}{160}$	$CR = \frac{m}{160}$	$CD = \frac{m(m+4)}{160}$,
$s = \frac{m}{40}$	$DS = \frac{m}{160}$	$DO = \frac{m}{40}$.

Or,

Or, posant $\mu = 5$, on aura

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{240}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{200}$,
$q = \frac{mm}{1200}$	$BQ = \frac{m}{160}$	$BC = \frac{mm}{200}$,
$r = \frac{mm}{250}$	$CR = \frac{m}{200}$	$CD = \frac{m(m+5)}{250}$,
$s = \frac{m}{50}$	$DS = \frac{m}{200}$	$DO = \frac{m}{50}$.

Posons aussi $\mu = 6$ pour avoir

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{350}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{300}$,
$q = \frac{mm}{2100}$	$BQ = \frac{m}{200}$	$BC = \frac{mm}{300}$,
$r = \frac{mm}{360}$	$CR = \frac{m}{240}$	$CD = \frac{m(m+6)}{360}$,
$s = \frac{m}{60}$	$DS = \frac{m}{240}$	$DO = \frac{m}{60}$.

27. Or, pour rendre insensible la confusion causée par l'ouverture du miroir, il faut prendre à peu près $p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces; d'où l'on devroit prendre à peu près $\mu = \sqrt[3]{m}$; mais rien n'empêche de prendre μ plus petit; la confusion deviendra encore moins sensible. Donc la premiere forme aura lieu tant que $m > 64$, la seconde tant que $m > 125$, & la troisieme tant que $m > 216$. Donc, pour de moindres grossissemens, il faut encore ajouter cette forme $\mu = 3$:

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{80}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{60}$,
$q = \frac{mm}{240}$	$BQ = \frac{m}{80}$	$BC = \frac{mm}{60}$,
$r = \frac{mm}{90}$	$CR = \frac{m}{120}$	$CD = \frac{m(m+3)}{90}$,
$s = \frac{m}{30}$	$DS = \frac{m}{120}$	$DO = \frac{m}{30}$;

où le grossissement doit être plus grand que 27. Mais, en général prenant $p = \frac{1}{10} m\sqrt[3]{m}$ pouces, & $x = \frac{m}{40}$ pouce, on détermine la valeur du nombre μ ainsi: $\mu\mu = 1 + \sqrt[3]{mm}$, ayant posé $\eta = 40$; mais laissant le nombre η indéterminé, il faut prendre $\mu\mu = 1 + \frac{40\sqrt[3]{mm}}{\eta}$.

28. Commençons donc plutôt par la valeur de p, qui doit être $p = \frac{1}{10} m\sqrt[3]{m}$ pouces, & de là nous tirons $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{\mu\mu - 1}$. Or cette valeur doit être tout au plus 40, & si elle est plus petite, on jouira d'une lumiere d'autant plus grande. Par cette raison, posons $\eta < 40$, & nous aurons $\sqrt[3]{mm} < \mu\mu - 1$; donc $m < (\mu\mu - 1)\sqrt{(\mu\mu - 1)}$. Par conséquent, prenant successivement pour μ les nombres 3, 4, 5, 6, on n'aura qu'à observer les conditions suivantes:

si $\mu = 3$; $m < 23$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{8} = 5\sqrt[3]{mm}$,

si $\mu = 4$; $m < 58$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{15} = \frac{8}{3}\sqrt[3]{mm}$,

si μ

$$\text{si } \mu = 5; \quad m < 118; \quad \& \ \eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{24} = \tfrac{5}{3}\sqrt[3]{mm},$$

$$\text{si } \mu = 6; \quad m < 207; \quad \& \ \eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{35} = \tfrac{8}{7}\sqrt[3]{mm},$$

$$\text{si } \mu = 7; \quad m < 333; \quad \& \ \eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{48} = \tfrac{5}{6}\sqrt[3]{mm},$$

$$\text{si } \mu = 8; \quad m < 500; \quad \& \ \eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{63} = \tfrac{40}{63}\sqrt[3]{mm}.$$

Mais, ayant trouvé ces valeurs, & pris p ou égal ou plus grand que $\frac{1}{10} m\sqrt[3]{m}$, les autres meſures ſeront:

$p = \frac{4mm}{\eta(\mu\mu - 1)}$	$AP = \frac{m}{\eta} = x$	$AB = \frac{\mu + 1}{\mu} p = p + q.$
$q = \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{x}{\mu - 1}$	$BC = \frac{\mu + 1}{\mu} p = p + q.$
$r = \frac{\mu\mu - 1}{\mu\mu} p$	$CR = \frac{x}{\mu} = \frac{1}{4} s$	$CD = r + s.$
$s = \frac{\mu}{m} r$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = s.$

Or pour le champ apparent on a toujours $\Phi = \frac{859}{m}$ minutes.

29. Mais tenons-nous-en aux formules du §. 25, & prenons $\mu\mu = 1 + \sqrt[3]{mm}$, poſant $\eta = 40$, afin que $p = \frac{1}{10} m\sqrt[3]{m}$, & nos meſures ſeront:

$p =$

$p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = p + q,$
$q = \frac{p}{\mu}$	$BQ = \frac{m}{40(\mu-1)}$	$BC = p + q,$
$r = \frac{mm}{10\mu\mu}$	$CR = \frac{m}{40\mu}$	$CD = r + s,$
$s = \frac{m}{10\mu}$	$DS = \frac{m}{40\mu}$	$DO = s;$

d'où l'on voit que plus le grossissement m est grand, plus aussi sera augmenté le nombre μ, de sorte que le trou devient de plus en plus petit par rapport au miroir même. En voici quelques exemples.

I. Exemple $m = 10$, où $\mu = 2,3752$:

$p = 2,1544$	$AP = 0,2500$	$AB = 2,8749,$
$q = 0,7205$	$BQ = 0,1818$	$BC = 2,8749,$
$r = 1,7725$	$CR = 0,1053$	$CD = 2,1935,$
$s = 0,4210$	$DS = 0,1052$	$DO = 0,4210,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 86' = 1^\circ,26'$.

II. Exemple $m = 20$, où $\mu = 2,8928$:

$p = 5,4288$	$AP = 0,5000$	$AB = 7,3059,$
$q = 1,8771$	$BQ = 0,2642$	$BC = 7,3059,$
$r = 4,7800$	$CR = 0,1729$	$CD = 5,4714,$
$s = 0,6914$	$DS = 0,1729$	$DO = 0,6914,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 43'$.

III. Exemple $m = 30$, où $\mu = 3,2642$:

$p = 9,3217$	$AP = 0,7500$	$AB = 12,1774,$
$q = 2,8557$	$BQ = 0,3313$	$BC = 12,1774,$
$r = 8,4468$	$CR = 0,2298$	$CD = 9,3659,$
$s = 0,9191$	$DS = 0,2298$	$DO = 0,9191,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 29'$.

IV.

IV. Exemple $m = 50$, où $\mu = 3,8173$:

$p = 18,4201$	$AP = 1,2500$	$AB = 23,2455$,
$q = 4,8254$	$BQ = 0,4437$	$BC = 23,2455$,
$r = 17,1561$	$CR = 0,3274$	$CD = 18,4659$,
$s = 1,3098$	$DS = 0,3274$	$DO = 1,3098$,

& le demi-diametre du champ $\Phi = 17'$.

V. Exemple $m = 75$, où $\mu = 4,3341$:

$p = 31,6287$	$AP = 1,8750$	$AB = 38,9263$,
$q = 7,2976$	$BQ = 0,5624$	$BC = 38,9263$,
$r = 29,9449$	$CR = 0,4326$	$CD = 31,6754$,
$s = 1,7305$	$DS = 0,4326$	$DO = 1,7305$,

& le demi-diametre du champ $\Phi = 11\frac{1}{2}'$.

VI. Exemple $m = 100$, où $\mu = 4,7481$:

$p = 46,4159$	$AP = 2,5000$	$AB = 56,1916$,
$q = 9,7757$	$BQ = 0,6670$	$BC = 56,1916$,
$r = 44,3571$	$CR = 0,5261$	$CD = 46,4615$,
$s = 2,1044$	$DS = 0,5261$	$DO = 2,1044$,

& le demi-diametre du champ $\Phi = 8\frac{1}{2}'$.

30. Quoique le champ que cet arrangement découvre soit déjà assez considérable, voyons s'il n'est pas possible de le porter à un plus haut degré encore. Dans cette vue, posons dans les formules du §. 20, $\gamma = 1$, & soit $\mathfrak{C} = (\mu + 1)M$, pour avoir $M(m - 1) = 2 - (\mu + 1)M$, donc $M \frac{2}{m + \mu}$; & $\Phi = \frac{1718}{m + \mu}$ minutes, prenant $\omega = \frac{1}{4}$. Or la destruction des couleurs d'iris donne $c + \mu M = 2 - \mu M$, ou $c = 2 - 2\mu M = \frac{2(m - \mu)}{m + \mu}$. De là nous aurons:

$$\beta b - M = M((\mu+1)b-1);\ \gamma c + \beta - M = 2 - \mu M;\ 1 - \beta + \gamma + M = 2 - \mu M = mM;$$

$$\beta(1-b) + \gamma c = M(m+1-(\mu+1)b);\ 1+\gamma(1+c) = 2mM,$$

& partant ces meſures pour la conſtruction des téleſcopes :

$p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces	$AP = x = \frac{m}{40}$ pouces	$AB = \frac{(\mu+1)b}{(\mu+1)b-1} p$
$q = \frac{b}{(\mu+1)b-1} \cdot p$	$BQ = \frac{x}{(\mu+1)b-1} + \frac{\mu+1}{2(\mu+\mu)} q$	$BC = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{m+1-(\mu+1)b}{(\mu+1)b-1} \cdot \frac{p}{m}$,
$r = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{2(m-\mu)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{4} r$	$CD = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{4(m-\mu)}{3m-\mu} \cdot \frac{p}{m} = 2s$
$s = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{2(m-\mu)}{3m-\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{m+\mu}{2m} s$;

où il faut faire $BC = AB$, ce qui fournit $b = \frac{\mu m - 1}{(\mu+1)(m-1)}$, &

$1 - b = \frac{m-\mu}{(\mu+1)(m-1)}$, & $(\mu+1)b - 1 = \frac{(\mu-1)m}{m-1}$;

d'où réſultent les meſures ſuivantes :

$p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces	$AP = x = \frac{m}{40}$ pouces	$AB = \frac{\mu m - 1}{(\mu-1)m} p$
$q = \frac{\mu m - 1}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-1}{(\mu-1)m} x + \frac{m+1}{2(m+\mu)} q$	$BC = \frac{\mu m - 1}{(\mu-1)m} p$
$r = \frac{2(\mu m - 1)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{4} r$	$CD = 2s$
$s = \frac{2(\mu m - 1)}{3m-\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{m+\mu}{2m} s$,

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{1718}{m+\mu}$ minutes.

31. Mais ici, à moins que le grossissement m ne soit très grand, on ne sauroit satisfaire aux conditions prescrites. Car, prenant pour μ un nombre petit, afin que CR ou le demi-diametre du trou devienne petit, le petit miroir devient trop grand, & intercepte une trop grande portion de lumiere: mais, si l'on augmente le nombre μ, il faut faire le trou trop grand, d'où la clarté souffre encore une perte considérable. Pour mieux éclaircir cela, considérons le cas où $m = 50$, & prenons $p = 18$, comme nous avons trouvé ci-dessus, & nous aurons:

$p = 18$	$AP = 1{,}25 = \frac{5}{4}$	$AB = \frac{50\mu - 1}{50(\mu - 1)} \cdot 18$
$q = \frac{50\mu - 1}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{18}{50}$	$BQ = \frac{49}{40(\mu - 1)} + \frac{\mu + 1}{2(50 + \mu)} q$	$BC = \frac{50\mu - 1}{50(\mu - 1)} \cdot 18$
$r = \frac{2(50\mu - 1)}{50 + \mu} \cdot \frac{18}{50}$	$CR = \frac{50\mu - 1}{50 + \mu} \cdot \frac{9}{50}$	$CD = 2s$
$s = \frac{2(50\mu - 1)}{150 - \mu} \cdot \frac{18}{50}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{50 + \mu}{100} s.$

Maintenant posons $\mu = 3\frac{1}{2}$, afin que CR devienne égal à peu près à la premiere partie de BQ, & nous trouverons les mesures suivantes:

$p = 18$ pouces	$AP = 1{,}25$	$AB = 25{,}056$
$q = 5{,}568$	$BQ = 0{,}724$	$BC = 25{,}056$
$r = 2{,}341$	$CR = 0{,}585$	$CD = 1{,}710$
$s = 0{,}855$	$DS = 0{,}214$	$DO = 0{,}457,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 32'$,

qui dans le premier cas n'étoit que de $17'$. Mais c'est ici un grand inconvénient, que le diametre du petit miroir surpasse la moitié de celui du grand, & que le diametre du trou lui est presque égal.

32. Développons aussi le cas où $m = 100$; il faudra prendre $\mu = 4$, pour remplir les conditions prescrites. Or pour p je mettrai 45 pouces, d'où nous tirons les mesures suivantes:

$p = 45$ pouces	$AP = 2,500$	$AB = 59,850$
$q = 11,970$	$BQ = 1,113$	$BC = 59,850$
$r = 3,453$	$CR = 0,863$	$CD = 2,426$
$s = 1,213$	$DS = 0,303$	$DO = 0,630,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 16\frac{1}{2}$ minutes.

Si nous comparons cet arrangement avec celui du premier cas, le demi-diametre du champ eſt preſque ici le double, mais le petit miroir eſt preſque deux fois plus grand ſelon le diametre, & le diametre du trou eſt au précédent comme 5 à 3. Or déjà auparavant le trou eſt plus grand qu'on ne le fait ordinairement. Cependant il ſemble que ce cas où $m = 100$ pourroit bien être exécuté dans la pratique, puiſque la grandeur du champ compenſeroit la diminution de la clarté, quand même il ne ſeroit pas poſſible de donner au grand miroir une plus grande ouverture, que la grandeur du trou ſemble pourtant bien admettre. Auſſi n'eſt-il pas abſolument néceſſaire, que le petit miroir ſoit auſſi grand qu'il eſt marqué ici; & il ſuffit que BQ ſurpaſſe un peu CR.

33. Pour remédier à cet inconvénient du trop grand trou dans les moindres groſſiſſemens, il faut rabattre quelque choſe du champ apparent, qui reſtera néanmoins plus grand que le premier cas, & par conſéquent beaucoup plus grand que dans les téleſcopes ordinaires. Il faut donc donner à γ une moindre valeur que 1, que je laiſſerai indéterminée, & poſant comme auparavant $\mathfrak{E} = (\mu + 1)M$, nous aurons $M = \frac{1 + \gamma}{m + \mu}$; & la deſtruction des couleurs d'iris fournit $c = \frac{(1 + \gamma)(\gamma m - \mu)}{\gamma (m + \mu)}$. Or l'égalité entre les intervalles AB & BC donne $1 - b = \frac{\gamma m - \mu}{(1 + \mu)(\gamma m - 1)}$, & $b = \frac{\gamma \mu m - 1}{(1 + \mu)(\gamma m - 1)}$. De là nous tirons les meſures ſuivantes:

$p =$

$$p = \alpha m \sqrt[3]{m} \text{ pouces}$$

$$q = \frac{\gamma\mu m - 1}{\gamma(\mu\mu - 1)} \cdot \frac{p}{m}$$

$$r = \frac{(1+\gamma)(\gamma\mu m - 1)}{\gamma(m+\mu)} \cdot \frac{p}{\gamma m}$$

$$s = \frac{(1+\gamma)(\gamma\mu m - 1)}{\gamma(\gamma+2)m - \mu} \cdot \frac{p}{m}$$

$$AP = x = \tfrac{1}{4}\alpha m$$

$$BQ = \frac{\gamma m - 1}{(\mu - 1)\gamma m} x + \frac{(\mu+1)(1+\gamma)}{4(m+\mu)} q$$

$$CR = \frac{\gamma}{4} r$$

$$DS = \tfrac{1}{4} s$$

$$AB = \frac{\gamma\mu m - 1}{(\mu-1)\gamma m} p$$

$$BC = \frac{\gamma\mu m - 1}{(\mu-1)\gamma m} p$$

$$CD = \frac{1+\gamma}{\gamma} s$$

$$DO = \frac{m+\mu}{(1+\gamma)m} s$$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \dfrac{3437(1+\gamma)}{4(m+\mu)}$ minutes;

où α est écrit pour $\frac{1}{18}$, afin que les formules soient plus générales, en cas qu'on veuille prendre $AP = x$ plus grand ou plus petit.

34. Avant que de faire l'application, je remarque que, dans la valeur de BQ, la derniere partie, qui est plus petite que la premiere, y est ajoutée, afin que le même degré de clarté regne par tout le champ apparent; & si on négligeoit cette partie, il n'en résulteroit d'autre inconvénient, sinon que les extrémités du champ paroitroient moins lumineuses que le milieu. Donc, puisque cet inconvénient est peuconsidérable, il suffit de donner à BQ une étendue tant soit peu plus grande que la premiere partie; mais à celle-ci il faut égaler le demi-diametre du trou CR, ce qui nous donne cette équation:

$$\frac{(1+\gamma)(\gamma\mu m - 1)}{(m+\mu)} \cdot \frac{\alpha\sqrt[3]{m}}{4\gamma} = \frac{\gamma m - 1}{\mu - 1} \cdot \frac{\alpha}{4\gamma},$$

ou bien $(1+\gamma)(\mu - 1)(\gamma\mu m - 1)\sqrt[3]{m} = (m+\mu)(\gamma m - 1)$.

Maintenant on peut donner à μ une valeur, qu'on jugera convenable pour rendre le trou assez petit, & ensuite il faut chercher par cette équation la valeur de γ.

35. Il se présente ici une solution particuliere fort commode en posant $\gamma = \frac{1}{\mu}$, qui donne

$$(\mu\mu - 1)(m - 1)\sqrt[3]{m} = mm - \mu\mu, \text{ \& partant}$$

$$\mu\mu = \frac{mm + (m - 1)\sqrt[3]{m}}{1 + (m - 1)\sqrt[3]{m}},$$

d'où l'on tire à peu près $\mu = \sqrt[3]{m} + \frac{1}{2\sqrt[3]{m}}$;

où je remarque que la valeur de μ ne sauroit être rendue beaucoup plus grande; car, posant $\mu = \sqrt[3]{m} + 1$, la valeur de γ en résulteroit négative. Par cette raison je m'arrête à cette solution particuliere, puisqu'on ne sauroit espérer d'augmenter μ beaucoup au delà: & dès que le grossissement monte à 50 & au delà, le trou ne devient plus trop grand, & pourtant le champ apparent est encore très considérable. Cependant il n'est pas nécessaire d'observer si soigneusement ces valeurs de γ & μ, puisqu'il suffit que les ouvertures BQ & CR deviennent assez petites.

36. Je considérerai donc le grossissement $m = 50$, où je prends $p = 18$ pouces & $x = 1\frac{1}{4}$ pouce; mais, pour faire le petit miroir plus petit que ci-dessus (§. 31), je poserai $\mu = 4$, & j'aurai

$p = 18$ pouces	$AP = 1\frac{1}{4}$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{3(200\gamma - 1)}{25\gamma}$
$q = \frac{3(200\gamma - 1)}{125\gamma}$	$BQ = \frac{50\gamma - 1}{120\gamma} + \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{1800\gamma}$	$CD = \frac{1 + \gamma}{\gamma}\, s$
$r = \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{150\gamma\gamma}$	$CR = \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{600\gamma}$	$DO = \frac{27}{25(1+\gamma)}\, s$
$s = \frac{9(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{1250\gamma(\gamma+2) \cdot 100}$	$DS = \frac{1}{4}\, s$	$\Phi = 16(1+\gamma)$ min.

Maintenant, puisque $BQ = \frac{50\gamma - 1}{120\gamma} + \frac{1}{2} CR$, & $CR = \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{600\gamma}$, développons ces valeurs pour plusieurs hypotheses de γ.

Si	$\frac{50\gamma - 1}{120\gamma}$	$\frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{600\gamma}$
$\gamma = 1$	$\frac{49}{120} = 0,408$	$\frac{2.199}{600} = 0,663$
$\gamma = \frac{1}{2}$	$\frac{48}{120} = 0,400$	$\frac{3.198}{2.600} = 0,495$
$\gamma = \frac{1}{3}$	$\frac{47}{120} = 0,392$	$\frac{4.197}{3.600} = 0,438$
$\gamma = \frac{1}{4}$	$\frac{46}{120} = 0,383$	$\frac{5.196}{4.600} = 0,408$
$\gamma = \frac{1}{5}$	$\frac{45}{120} = 0,375$	$\frac{6}{5}.\frac{195}{600} = 0,390$
$\gamma = \frac{1}{10}$	$\frac{40}{120} = 0,333$	$\frac{11}{10}.\frac{190}{600} = 0,348$;

d'où l'on voit, qu'en diminuant γ, ces nombres vont en décroissant, mais aussi le champ apparent en devient plus petit. Posons donc $\gamma = \frac{1}{2}$, & nous aurons les déterminations suivantes:

$p = 18$ pouces	$AP = 1,250$	$AB = 23,760$
$q = 4,752$	$BQ = 0,565$	$BC = 23,760$
$r = 3,960$	$CR = 0,495$	$CD = 2,741$
$s = 0,901$	$DS = 0,225$	$DO = 0,720$,

& le demi-diametre du champ apparent $\Phi = 24'$,

où

où les valeurs de BQ & CR peuvent bien être admises dans la pratique. Mais considérons aussi le cas $\gamma = \frac{1}{4}$, qui donne

$p = 18$ pouces	AP $= 1{,}250$	AB $= 23{,}520$
$q = 4{,}704$	BQ $= 0{,}519$	BC $= 23{,}520$
$r = 6{,}533$	CR $= 0{,}408$	CD $= 4{,}570$
$s = 0{,}914$	DS $= 0{,}229$	DO $= 0{,}790$,

& le demi-diametre du champ apparent $\Phi = 20'$.

37. Pour la pratique il ne reste donc que d'exposer ici les mesures trouvées pour quelques valeurs du nombre γ:

I. $\gamma = 1$; $\Phi = \frac{1718}{m+\mu}$ min:

$p = \alpha m \sqrt[3]{m}$	AP $= x = \frac{1}{4}\alpha m$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - 1}{\mu - 1}\cdot\frac{p}{m}$
$q = \frac{\mu m - 1}{\mu\mu - 1}\cdot\frac{p}{m}$	BQ $= \frac{m-1}{\mu-1}\cdot\frac{x}{m} + \frac{\mu+1}{2(m+\mu)}q$	
$r = \frac{2(\mu m - 1)}{m+\mu}\cdot\frac{p}{m}$	CR $= \frac{1}{4}r$	CD $= 2s$
$s = \frac{2(\mu m - 1)}{3m-\mu}\cdot\frac{p}{m}$	DS $= \frac{1}{4}s$	DO $= \frac{m+\mu}{2m}s$

II. $\gamma = \frac{1}{2}$; $\Phi = \frac{1289}{m+\mu}$ min:

$p = \alpha m \sqrt[3]{m}$	AP $= x = \frac{1}{4}\alpha m$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - 2}{\mu - 1}\cdot\frac{p}{m}$
$q = \frac{\mu m - 2}{\mu\mu - 1}\cdot\frac{p}{m}$	BQ $= \frac{m-2}{\mu-1}\cdot\frac{x}{m} + \frac{3(\mu+1)}{8(m+\mu)}q$	
$r = \frac{3(\mu m - 2)}{m+\mu}\cdot\frac{p}{m}$	CR $= \frac{1}{8}r$	CD $= 3s$
$s = \frac{3(\mu m - 2)}{5m-4\mu}\cdot\frac{p}{m}$	DS $= \frac{1}{4}s$	DO $= \frac{2(m+\mu)}{3m}s$.

III. γ

$$\text{III. } \gamma = \tfrac{1}{3}; \quad \Phi = \frac{1146}{m+\mu} \text{ min:}$$

$p = \alpha m \sqrt[3]{m}$	$AP = x = \frac{1}{4}\alpha m$	$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - 3}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{\mu m - 3}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-3}{\mu-1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{\mu+1}{3(m+\mu)} q$	
$r = \frac{4(\mu m - 3)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{12} r$	$CD = 4s$
$s = \frac{4(\mu m - 3)}{7m - 9\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{3(m+\mu)}{4m} s.$

$$\text{IV. } \gamma = \tfrac{1}{4}; \quad \Phi = \frac{1074}{m+\mu} \text{ min:}$$

$p = \alpha m \sqrt[3]{m}$	$AP = x = \frac{1}{4}\alpha m$	$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - 4}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{\mu m - 4}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m \cdot 4}{\mu-1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{5(\mu+1)}{16(m+\mu)} q$	
$r = \frac{5(\mu m - 4)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{16} r$	$CD = 5s$
$s = \frac{5(\mu m - 4)}{9m - 16\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{4(m+\mu)}{5m} s.$

38. De ces différens arrangemens on peut choisir, pour chaque cas proposé, celui qui conviendra le mieux avec les circonstances qu'on aura en vue. Pour en faire mieux voir l'application, choisissons le III cas, & supposons $\mu = 5$, pour avoir ces mesures:

$p =$

$p = am\sqrt[3]{m}$	$AP = x = \frac{1}{4}am$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{5m-3}{4m}p = 6q$
$q = \frac{5m-3}{24m}p$	$BQ = \frac{m-3}{4m}x + \frac{2q}{m+5}$	$CD = 4s$
$r = \frac{4(5m-3)}{(m+5)m}p$	$CR = \frac{1}{12}r = \frac{8q}{m+5}$	$DO = \frac{3(m+5)}{4m}s$,
$s = \frac{4(5m-3)}{7m-45} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4}s$	

& le demi-diametre du champ apparent $\Phi = \frac{1146}{m+5}$ min.,

d'où je tirerai les devis ſuivans, en ſuppoſant $p = \frac{1}{12}m\sqrt[3]{m}$ pouce, & $x = \frac{m}{36}$ pouces, conformément à quelques conſtructions angloiſes, qui paroiſſent fort bonnes.

I. Devis $m = 10$. $\Phi = 76'$.

$p = 1{,}795$	$AP = 0{,}278$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 2{,}112$
$q = 0{,}352$	$BQ = 0{,}095$	
$r = 2{,}250$	$CR = 0{,}187$	$CD = 4{,}400$
$s = 1{,}350$	$DS = 0{,}338$	$DO = 1{,}519$

II. Devis $m = 15$. $\Phi = 57'$.

$p = 3{,}083$	$AP = 0{,}417$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 3{,}702$
$q = 0{,}617$	$BQ = 0{,}145$	
$r = 2{,}959$	$CR = 0{,}247$	$CD = 3{,}944$
$s = 0{,}986$	$DS = 0{,}247$	$DO = 0{,}986$.

III. Devis $m = 20$. $\Phi = 46'$.

$p = 4{,}524$	$AP = 0{,}556$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 5{,}484$
$q = 0{,}914$	$BQ = 0{,}192$	
$r = 3{,}511$	$CR = 0{,}276$	$CD = 3{,}696$
$s = 0{,}924$	$DS = 0{,}231$	$DO = 0{,}866$.

Cet

Cet arrangement ne convient donc point aux petits groſſiſſemens, puiſque le trou du miroir devient trop grand; il faut pour ces cas donner à μ une plus petite valeur. Mais, pour les grands groſſiſſemens, cette forme y paroit fort propre.

39. Or, en conſidérant bien toutes les circonſtances, & en particulier que le petit miroir devienne un peu plus grand que le trou, afin qu'aucun rayon direct n'y puiſſe paſſer, je trouve que la quatrieme hypotheſe peut être appliquée à tous les groſſiſſemens, en ſuppoſant $\mu = 1 + \sqrt[3]{m}$. Donc, pour ôter les irrationalités, je poſe

$$\gamma = \tfrac{1}{4};\ m = n^3;\ \mu = n + 1,\ \text{de ſorte que}\ \Phi = \frac{1074}{n^3 + n + 1}\ \text{min:},$$

& je trouve ces meſures:

$$p = \frac{n^4}{12}$$

$$q = \frac{n^3(n+1) - 4}{12(n+2)}$$

$$r = \frac{n^3(n+1) - 4}{n^3 + n + 1} \cdot \frac{5n}{12}$$

$$s = \frac{n^3(n+1) - 4}{9n^3 - 16(n+1)} \cdot \frac{5n}{12}$$

$$\mathrm{AP} = \frac{n^2}{36}$$

$$\mathrm{BQ} = \frac{n^3 - 4}{36n} + \frac{r}{16n}$$

$$\mathrm{CR} = \frac{r}{16}$$

$$\mathrm{DS} = \frac{s}{4}$$

$$\left.\begin{matrix}\mathrm{AB}\\ \mathrm{BC}\end{matrix}\right\} = \frac{n^3(n+1) - 4}{12}$$

$$\mathrm{CD} = 5s$$

$$\mathrm{DO} = \tfrac{4}{5}\left(1 + \frac{n+1}{n^3}\right)s.$$

Le demi-diametre du trou auquel on applique l'œil, doit être plus petit que $\frac{\mathrm{BQ}}{nn}$, afin que les rayons étrangers en ſoient exclus:

Mais, puiſqu'il n'eſt pas néceſſaire d'obſerver ces meſures avec une exactitude ſcrupuleuſe, il ſuffit de prendre des valeurs approchantes pour la commodité du calcul: d'où l'on aura

$p = \frac{n^4}{12}$	$AP = \frac{n^3}{36}$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{n^3(n+1)}{12} - \frac{1}{3}$
$q = \frac{n^3 - nn + 2n - 3}{12}$	$BQ = \frac{nn}{36} + \frac{5(n+1)}{192s}$	$CD = 5s$
$r = \frac{5(nn+n-3)}{12}$	$CR = \frac{5(nn+n-3)}{192}$	$DO = \frac{nn+n+2}{27}$;
$s = \frac{5(nn+n+2)}{108}$	$DS = \frac{1}{4}s$	

d'où je tire les devis ſuivans:

I. Devis $n = 2\frac{1}{2}$; donc $m = 15\frac{1}{2}$, $\phi = 56'$.

$p = 3\frac{1}{4}$	$AP = 0{,}43$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 4{,}22$
$q = 1$	$BQ = 0{,}25$	
$r = 2\frac{1}{2}$	$CR = 0{,}16$	$CD = 1{,}25$
$s = \frac{1}{4}$	$DS = 0{,}06$	$DO = 0{,}20$.

II. Devis $n = 3$; donc $m = 27$ & $\phi = 56'$.

$p = 6{,}750$	$AP = 0{,}750$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 8{.}667$
$q = 1{,}733$	$BQ = 0{,}316$	
$r = 4{,}194$	$CR = 0{,}262$	$CD = 3{,}630$
$s = 0{,}726$	$DS = 0{,}182$	$DO = 0{,}581$,

III. Devis $n = 3\frac{1}{2}$; donc $m = 43$ & $\phi = 21'$.

$p = 12{,}505$	$AP = 1{,}196$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 15{,}752$
$q = 2{,}864$	$BQ = 0{,}412$	
$r = 5{,}818$	$CR = 0{,}364$	$CD = 4{,}390$
$s = 0{,}878$	$DS = 0{,}220$	$DO = 0{,}702$.

IV. Devis $n = 4$; donc $m = 64$ & $\phi = 15\frac{1}{2}$ min.

$p =$

$p = 21,333$	$AP = 1,778$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 26,333$
$q = 4,389$	$BQ = 0,536$	
$r = 7,632$	$CR = 0,477$	$CD = 5,310$
$s = 1,062$	$DS = 0,265$	$DO = 0,850.$

V. Devis $n = 4\frac{1}{2}$; donc $m = 91$ & $\Phi = 11'$.

$p = 34,172$	$AP = 2,531$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 41.432$
$q = 6,374$	$BQ = 0,672$	
$r = 9,648$	$CR = 0,603$	$CD = 6,365$
$s = 1,273$	$DS = 0,318$	$DO = 1,018.$

VI. Devis $n = 5$; donc $m = 125$ & $\Phi = 8\frac{1}{4}'$.

$p = 52,083$	$AP = 3,472$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 62,167$
$q = 8,881$	$BQ = 0,816$	
$r = 11,864$	$CR = 0,742$	$CD = 7,550$
$s = 1,510$	$DS = 0,378$	$DO = 1,208.$

VII. Devis $n = 6$; donc $m = 216$ & $\Phi = 4\frac{3}{4}$ min.

$p = 108,000$	$AP = 6,000$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 125,667$
$q = 15,708$	$BQ = 1,157$	
$r = 16,906$	$CR = 1,057$	$CD = 10,290$
$s = 2,058$	$DS = 0,512$	$DO = 1,646.$

40. Or j'ai déjà remarqué ci-dessus, que pour les grands grossissemens on peut même poser $\gamma = 1$, d'où le champ apparent devient d'autant plus considérable. Et partant on peut établir les especes suivantes.

I. Espece,

depuis $m = 8$ jusqu'à $m = 27$; $\Phi = \frac{1074}{m + 3}$ min:

$p =$

$p = \ldots\ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{3m-4}{2} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{3m-4}{8} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-4}{2} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{2} CR$	
$r = \frac{5(3m-4)}{m+3} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{16} r$	$CD = 5s$
$s = \frac{5(3m-4)}{9m-48} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{4(m+3)}{5m} s.$

II. Espece,

depuis $m = 27$ jusqu'à $m = 64$; $\Phi = \frac{1146}{m+4}$ min:

$p = \ldots\ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{4m-3}{3} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{4m-3}{15} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-3}{3} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{3} CR$	
$r = \frac{4(4m-3)}{m+4} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{12} r$	$CD = 4s$
$s = \frac{4(4m-3)}{7m-36} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{3(m+4)}{4m} s.$

III. Espece,

depuis $m = 64$ jusqu'à $m = 125$; $\Phi = \frac{1289}{m+5}$ min:

$p = \ldots\ldots$	$AP = x = \ldots\ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{5m-2}{4} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{5m-2}{24} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-2}{4} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{4} CR$	
$r = \frac{3(5m-2)}{m+5} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{8} r$	$CD = 3s$
$s = \frac{3(5m-2)}{5m-20} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{2(m+5)}{3m} s.$

IV.

IV. Espece,

depuis $m = 125$ jusqu'à 216; $\Phi = \frac{1718}{m + 6}$ minutes:

$p = \ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{6m-1}{5} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{6m-1}{35} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-1}{5} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{5} CR$	$CD = 2s$
$r = \frac{2(6m-1)}{m+6} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{4} r$	$DO = \frac{m+6}{2m} s.$
$s = \frac{2(6m-1)}{3m-6} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{3}{4} s$	

41. De là il sera aisé de corriger la construction du télescope dont j'ai parlé ci-dessus, en sorte que le champ devienne considérablement plus grand. On y avoit

$$p = 18 \text{ pouces}, \quad x = 1\tfrac{1}{2} \quad \& \; m = 50,$$

& le demi-diametre du champ Φ n'étoit que $10'$: or maintenant la seconde espece nous fournit cette construction:

$p = 18$ pouces	$AP = 1,5$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = 23,64$
$q = 4,73$	$BQ = 0,61$	$CD = 3,64$
$r = 5,25$	$CR = 0,44$	$DO = 0,68,$
$s = 0,91$	$DS = 0,23$	

& le demi-diametre du champ $\Phi = 21'$.

Outre cela il n'y a aucun doute, que de cette façon la représentation ne soit plus nette, & entierement délivrée des couleurs d'iris, au lieu que la construction ordinaire ne remplit qu'à peu près cette condition.

MOYENS

MOYENS
de procurer aux Télescopes à réflexion un plus grand champ encore.

42. Pour augmenter d'avantage le champ apparent de ces télescopes, on n'a qu'à ajouter encore un verre oculaire. On pourroit bien le placer dans le foyer même du dernier oculaire, où tombe l'image cr; mais, comme ce verre deviendroit alors lui-même un objet de la vision, entant qu'il n'est pas parfaitement transparent, & que ses parties visibles se confondroient avec la véritable image, il vaudra mieux placer ce nouveau verre avant le foyer, plus près du verre RCR. Ayant donc à considérer, après avoir fait la réduction à une lunette ordinaire, cinq verres, soient p, q, r, s, t leurs distances de foyer, & les demi-diametres de leurs ouvertures x, πq, $\pi' r$, $\pi'' s$, $\pi''' t$. Cela posé, nommant le grossissement $= m$ & le demi-diametre du champ Φ, on aura $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$. Maintenant posons $\pi = \beta\omega$; $\pi' = \gamma\omega$; $\pi'' = -\omega$ & $\pi''' = \omega$; & soit, pour abréger, $M = \frac{2 + \gamma - \beta}{m - 1}$, afinque nous ayons $\Phi = M\omega$, laquelle valeur est considérablement plus grande qu'auparavant.

43. Soient de plus les nombres qui déterminent tant les distances de foyer des verres, que leurs intervalles,

$$B = \frac{+b}{1 - b}; \quad C = \frac{-c}{1 + c}; \quad D = \frac{-d}{1 + d}; \quad E = \infty$$

$$\mathfrak{B} = +b; \quad \mathfrak{C} = -c; \quad \mathfrak{D} = -d; \quad \mathfrak{E} = 1;$$

& de là nous aurons:

$$\mathfrak{B}\pi - \Phi = +(\beta b - M)\omega$$
$$\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi = -(\gamma c + \beta - M)\omega$$
$$\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = +(d - \gamma + \beta - M)\omega$$
$$\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi = +(2 + \gamma + \beta + M)\omega,$$

d'où

d'où nous tirons les formules ſuivantes:

$$p = \ldots\ldots:$$

$$q = \frac{bM}{\beta b - M}p$$

$$r = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{M}{\gamma c + \beta - M}p$$

$$s = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{M}{d-\gamma+\beta-M}p$$

$$t = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\frac{M}{2+\gamma-\beta+M}p$$

$$AB = \frac{\beta b}{\beta b - M}p$$

$$BC = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{M(\gamma c + \beta(1-b))}{(\beta b - M)(\gamma c + \beta - M)}p$$

$$CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{M(d-\gamma(1+c))}{(\gamma c+\beta-M)(d-\gamma+\beta-M)}p$$

$$DE = \frac{bdc}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\frac{M(2+d)}{(d-\gamma+\beta-M)(2+\gamma-\beta+M)}p$$

$$EO = \frac{s}{2+\gamma-\beta+M}.$$

Or, pour les ouvertures des verres, en tenant compte tant du champ apparent que de la clarté dans tous les verres, nous aurons, en prenant $\omega = \frac{1}{4}$,

$$AP = x$$

$$BQ = \frac{M}{\beta b - M}x + \tfrac{1}{4}\beta q$$

$$CR = \frac{M}{\gamma c + \beta - M}x + \tfrac{1}{4}\gamma r$$

$$DS = \frac{M}{d-\gamma+\beta-M}x + \tfrac{1}{4}s$$

$$ET = \frac{M}{2+\gamma-\beta+M}x + \tfrac{1}{4}t.$$

où pour les trois derniers verres la premiere partie eſt ſi petite, qu'on peut aiſément la négliger par rapport à l'autre.

44. Maintenant la deſtruction des couleurs d'iris exige cette équation:

$$\frac{\gamma}{\gamma c + \beta - M} + \frac{1}{d-\gamma+\beta-M} = \frac{1}{2+\gamma-\beta+M}.$$

Pour

Pour cet effet nous pourrions égaler chaque partie du premier membre à la moitié de l'autre, pour avoir:

$$\gamma c + \beta - M = 2\gamma(2 + \gamma - \beta + M) \quad \&$$
$$d - \gamma + \beta - M = 2(2 + \gamma - \beta + M).$$

Mais, pour arriver à une solution plus générale, posons

$$\gamma c + \beta - M = \frac{\gamma}{1 - \zeta}(2 + \gamma - \beta + M) \quad \&$$

$$d - \gamma + \beta - M = \frac{1}{\zeta}(2 + \gamma - \beta + M).$$

Or mettons comme ci-dessus $\beta = (\mu + 1)M$, & nous aurons:

$$M = \frac{2 + \gamma}{m + \mu}; \quad \& \ \beta = \frac{(\mu + 1)(2 + \gamma)}{m + \mu};$$

ensuite $2 + \gamma - \beta + M = \dfrac{(2 + \gamma)m}{m + \mu}$, & $\dfrac{M}{2 + \gamma - \beta + M} = \dfrac{1}{m}$;

& partant

$$\gamma c + \mu M = \frac{\gamma(2 + \gamma)m}{(1 - \zeta)(m + \mu)}, \ \& \ c = \frac{2 + \gamma}{\gamma} \cdot \frac{\gamma m - (1 - \zeta)\mu}{(1 - \zeta)(m + \mu)}$$

$$d - \gamma + \mu M = \frac{(2 + \gamma)m}{\zeta(m + \mu)}, \quad \& \ d = \frac{(2 + \gamma + \gamma\zeta)m - 2\zeta\mu}{\zeta(m + \mu)};$$

outre cela

$$d - \gamma(1 + c) = \frac{1 - \zeta + \gamma\zeta}{\zeta(1 - \zeta)} \cdot \frac{(2 + \gamma)m}{m + \mu} \ \& \ 2 + d = \frac{(2 + \gamma)(1 + \zeta)m}{\zeta(m + \mu)}.$$

45. Ayant donc trouvé les justes valeurs pour les lettres c & d, si nous faisons ces substitutions, nous aurons d'abord pour le champ apparent: $\Phi = \dfrac{2 + \gamma}{4(m + \mu)}$, ou bien $\Phi = \dfrac{859(2 + \gamma)}{m + \mu}$ minutes, & ensuite les mesures suivantes:

$p =$

$p = \ldots\ldots$	$AP = x$	$AB = \dfrac{(\mu+1)b}{(\mu+1)b-1}p$
$q = \dfrac{b}{(\mu+1)b-1}p$	$BQ = \dfrac{x}{(\mu+1)b-1} + \dfrac{(\mu+1)(2+\gamma)q}{4(m+\mu)}$	$BC = \dfrac{b}{1-b}\cdot\dfrac{\gamma c+\beta(1-b)}{\beta b - M}\cdot\dfrac{(1-\zeta)p}{\gamma m}$
$r = \dfrac{bc}{1-b}\cdot\dfrac{(1-\zeta)p}{\gamma m}$	$CR = \dfrac{(1-\zeta)x}{\gamma m} + \tfrac{1}{4}\gamma r$	$CD = \dfrac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\dfrac{1-\zeta+\gamma\zeta}{\gamma}\cdot\dfrac{p}{m}$
$s = \dfrac{bcd}{(1-b)(1+c)}\cdot\dfrac{\zeta p}{m}$	$DS = \dfrac{\zeta x}{m} + \tfrac{1}{4}s$	$DE = \dfrac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot(1+\zeta)\dfrac{p}{m}$
$t = \dfrac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\dfrac{p}{m}$	$ET = \dfrac{x}{m} + \tfrac{1}{4}t$	$EO = \dfrac{m+\mu}{(2+\gamma)m}s.$

Mais la nature du télescope exige, qu'il soit $BC = AB$, ce qui donne $\beta(1-b) = \dfrac{M(\gamma c+\beta(1-b))}{\gamma c+\beta+M} = \dfrac{1-\zeta}{\gamma m}(\gamma c+\beta(1-b))$,

& partant $\beta(1-b)(\gamma m-1+\zeta) = (1-\zeta)\gamma c = \dfrac{(2+\gamma)(\gamma m-(1+\zeta)\mu)}{m+\mu}$;

donc; $(\mu+1)(\gamma m-1+\zeta)(1-b) = \gamma m-(1-\zeta)\mu$; par conséquent

$$1-b = \frac{\gamma m-(1-\zeta)\mu}{(\mu+1)(\gamma m-1+\zeta)},\ \&\ b = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{(\mu+1)(\gamma m-1+\zeta)},$$

d'où $(\mu+1)b-1 = \dfrac{\gamma(\mu-1)m}{\gamma m-1+\zeta}$, & $\dfrac{b}{(\mu+1)b-1} = \dfrac{\gamma\mu m-1+\zeta}{\gamma(\mu\mu-1)m}$.

46. Il faut donc prendre les lettres b, c, d de la maniere suivante:

$$b = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{(\mu+1)(\gamma m-1+\zeta)};\quad 1-b = \frac{\gamma m-(1-\zeta)\mu}{(\mu+1)(\gamma m-1+\zeta)};$$

$$c = \frac{2+\gamma}{m+\mu}\cdot\frac{\gamma m-(1-\zeta)\mu}{\gamma(1-\zeta)};\quad 1+c = \frac{\gamma(3+\gamma-\zeta)m-2(1-\zeta)\mu}{\gamma(1-\zeta)(m+\mu)};$$

$d =$

$$d = \frac{(2+\gamma+\zeta\gamma)m - 2\zeta\mu}{\zeta\,(m+\mu)};\quad 1+d = \frac{(2+\gamma+\zeta+\gamma\zeta)\,m - \zeta\mu}{\zeta\,(m+\mu)};$$

$$\& \ \beta = \frac{(\mu+1)\,(2+\gamma)}{m+\mu};$$ d'où nous aurons:

$$\begin{array}{l|l|l}
p = \ldots\ldots & AP = x & AB \\
q = \dfrac{\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma(\mu\mu-1)}\cdot\dfrac{p}{m} & BQ = \dfrac{\gamma m - 1 + \zeta}{\gamma(\mu-1)m}\,x + \tfrac{1}{4}\beta q & BC \Big\} = \dfrac{\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma\,(\mu-1)}\cdot\dfrac{p}{m} \\
r = \dfrac{bc}{1-b}\cdot\dfrac{1-\zeta}{\gamma}\cdot\dfrac{p}{m} & CR = \dfrac{(1-\zeta)x}{\gamma m} + \tfrac{1}{4}\gamma r & CD = \dfrac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\dfrac{1-\zeta+\zeta\gamma}{\gamma}\cdot\dfrac{p}{m} \\
s = \dfrac{bcd}{(1-b)(1+c)}\cdot\zeta\cdot\dfrac{p}{m} & DS = \dfrac{\zeta x}{m} + \tfrac{1}{4}s & DE = \dfrac{bcd}{(1-b)\,(1+c)(1+d)}\cdot(1+\zeta)\cdot\dfrac{p}{m} \\
t = \dfrac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\dfrac{p}{m} & ET = \dfrac{x}{m} + \tfrac{1}{4}t & EO = \dfrac{m+\mu}{(2+\gamma)\,m}\,t,
\end{array}$$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \dfrac{859\,(2+\gamma)}{m+\mu}$ min.,

où il est évident qu'on peut omettre les termes affectés par $\frac{x}{m}$ comme extrêmement petit.

47. Il se présente ici un cas bien remarquable, en posant $\zeta = \frac{1}{1+\gamma}$, d'où ces formules deviennent beaucoup plus simples, que voici:

$p =$

$$
\begin{array}{l|l|l}
p = \ldots\ldots & AP = x & \left.\begin{array}{l} AB \\ BC \end{array}\right\} = \dfrac{\mu m - \zeta}{\mu - 1} \cdot \dfrac{p}{m} \\
q = \dfrac{\mu m - \zeta}{\mu\mu - 1} \cdot \dfrac{p}{m} & BQ = \dfrac{-\zeta}{\mu - 1} \cdot \dfrac{x}{m} + \dfrac{\zeta}{\mu - 1} \cdot CR & \\
r = \dfrac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{\zeta(1+\zeta)(m+\mu)} \cdot \dfrac{p}{m} & CR = \dfrac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{4\zeta\zeta(m+\mu)} \cdot \dfrac{p}{m} & CD = \dfrac{2\zeta(1+\zeta)(\mu m + \zeta)}{(1 + 2\zeta - \zeta\zeta)m - 2\zeta\zeta\mu} \cdot \dfrac{p}{m} \\
s = \dfrac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{\zeta(m+\mu)} \cdot \dfrac{p}{m} & DS = \frac{1}{4} s & DE = (1+\zeta)\, t \\
t = \dfrac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{(1+2\zeta)m - \zeta\zeta\mu} \cdot \dfrac{p}{m} & ET = \frac{1}{4} t & EO = \dfrac{\zeta(m+\mu)}{(1+\zeta)m}\, t.
\end{array}
$$

$$\& \ \Phi = \frac{859(1+\zeta)}{\zeta(m+\mu)} \text{ min:}$$

Car posant $\gamma = \dfrac{1-\zeta}{\zeta}$, on aura $\mathfrak{G} = \dfrac{(1+\zeta)(\mu+1)}{\zeta(m+\mu)}$, &

$$b = \frac{\mu m - \zeta}{(\mu+1)(m-\zeta)};\ c = \frac{(1+\zeta)(m-\zeta\mu)}{\zeta(1-\zeta)(m+\mu)};\ d = \frac{(1+2\zeta-\zeta\zeta)m - 2\zeta\zeta\mu}{\zeta\zeta(m+\mu)};$$

$$1-b = \frac{m-\zeta\mu}{(\mu+1)(m-\zeta)};\ 1+c = \frac{(1+2\zeta-\zeta\zeta)m - 2\zeta\zeta\mu}{\zeta(1-\zeta)(m+\mu)};\ 1+d = \frac{(1+2\zeta)m - \zeta\zeta\mu}{\zeta\zeta(m+\mu)};$$

où il faut obſerver que, puiſque $\gamma < 1$, il faut prendre $\zeta > \frac{1}{2}$, & pourtant $\zeta < 1$.

48. Mais, quoique ce cas rende les formules plus ſimples, il n'eſt pas propre à notre deſſein, puiſque le trou du miroir devient trop grand; & partant il s'en faut tenir aux formules générales, que je m'en vais développer, & premierement les diſtances de foyer:

$$p = \ldots\ldots$$

$$q = \frac{\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma(\mu\mu + 1)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$r = \frac{(2+\gamma)(\gamma\mu m - 1 + \zeta)}{\gamma\gamma(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$s = \frac{(2+\gamma)\,\gamma\mu m - 1 + \zeta)\,((2+\gamma+\gamma\zeta)\,m - 2\zeta\mu)}{(m+\mu)\,(\gamma\,(3+\gamma-\zeta)\,m - 2\,(1-\zeta)\,\mu} \cdot \frac{p}{m},$$

$$t = \frac{(2+\gamma)\,(\gamma\mu m - 1 + \zeta)\,((2+\gamma+\gamma\zeta)\,m - 2\zeta\mu)}{(\gamma\,(3+\gamma-\zeta)\,m - 2\,(1-\zeta)\,\mu)\,((2+\gamma+\zeta+\gamma\zeta)\,m - \zeta\mu)} \cdot \frac{p}{m};$$

enſuite les demi-diametres des ouvertures:

$$AP = x = \ldots\ldots$$

$$BQ = \frac{\gamma m - 1 + \zeta}{\gamma\,(\mu-1)\,m}\,x + \frac{(2+\gamma)\,(\gamma\mu m - 1 + \zeta)}{4\gamma\,(\mu-1)\,(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$CR = \frac{(2+\gamma)\,(\gamma\mu m - 1 + \zeta)}{4\gamma\,(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m} + \frac{(1-\zeta)\,x}{\gamma m},$$

$$DS = \tfrac{1}{4}\,s,$$

$$ET = \tfrac{1}{4}\,t;$$

& enfin les intervalles:

$$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma\,(\mu-1)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$CD = \frac{(2+\gamma)\,(\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma\,(3+\gamma-\zeta)\,m - 2\,(1-\zeta)\,\mu} \cdot \frac{p}{m},$$

$$DE = (1+\zeta)\,t,$$

$$EO = \frac{m+\mu}{(2+\gamma)\,m}\,t, \quad \& \ \Phi = \frac{859\,(2+\gamma)}{m+\mu}\ \text{min.}$$

49. Maintenant le trou du miroir ne ſauroit devenir aſſez petit, à moins qu'on ne prenne γ très petit. Pour cet effet, poſons $\gamma m = \eta$, ou $\gamma = \frac{\eta}{m}$, & nous aurons:

$$p = \ldots.$$

$q =$

$$q = \frac{\eta\mu - 1 + \zeta}{\eta(\mu\mu - 1)} p,$$

$$r = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{\eta\eta(m + \mu)} p,$$

$$s = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)(2m + (1 + \zeta)\eta - 2\zeta\mu)}{m(m + \mu)(\eta(3 - \zeta)m + \eta\eta - 2(1 - \zeta)m\mu} p,$$

$$t = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)(2m + (1 + \zeta)\eta - 2\zeta\mu)}{m(\eta(3 - \zeta)m + \eta\eta - 2(1 - \zeta)m\mu)((2 + \zeta)m + (1 + \zeta)\eta - \zeta\mu)} p;$$

ensuite:

$$AP = x = \ldots\ldots$$

$$BQ = \frac{\eta - 1 + \zeta}{\eta(\mu - 1)} x + \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{4\eta m(\mu - 1)(m + \mu)} p,$$

$$CR = \frac{1 + \zeta}{\eta} x + \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{4\eta m(m + \mu)} p,$$

$$DS = \tfrac{1}{4} s,$$

$$ET = \tfrac{1}{4} t;$$

& enfin:

$$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\eta\mu - 1 + \zeta}{\eta(\mu - 1)} p,$$

$$CD = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{m(\eta(3 - \zeta)m + \eta\eta - 2(1 - \zeta)\mu m)} p,$$

$$DE = (1 + \zeta) t,$$

$$ED = \frac{m + \mu}{2m + \eta} t \quad \& \quad \Phi = \frac{859(2m + \eta)}{m(m + \mu)} \text{ min:}$$

où il faut que $\eta(3 - \zeta) > 2(1 - \zeta)$, ou bien $\eta > \frac{2(1 - \zeta)}{3 - \zeta}$.

Or,

Or, afin que CR devienne beaucoup plus petit que x, il faut bien que $\eta > 1 - \zeta$.

50. Pour éloigner le nouveau verre du lieu de la derniere image autant qu'il est possible, posons $\zeta = 1$, & nous aurons les mesures suivantes:

$p = \ldots\ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{\mu}{\mu-1}p,$
$q = \frac{\mu}{\mu(\mu-1)}p,$	$BQ = \frac{x}{\mu-1} + \frac{\mu(2m+\mu)}{4m(\mu-1)(m+\mu)}p,$	
$r = \frac{\mu(2m+\eta)}{\eta(m+\mu)}p,$	$CR = \frac{\mu(2m+\eta)}{4m(m+\mu)} \cdot p,$	$CD = \frac{\mu}{m}p,$
$s = \frac{2\mu(m+\eta-\mu)}{m(m+\mu)}p,$	$DS = \frac{1}{4}s,$	$DE = 2t,$
$t = \frac{2\mu(m+\eta-\mu)}{m(3m+2\eta-\mu)}p,$	$ET = \frac{1}{4}t,$	$EO = \frac{m+\mu}{2m+\eta}t,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{859\,(2m+\eta)}{m\,(m+\mu)}$ min:

Puisque μ ne sauroit être pris plus petit que 4, en supposant $p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{10}$ & $x = \frac{m}{30}$; la valeur de CR ne sauroit être égalée à $\frac{x}{\mu-1}$, à moins que m ne soit plus grand que 64. Mais, pour de semblables grands grossissemens, on peut dans le cas précédent prendre $\gamma = 1$, & le champ apparent devient là aussi grand qu'ici, de sorte que le nouveau verre ne nous apporte aucun avantage.