CAPVT IV.

DE CONFVSIONE VISIONIS NEC NON DE MAGNITVDINE APPARENTE ET CLARITATE.

Definitio I.

159.

Visio est distincta, si omnes radii, qui ex quolibet obiecti puncto in oculum ingrediuntur in fundo oculi super retina iterum in vnum punctum congregantur.

Scholion.

160. Ad visionem distinctam requiritur, vt obiecta in certa quadam ab oculo distantia reperiantur, quae distantia pro varia oculorum indole maxime solet esse diuersa, dum Myopes exiguam, ii qui oculis valent ingentem, ac presbytes non solum infinitam sed quandoque etiam negatiuam exigunt; cuiusmodi distantia cum in veris obiectis locum habere nequeat, ope perspicillorum sibi satisfacere solent. Quilibet ergo oculus ad certam quandam distantiam obiectorum est instructus quam eius distantiam iustam appellabo; vbi quidem insignis latitudo locum habet, pro-

propterea quod ſtructura oculi ita eſt artificioſa, vt contractione ac elongatione quadam ſe ad diſtantias aliquanto maiores et minores accommodare poſſit. Quando ergo obiecta in diſtantia ab oculo iuſta reperiuntur, viſio eſt diſtincta, dum ſingula obiectorum puncta ſuper retina ſingulis punctis exprimuntur.

Definitio 2.

161. Viſio eſt confuſa, ſi radii ex quolibet obiecti puncto in oculum immiſſi non in vno retinae puncto congregantur, ſed per aliquod ſpatium retinam afficiunt.

Corollarium I.

162. Eo maior ergo erit confuſio, quo maius fuerit hoc ſpatium in retina, per quod radii ex eodem obiecti puncto emiſſi diſſipantur. Ex quo huius ſpatii magnitudo veram confuſionis menſuram ſuppeditabit.

Coroll. 2.

163. Viſio ergo erit confuſa, cum obiecti viſi diſtantia multum fuerit diuerſa ab oculi diſtantia iuſta. Paruum enim diſcrimen vel per ſe nullam confuſionem parit vel oculus ſe ad obiecti diſtantiam, ſua qua pollet, volubilitate accommodare valet.

Scholion.

164. Si obiecta per lentes diſtincte repraeſentarentur, viſio imaginum eadem lege teneretur atque ipſo-

ipſorum obiectorum; iuſta ſcilicet earum ab oculo diſtantia viſionem diſtinctam, admodum autem diuerſa confuſam produceret. Verum ſi imago per aliquod ſpatium fuerit diffuſa etiamſi ab oculo ad diſtantiam iuſtam ſit remota, inde tamen in viſione confuſio oriatur neceſſe eſt. Quod ſi nempe non obiecta ipſa, ſed earum imagines per vnam pluresue lentes repraeſentatas intueamur ob duplicem cauſam viſio poterit eſſe confuſa; altera, ſi diſtantia imaginis ab oculo multum fuerit diuerſa a diſtantia iuſta, altera vero ſi ipſa imago per aliquod ſpatium diffundatur. Priorem quidem cauſam tollere in noſtra eſt poteſtate ſiquidem lentes ita diſponere licet, vt imaginem in iuſta ab oculo diſtantia exhibeant; quam lentium diſpoſitionem propterea hic perpetuo aſſumamus. Quamobrem in hoc capite inueſtigare conſtitui quanta confuſio in viſione imaginum a ſpatio diffuſionis oriri debeat, eiusque quantitate determinata deinceps in hoc erit elaborandum quemadmodum lentes formatas ac diſpoſitas eſſe oporteat, vt confuſio inde in viſione nata datum limitem, quo adhuc eſt tolerabilis, non excedat. In genere quidem certum eſt, quo maius fuerit ſpatium diffuſionis, eo maiorem inde in viſionem induci debere confuſionem, verum tamen mox videbimus, confuſionem viſionis non eſſe ſpatio diffuſionis proportionalem, ſed aliam omnino legem ſequi, quam accurate determinaſſe maximi erit momenti, cum ex hoc fonte conſtructio omnium inſtrumentorum Dioptricorum ad viſionem accommodatorum ſit repetenda.

Problema I.

Tab. II. Fig. 10. 165. Si oculus aspiciat imaginem cuiuspiam obiecti ab vna pluribusue lentibus per spatium Ll diffusam, atque imago principalis L in iusta ab oculo distantia reperiatur, definire confusionem, qua visio huius imaginis afficietur.

Solutio.

In spatio diffusionis Ll, in quo punctum L a radiis per lentium medium, punctum l vero a radiis per lentium extremitates transmissis exhibeatur, considerari oportet primo eius magnitudinem Ll deinde radiorum in l concurrentium inclinationem ad axem. Supra autem vidimus has res a primae lentis apertura, cuius semidiameter sit $= x$, ita pendere vt sit ipsum spatium $Ll = \mathrm{V}\, xx$, et angulus $\mathrm{O}l\mathrm{T} = \mathfrak{V}\, x$ pro quouis scilicet lentium numero valores horum coefficientium V et $\mathfrak{V}$ determinauimus. Repraesentet iam circulus O V oculum, quem hic vt exiguam cameram obscuram spectare licet, sed ita perfectam, vt radios ex vno puncto emissos iterum in vno puncto colligat; etsi enim in oculo plures fiunt refractiones, tamen conditione illa seruata vnica lens earum loco considerari potest, quae sit in T O T, a qua retina remota sit interuallo $\mathrm{OV} = u$. Cum nunc imago principalis L in debita ab oculo distantia, quae vocetur $\mathrm{OL} = l$ existat, puncti L imago in oculo in ipsam retinam incidet, et in V distincte

cte depingetur: puncti vero l imago non in V, sed ante retinam in v referetur, quod interuallum Vv, si lentis in TOT conceptae crassities euanescat, secundum §. 62 ita exprimitur, vt sit $Vv = \frac{OV^2}{OL^2} \cdot Ll = \frac{uu}{ll} \cdot \mathfrak{V}xx$. Cum autem radii punctum l formantes ad axem inclinati sint angulo $OlT = \mathfrak{V}x$, ii per lentis oculi puncta TT ita intrabunt, vt neglecto interuallo Ll prae distantia $OL = l$, sit $OT = l\mathfrak{V}x$, ex quo ii in puncto v concurrentes cum axe angulum facient $OvT = \frac{OT}{Ov} = \frac{OT}{OV} = \frac{l}{u}\mathfrak{V}x$. Hinc ergo vltra ad retinam pergentes super ea circulum UU effingent cuius radius erit $VU = \frac{l}{u}\mathfrak{V}x \cdot Vv = \frac{l}{u} \cdot \mathfrak{V}x \cdot \frac{uu}{ll} \cdot \mathfrak{V}xx$ et a punctis inter L et l mediis hoc spatium circulare super retina replebitur. Quare imago per spatium Ll diffusa super retina circello repraesentabitur, cuius radius $VU = \frac{u}{l}\mathfrak{V}\,\mathfrak{V}x^3$ qui circellus veram confusionis mensuram suppeditat. Quodlibet scilicet obiecti punctum, quod lentibus per spatium Ll diffusum exhibetur, in oculo super retina non puncto sed circello exprimetur cuius radius erit $= \frac{u}{l} \cdot \mathfrak{V} \cdot \mathfrak{V}x^3$.

Coroll. I.

166. Videmus ergo confusionem, qua visio afficitur non solum a quantitate spatii diffusionis $Ll = \mathfrak{V}xx$, sed insuper ab angulo, quo radii in l concurrentes ad axem inclinantur, qui est $= \mathfrak{V}x$ pendere; radiumque circelli confusionem metientis producto illius spatii per hunc angulum esse proportionalem.

Coroll. 2.

167. Cum igitur posito semidiametro aperturae primae lentis $= x$, spatium diffusionis sit vt eius quadratum xx; radius circelli confusionem metientis est vt eius cubus x^3. Ac si confusio ipsa areae huius circelli proportionalis aestimetur erit ea vt x^6, seu vt cubus aperturae primae lentis.

Coroll. 3.

168. Hinc ergo intelligitur quanti intersit per idoneam lentium dispositionem spatium diffusionis Vxx diminuisse non solum enim in eadem ratione qua spatium diffusionis Vxx seu quantitas V diminuitur sed adeo in ratione duplicata, ipsa confusio visa minor redditur.

Scholion.

169. Assumsi hic pupillam tam late patere, vt radios ab l diuergentes recipiat; at si apertura pupillae minor esset, radios a puncto l venientes nequidem caperet: hoc ergo casu res eodem rediret ac si contracta primae lentis apertura spatium diffusionis Ll eo vsque diminueretur quoad pupilla omnes radios ab imagine emissos recipere posset hocque casu manifestum est, confusionem minorem esse prodituram. Verum in sequentibus ostendetur, tam in Telescopiis quam Microscopiis hunc casum vix vnquam locum inuenire cum plerumque conus radiosus ex puncto l emissus circa ingressum in oculum multo

to tenuior sit quam pupillae apertura; quamobrem ne opus quidem est hunc casum etsi per se facile expediretur, hic expendere. Ceterum tametsi oculus non commode cum lente simplici cuius crassities euanescat, conferri possit hincque expressio spatii Vv secundum §. 84. aliquantum diuersa prodire potuisset hic ad istam circumstantiam non attendimus propterea quod spatium Vv secundum certam quandam rationem auctum vel diminutum prodiisset; Hic autem non adeo necesse est ipsam quantitatem absolutam confusionis cognouisse, dummodo rationem quam sequitur accurate definiuerimus. Cum enim nostrum calculum cum experientia contulerimus, terminum cognoscemus, quem si confusio nostro more expressa superauerit, intolerabilis euadat; hincque perpetuo sufficiet confusionem simili modo expressam infra hunc terminum reduxisse. Interim tamen notasse iuvabit, per oculi conformationem confusionem adhuc multo minorem effici posse.

Problema 2.

170. Positis iisdem, quae in praecedente problemate sunt assumta, eam definire oculi conformationem, qua minima confusio percipiatur. Tab. II. Fig. II.

Solutio.

Oculus omnis facultate praeditus est sese aliquantillum aliter conformandi, vt etiam obiecta, quorum distantia a iusta non nimis differt, distincte videat:

videat: quod quomodocunque perficiatur, id ita fieri concipere licet, ac si retina ad pupillam seu potius eam lentem, quam oculi loco consideramus, propius admoueretur seu longius ab ea detorqueretur. Cum ergo ante retinam in V sitam simus contemplati, hic primo sumamus retinam per ipsum punctum v transire, ac manifestum est super ea punctum l distincte expressum iri. Verum quia punctum L alios radios nisi axi proximos non emittit etiam punctum L sine vlla confusione in v repraesentabitur; ita vt tantum puncta media inter L et l confusionem sint paritura. Consideretur ergo quoduis punctum intermedium λ, quod esset extremum in spatio confusionis, si semidiameter aperturae primae lentis minor foret quam x, qui ergo ponatur $= z$; eritque $L\lambda = Vzz$, et inclinatio radiorum in λ concurrentium ad axem $= \mathfrak{B} z$: hinc istius puncti imago intra oculum refertur in ɤ, vt sit $V\text{ɤ} = \frac{uu}{ll} Vzz$, ideoque ob $Vv = \frac{uu}{ll} Vxx$ erit interuallum $v\text{ɤ} = \frac{uu}{ll} V(xx - zz)$: et radiorum in ɤ conuergentium inclinatio ad axem $= \frac{l}{u} \mathfrak{B} z$; ex quo circelli super retina in v existentis radiis puncti λ expressi semidiameter erit $= \frac{u}{l} \mathfrak{B} V z(xx - zz)$ qui euanescit, vti iam monuimus, siue sit $z = 0$, siue $z = x$. Quaeratur iam ille valor ipsius z, quo ille circellus fiat maximus; id quod eueniet, si $xx - 3zz = 0$ seu $z = \frac{x}{\sqrt{3}}$; sicque circelli confusionem hoc casu metientis semidiameter erit $= \frac{2u}{3l\sqrt{3}} \cdot \mathfrak{B} V x^3$, quod est multo minus quam casu praecedente, quo retina erat in V.

At

At ſi retina aliquantillum a v verſus V remoueatur, hic circellus adhuc minor effici poterit. Ponatur enim ſpatium $VS = s$, vt ſit $vS = \frac{uu}{ll} Vxx - s$, et $S\upsilon = s - \frac{uu}{ll} Vzz$. Punctum ergo l, cuius effigies in u exhibetur, ſuper retina S circello referetur, cuius radius eſt $= \frac{l}{u} \mathfrak{B} x (\frac{uu}{ll} Vxx - s)$, punctum vero λ, cuius effigies eſt in υ, ſuper retina S circello, cuius radius erit $= \frac{l}{u} \mathfrak{B} z (s - \frac{uu}{ll} Vzz)$; nunc igitur id punctum λ inueſtigemus, vnde iſte circellus minimus euadat: quod fit ſi ſit $s = \frac{3uu}{ll} Vzz$; eritque huius circuli radius $= \frac{2u}{l} \mathfrak{B} Vz^3$, qui ſimul confuſionem exhiberet, ſi modo a puncto l, non maior circulus oriretur: ſed ſubſtituto pro s valore inuento huius circuli radius erit, $\frac{u}{l} \mathfrak{B} Vx (xx - 3zz)$, qui ergo illi $\frac{2u}{l} \mathfrak{B} Vz^3$ aequalis ſtatuatur, vnde naſcitur haec aequatio:

$$x^3 - 3xzz = 2z^3, \text{ hincque } z = \tfrac{1}{2} x.$$

Quare circelli, quo minima confuſio menſuratur, radius erit $= \frac{u}{4l} \mathfrak{B} Vx^3$, quadruplo minor, quam ſi retina eſſet in V; indeque ipſa confuſio ſedecies minor. Etſi autem illa aequatio cubica tres habet radices, praeter $z = \frac{1}{2} x$ binae reliquae ſunt aequales et $z = -x$, ſicque $zz = xx$, vnde non minima ſed quaſi maxima confuſio naſceretur.

Coroll. I.

171. Cum igitur, vt oculus minimam confuſionem ſentiat, debeat eſſe $z = \frac{1}{2} x$, ideoque $s = \frac{3uu}{4ll} Vxx$,

patet retinam in eum locum S cogi debere, vt sit $VS = \frac{3}{4} Vv$ et $vS = \frac{1}{4} Vv$.

Coroll. 2.

172. Cum ergo oculus non solum praeditus sit facultate sese parumper immutandi sed etiam hac facultate vti soleat ad confusionem euitandam, nullum est dubium quin circellorum confusionem producentium radius sit $= \frac{u}{4l} \mathfrak{B} V x^3$, ideoque quadruplo minor, quam problemate praecedente inueneramus dummodo imago spectanda Ll propemodum in distantia iusta reperiatur.

Coroll. 3.

173. Haec igitur expressio $\frac{u}{4l} \mathfrak{B} V x^3$ iustam nobis exhibet mensuram confusionis, cum exprimat radium circellorum, quibus singula obiecti puncta, quatenus id per lentes spectatur, super retina repraesentantur. Si modo imago in distantia iusta ab oculo reperiatur.

Scholion.

174. Si hi circelli euanescerent, visio plane esset distincta hoc autem fieri nequit, nisi ipsum interuallum diffusionis Vxx euanescat: vnde patet si apertura primae lentis ad nihilum reduceretur, nullam confusionem sentiri debere. Verum visio non ita est delicata, vt prorsus nullam confusionem pati possit sed dummodo confusio certum quendam terminum

num non ſuperet, quaſi eſſet nulla conſiderari poteſt. Iſte terminus, ſeu valor quem expreſſio $\frac{u}{4l}\mathfrak{B}Vx^3$ excedere non debet, ex exp.rientia potius peti debet, quam ex Theoria isque idcirco inſigni adhuc latitudine continetur: vnde fit vt pro diuerſo ſcopo modo maiore gradu confuſionis contenti eſſe ſoleamus, modo autem minorem gradum exigamus: quas circumſtantias cum ad praxin propius accedemus, accuratius ſumus examinaturi. Ceterum notandum eſt pro interuallo u, quo quaſi profunditas oculi exhibetur, vnum circiter pollicem aſſumi poſſe, quae quidem menſura fere erit arbitraria, cum deinceps limites confuſionis per experientiam conſtituemus.

Problema. 3.

175. Si oculus per vnicam lentem obiectum aſpiciat ita vt imago viſa ab oculo in diſtantia iuſta reperiatur, definire confuſionem, qua viſio afficietur. Tab. I. Fig. 3.

Solutio.

Sit diſtantia obiecti $E\varepsilon$ ante lentem $AE = a$, imaginis vero principalis $F\zeta$ poſt lentem $BF = \alpha$, lentisque craſſities $AB = v$, quantitas vero arbitraria qua cum binis diſtantiis determinatricibus a et α lentis facies determinatur, ſit $= k$, ponatur autem breuitatis gratia $\frac{k-v}{k+v} = i$. Tum autem poſita ratione refractionis $= n$, debet eſſe lentis PP

radius faciei anterioris $= \frac{(n-1)a(k+v)}{k+v+2na}$

radius faciei poſterioris $= \frac{(n-1)\alpha(k-v)}{k-v-2n\alpha}$

ac ſi ſemidiameter aperturae faciei anterioris ſit $= x$, poſterioris vero $> ix$ ſpatium diffuſionis Ff erit $= P\alpha\alpha xx$ exiſtente

$$P = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\frac{1}{ii}\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{k+v}\right)^2 + ii\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{2}{k-v}\right)\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{2}{k-v}\right)^2\right)$$

radiorum vero in f concurrentium inclinatio ad axem $= i.\ \frac{x}{\alpha}$. His, quae §. 86 ſunt ſtabilita, praemiſſis, ſit diſtantia oculi poſt lentem $BO = O$, et quia imago $F\zeta$ ante oculum in diſtantia iuſta exiſtere aſſumitur, erit $O = \alpha + l$, ideoque $\alpha = O - l$, ſi locus oculi vt datus conſideretur. Hinc ergo habebimus $V = P\alpha\alpha$ et $\mathfrak{B} = \frac{i}{\alpha}$ ideoque $\mathfrak{B}V = i\alpha P$. Conſequenter radius circellorum in oculo confuſionem metientium, ſeu vt in poſterum loquemur menſura confuſionis erit

$$= \frac{n}{4l}.\ i\alpha x^3.\ P = \frac{iu}{4l}(O-l)x^3 P.$$

Si lentis craſſities v euaneſcat, et pro determinatione lentis numerus arbitrarius λ loco k introducatur, erit ex §. 91 $P = \mu\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \frac{\nu}{a\alpha}\right)$, et $i = 1$ ex quo loco citato etiam ipſa lentis conſtructio eſt petenda.

Coroll. I.

176. Si igitur lens fuerit data, locus oculi poſt lentem ita definitur, vt debeat eſſe diſtantia $BO = O = \alpha + l$, exiſtente l diſtantia oculi iuſta: Sin autem locus oculi detur, pro lentis conſtructione diſtantia determinatrix α ita capi debet, vt ſit $\alpha = O - l$.

Coroll.

Coroll. 2.

177. Quare si oculus ita fuerit comparatus, vt exigat distantiam iustam $l = \infty$, fiet $\alpha = -\infty$, et mensura confusionis erit $= -\frac{1}{4} i u x^3 . P$ seu $= \frac{1}{4} i u x^3 . P$, quia signum $-$ nihil mutat in magnitudine circellorum confusionem producentium.

Coroll. 3.

178. Etsi ergo hoc casu quo $\alpha = \infty$ spatium diffusionis Ff est infinitum, tamen inde confusio in visione orta est finita, quia hoc non obstante valor ipsius P manet finitus: erit enim

$$P = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\frac{1}{ii}\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{k+v}\right)^2 - \frac{8ii}{(k-v)^3}\right)$$

Radius autem faciei posterioris fit $= -\frac{(n-1)}{2n}(k-v)$.

Coroll. 4.

179. Quia est $i = \frac{k-v}{k+v}$; valor ipsius P etiam in genere ita exprimi potest, vt sit:

$$P = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{ia}+\frac{2}{k-v}\right)^2 + \left(\frac{n}{\alpha}-\frac{2}{k-v}\right)\left(\frac{i}{\alpha}-\frac{2}{k+v}\right)^2\right)$$

vbi est $\frac{n}{2(n-1)^2} = \frac{310}{121} = 2,561983$ ob $n = \frac{31}{20}$. Sicque etiam valores reliquarum litterarum Q, R, S etc. in §. 86 transformari poterunt.

Problema 4.

180. Si oculus per duas lentes obiectum $E\varepsilon$ aspiciat, ita vt imago per eas repraesentata $G\eta$ in distantia iusta $OG = l$ ob oculo sit remota, definire confusionem, qua visio afficietur. Tab. I. Fig. 5.

 Solutio

Solutio.

Sint vt hactenus pro lente PP distantiae determinatrices $AE = a$, $aF = \alpha$, crassities $Aa = v$, et distantia arbitraria $= k$, ita vt sit

radius faciei anterioris $= \frac{(n-1)a(k+v)}{k+v+2na}$

radius faciei posterioris $= \frac{(n-1)\alpha(k-v)}{k-v-2n\alpha}$

tum vero posito $\frac{k-v}{k+v} = i$ ponatur

$$P = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{ia}+\frac{2}{k-v}\right)^2+\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{2}{k-v}\right)\left(\frac{i}{\alpha}-\frac{2}{k+v}\right)^2\right)$$

Deinde pro lente posteriori QQ sint distantiae determinatrices $BF = b$, $bG = \mathfrak{b}$, crassities lentis $Bb = v'$ et distantia arbitraria $= k'$ vt sit

radius faciei anterioris $= \frac{(n-1)b(k'+v')}{k'+v'+2nb}$

radius faciei posterioris $= \frac{(n-1)\mathfrak{b}(k'-v')}{k'-v'-2n\mathfrak{b}}$

tum vero posito $\frac{k'-v'}{k'+v'} = i'$ ponatur

$$Q = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{b}+\frac{2}{k'+v'}\right)\left(\frac{1}{i'b}+\frac{2}{k'-v'}\right)^2+\left(\frac{n}{\mathfrak{b}}-\frac{2}{k'-v'}\right)\left(\frac{i'}{\mathfrak{b}}-\frac{2}{k'+v'}\right)^2\right)$$

Atque iam erit spatium diffusionis

$$Gg = \mathfrak{b}\mathfrak{b}xx\left(\frac{1}{i'i'}\cdot\frac{\alpha\alpha}{bb}P + ii\cdot\frac{bb}{\alpha\alpha}Q\right) = Vxx$$

et radiorum in g concurrentium inclinatio ad axem

$$ii'.\frac{bx}{\alpha\mathfrak{b}} = \mathfrak{B}x.$$

Sit iam oculus in O existente $OG = l$, ac ponatur eius post lentem QQ distantia $bO = O$ erit $O = \mathfrak{b} + l$, ideoque

ideoque $\mathfrak{E} = O - l$; quibus positis cum sit mensura confusionis $= \frac{u}{4l}\mathfrak{B}x.\ Vxx$ erit ea pro nostro casu:

$$\frac{ii'u}{4\ l} \cdot \frac{b\mathfrak{E}}{\alpha} x^3 \left(\frac{1}{i'i'} \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb} P + ii \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} Q \right)$$

vel pro $\mathfrak{E}$ posito valore $O - l$ et signo mutato

$$\tfrac{1}{4} ii'u \left(1 - \frac{O}{l} \right) \cdot \frac{b}{\alpha} x^3 \left(\frac{1}{i'i'} \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb} P + ii \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} Q \right).$$

Coroll. 1.

181. Si ergo pro oculo fuerit $l = \infty$, ideoque et $\mathfrak{E} = \infty$, etsi spatium diffusionis Gg sit infinitum tamen ob $\frac{O}{l} = 0$ confusio visionem afficiens nihilominus erit finita: neque enim P neque Q ob $\mathfrak{E} = \infty$ fit infinita.

Coroll. 2.

182. Si crassities lentium euanescat, vt sit $v = 0$ et $v' = 0$ erit $i = 1$ et $i' = 1$. ideoque hoc casu mensura confusionis

$$\tfrac{1}{4} u \left(1 - \frac{O}{l} \right) \cdot \frac{b}{\alpha} x^3 \left(\frac{\alpha\alpha}{bb} P + \frac{bb}{\alpha\alpha} Q \right)$$

At si loco k et k' introducantur numeri λ et λ' erit

$$P = \mu \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \right) \left(\lambda \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \right)^2 + \frac{\nu}{a\alpha} \right) \text{ et}$$

$$Q = \mu \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{\mathfrak{E}} \right) \left(\lambda' \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{\mathfrak{E}} \right)^2 + \frac{\nu}{b\mathfrak{E}} \right)$$

existente

$$\mu = 0,938191 \text{ et } \nu = 0,232692$$

Coroll.

Coroll. 3.

183. Eodem autem hoc casu constructio binarum lentium ita se habebit:

radius faciei

Pro lente PP $\begin{cases} \text{anterioris} = \dfrac{a\alpha}{\varrho\alpha + \sigma a \pm \tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}} \\ \text{posterioris} = \dfrac{a\alpha}{\varrho a + \sigma\alpha \mp \tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}} \end{cases}$

Pro lente QQ $\begin{cases} \text{anterioris} = \dfrac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}} \\ \text{posterioris} = \dfrac{b\beta}{\varrho b + \sigma\beta \mp \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}} \end{cases}$

existente $\varrho = 0,190781$; $\sigma = 1,627401$ et $\tau = 0,905133$.

Problema 5.

Tab. II. Fig. 6. 184. Si oculus per tres lentes PP, QQ et RR obiectum $E\varepsilon$ aspiciat, ita vt imago per eas repraesentata $H\theta$ in distantia iusta $OH = l$ ab oculo O sit remota, definire confusionem, qua visio afficietur.

Solutio.

Positis duabus prioribus lentibus PP et QQ vt in problemate praecedente, indeque determinatis valoribus P et Q cadat imago per has duas lentes repraesentata principalis in $G\eta$, post quam tertia lens RR ita collocata sit, vt sint eius distantiae determinatrices $CG = c$, $cH = \gamma$, crassities $Cc = v''$ et quantitas arbitraria $= k''$ vt sit:

radius faciei anterioris $= \dfrac{(n-1)c(k''+v'')}{k''+v''+2nc}$

radius faciei posterioris $= \dfrac{(n-1)\gamma(k''-v'')}{k''-v''-2n\gamma}$

Tum

Tum vero posito $\frac{k''-v''}{k''+v''}=i''$ ponatur

$$R=\frac{n}{2(n-1)}\left(\left(\frac{n}{c}+\frac{2}{k''+v''}\right)\left(\frac{1}{i''c}+\frac{2}{k''-v''}\right)^2+\left(\frac{n}{\gamma}-\frac{2}{k''-v''}\right)\left(\frac{i''}{\gamma}-\frac{2}{k''+v''}\right)^2\right)$$

atque iam ſpatium diffuſionis erit

$$Hb=\gamma\gamma xx\left(\frac{1}{i'i'.i''i''}\ \frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bbcc}P+\frac{ii}{i''i''}.\frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc}Q+ii.i'i'\ \frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta}R\right)$$

quod eſt valor ipſius Vxx. Radiorum vero in b concurrentium inclinatio ad axem eſt

$$ii'i''.\frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}=\mathfrak{V}x$$

ſit iam oculus in O, ac ponatur eius diſtantia poſt lentem RR $=O$ erit $O=\gamma+l$, ideoque $\gamma=O-l$. Hinc menſura confuſionis in oculo ortae colligitur

$$\tfrac{1}{4}ii'i''u\left(1-\frac{O}{l}\right)\frac{bc}{\alpha\beta}x^3\left(\frac{1}{i'i'.i''i''}.\frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bbcc}P+\frac{ii}{i''i''}.\frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc}Q+ii.i'i'.\frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta}R\right)$$

Coroll. 1.

185. Hic iterum vt ante patet, ſi fuerit $l=\infty$ ideoque et $\gamma=\infty$, quo caſu diffuſionis ſpatium in infinitum extenditur, menſuram confuſionis terminis finitis contineri, quod etiam locum habet pro quouis lentium numero.

Coroll. 2.

186. Si lentium craſſities pro euaneſcente habeatur, ob $i=1$ $i'=1$, $i''=1$, menſura confuſionis ita ſimplicius exprimetur, vt ſit

$$=\tfrac{1}{4}u\left(1-\frac{O}{l}\right)\frac{bc}{\alpha\beta}x^3\left(\frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bbcc}P+\frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc}Q+\frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta}R\right)$$

At hoc casu loco k, k', k'' introductis numeris $\lambda, \lambda', \lambda''$ erit

$$P = \mu\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{\nu}{a\alpha}\right)$$

$$Q = \mu\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)^2+\frac{\nu}{b\beta}\right)$$

$$R = \mu\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{\gamma}\right)\left(\lambda''\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{\gamma}\right)^2+\frac{\nu}{c\gamma}\right)$$

Coroll. 3.

187. Eodem vero casu constructio lentium per istos numeros $\lambda, \lambda', \lambda''$ ita erit dirigenda vt sit

Radius faciei

Pro lente PP $\begin{cases} \text{anterioris} = \dfrac{a\alpha}{\rho\alpha+\sigma a \pm \tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}} \\ \text{posterioris} = \dfrac{a\alpha}{\rho a+\sigma\alpha \mp \tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}} \end{cases}$

Pro lente QQ $\begin{cases} \text{anterioris} = \dfrac{b\beta}{\rho\beta+\sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}} \\ \text{posterioris} = \dfrac{b\beta}{\rho b+\sigma\beta \mp \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}} \end{cases}$

Pro lente RR $\begin{cases} \text{anterioris} = \dfrac{c\gamma}{\rho\gamma+\sigma c \pm \tau(c+\gamma)\sqrt{(\lambda''-1)}} \\ \text{posterioris} = \dfrac{c\gamma}{\rho c+\sigma\gamma \mp \tau(c+\gamma)\sqrt{(\lambda''-1)}} \end{cases}$

Scholion.

188. Hinc satis manifestum est, quemadmodum hae formulae pro pluribus lentibus progrediantur: verum antequam eas exponam, conueniet alias quoque circumstantias, quae hinc facillime deducuntur, perpendi, scilicet magnitudinem obiecti visam, et copiam radiorum a singulis eius punctis in oculum transmissorum vt hae simul cum confusione visionis dein-

deinceps coniunctim pro quouis lentium numero exhiberi queant; quo pacto plures taediosas repetitiones euitabimus. Duae autem res ex hactenus allatis facile definiri possunt, quarum altera est quantitas, qua imago obiecti per lentes repraesentata ab oculo cernitur, quae quantitas aestimanda est ex angulo, sub quo imago videtur, vt is deinceps comparari possit, cum eo angulo sub quo ipsum obiectum in data distantia a nudo oculo spectaretur, vnde qua ratione magnitudo per lentes visa augeatur, intelligetur. Altera res in copia radiorum, a singulis obiecti punctis in oculum transmissorum versatur, qua claritas visione percepta continetur, a quolibet scilicet puncto conus seu cylindrus radiosus in oculum ingreditur, qui si pupillam penitus expleat, claritas ad summum gradum erit euecta, nisi forte maiori illustratione ipsi obiecto maius lumen concilietur. At si sectio illius coni aut cylindri, qua in oculum intrat, minor fuerit pupilla, in eadem ratione claritas decrescet; quod cum in omnibus instrumentis dioptricis, quibus magnitudinem visam vehementer augere propositum est, vsu venire soleat, plurimum intererit amplitudinem illius coni seu cylindri, qua in oculum penetrat, accurate determinasse.

Problema 6.

189 Definire quantitatem, sub qua quaeuis obiecti portio per lentes quotcunque ab oculo in distantia iusta ab imagine vltima remoto cernetur.

 Solutio.

Solutio.

Sit z linea in obiecto concepta, quae quanta per lentes oculo ſit apparitura, definiri oporteat. Oſtenſum autem eſt in praecedentibus, quotcunque fuerint lentes, imaginem principalem huius lineae iterum eſſe lineam, cuius longitudo ad z certam teneat rationem a diſtantiis determinatricibus lentium et numeris i, i', i'', i''' etc. pendentem (86). Sit ergo haec longitudo imaginis $= Mz$, quae cum ab oculo in diſtantia l remoto aſpiciatur, apparebit ſub angulo $= \frac{Mz}{l}$; vel cuius tangens potius ſit $= \frac{Mz}{l}$; ſed quia hic angulus rariſſime vltra aliquot gradus aſſurgere ſolet, tangens tuto pro ipſo arcu aſſumitur. Effigies autem quae ab hac linea Mz in oculo exprimitur, erit $= \frac{Muz}{l}$; hic enim cogitationes a confuſione abſtraho, qua vtique fit, vt effigies maior imprimatur, propterea quod ſingula puncta circellis exhibentur. Iam poſitis iisdem lentium determinationibus, quibus ſupra §. 86 ſum vſus, pro vario lentium numero angulus, ſub quo linea z in obiecto ſumta cernetur ita ſe habebit:

	Angulus viſionis	ſitu
Pro vnica lente	$\frac{1}{i} \cdot \frac{\alpha}{a} \cdot \frac{z}{l}$	inuerſo
Pro duabus lentibus	$\frac{1}{ii'} \cdot \frac{\alpha\beta}{ab} \cdot \frac{z}{l}$	erecto
Pro tribus lentibus	$\frac{1}{ii'i''} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} \cdot \frac{z}{l}$	inuerſo
Pro quatuor lentibus	$\frac{1}{ii'i''i'''} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} \cdot \frac{z}{l}$	erecto
	etc.	

Scilicet

Scilicet ſi hae formulae ſint poſitiuae, oculus lineam z ſitu ſiue erecto ſiue inuerſo videbit, prout eſt notatum ſin autem fuerint negatiuae, ſitum indicatum in contrarium verti oportet.

Coroll. 1.

190. Si eadem obiecti linea z in diſtantia $= b$ ab oculo nudo cerneretur, ea apparitura eſſet ſub angulo $= \frac{z}{b}$, vnde perſpicitur, quanto ea vel maior vel minor per lentes videatur.

Coroll. 2.

191. Si diſtantia oculi a poſtrema lente ponatur $= O$, erit caſu vnius lentis $\alpha = O - l$, ideoque $\frac{\alpha}{l} = -(1 - \frac{O}{l})$ vnde angulus opticus lineae obiecti z reſpondens erit $= \frac{1}{l}(1 - \frac{O}{l})\frac{z}{a}$ pro ſitu erecto, quia ſignum mutauimus.

Coroll. 3.

192. Simili modo caſu duarum lentium ob $\beta = O - l$ erit iſte angulus $= \frac{1}{ll'}(1 - \frac{O}{l})\frac{\alpha z}{ab}$ pro ſitu inuerſo.

Caſu vero trium lentium ob $\gamma = O - l$ erit

iſte angulus $= \frac{1}{ll'l''}(1 - \frac{O}{l})\frac{\alpha\beta z}{abc}$ pro ſitu erecto

Caſu quatuor lentium ob $\delta = O - l$ erit

iſte angulus $\frac{1}{ll'l''l'''}(1 - \frac{O}{l})\frac{\alpha\beta\gamma z}{abcd}$ pro ſitu inuerſo, et ita porro pro pluribus lentibus.

Scholion.

193. Hinc etiam modus se offert confusionem ob lentium aperturam in oculo natam distinctius aestimandi. Scilicet cum singula obiecti puncta in oculo exprimantur circulis, quorum radius est $= \frac{u}{4l} \mathfrak{B} V x^3$, verus autem circulus cuius radius $= z$, oculo in distantia l expositus in oculo referatur circulo cuius radius $= \frac{u}{l} z$ singula puncta illius obiecti per lentes spectati, aeque magna apparebunt, ac orbes circulares radii $z = \frac{1}{4} \mathfrak{B} V x^3$, si in distantia ab oculo $= l$ spectarentur. Vel cum horum orbium semidiameter apparens sit $= \frac{z}{l}$, ob confusionem singula obiecti puncta instar circulorum videbuntur, quorum semidiameter apparens esset $= \frac{1}{4l} \mathfrak{B} V x^3$. In expressionibus igitur ante pro confusione inuentis deleatur quantitas u, et habebitur semidiameter apparens circulorum confusionem exprimentium. Hinc iudicari poterit quam parua esse debeat confusio, vt non amplius sentiatur, scilicet si oculus non amplius percipere valeat spatium circulare, cuius semidiameter esset $1''$, seu $\frac{1}{603}$ pars radii circiter, euidens est, si fuerit nostra expressio $\frac{1}{4l} \mathfrak{B} V x^3 = \frac{1}{603}$, confusionem fore imperceptibilem. Ac experientiam consulentes deprehendimus multo maiores angulos non amplius percipi posse, ita vt confusio non sit metuenda etiamsi expressio $\frac{1}{4l} \mathfrak{B} V x^3$ notabiliter maior fuerit, quam $\frac{1}{603}$; ne autem hic temere quicquam statuamus, ponamus limitem, quem formula $\frac{1}{4l} \mathfrak{B} V x^3$ excedere non

non debeat, esse $= \frac{1}{4\varkappa^3}$, ita vt esse oporteat $\frac{1}{l}\mathfrak{B} V x^3 < \frac{1}{\varkappa^3}$. Postea igitur ad praxin descendentes poterimus pro $\varkappa$ numerum vel 40 vel minorem assumere prout experientia quouis casu postulauerit. Quod si ergo hoc modo confusionis rationem habeamus, profunditas oculi u non amplius in computum ingredietur.

Definitio 3.

194. Semidiameter confusionis, est semidiameter apparens circuli, qui ab oculo aeque magnus videtur, ac singula obiecti puncta ipsi ob confusionem apparent.

Corollarium.

195. Inueniemus igitur facile semidiametrum confusionis si formulas supra pro confusione repertas per profunditatem oculi u diuidamus quo pacto eae formulae ad numeros absolutos reducentur.

Definitio 4.

196. Multiplicatio per lentes producta ex ratione quantitatis, qua obiecta per lentes spectantur, ad quantitatem, qua eadem obiecta in data distantia ab oculo nudo cernerentur aestimatur. Exponens autem multiplicationis inuenitur, si magnitudo, qua linea quaecunque in obiecto concepta per lentes videtur, diuidatur per magnitudinem, qua eadem linea in data distantia ab oculo nudo spectata esset apparitura.

Coroll.

Coroll. 1.

197. Inuoluit ergo diiudicatio multiplicationis diſtantiam quandam fixam, in qua eadem obiecta a nudo oculo aſpici aſſumimus quae prout diuerſa aſſumatur, multiplicatio alio atque alio modo exprimetur.

Coroll. 2.

198. Si haec diſtantia fixa, ex qua multiplicatio diiudicatur ponatur $= b$ et exponens multiplicationis $= m$, ſit linea quaepiam in obiecto concepta $= z$, quae ergo nudo oculo in diſtantia b appareret ſub angulo $= \frac{z}{b}$; eadem autem linea per lentes ſpectetur ſub angulo $= \frac{Mz}{l}$ (88) ex quo erit exponens multiplicationis $m = \frac{Mb}{l}$.

Coroll. 3.

199. In ratione ergo $m : 1$ dimenſiones lineares per lentes augeri ſunt cenſendae; vnde ſuperficies auctae apparebunt in ratione $mm : 1$, et ipſa corpora in ratione $m^3 : 1$. Cum exponente autem multiplicationis coniungi debet ſitus, quo obiecta apparent ſiue is ſit erectus ſiue inuerſus.

Scholion.

200. Diſtantia haec fixa b ad quam multiplicatio refertur non eodem modo perpetuo aſſumi ſolet, quipe quod etiam pro diuerſitate obiectorum omnino fieri non poſſet. Nam ſi per lentes obiecta

valde

valde remota veluti coeleſtia contuemur, quoniam ea nunquam in diſtantia modica ſpectare ſolemus, conuenit vtique magnitudinem per lentes viſam cum ea comparare, qua in ea ipſa a nobis diſtantia nudis oculis cernerentur: ideoque his caſibus diſtantia fixa b ipſi diſtantiae a, qua a lentibus obiecta ſunt remota, aequalis conſtitui ſolet. Scilicet ſi diſtantia a fuerit valde magna, qui eſt caſus Teleſcopiorum, ſtatuitur $b = a$, et magnitudo per haec inſtrumenta viſa, cum magnitudine per nudos oculos viſa in eadem diſtantia commodiſſime comparatur. Sic de Teleſcopiis dicitur, quoties diametri corporum coeleſtium multiplicentur, eoque caſu littera m exponentem huius rationis indicabit. Sin autem obiecta propiora contemplamur, qui eſt vſus Microſcopiorum ea plerumque ita prope ad inſtrumentum admouentur, vt in tam exigua diſtantia nudis oculis nunquam diſtincte cerni poſſent: neque ergo his caſibus ſtatui $b = a$ conueniret. Aliam ergo rationem ineundo pro b ſumi ſolet eiusmodi diſtantia modica, in qua obiecta commode ac diſtincte cernere liceat, quae etſi vtique pro diuerſa oculorum indole diuerſa ſumi deberet; tamen vt aliquid fixi ſtatuatur, pro b diſtantia 8 pollicum vtpote maximae oculorum parti conueniens accipi ſolet, ita vt his caſibus definiamus, quoties huiusmodi obiecta maiora *appareant*, quam ſi eadem nudis oculis in diſtantia 8 digitorum aſpicerentur. Interim tamen ſi multiplicatio ad hanc diſtantiam fuerit relata, non difficile erit eam ad quamlibet

libet aliam referre, ita vt haec hypothesis naturam horum instrumentorum afficere non sit censenda.

Problema 7.

Tab. II. Fig. 10. 201. Si obiectum per lentes quotcunque aspiciatur, definire amplitudinem coni seu cylindri luminosi, qui a singulis obiecti punctis in oculum transmittitur.

Solutio.

Reperiatur vt supra oculus in distantia iusta l post imaginem postremam per lentes repraesentatam quae etsi est per spatium aliquod Ll diffusa, hic tamen a confusione inde nata mentem abstrahimus, quoniam confusionem iam seorsim determinauimus. Ex puncto igitur l oculum versus diffunditur conus luminosus, cuius radii extremi ad axem inclinati sunt angulo OlT quem posuimus supra $= \mathfrak{B}x$. Huius igitur coni sectio circa ingressum in oculum consideretur, cuius semidiameter erit $= \mathfrak{B}lx$, vnde pro vario lentium numero hic semidiameter sequenti modo definietur.

Pro vnica lente . . . . . . $il\frac{x}{\alpha}$

Pro duabus lentibus . . . . . $ii^{I}l\frac{bx}{\alpha\mathfrak{b}}$

Pro tribus lentibus . . . . $ii^{I}i^{II}l\frac{bcx}{\alpha\mathfrak{b}\gamma}$

Pro quatuor lentibus . . . $ii^{I}i^{II}i^{III}l\frac{bcdx}{\alpha\mathfrak{b}\gamma\delta}$

etc.

hicque perinde est siue hae formulae sint positiuae siue negatiuae; quia circulus siue radio positiuo siue negatiuo describatur eiusdem prodit magnitudinis.

Coroll.

Coroll. 1.

202. Si iste semidiameter $\mathfrak{V}lx$ maior fuerit semidiametro pupillae, tota pupillae apertura radiis impletur neque propterea visio clarior procurari poterit, nisi forte ipsum obiectum fortiori illustratione splendidius reddatur.

Coroll. 2.

203. Sin autem haec quantitas $\mathfrak{V}lx$ minor fuerit semidiametro pupillae claritatis mensura existet, quae eo maior erit quo maior fuerit ista quantitas: dum contra minuta hac quantitate claritas tam exigua euadere potest, vt non amplius sensui visus excitando sufficiat.

Definitio 5.

204. Gradus claritatis per lentes perceptae commodissime definietur semidiametro coni luminosi, qui a quouis obiecti puncto in oculum transmittitur.

Coroll. 1.

205. Gradus ergo claritatis definitur quantitate supra inuenta $\mathfrak{V}lx$, ita vt si gradum claritatis ponamus $= y$ habeamus $y = \mathfrak{V}lx$, quo cognito facillime indicabimus, quonam gradu visio sit clara habenda.

Coroll. 2.

206. Scilicet si semidiametrum pupillae ponamus $= \omega$, quamdiu fuerit $y > \omega$, claritate plena fruemur,

fruemur, quae nullius augmenti eſt capax niſi forte ipſam pupillam magis dilatare valeamus.

Coroll. 3.

207. At ſi fuerit $y < \omega$, claritatem vtique minorem percipiemus: ac ſi claritatem plenam vnitate deſignemus, claritas ex caſu $y < \omega$ reſultans erit $= \frac{yy}{\omega\omega}$; propterea quod copia radiorum in oculum immiſſorum eſt vt quadratum ſemidiametri y.

Coroll. 4.

208. Quod ſi gradus claritatis y eousque decreſcat, vt copia radiorum nimis ſit parua, quam vt ſenſum viſus excitare poſſit, nihil ob ſummam caliginem percipi poterit, vnde manifeſtum eſt ad viſionem requiri, vt gradus claritatis certum quempiam limitem ſuperet.

Scholion.

209. Tam in Teleſcopiis quam Microſcopiis maxime neceſſe eſt; vt obiecta certo claritatis gradu exhibeantur ne repraeſentatio nimis fiat obſcura. Hic autem gradus plurimum a lumine proprio obiectorum pendet, quae quo fuerint illuſtriora minor claritatis gradus iis ſatis clare videndis ſufficit; ideoque ſtellas illuſtriores contemplantes minori gradu claritatis contenti eſſe poſſumus: terreſtria vero obiecta multo maiorem claritatis gradum poſtulant. Quo igitur haec

ad

ad omnes casus accommodare valeamus gradum claritatis hic littera indefinita y contentum in computum sum ducturus. Quamobrem his de multiplicatione et claritate praemissis, haec duo elementa simul cum confusione pro quouis lentium numero exhibebo: ac primo quidem non neglecta lentium crassitie, tum vero eadem seorsim lentium crassitie neglecta exponi conueniet.

Problema 8.

210. Si oculus per quotcunque lentes PP, QQ, RR, SS etc. obiectum $E\epsilon$ aspiciat; ita vt imago postrema per eas repraesentata ante oculum in iusta distantia $= l$ reperiatur, determinare tam multiplicationem et claritatem, quam confusionem, qua visio perturbabitur.

Solutio

Quotcunque fuerint lentes, sint pro singulis distantiae determinatrices, vt et crassities cum quantitate arbitraria, vt sequitur.

Pro Lente	Dist: determinatr:	Crassities	quant: arb:
Prima PP	$EA = a$; $aF = \alpha$;	$Aa = v$;	k
Secunda QQ	$FB = b$; $bG = \mathfrak{b}$;	$Bb = v'$;	k'
Tertia RR	$GC = c$; $cH = \gamma$;	$Cc = v''$;	k''
Quarta SS	$HD = d$; $dI = \delta$;	$Dd = v'''$;	k'''

etc.

 atque

atque hinc posita ratione refractionis $\frac{31}{20} = n$ constructio lentium ita se habebit;

Pro Lente	Radius Faciei anterioris	Radius Faciei posterioris
Prima PP	$\frac{(n-1)a(k+v)}{k+v+2na}$	$\frac{(n-1)\alpha(k-v)}{k-v-2n\alpha}$
Secunda QQ	$\frac{(n-1)b(k'+v')}{k'+v'+2nb}$	$\frac{(n-1)\beta(k'-v')}{k'-v'-2n\beta}$
Tertia RR	$\frac{(n-1)c(k''+v'')}{k''+v''+2nc}$	$\frac{(n-1)\gamma(k''-v'')}{k''-v''-2n\gamma}$
Quarta SS	$\frac{(n-1)d(k'''+v''')}{k'''+v'''+2nd}$	$\frac{(n-1)\delta(k'''-v''')}{k'''-v'''-2n\delta}$

etc.

Tum posito breuitatis gratia:

$$\frac{k-v}{k+v} = i;\ \frac{k'-v'}{k'+v'} = i';\ \frac{k''-v''}{k''+v''} = i'';\ \frac{k'''-v'''}{k'''+v'''} = i''' \text{ etc.}$$

si aperturae primae lentis in facie anteriori semidiameter fuerit $= x$, tam pro facie posteriori quam pro vtraque facie singularum lentium sequentium aperturae maiores esse debent vel saltem non minores, quam sequens tabula ostendit:

Pro Lente	Semidiameter aperturae in facie anteriori	Semidiameter aperturae in facie posteriori
Prima PP	x	ix
Secunda QQ	$i.\frac{bx}{\alpha}$	$ii'.\frac{bx}{\alpha}$
Tertia RR	$ii'.\frac{bcx}{\alpha\beta}$	$ii'i''.\frac{bcx}{\alpha\beta}$
Quarta SS	$ii'i''.\frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma}$	$ii'i''i'''.\frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma}$

etc.

Denique

Denique ad abbreuiandum ponatur:

$$P = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{ia}+\frac{2}{k-v}\right)^2+\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{2}{k-v}\right)\left(\frac{i}{\alpha}-\frac{2}{k+v}\right)^2\right)$$

$$Q = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{b}+\frac{2}{k'+v'}\right)\left(\frac{1}{i'b}+\frac{2}{k'-v'}\right)^2+\left(\frac{n}{\beta}-\frac{2}{k'-v'}\right)\left(\frac{i'}{\beta}-\frac{2}{k'+v'}\right)^2\right)$$

$$R = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{c}+\frac{2}{k''+v''}\right)\left(\frac{1}{i''c}+\frac{2}{k''-v''}\right)^2+\left(\frac{n}{\gamma}-\frac{2}{k''-v''}\right)\left(\frac{i''}{\gamma}-\frac{2}{k''+v''}\right)^2\right)$$

$$S = \frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{d}+\frac{2}{k'''+v'''}\right)\left(\frac{1}{i'''d}+\frac{2}{k'''-v'''}\right)^2+\left(\frac{n}{\delta}-\frac{2}{k'''-v'''}\right)\left(\frac{i'''}{\delta}-\frac{2}{k'''+v'''}\right)^2\right)$$

etc.

His pofitis ponamus oculum in diftantia $= O$ ab vltima lente locari ita vt poft imaginem vltimam reperiatur in diftantia $= l$: magnitudinem autem vifam comparari cum magnitudine qua idem obiectum nudo oculo in diftantia fixa $= h$ cerneretur; ac ponatur exponens multiplicationis $= m$.

Deinde pro claritate fit gradus claritatis $= y$, ita vt y indicet femidiametrum coni luminofi in oculum intrantis.

Confufio autem aeftimetur per femidiametrum confufionis fupra (194) definitum.

Iam pro quouis lentium numero hae tres res ita fe habebunt.

I. Pro vnica lente $O = \alpha + l$

1. Exponens multiplicationis $m = \frac{1}{i}\cdot\frac{\alpha h}{a l}$ fitu inuerfo
2. Gradus claritatis $y = iL.\ \frac{x}{\alpha}$
3. Semid: Confufionis $= \frac{1}{4} i \frac{\alpha}{l} x^3 . P$

II.

II. Pro duabus Lentibus $O = \beta + l$

1. Exp. mult: $m = \frac{1}{ii'} \cdot \frac{\alpha\beta b}{abl}$ situ erecto

2. Gradus claritatis $y = ii'l \cdot \frac{bx}{\alpha\beta}$

3. Semid. Confusionis $= \frac{1}{4} ii' \cdot \frac{\beta}{l} \cdot \frac{b}{a} x^3 \left(\frac{1}{i'i'} \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb} P + ii \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} Q \right)$.

III. Pro tribus Lentibus $O = \gamma + l$

1. Exp. mult: $m = \frac{1}{ii'i''} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma b}{abcl}$ situ inverso:

2. Gradus claritatis $y = ii'i''l \cdot \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$.

3. Semidiameter confusionis:

$$\frac{1}{4} ii'i'' \cdot \frac{\gamma}{l} \cdot \frac{bc}{\alpha\beta} x^3 \left(\frac{1}{i'i' \cdot i''i''} \cdot \frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bb\,cc} P + \frac{ii}{i''i''} \cdot \frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc} Q + ii \cdot i'i' \cdot \frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta} R \right).$$

IV. Pro quatuor Lentibus $O = \delta + l$

1. Exp. multipl: $m = \frac{1}{ii'i''i'''} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma\delta b}{abcdl}$ situ erecto

2. Gradus Claritatis $y = ii'i''i'''l \cdot \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta}$

3. Semidiameter Confusionis:

$$\frac{1}{4} ii'i''i''' \cdot \frac{\delta}{l} \cdot \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma} x^3 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{i'i' \cdot i''i'' \cdot i'''i'''} \cdot \frac{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma}{bbccdd} P + \frac{ii}{i''i''i'''i'''} \cdot \frac{bb\beta\beta\gamma\gamma}{\alpha\alpha ccdd} Q \\ + \frac{ii \cdot i'i'}{i'''i'''} \cdot \frac{bbcc\gamma\gamma}{\alpha\alpha\beta\beta dd} R + ii \cdot i'i' \cdot i''i'' \cdot \frac{bbccdd}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma} S \end{array} \right\}$$

V.

V. Pro quinque Lentibus $O = \varepsilon + l$

1. Exp. multipl: $m = \frac{1}{i\,i'\,i''\,i'''\,i''''} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon b}{abcdel}$ situ inuerso

2. Gradus claritatis $y = i\,i'\,i''\,i'''\,i''''\,l \cdot \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}$

3. Semidiameter confusionis

$$\frac{1}{4}\,i\,i'\,i''\,i'''\,i'''' \cdot \frac{\varepsilon}{l} \cdot \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta}\,x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{1}{i'i' \cdot i''i'' \cdot i'''i''' \cdot i''''i''''} \cdot \frac{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta}{bbccddee}\,P \\ + \frac{ii}{i''i'' \cdot i'''i''' \cdot i''''i''''} \cdot \frac{bb\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta}{\alpha\alpha ccddee}\,Q \\ + \frac{ii \cdot i'i'}{i'''i''' \cdot i''''i''''} \cdot \frac{bbcc\gamma\gamma\delta\delta}{\alpha\alpha\beta\beta ddee}\,R \\ + \frac{ii \cdot i'i' \cdot i''i''}{i''''i''''} \cdot \frac{bbccdd\delta\delta}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma ee}\,S \\ + ii \cdot i'i' \cdot i''i'' \cdot i'''i''' \cdot \frac{bbccddee}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta}\,T \end{array} \right.$$

atque hinc etiam progressus ad plures lentes est manifestus.

Coroll. 1.

211. His omnibus casibus euidens est fore generatim

$$my = \frac{bx}{a}.$$

Datis scilicet multiplicatione m cum claritate y statim definitur apertura primae lentis nempe $x = my \cdot \frac{a}{b}$. Quo maior scilicet tam multiplicatio quam claritas desideratur, eo maiorem esse oportet aperturam lentis primae.

Coroll. 2.

212. Quum autem x maius accipere non liceat, quam vt confusio infra certum limitem contineatur, dato x cum exponente multiplicationis m defi-

definitur claritatis gradus $y = \frac{hx}{ma}$, vnde patet reliquis paribus, quo maior multiplicatio exigatur, eo minori claritate contentos nos esse oportere.

Coroll. 3.

213. Imprimis autem hic obseruandum est, has formulas aeque negotium conficere, quamcunque crassitiem lentes habuerint. *Euadent autem* tractabiliores, si lentium crassities negligatur, qui casus seorsim tractari meretur.

Problema 9.

214. Iisdem positis, quae in problemate praecedente, si lentium crassities vt euanescens consideretur, determinare tam multiplicationem et claritatem, quam confusionem, qua visio perturbabitur.

Solutio.

Haec tractatio a praecedenti in isto differt, quod lentium crassities v, v', v'' etc. euanescant, et loco quantitatum arbitrariarum k, k', k'' etc. numeri arbitrarii λ, λ', λ'' etc. in calculum introducantur. Ponatur ergo

Pro Lente		Dist. determinatr.	num. arb.
Prima	PP	$EA = a$; $aF = \alpha$	λ
Secunda	QQ	$FB = b$; $bG = \beta$	λ'
Tertia	RR	$GC = c$; $cH = \gamma$	λ''
Quarta	SS	$HD = d$; $dI = \delta$	λ'''
		etc.	

Hinc

Hinc ſi ſit breuitatis gratia!

$\varrho = 0,190781$; $\sigma = 1,627401$; et $\tau = 0,905133$

lentium conſtructio ita eſt inſtituenda

Pro Lente	Radius Faciei anterioris	Radius Faciei poſterioris
Prima PP	$\frac{a\cdot\alpha}{\varrho\alpha+\sigma a\pm\tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}}$	$\frac{a\cdot\alpha}{\varrho a+\sigma\alpha\mp\tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}}$
Secunda QQ	$\frac{b\,\beta}{\varrho\beta+\sigma b\pm\tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$	$\frac{b\,\beta}{\varrho b+\sigma\beta\mp\tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$
Tertia RR	$\frac{c\,\gamma}{\varrho\gamma+\sigma c\pm\tau(c+\gamma)\sqrt{(\lambda''-1)}}$	$\frac{c\,\gamma}{\varrho c+\sigma\gamma\mp\tau(c+\gamma)\sqrt{(\lambda''-1)}}$
Quarta SS	$\frac{d\,\delta}{\varrho\delta+\sigma d\pm\tau(d+\delta)\sqrt{(\lambda'''-1)}}$	$\frac{d\,\delta}{\varrho d+\sigma\delta\mp\tau(d+\delta)\sqrt{(\lambda'''-1)}}$

Cum iam lentis primae PP ſemidiameter aperturae ſit $= x$, et in qualibet lente vtriusque faciei eadem ſit ratio, vt omnes radii per primam ingreſſi ſimul per reliquas transmittantur, apertura reliquarum ſequentes limites ſuperare debet:

Semid. aperturae

Lentis ſecundae QQ $> \frac{b}{\alpha}x$

Lentis tertiae RR $> \frac{bc}{\alpha\beta}x$

Lentis quartae SS $> \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}x$

etc.

Tum vero poſito breuitatis ergo $\mu = 0,938191$ et $\nu = 0,232692$ ſtatuatur:

$$P = \mu\left(\tfrac{1}{a}+\tfrac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\tfrac{1}{a}+\tfrac{1}{\alpha}\right)^2+\tfrac{\nu}{a\alpha}\right)$$

$$Q = \mu\left(\tfrac{1}{b}+\tfrac{1}{\beta}\right)\left(\lambda'\left(\tfrac{1}{b}+\tfrac{1}{\beta}\right)^2+\tfrac{\nu}{b\beta}\right)$$

$$R = \mu\left(\tfrac{1}{c}+\tfrac{1}{\gamma}\right)\left(\lambda''\left(\tfrac{1}{c}+\tfrac{1}{\gamma}\right)^2+\tfrac{\nu}{c\gamma}\right)$$

$$S = \mu\left(\tfrac{1}{d}+\tfrac{1}{\delta}\right)\left(\lambda'''\left(\tfrac{1}{d}+\tfrac{1}{\delta}\right)^2+\tfrac{\nu}{d\delta}\right)$$

etc.

 Sit

Sit iam O diſtantia oculi poſt vltimam lentem, ita vt ab imagine poſtrema diſtet interuallo $= l$, comparetur magnitudo viſa cum ea, qua idem obiectum in diſtantia fixa b nudo oculo cerneretur, ſitque exponens multiplicationis $= m$; et gradus claritatis $= y$, quibus poſitis erit pro quouis lentium numero vt ſequitur.

I. Pro vnica lente $O = \alpha + l$

1. Exponens multiplicationis $m = \frac{\alpha b}{a l}$ ſitu inuerſo
2. Gradus claritatis $y = l. \frac{x}{\alpha}$ hinc $my = \frac{bx}{a}$
3. Semid: confuſionis $= \frac{\alpha}{4l}. x^3$ P

II. Pro duabus lentibus $O = \beta + l$

1. Exponens multiplicationis $m = \frac{\alpha \beta b}{a b l}$ ſitu erecto
2. Gradus claritatis $y = l. \frac{bx}{\alpha\beta}$, hinc $my = \frac{bx}{a}$
3. Semid: confuſionis $= \frac{\beta}{4l}. \frac{b}{\alpha} x^3 (\frac{\alpha\alpha}{bb} P + \frac{bb}{\alpha\alpha} Q)$

III. Pro tribus lentibus $O = \gamma + l$

1. Exponens multiplicationis $m = \frac{\alpha\beta\gamma b}{abcl}$ ſitu inuerſo
2. Gradus claritatis $y = l. \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$ hinc $my = \frac{bx}{a}$
3. Semidiameter confuſionis

$$\frac{\gamma}{4l}. \frac{bc}{\alpha\beta} x^3 (\frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bbcc} P + \frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc} Q + \frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta} R).$$

IV. Pro quatuor lentibus $O = \delta + l$

1. Exponens multiplicationis $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta b}{abcdl}$ ſitu erecto
2. Gradus claritatis $y = l. \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta}$ hinc $my = \frac{bx}{a}$
3. Semidiameter confuſionis:

$$\frac{\delta}{4l}. \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma} x^3 (\frac{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma}{bbccdd} P + \frac{bb\beta\beta\gamma\gamma}{\alpha\alpha ccdd} Q + \frac{bbcc\gamma\gamma}{\alpha\alpha\beta\beta dd} R + \frac{bbccdd}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma} S)$$

V.

V. Pro quinque lentibus $O = \varepsilon + l$

1. Exponens multipl. $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon b}{abcdel}$ ſitu inuerſo

2. Gradus claritatis $y = l.\frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}$ hinc $my = \frac{bx}{a}$

3. Semidiameter confuſionis

$$\frac{\varepsilon}{4l}\cdot\frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta}x^3\left\{\begin{array}{l}+\frac{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta}{bbccddee}P+\frac{bb\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta}{\alpha\alpha ccddee}Q\\+\frac{bbcc\gamma\gamma\delta\delta}{\alpha\alpha\beta\beta ddee}R\\+\frac{bbccdd\delta\delta}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma ee}S+\frac{bbccddee}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta}T\end{array}\right.$$

vnde non difficile erit has formulas ad lentes etiam plures continuare.

Coroll. 1.

215. Lentes ſimplices adhibendo numeros $\lambda, \lambda', \lambda''$, etc. vnitate minores accipi non poſſunt. Verum hic nihil obſtat quo minus loco lentium ſimplicium lentes duplicatae, triplicatae vel etiam quadruplicatae in vſum vocentur, quo pacto in his formulis numeri $\lambda, \lambda', \lambda''$, etc. non ſolum infra vnitatem diminui ſed ad nihilum vſque perduci poterunt. Tum autem conſtructio lentium harum multiplicatarum ex ſuperiori capite peti et ad diſtantias determinatrices hic poſitas accommodari debet.

Coroll. 2.

216. Veluti ſi pro lente prima PP debeat eſſe

 $\lambda =$

$\lambda = 0,191827$, hanc lentem ita ex duabus componi oportet, vt sit

Pro lente	Radius faciei anterioris	Radius faciei posterioris
Priori . .	$\frac{2a\alpha}{(2\rho-\sigma)\alpha+\sigma a}$;	$\frac{2a\alpha}{(2\sigma-\rho)\alpha+\rho a}$
Posteriori	$\frac{2a\alpha}{\rho\alpha+(2\sigma-\rho)a}$;	$\frac{2a\alpha}{\sigma\alpha+(2\rho-\sigma)a}$.

Coroll. 3.

217. Sin autem velimus, vt pro lente prima sit $\lambda = 0,042165$, ea erit triplicanda, hoc modo

Pro lente	Radius faciei anterioris	Radius faciei posterioris
Priori	$\frac{3a\alpha}{(3\rho-2\sigma)\alpha+\sigma a}$;	$\frac{3a\alpha}{(3\sigma-2\rho)\alpha+\rho a}$
Media	$\frac{3a\alpha}{(2\rho-\sigma)\alpha+(2\sigma-\rho)a}$;	$\frac{3a\alpha}{(2\sigma-\rho)\alpha+(2\rho-\sigma)a}$
Posteriori	$\frac{3a\alpha}{\rho\alpha+(3\sigma-2\rho)a}$;	$\frac{3a\alpha}{\sigma\alpha+(3\rho-2\sigma)a}$

Coroll. 4.

218. At si pro lente prima requiratur $\lambda = -0,010216$, quadruplicata erit vtendum ita construenda:

Pro lente	Radius faciei anterioris	Radius faciei posterioris
Prima	$\frac{4a\alpha}{(4\rho-3\sigma)\alpha+\sigma a}$;	$\frac{4a\alpha}{(4\sigma-3\rho)\alpha+\rho a}$
Secunda	$\frac{4a\alpha}{(\rho-2\sigma)\alpha+(2\sigma-\rho)a}$;	$\frac{4a\alpha}{(3\sigma-2\rho)\alpha+(2\rho-\sigma)a}$
Tertia	$\frac{4a\alpha}{(2\rho-\sigma)\alpha+(3\sigma-2\rho)a}$;	$\frac{4a\alpha}{(2\sigma-\rho)\alpha+(3\rho-2\sigma)a}$
Quarta	$\frac{4a\alpha}{\rho\alpha+(4\sigma-3\rho)a}$;	$\frac{4a\alpha}{\sigma\alpha+(4\rho-3\sigma)a}$

Coroll. 5.

219. Simili autem modo lens secunda QQ ex suis distantiis determinatricibus b et $\mathfrak{B}$ per multiplicationem erit construenda, numerus que ei respondens λ' debet esse vel $0,191827$, vel $0,042165$ vel $-0,010216$; quod idem de reliquis lentibus est intelligendum.

Scholion 1.

220. Alias lentium species hic nollem in praxi adhiberi, cum hae solae sine metu enormis erroris confici queant; tum vero etsi aliae ab his non admodum discrepantes fere aequo successu in praxin introduci possent, tamen quia discrimen non admodum est notabile, iis facile carere poterimus. Cum igitur sit $\varrho = 0,190781$ et $\sigma = 1,627401$, ideoque

$$\varrho = 0,190781; \qquad \sigma = 1,627401$$

$$2\varrho - \sigma = -1,245839; \quad 2\sigma - \varrho = 3,064021$$

$$3\varrho - 2\sigma = -2,682459; \quad 3\sigma - 2\varrho = 4,500641$$

$$4\varrho - 3\sigma = -4,119079; \quad 4\sigma - 3\varrho = 5,937261$$

easdem constructiones in numeris euolutis exhiberi conueniet.

I. Si igitur pro lente PP debeat esse $\lambda = 1$, ea erit simplex hoc modo construenda.

Radius faciei anterioris posterioris

$$\frac{a\alpha}{+0,190781\,\alpha + 1,627401\,a}; \quad \frac{a\alpha}{+1,627401\,\alpha + 0,190781\,a}$$

II.

II. Si pro lente PP debeat esse $\lambda = 0,191827$ ea erit duplicata hoc modo construenda

Radius Faciei

Pro lente	anterioris	posterioris
Priori	$\frac{a\alpha}{-0,622515\alpha + 0,013700a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,532010\alpha + 0,095350a}$
Posteriori	$\frac{a\alpha}{+0,095350\alpha + 1,532010a}$;	$\frac{a\alpha}{+0,813700\alpha - 0,622519a}$

III. Si pro lente PP debeat esse $\lambda = 0,042165$ ea erit triplicata hoc modo construenda

Radius Faciei

Pro lente	anterioris	posterioris
Priori	$\frac{a\alpha}{-0,894153\alpha + 0,542467a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,500214\alpha + 0,063594a}$
Media	$\frac{a\alpha}{-0,415280\alpha + 1,021340a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,021340\alpha - 0,415280a}$
Posteriori	$\frac{a\alpha}{+0,063594\alpha + 1,500214a}$;	$\frac{a\alpha}{+0,542467\alpha - 0,894153a}$

IV. Si pro lente PP debeat esse $\lambda = -0,010216$ ea erit quadruplicata hoc modo construenda

Radius Faciei

Pro lente	anterioris	posterioris
Prima	$\frac{a\alpha}{-1,029770\alpha + 0,406850a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,484315\alpha + 0,047695a}$
Secunda	$\frac{a\alpha}{-0,670615\alpha + 0,766005a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,125160\alpha - 0,311460a}$
Tertia	$\frac{a\alpha}{-0,311460\alpha + 1,125160a}$;	$\frac{a\alpha}{+0,766005\alpha - 0,670615a}$
Quarta	$\frac{a\alpha}{+0,047695\alpha + 1,484315a}$;	$\frac{a\alpha}{+0,406850\alpha - 1,029770a}$

Scholion

Scholion 2.

221. Interim tamen si lentes desideremus, in quibus valor ipsius λ maior sit, quam hic est assumtus, constructio earum leui additione ex his ipsis formulis concinnari poterit. In binis scilicet fractionibus, quibus radii facierum cuiusque lentis designantur, alter denominator augeri alter vero diminui debet eadem quantitate, quae quantitas semper $= \tau(a+\alpha)\sqrt{v}$ denotante v excessum valoris ipsius λ supra ante assumtum. Ita si esse debeat

I. $\lambda = 1+v$; II. $\lambda = 0,191827+v$; III. $\lambda = 0,042165+v$

vel IV. $\lambda = -0,010216+v$

denominatores fractionum in Scholio praecedente traditarum pro quauis lente simplici alternatim sunt augendi et minuendi quantitate $0,905133(a+\alpha)\sqrt{v}$. Vnde si lens quadruplicata desideretur, pro qua sit praecise $\lambda = 0$, erit $v = 0,010216$ et $\tau\sqrt{v} = 0,091487$; hincque pro quauis lente simplici denominatorum alter augeri alter vero diminui debet hac quantitate

$$0,091487\alpha + 0,091487a$$

ex quo talis nascitur constructio huiusmodi lentis quadruplicatae pro qua est $\lambda = 0$

Pro lente	Radius faciei anterioris	Radius faciei posterioris
Prima	$\frac{a\alpha}{-1,121257\alpha+0,315363a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,575002\alpha+0,139182a}$
Secunda	$\frac{a\alpha}{-0,762102\alpha+0,674518a}$;	$\frac{a\alpha}{+1,216647\alpha-0,219973a}$
Tertia	$\frac{a\alpha}{-0,402547\alpha+1,033673a}$;	$\frac{a\alpha}{+0,857452\alpha-0,579128a}$
Quarta	$\frac{a\alpha}{-0,043752\alpha+1,352828a}$;	$\frac{a\alpha}{+0,458337\alpha-0,538283a}$

Sed hoc casu quaelibet lens adhuc alio modo construi potest: sic quarta ordine retrogrado exposita permutatis a et α dabit alteram formam lentis primae.

Supplementum III.

Ad Problem. 8.

Si lentes ratione refractionis discrepent, vt sit ratio refractionis pro prima lente $=n$, pro secunda $=n'$, pro tertia $=n''$; inde neque in multiplicatione m neque in gradu claritatis quicquam mutatur; at vero in semidiametro confusionis valores litterarum P, Q, R sequenti modo immutari debent.

$$P = \frac{n}{2(n-1)^2}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{n}{\alpha}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{ia}+\frac{2}{k-v}\right)^2\\ +\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{2}{k-v}\right)\left(\frac{i}{\alpha}-\frac{2}{k+v}\right)^2\end{array}\right.$$

$$Q = \frac{n'}{2(n'-1)^2}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{n'}{b}+\frac{2}{k'+v'}\right)\left(\frac{1}{i'b}+\frac{2}{k'-v'}\right)^2\\ +\left(\frac{n'}{6}-\frac{2}{k'-v'}\right)\left(\frac{i'}{6}-\frac{2}{k'+v'}\right)^2\end{array}\right.$$

$$R = \frac{n''}{2(n''-1)^2}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{n''}{c}+\frac{2}{k''+v''}\right)\left(\frac{1}{i''c}+\frac{2}{k''-v''}\right)^2\\ +\left(\frac{n''}{\gamma}-\frac{2}{k''-v''}\right)\left(\frac{i''}{\gamma}-\frac{2}{k''+v''}\right)^2\end{array}\right.$$

$$S = \frac{n'''}{2(n'''-1)^2}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{n'''}{d}+\frac{2}{k'''+v'''}\right)\left(\frac{1}{i'''d}+\frac{2}{k'''-v'''}\right)^2\\ +\left(\frac{n'''}{\delta}-\frac{2}{k'''-v'''}\right)\left(\frac{i'''}{\delta}-\frac{2}{k'''+v'''}\right)^2\end{array}\right.$$

etc.

Ad Problem. 9.

Si lentes ratione refractionis discrepent, loco litterarum ϱ, σ, τ in radiis facierum scribi oportet

pro

pro secunda lente ϱ', σ', τ'; pro tertia ϱ'', σ'', τ'', etc. tum vero expressiones pro multiplicatione et gradu claritatis nulla mutatione egent; pro confusione autem notari oportet, fore

$$P = \mu\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{\nu}{a\alpha}\right)$$

$$Q = \mu'\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)^2+\frac{\nu'}{b\beta}\right)$$

$$R = \mu''\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{\gamma}\right)\left(\lambda''\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{\gamma}\right)^2+\frac{\nu''}{c\gamma}\right)$$

etc.