



CONSTRUCTION DES OBJECTIFS

COMPOSÉS

DE DEUX DIFFÉRENTES SORTES DE VERRE
QUI NE PRODUISENT AUCUNE CONFUSION, NI PAR LEUR
OUVERTURE, NI PAR LA DIFFÉRENTE RÉFRANGIBILITÉ DES
RAYONS, AVEC LA MANIÈRE LA PLUS AVANTAGEUSE
D'EN FAIRE DES LUNETTES. (*)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir déjà plusieurs fois traité cette matière, je me vois obligé d'y revenir par les découvertes surprenantes qu'on vient de faire sur la nature du verre & de ses différentes espèces. Je n'ai pas honte d'avouer franchement, que les premières nouvelles qui en ont été publiées, me parurent trop suspectes, & même trop contraires aux principes les mieux établis, pour que j'aye pu y ajouter foi. Qu'il y ait deux espèces de verre, où la réfraction des rayons moyens seroit à peu près la même, pendant que celle des extrêmes différencieroit très énormément, cela me parut choquer le bon sens. Peut-être ne me serois-je jamais rendu aux preuves, que Mr. Dollond a produites pour soutenir cet étrange phénomène, si Mr. Clairaut, qui d'a-

bord

(*) Lu en 1764.



bord n'en devoit pas être moins surpris, ne m'avoit très positivement assuré, que les expériences de Mr. Dollond n'étoient que trop bien fondées. Mais enfin les expériences que Mr. Zeiher vient de faire à Pétersbourg, ont achevé de me ramener de ma prévention, cet habile Physicien ayant incontestablement prouvé, que c'est le plomb dont on se sert dans quelques compositions du verre, qui y produit cette bizarre qualité d'augmenter la dispersion des rayons extremes, sans changer sensiblement la réfraction des moyens. Et en augmentant la quantité du plomb dans la mixture, il est même parvenu à composer un verre, qui produit encore une plus grande dispersion que le Flintglass de Mr. Dollond.

II.

Maintenant il faut donc entièrement renoncer à ce principe, qui a paru jusqu'ici si bien fondé, que la dispersion des rayons extremes dépend uniquement de la réfraction des rayons moyens: & on est obligé de convenir, que la dispersion dépend principalement de la qualité du verre, sans que la réfraction moyenne en soit sensiblement affectée. Pour mettre mieux dans son jour cette bizarre qualité, & pour la rendre applicable au calcul, considérons une espece de verre, où les rayons moyens en y entrant de l'air souffrent la réfraction comme $m : 1$; ou bien que le sinus de l'angle d'incidence soit à celui de réfraction comme m à 1. Or, pour les rayons rouges ou les moins réfrangibles, soit la réfraction comme $m - dm : 1$, & pour les rayons violets ou les plus réfrangibles, soit la réfraction comme $m + dm : 1$. Car, puisque les rayons moyens tiennent le milieu entre les moins & les plus réfrangibles, il sera permis d'écartier également la réfraction des extremes de celle des moyens: & outre cela il sera également permis de regarder ces différences dans la réfraction comme très petites, & de les représenter par la forme différentielle dm . Cela posé, il faut à présent convenir que ce différentiel dm ne dépend en aucune maniere de la quantité m , mais uniquement de la qualité du verre, de sorte que la quantité m demeurant la même, la valeur du différentiel dm puisse varier très considérablement.



III.

Considérons maintenant deux différentes especes de verre, & distinguons l'une par la lettre M, & l'autre par N. Or les réfractions de toutes sortes de rayons soyent représentées ainsi :

| | | | |
|----------------------------|--------------|----------------|--|
| la raison de réfraction | | | |
| de l'air dans le verre | M | N | |
| des rayons rouges - - - - | $m - dm : 1$ | $n - dn : 1$ | |
| des rayons moyens - - - - | $m : 1$ | $n : 1$ | |
| des rayons violets - - - - | $m + dm : 1$ | $n + dn : 1$, | |

où il faut remarquer, que quoique la différence entre les nombres m & n , qui répondent à la réfraction des rayons moyens, soit presque insensible, celle des différentiels dm & dn peut être très considérable, attendu que Mr. Zeiher a trouvé par ses expériences, que si l'espece M est composée d'une égale quantité de plomb & de cailloux, pendant qu'il n'y entre point de plomb dans l'espece N, le différentiel dm , d'où dépend la dispersion des rayons, est trois fois plus grand que le différentiel dn , tandis que le nombre m surpasse à peine le nombre n . Donc, puisqu'on peut mettre plus ou moins de plomb dans la mixture du verre M, pendant que le verre N n'en contient point du tout, on est en état de faire plusieurs especes de verre M, dont la dispersion dm tiennent à dn des rapports fort différens, depuis la raison d'égalité jusqu'à celle de 3 à 1, supposé que celle-ci soit la plus grande à laquelle on puisse atteindre en égalant la quantité du plomb à celle des cailloux. Mais, pour le dessein que j'ai ici en vue, la raison de 2 à 1 n'est déjà que trop suffisante.

IV.

Or, dès qu'on nous accorde deux especes de verre M & N, où le rapport entre les dispersions, ou de dm à dn , surpasse considérablement le rapport de $m - 1$ à $n - 1$, il est possible de combiner deux verres formés de ces deux especes, & d'en faire un objectif composé, qui réunisse dans son foyer toutes les images représentées par les rayons différemment réfrangibles, en sorte que l'image y soit aussi pure,



que s'il n'y avoit point de diverse réfrangibilité. Pour cet effet, il s'agit uniquement de proportionner d'une certaine façon les distances de foyer de ces deux verres entr'elles, sans que les rayons des faces en foyent autrement déterminés, qu'autant qu'il faut pour procurer à chacun une certaine distance de foyer. Donc, en ne donnant aux faces que des figures sphériques, on est en état de les déterminer en sorte, que la confusion causée par la figure sphérique, & de là par l'ouverture des verres, soit aussi réduite à rien, ou bien que tant les rayons qui passent par le milieu des verres, que ceux qui passent près de leurs bords, représentent dans leur foyer la même image. De tels verres objectifs composés seront donc portés au plus haut degré de perfection qu'on puisse souhaiter, puisque tant la confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons, que celle qui provient de la figure des verres, y est entièrement détruite: de sorte qu'un tel objectif sera susceptible d'une aussi grande ouverture que la courbure de ses faces le permet, sans qu'on ait à craindre le moindre inconvénient.

V.

Explication du sujet.

Planche XI.
Fig. 1.

Pour trouver de tels objectifs déliivrés de toute confusion, il faut commencer par la considération de deux verres quelconques MM & NN, disposés sur le même axe EF, dont celui là soit fait de l'espece de verre marquée ci-dessus par la lettre M, & celui-ci de l'espece N. J'envisage l'un & l'autre de ces deux verres comme convexe des deux côtés, & je nommerai les rayons de leurs faces, de MAM = a ; de MBM = b ; de NCN = c ; de NDN = d . Or pour l'épaisseur de chacun je la suppose si petite, qu'on la puisse négliger dans le calcul; mais outre cela je tiendrai aussi compte de la distance entre ces deux verres, que je nommerai BC = u .

Cela posé, je conçois sur l'axe en E un point lumineux dont la distance avant le premier verre MM soit EA = e , & je chercherai la route des rayons qui passent par le verre MM à la distance AX = x de l'axe. Comme tous ces rayons en passant par le premier verre

MM



MM souffrent la même réfraction, soit F le point où ils concourroient avec l'axe s'ils ne passaient pas par l'autre verre NN, & je nommerai la distance BF = f . Or, puisque ces mêmes rayons rencontrent le second verre NN à la distance de l'axe CY = y , soit G le point de leur réunion avec l'axe, après avoir passé par ce second verre, & nommons la distance DG = g .

Maintenant la question revient à déterminer les conditions en sorte, que le point G demeure invariable, quoiqu'on change tant la réfraction de chaque verre, que l'éloignement AX = x .

VI.

De la réfraction par la première face MAM.

Soit a le centre de la première face MAM, & partant le rayon Aa = Xa = a : & cherchons d'abord le point O, où les rayons réfractés par cette seule face se réunissent avec l'axe, & posons la distance AO = z . Ayant tiré du point X à l'axe la perpendiculaire XP = x , on aura la flèche AP = $\frac{xx}{2a}$ assez exactement pour les cas où l'angle AaX est aussi petit qu'il faut absolument le supposer dans cette recherche. Donc, puisque EA = e , nous aurons EP = $e + \frac{xx}{2a}$, & partant EX = $\sqrt{(ee + \frac{e \cdot xx}{a} + xx)}$ = $e + \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2e}$: ensuite, à cause de OP = $z - \frac{xx}{2a}$, nous aurons semblablement

$$XO = \sqrt{(zz - \frac{2xx}{a} + xx)} = z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z}.$$

Or la réfraction des rayons moyens se faisant selon le rapport $m : 1$, de sorte que $\sin EXa : \sin OXa = m : 1$, la Géométrie nous fournit cette proportion :

$$m : 1 = Ea \cdot XO : Oa \cdot EX = (e + a) XO : (z - a) EX,$$

Q 2

d'où

Fig. 2.

d'où nous tirons

$$m(z - a) \left(e + \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2e} \right) = (e + a) \left(z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z} \right).$$

Divisons cette équation par $ea z$, pour avoir

$$m \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z} \right) \left(1 + \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee} \right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e} \right) \left(1 - \frac{xx}{2az} + \frac{xx}{2zz} \right).$$

Donc, si xx évanouissoit, nous aurions

$$\frac{m}{a} - \frac{m}{z} = \frac{1}{a} + \frac{1}{e}, \text{ \& partant } \frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{me},$$

\& cette valeur de $\frac{1}{z}$ approche déjà tant de la vérité, quoique l'intervalle $AX = x$ ne soit pas évanouissant, qu'il suffira de se servir de cette valeur dans les termes $-\frac{xx}{2az} + \frac{xx}{2zz}$, qui sont déjà si petits d'eux-mêmes.

VII.

Donc, puisque $-\frac{xx}{2az} + \frac{xx}{2zz} = -\frac{1}{2}xx \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z} \right) \frac{1}{z}$, à cau-

se de $\frac{1}{a} - \frac{1}{z} = \frac{1}{ma} + \frac{1}{me}$, cette quantité deviendra

$$-\frac{xx}{2mm} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e} \right) \left(\frac{m-1}{a} - \frac{1}{e} \right) = -\frac{xx}{2mm} \left(\frac{m-1}{aa} + \frac{m-2}{ae} - \frac{1}{ee} \right),$$

\& partant notre équation fera

$$m \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z} \right) \left(1 + \frac{xx}{2ae} - \frac{xx}{2ee} \right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e} \right) \left(1 - \frac{(m-1)xx}{2mmaa} - \frac{(m-2)xx}{2mmae} + \frac{xx}{2mme} \right).$$

Divi-



Divisons cette équation par $1 + \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, ou ce qui revient au même, multiplions-la par $1 - \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, & négligeant les quarrés quarrés de x , nous aurons :

$$m\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z}\right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right) \left(1 + \frac{(m-1)xx}{2mmaa} - \frac{(mm+m-2)xx}{2mmae} + \frac{(mm-1)xx}{2mme}\right),$$

d'où nous tirons enfin

$$\frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{me} + \frac{1}{m} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right) \left(\frac{(m-1)xx}{2mmaa} + \frac{(mm-m+2)xx}{2mmae} + \frac{(mm-1)xx}{2mme}\right),$$

ou bien

$$\frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{m} + \frac{(m-1)xx}{2m^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right) \left(\frac{1}{aa} + \frac{m+2}{ee} + \frac{m+1}{ee}\right),$$

qui se réduit à cette forme plus simple,

$$\frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{me} + \frac{(m-1)xx}{2m^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{e}\right),$$

d'où l'on voit, combien la distance $AO = z$ varie à cause de l'éloignement $AX = x$ de l'axe, où les rayons du point E tombent sur la face MAM : & puisque les termes qui renferment le quarré xx sont toujours très petits, l'équation que nous venons de trouver pour la valeur de z ne sauroit être plus simple.

VIII.

De la réfraction par le premier verre MM.

Or ces rayons, qui par la première réfraction se réuniroient avec l'axe au point O , sont réfractés par la seconde face MBM au point F , ayant posé la distance $BF = f$. Donc réciproquement, s'il



il y avoit en F un point lumineux, les rayons qui en tomberoient sur la face MBM dont le rayon est $= b$, à la distance $Bx = x$ de l'axe, en seroient réfractés au même point O, d'où l'évolution du cas précédent s'appliquera aisément à celui-ci, en écrivant au lieu des lettres e, a & z , celles-ci, f, b & $-z$, puisqu'ici le point O tombe du même côté que le point lumineux F. Donc, parce que la réfraction suit la même raison $m : 1$, & qu'à cause que nous négligeons l'épaisseur du verre AB, la distance Bx est aussi $= x$, nous aurons cette formule,

$$-\frac{1}{z} = \frac{m-1}{mb} - \frac{1}{mf} + \frac{(m-1)xx}{2m^3} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{m+1}{f}\right),$$

qui étant ajoutée à la précédente fournit celle-ci,

$$\left. \begin{aligned} \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{e} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)xx}{2mm} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{e}\right) \\ + \frac{(m-1)xx}{2mm} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{m+1}{f}\right) \end{aligned} \right\} = 0,$$

d'où il faut à présent conclure la valeur de f , ou la distance BF $= f$.

IX.

Pour cet effet, j'observe encore, que puisque les termes affectés par xx sont fort petits, il y aura fort à peu près $\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a} + \frac{m-1}{b} - \frac{1}{e}$, & partant il suffira d'écrire cette valeur au lieu de $\frac{1}{f}$, dans les petits termes affectés par xx , d'où nous tirerons cette égalité,

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} = \frac{m-1}{a} + \frac{m-1}{b} - \frac{1}{e} + \frac{(m-1)xx}{2mm} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{e}\right) \\ + \frac{(m-1)xx}{2mm} \left(\frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} + \frac{1}{e}\right)^2 \left(\frac{mm-1}{a} + \frac{mm}{b} - \frac{m-1}{e}\right), \end{aligned}$$

& pour la réduire à une forme plus commode, posons

$$\frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p} \quad \& \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{e} = \frac{1}{r}, \text{ de sorte que}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} - \frac{1}{e} \quad \& \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} + \frac{1}{e},$$

& notre équation deviendra,

$$\frac{1}{f} - \frac{m-1}{p} - \frac{1}{e} + \frac{(m-1)xx}{2mm} \cdot \frac{1}{rr} \left(\frac{1}{r} + \frac{m}{e} \right) + \frac{(m-1)xx}{2mm} \left(\frac{m}{p} - \frac{1}{r} \right)^2 \left(\frac{m}{p} - \frac{1}{r} - \frac{m}{e} \right),$$

qui se réduit à celle-ci

$$\frac{1}{f} = \frac{m-1}{p} - \frac{1}{e} + \frac{(m-1)xx}{2mp} \left(\frac{m^3}{p^2} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr} + \frac{mm}{pe} + \frac{2m}{re} \right).$$

Voilà donc une formule assez simple, qui nous indique le lieu de l'image F formée par les rayons du point lumineux E, qui tombent sur le verre MM à la distance AX = x de l'axe EF, la distance de l'objet E avant le verre étant AE = e, & celle de l'image F derrière le verre BF = f.

X.

De la réfraction par les deux verres MM & NN ensemble.

Considérons maintenant les deux verres MM & NN ensemble, entre lesquels l'intervalle BC est supposé = u, & puisque le premier verre MM représente l'image de l'objet E en F, dont je viens de déterminer le lieu F, en supposant que le second verre NN la réduise en G, on peut regarder la chose comme si l'objet étoit en G, à la distance DG = g, & alors il faut que l'image en soit réduite au même point F par la réfraction du second verre NN. Donc, pour appliquer à ce cas la formule déjà trouvée, au lieu de e il faut écrire g, & au lieu des rayons a & b, les rayons d & c; or alors la distance DF devenant = f - u, au lieu de f nous devons écrire - f + u, & enfin n & y au lieu de m & x. Cela remarqué, en supposant :

$$\frac{1}{d} +$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}, \text{ \& } \frac{1}{d} + \frac{1}{g} = \frac{1}{s}, \text{ ou bien}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{g} \text{ \& } \frac{1}{c} = \frac{1}{q} - \frac{1}{s} + \frac{1}{g},$$

nous obtiendrons cette équation

$$\frac{1}{u-f} = \frac{n-1}{q} - \frac{1}{g} + \frac{(n-1)yy}{2nq} \left(\frac{n^3}{qq} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{n+2}{ss} - \frac{nn}{qg} + \frac{2n}{sg} \right),$$

où il faut remarquer que les intervalles x & y dépendent en sorte l'un de l'autre, que $x : y = f : f - u$.

XI.

Soit, tant pour abrégér que pour profiter mieux de ces formules,

$$\frac{m-1}{2mp} \left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr} - \frac{mm}{pe} + \frac{2m}{re} \right) = P, \text{ \&}$$

$$\frac{n-1}{2nq} \left(\frac{n^3}{qq} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{n+2}{ss} - \frac{nn}{qg} + \frac{2n}{sg} \right) = Q,$$

& nos deux équations, d'où il faut tirer la solution de notre problème, feront,

$$\frac{1}{f} = \frac{m-1}{p} - \frac{1}{e} + Pxx, \text{ \& } \frac{1}{u-f} = \frac{n-1}{q} - \frac{1}{g} + Qyy,$$

qui étant renversée donnent

$$f = \frac{pe}{(m-1)e-p + Ppexx} \text{ \& } u-f = \frac{qg}{(n-1)g-q + Qqgyy},$$

ou bien, à cause de la petitesse des termes affectés par xx & yy ,

$$f = \frac{pe}{(m-1)e-p} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2}, \text{ \&}$$

$$u-f = \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Qqqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

d'où



d'où nous tirons, en éliminant la distance f ,

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qqqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

XII.

Rejettons d'abord les termes affectés par xx & yy , comme très petits, pour avoir à peu près

$$f = \frac{pe}{(m-1)e-p} \quad \& \quad u - f = \frac{qg}{(n-1)g-q},$$

& ces valeurs nous découvriront assez exactement le rapport entre les quantités x & y , d'où nous tirons

$$y = \frac{f-u}{f}x = -\frac{qg((m-1)e-p)}{pe((n-1)g-q)}x,$$

& de là notre équation se changera en cette forme:

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qq^4g^4((m-1)e-p)^2xx}{ppe((n-1)g-q)^4},$$

dont la valeur doit rester la même, soit qu'on fasse varier les réfractions m & n en substituant à leur place $m \pm dm$ & $n \pm dn$, soit qu'on varie la valeur de xx depuis zéro jusqu'à la plus grande ouverture dont ces verres sont susceptibles. Cette dernière circonstance demande absolument qu'il soit

$$\frac{Pp^4e^4}{((m-1)e-p)^4} + \frac{Qq^4g^4}{((n-1)g-q)^4} = 0,$$

& alors on aura $u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q}.$

XIII.

*Destruction de la confusion causée par la diverse réfrangibilité
des rayons.*

Il faut d'abord remarquer que, ni la distance entre les verres BC = u , ni les rayons des faces a, b, c, d , ne dépendent de la réfraction, & puisque tant la distance de l'objet AE = e , que le lieu de l'image G ou la distance DG = g doit demeurer la même, les quantités p, q, r, s doivent être traitées comme constantes, de sorte que l'équation

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q},$$

ne renferme que les deux quantités variables m & n , d'où la différentiation donne

$$\frac{peedm}{((m-1)e-p)^2} + \frac{qggdn}{((n-1)g-q)^2} = 0.$$

Or, par la nature des deux espèces de verre M & N, le rapport de dm à dn , qui est celui de la dispersion, est donné: donc, si nous posons $dm = \lambda dn$, nous aurons cette équation

$$\frac{\lambda pee}{((m-1)e-p)^2} + \frac{qgg}{((n-1)g-q)^2} = 0,$$

d'où l'on doit déduire le rapport entre les lettres p & q , en considérant les distances e & g comme données.

XIV.

Supposons $\frac{pe}{(m-1)e-p} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{qg}{(n-1)g-q} = \frac{1}{2}(u-t)$, & de là nous tirons,

$$p = \frac{(m-1)e(u+t)}{2e+u+t}; \quad (m-1)e-p = \frac{2(m-1)ee}{2e+u+t},$$

$$q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t}; \quad (n-1)g-q = \frac{2(n-1)gg}{2g+u-t},$$

& puisque la première équation est remplie par cette position, la dernière se réduit à cette forme,

$$\frac{\lambda(u+t)(2e+u+t)}{(m-1)e} + \frac{(u-t)(2g+u-t)}{(n-1)g} = e,$$

d'où l'on trouve la valeur de t ,

$$t = \frac{(m-1)eu - \lambda(n-1)gu - (\lambda(n-1) - m + 1)eg \pm \sqrt{((\lambda(n-1) - m + 1)^2 eeg - 4\lambda(m-1)(n-1)egu(e+g+u))}}{\lambda(n-1)g + (m-1)e},$$

& partant, dès que les distances e & g , avec l'intervalle des verres $BC = u$, sont données, on tire une double valeur pour t , & de là on définira les quantités p & q .

XV.

Mais, comme il s'agit de verres objectifs pour des lunettes, la distance des objets $AE = e$, peut être regardée comme infinie, & cette circonstance nous conduit à cette expression,

$$t = \frac{(m-1)(u+g) - \lambda(n-1)g \pm \sqrt{((\lambda(n-1) - m + 1)^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

d'où il est clair, qu'il faut de toute nécessité qu'il soit

$$u < \frac{(\lambda(n-1) - m + 1)^2 g}{4\lambda(m-1)(n-1)},$$

ou bien l'intervalle entre les verres ne doit pas surpasser cette limite.

Or, ayant trouvé la quantité t , on aura,

$$p = \frac{1}{2}(m-1)(u+t), \quad \& \quad q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t},$$

d'où les distances de foyer de nos deux verres MM & NN sont déterminées, puisque la distance de foyer du premier verre MM est =

$$\frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t), \quad \& \quad \text{celle de l'autre} = \frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2g+u-t}.$$

Il est aussi bon de remarquer, que par là un certain rapport entre les



deux faces de chaque verre est établi, puisque nous avons posé $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{q}$, de sorte que regardant l'une comme donnée, on en peut trouver l'autre. Il reste donc encore deux quantités laissées à notre volonté, qui nous mettent en état de satisfaire à l'autre condition, qui demande que la confusion causée par l'ouverture des verres soit réduite à rien.

XVI.

Réflexion sur le cas où $\lambda (n - 1) = m - 1$.

Le cas $\lambda (n - 1) = m - 1$, ou bien $\frac{dm}{dn} = \frac{m - 1}{n - 1}$, à cause de $\lambda = \frac{dm}{dn}$, nous fournit la plus importante réflexion, puisqu'a-

lors il faut de toute nécessité, que l'intervalle entre les verres $BC = u$ soit zéro; or de là il s'ensuit aussi $t = 0$, & ainsi tant $p = 0$ que $q = 0$, ou bien la distance de foyer de l'un & de l'autre verre, doit être infiniment petite; ce qui est une marque, que dans ce cas il est absolument impossible de délivrer le verre objectif de la confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons. Donc cette délivrance ne sauroit réussir, qu'entant que la raison entre les dispersions $dm : dn$ est différente de la raison $m - 1 : n - 1$, & de là on comprend aussi aisément, que pour cet effet la différence entre ces deux raisons doit être assez considérable, afin que les distances de foyer de nos deux verres ne deviennent pas trop petites, puisqu'alors on retomberoit dans un autre inconvénient, qui est, que les verres à cause de la trop grande courbure de leurs faces ne seroient pas susceptibles d'une ouverture suffisante. Donc, à moins qu'on n'ait deux espèces de verre, où le rapport entre les dispersions $dm : dn$ diffère assez considérablement du rapport $m - 1 : n - 1$, il est impossible de remédier à l'inconvénient de la diverse réfrangibilité des rayons.



XVII.

Développement du cas où l'intervalle entre les deux verres évanouit.

Or, pourvu que la quantité $\lambda (n - 1) - m + 1$ soit assez considérablement ou plus grande ou plus petite que zéro, la construction de tels objectifs, que nous avons en vue, réussit: alors il se présente deux cas, qui méritent principalement notre attention, l'un est où la distance entre les verres $BC = u$ est la plus petite, ou zéro, & l'autre où elle est la plus grande que les circonstances admettent. Soit donc pour le premier cas $BC = u = 0$, & notre équation fournit deux valeurs pour la quantité t , qui sont,

$$1^{\circ}. t = 0, \text{ \& } 2^{\circ}. t = \frac{2(m-1) - 2\lambda(n-1)}{m-1} g,$$

dont la première $t = 0$ est inutile, puisque les distances de foyer de nos deux verres seroient réduites à zéro. Ce n'est donc que l'autre

valeur $t = 2g - \frac{2\lambda(n-1)}{m-1} g$, qui puisse être employée, laquelle à cause de $u = 0$, donne

$$p = (m-1-\lambda(n-1))g, \text{ \& } q = -\frac{1}{\lambda}(m-1-\lambda(n-1))g,$$

& partant la distance de foyer

$$\text{du premier verre } MM = \frac{m-1-\lambda(n-1)}{m-1} g, \text{ \&}$$

$$\text{de l'autre verre } NN = -\frac{m+1+\lambda(n-1)}{\lambda(n-1)} g,$$

de sorte que la distance de foyer du premier verre MM , doit être à celle de l'autre, comme $\frac{1}{m-1}$ à $-\frac{1}{\lambda(n-1)}$, ou bien comme

$\frac{dm}{m-1}$ à $-\frac{dn}{n-1}$. D'ailleurs on voit, que si le premier est convexe, l'autre doit être concave, & réciproquement.

XVIII.

Développement du cas, où l'intervalle entre les deux verres est le plus grand qu'il soit possible.

La plus grande valeur qu'on puisse donner à la distance entre les verres est $u = \frac{(\lambda(n-1) - m + 1)^2}{4\lambda(m-1)(n-1)}g$, qui réduit les deux valeurs de la quantité t à une seule, qui est

$$t = - \frac{(\lambda(n-1) - m + 1)(3\lambda(n-1) + m - 1)}{4\lambda(m-1)(n-1)}g,$$

d'où l'on tire

$$u + t = - \frac{(\lambda(n-1) - m + 1)(\lambda(n-1) + m - 1)}{2\lambda(m-1)(n-1)}g, \text{ \&}$$

$$u - t = \frac{\lambda(n-1) - m + 1}{m-1}g, \text{ \& } 2g + u - t = \frac{\lambda(n-1) + m - 1}{m-1}g.$$

Maintenant ces valeurs donnent

$$p = t = \frac{(\lambda(n-1) - m + 1)(\lambda(n-1) + m - 1)}{4\lambda(n-1)}g = \frac{(m-1)^2 - \lambda\lambda(n-1)^2}{4\lambda(n-1)}g,$$

$$\text{\& } q = \frac{(n-1)(\lambda(n-1) - m + 1)}{\lambda(n-1) + m - 1}g,$$

ou bien les distances de foyer

$$\text{du verre MM} = - \frac{(\lambda(n-1) - m + 1)(\lambda(n-1) + m - 1)}{4\lambda(m-1)(n-1)}g,$$

$$\text{\& du verre NN} = \frac{\lambda(n-1) - m + 1}{\lambda(n-1) + m - 1}g,$$

dont



dont celle-ci est plus petite que dans le cas précédent; or celle-là n'est plus petite que lorsque $3\lambda(n-1) > m-1$, ce qui doit arriver presque toujours.

XIX.

Sur la grandeur de l'image représentée en G.

Puisque notre objectif est composé de deux verres, on ne le fauroit considérer comme un seul, pour juger par-là ensuite du grossissement produit par un verre oculaire donné, que lorsque l'intervalle entre les deux verres $BC = u$ s'évanouit. Or, pour en faire le même jugement dans les autres cas, il faut avoir égard à la grandeur de l'image représentée par les deux verres en G. Pour cet effet, soit ϕ l'angle apparent de l'objet vu sans verres, & on fait que la grandeur de l'image représentée par le seul verre MM en F sera $= BF \cdot \phi = f \cdot \phi$; or celle-ci étant transportée par le second verre NN en G, sa

grandeur y sera $= \frac{DG}{DF} f \phi = \frac{fg}{f-u} \phi$. Mais, puisque la distan-

ce $AE = e$ est infinie, nous avons $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$, donc

$f-u = \frac{1}{2}(t-u)$, & partant la grandeur de l'image représentée en

G sera $= \frac{u+t}{t-u} g \phi$. Elle sera donc précisément aussi grande que

celle que représenteroit un objectif simple, dont la distance de foyer seroit

$= \frac{u+t}{t-u} g$. Et c'est de là qu'il faut ensuite juger du grossissement,

en y appliquant des verres oculaires.

XX.

Pour développer cette formule par la valeur de t trouvée ci-dessus, nous aurons

$$t+u = \frac{2(m-1)u + (m-1)\lambda(n-1)g + \sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{m-1};$$

$t-u$



$$t-u = \frac{(m-1)\lambda(n-1)g + \sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{m-1},$$

$$2g+u-t = \frac{(m-1+\lambda(n-1))g - \sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{m-1},$$

d'où nous tirons la distance de foyer d'un verre objectif simple équivalent

$$\frac{u+t}{t-u}g = \frac{(m-1+\lambda(n-1))g - \sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{2\lambda(n-1)},$$

ou bien $\frac{u+t}{t-u}g = \frac{(m-1)(2g+u-t)}{2\lambda(n-1)}$.

Or ces mêmes réductions nous fourniront aussi les distances de foyer de nos deux verres,

$$\frac{p}{m-1} = u + \frac{(m-1)\lambda(n-1)g + \sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{2(m-1)},$$

$$\frac{q}{n-1} = \frac{2\lambda(n-1)gu - (m-1)\lambda(n-1)gg - g\sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{2\lambda(n-1)(g+u)},$$

ou bien

$$\frac{q}{n-1} = g - \frac{(m-1+\lambda(n-1))gg - g\sqrt{((m-1)\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu}}{2\lambda(n-1)(g+u)}.$$

XXI.

Destruction de la confusion causée par l'ouverture des verres.

L'équation trouvée ci-dessus pour ce dessein, à cause de la distance de l'objet EA = e infinie, prend cette forme,

$$P \left(\frac{p}{m-1} \right)^4 + Qg^4 \left(\frac{q}{(n-1)g-q} \right)^4 = 0,$$

en désignant par P & Q les quantités suivantes,

P =

$$P = \frac{m-1}{2mp} \left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr} \right),$$

$$Q = \frac{n-1}{2nq} \left(\frac{n^3}{qq} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{n+2}{ss} - \frac{nn}{qg} + \frac{2n}{sg} \right).$$

Or, si nous substituons pour p & q les valeurs déjà trouvées $\frac{p}{m-1} =$

$\frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2gu-t}$, notre équation à résoudre sera,

$$P(u+t)^4 + Q(u-t)^4 = 0, \text{ ou } Q = -P \left(\frac{u+t}{u-t} \right)^4,$$

d'où l'on peut chercher la valeur de r ou celle de s , de sorte que l'une de ces deux quantités reste encore arbitraire. Il s'agit donc de résoudre cette équation,

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = -\frac{n(m-1)q}{m(n-1)p} \left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr} \right) \left(\frac{u+t}{u-t} \right)^4,$$

où il est bon de remarquer que

$$\frac{(m-1)q}{(n-1)p} = \frac{2g(u-t)}{(2g+u-t)(u+t)} = -\frac{(m-1)(t-u)^2}{\lambda(n-1)(u+t)^2}, \text{ \& partant}$$

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = \frac{n(m-1)(u+t)^2}{\lambda m(n-1)(t-u)^2} \left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr} \right).$$

XXII.

Mais, dès qu'on a choisi deux espèces de verre propres à ce dessein, & établi un certain rapport entre les quantités $BC = u$ &

DG = q , qu'on jugera le plus convenable, l'accomplissement de la première condition fournit d'abord,

$$t = u + \frac{(m-1-\lambda(n-1))g \pm \sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

d'où l'on tire immédiatement les quantités

$$p = \frac{1}{2}(m-1)(u+t), \text{ \& } q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t}, \text{ ou } \frac{q}{p} = -\frac{(t-u)^2}{\lambda(u+t)^2},$$

\& si l'on donne au premier verre une ouverture dont le diamètre = x , celui de l'ouverture du second verre NN doit être $y = \frac{t-u}{u+t}x$, à

cause de $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$. Ensuite ces deux verres, joints ensemble à la distance BC = u , seront équivalens à un objectif simple dont la distance de foyer est = $\frac{u+t}{t-u}g$, quand il s'agit de juger du grossissement, en y appliquant un verre oculaire. Mais, pour détruire la confusion causée par l'ouverture des verres, il faut encore déterminer convenablement les deux quantités r \& s , par le moyen de l'équation donnée au §. précédent; \& comme cela se peut faire d'une infinité de manières, on choisira celle qu'on juge la plus propre pour ce dessein, \& alors les rayons des faces des deux verres seront déterminés de cette sorte:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} : \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} : \frac{1}{c} = \frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s} : \frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{g}.$$

•
XXIII.

Il n'y a aucun doute que, parmi toutes les solutions que l'équation donnée au §. XXI fournit, celle-ci ne soit la plus convenable, qui donne les faces de nos verres les moins courbées. Or, donnant au premier verre MM une ouverture dont le diamètre est = x , l'arc de sa face
de



de devant contenu dans l'ouverture fera la mesure d'un angle $= \frac{x}{a} = \frac{x}{r}$, & de la face de derriere $= \frac{x}{b} = x \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r} \right)$. Mais alors,

pour l'autre verre NN, le diametre de l'ouverture étant $y = \frac{t-u}{u+t} x$, la face de devant renfermera un arc qui répond à l'angle $= \frac{t-u}{u+t} x \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s} \right)$, & celle de derriere $= \frac{t-u}{u+t} x \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g} \right)$. Donc, parmi toutes les solutions de ladite équation, celle-là fera la plus propre, qui procure à ces quatre quantités

$\frac{1}{r}; \frac{1}{p} - \frac{1}{r}; \frac{t-u}{u+t} \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s} \right); \frac{t-u}{u+t} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g} \right)$,
telles valeurs, que la plus petite soit encore la plus grande qu'il est possible.

XXIV.

On ne sauroit entrer dans un plus grand détail sur le développement de ces formules, pour en faire des tables dont on puisse se servir dans la pratique. Selon les découvertes de Mr. Zeiher, les différentes especes de verres sont trop nombreuses, pour qu'on les puisse embrasser dans de telles tables. Ainsi, pour appliquer la théorie à la pratique, je ne vois d'autre moyen, qu'après avoir choisi deux especes de verre, & en avoir déterminé tant les nombres m & n pour la réfraction moyenne que le rapport entre la dispersion de chacune, ou le

nombre $\lambda = \frac{dm}{dn}$, on fasse le calcul suivant toutes les formules algébriques que j'ai données ici, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la détermination parfaite des deux verres, qui étant composés forment un objectif délivré de tous les défauts. Il est bien vrai qu'on ne sauroit exiger

ger une telle adresse des ouvriers, & peut-être même que des Géomètres qui ne sont pas suffisamment exercés dans ces sortes de calculs, y rencontreroient encore beaucoup de difficultés. C'est donc pour frayer cette route, que je m'en vais développer le cas pour deux espèces de verre données, dont le calcul pourra servir de modèle dans la suite pour faire l'application à toutes les autres espèces.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE

aux deux espèces de verre de Mr. Dollond, dont suivant l'expérience la réfraction du Flintglass M est 1,58 : 1, donc $m = 1,58$, & celle du Crownglass N comme 1,53 : 1, donc $n = 1,53$. Or pour la dispersion le rapport est tel, que

$$\frac{dm}{dn} = \lambda = \frac{3}{2}.$$

XXV.

Sur ces valeurs données on fera le calcul suivant,

$$\begin{aligned} m &= 1,58 & \lambda &= \frac{3}{2}; \\ m - 1 &= 0,58 & \lambda(n - 1) &= 0,795, \\ n &= 1,53 & \lambda(n - 1) - m + 1 &= 0,215, \\ n - 1 &= 0,53 & 4\lambda(m - 1)(n - 1) &= 1,8444, \\ & & \& (\lambda(n - 1) - m + 1)^2 &= 0,046225, \end{aligned}$$

d'où l'on aura pour les formules du §. 22,

$$r = u - \frac{0,215g + \sqrt{(0,046225gg - 1,8444gu)}}{0,58},$$

où j'observe que la distance $BC = u$, ne sauroit être prise que très petite: donc, puisqu'il faut toujours admettre quelque distance entre les deux verres eu égard à leurs milieux, je supposerai

$$u = \frac{0,046225}{1,8444} g = 0,025g,$$

car, quoique cette valeur soit la plus grande possible, on ne la faudroit supposer plus petite dans l'exécution. De là nous aurons

$$u = 0,025 g, \text{ \& } t = 0,3457 g, \text{ \& ensuite}$$

$$u + t = -0,3207 g; u - t = 0,3707 g; 2g + u - t = 2,3707 g.$$

XXVI.

Ces valeurs donnent la distance de foyer $\frac{p}{m-1}$ du premier verre MM négative, & celle de l'autre NN ou $\frac{q}{n-1}$ positive, savoir

$$\frac{p}{m-1} = \frac{1}{2} (u + t) = -0,1603 g, \text{ \& } p = -0,0930 g,$$

$$\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2g+u-t} = +0,1564 g, \text{ \& } q = +0,0829 g.$$

Si l'on met le diamètre de l'ouverture du premier verre $MM = x$, celui du verre NN doit être $= \frac{3707}{2000} x = 1,156 x$, & ces deux verres joints ensemble feront équivalens par rapport au grossissement à un verre objectif simple dont la distance de foyer seroit $= \frac{u+t}{t-u} g = 0,8651 g$. Ces déterminations sont fournies par la condition, que la confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons doit évanouir.

XXVII.

Ayant maintenant exprimé par la quantité g les lettres u, t, p & q , prenons l'équation donnée au §. 21, que nous représenterons sous cette forme,

$$\frac{1}{ss} - \frac{n(2n+1)}{(n+2)qs} + \frac{2n}{(n+2)gs} + \frac{n^3}{(n+2)qq} - \frac{nn}{(n+2)gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}$$

$$\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 \left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right),$$

qui en substituant en nombres les valeurs trouvées se réduit à

$$\frac{1}{ss} = \frac{21,2269}{gs} + \frac{147,635}{gg} = \frac{68,309}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr} \\ + \frac{0,8668}{gs} - \frac{7,999}{gg},$$

& partant on n'a qu'à résoudre cette égalité,

$$\frac{1}{ss} = \frac{20,3601}{gs} - \frac{71,327}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr},$$

d'où l'on tire par l'extraction de racine

$$\frac{1}{s} = \frac{10,180}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{32,305}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr}\right)},$$

où il est bon de remarquer que

$$\frac{1}{p} = -\frac{10,752}{g}, \quad \& \quad \frac{1}{q} = \frac{12,062}{g}.$$

XXVIII.

Pour trouver des cas propres à la pratique, remarquons qu'il faut éviter ceux où l'une ou l'autre de ces deux fractions $\frac{1}{s}$ & $\frac{1}{r}$, deviendrait trop grande. Pour cet effet, il est d'abord clair, que le signe radical doit être pris négativement, & ensuite il faut donner l'exclusion à toutes les valeurs positives de r , puisque la valeur de b en résulteroit trop petite. Après ces remarques développons quelques cas, pour choisir ensuite celui qui conviendra le mieux à la pratique.



| | I. | II. | III. | IV. |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\frac{1}{r} =$ | $\frac{0,000}{g}$ | $\frac{1,000}{g}$ | $\frac{2,000}{g}$ | $\frac{3,000}{g}$ |
| $\frac{1}{s} =$ | $\frac{4,497}{g}$ | $\frac{5,463}{g}$ | $\frac{6,537}{g}$ | $\frac{7,862}{g}$ |
| $\frac{1}{p} =$ | $\frac{10,752}{g}$ | $\frac{10,752}{g}$ | $\frac{10,752}{g}$ | $\frac{10,752}{g}$ |
| $\frac{1}{q} =$ | $\frac{12,062}{g}$ | $\frac{12,062}{g}$ | $\frac{12,062}{g}$ | $\frac{12,062}{g}$ |
| $\frac{1}{a} =$ | $\frac{0}{g}$ | $\frac{1,000}{g}$ | $\frac{2,000}{g}$ | $\frac{3,000}{g}$ |
| $\frac{1}{b} =$ | $\frac{10,752}{g}$ | $\frac{9,752}{g}$ | $\frac{8,752}{g}$ | $\frac{7,752}{g}$ |
| $\frac{1}{c} =$ | $\frac{8,565}{g}$ | $\frac{7,599}{g}$ | $\frac{6,525}{g}$ | $\frac{5,200}{g}$ |
| $\frac{1}{d} =$ | $\frac{3,497}{g}$ | $\frac{4,463}{g}$ | $\frac{5,537}{g}$ | $\frac{6,862}{g}$ |
| $a =$ | ∞g | $1,000g$ | $0,500g$ | $0,333g$ |
| $b =$ | $-0,093g$ | $0,103g$ | $0,114g$ | $0,129g$ |
| $c =$ | $+0,117g$ | $+0,132g$ | $+0,153g$ | $+0,192g$ |
| $d =$ | $+0,286g$ | $+0,224g$ | $+0,181g$ | $+0,146g$ |

XXIX.

Le dernier cas est sans doute le plus propre pour la pratique, qui nous fournit la construction suivante d'un objectif parfait composé de deux verres: Fig. 3.

1°. le premier verre formé de deux glais MM, est concave des deux côtés, le rayon de la face de devant MAM étant $= 0,333g$, & celui de l'autre face MBM $= 0,129g$.

2°. l'autre verre formé de crown-glass NN est convexe des deux côtés, le rayon de sa face de devant NCN étant $\equiv 0,192 g$, & celui de l'autre face NDN $\equiv 0,146 g$.

3°. On prend pour g une longueur à volonté, selon que le foyer de cet objectif composé doit être plus ou moins éloigné. Or, en établissant l'intervalle entre les deux verres BC $\equiv \frac{1}{45} g$, le foyer tombera en G, en sorte que la distance DG $\equiv g$.

4°. Par rapport au grossissement, cet objectif produira le même effet qu'un objectif simple, dont la distance de foyer seroit $\equiv 0,865 g$.

5°. Quand on donne au premier verre une ouverture dont le diamètre $\equiv x$, pour l'autre verre NN le diamètre de l'ouverture doit être plus grand $\equiv 1,156 x$. Or le premier verre MM admet tout au plus une ouverture dont le diamètre $\equiv 0,064 g$, donc celui de l'autre verre sera $\equiv 0,074 g$.

6°. Puisqu'un grossissement de 100 fois en diamètre demande une ouverture de 3 pouces, notre objectif sera propre à grossir 100 fois quand on prend $g \equiv 45$ pouces environ; & puisqu'il est équivalent à un objectif simple de 39 pouces, l'oculaire à y employer sera de $\frac{39}{100}$ pouce en foyer.

XXX.

Cet effet qu'une lunette, dont la longueur ne seroit pas encore de 4 pieds, grossiroit les objets 100 fois en diamètre, est sans doute fort surprenant; mais il faut aussi considérer, que la construction d'un tel objectif demande une exécution si exacte des mesures prescrites, que le moindre défaut est toujours d'une grande conséquence. Cependant, quand un tel objectif n'est pas assez propre à grossir 100 fois, il sera peut être très excellent pour grossir 50 fois, & cela avec d'autant plus de clarté; & cet effet seroit encore très remarquable. Mais, ayant ici employé le flint-glass pour le verre de devant MM, & le crown-glass pour l'autre NN; il vaudra bien la peine de changer ces deux especes, & de former le premier verre MM de crown-glass & l'autre NN de flint-glass.



CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM est fait de Crownglass & l'autre NN de Flintglass, de sorte que

$$m = 1,53; n = 1,58 \text{ \& } \lambda = \frac{dm}{dn} = \frac{2}{3}.$$

XXXI.

Par ces valeurs on trouve d'abord entre t & u cette équation

$$t = u + \frac{0,14\frac{1}{2}g \pm \sqrt{(0,0205\frac{4}{8}gg - 0,8197\frac{1}{3}gu)}}{0,53},$$

où la plus grande valeur de u est $u = \frac{205\frac{4}{8}}{8197\frac{1}{3}}g = 0,025062g,$

qu'on ne sauroit prendre plus petite dans la pratique, partant nous aurons $t = u + 0,27044g,$ & par conséquent

$u = 0,02506g; t = 0,29550g; t + u = 0,32056g; t - u = 0,27044g,$
& $2g + u - t = 1,72956g,$ d'où nous tirons d'abord les distances de foyer des deux verres,

$$\text{du premier MM} - - \frac{p}{m - 1} = 0,16028g,$$

$$\text{de l'autre NN} - - \frac{q}{n - 1} = -0,15636g,$$

$$\text{\& ensuite } lp = 8,9291552 - - p = 0,08495g,$$

$$lq = -8,9575632 - - q = -0,09069g,$$

$$\text{ou } \frac{1}{p} = \frac{11,77185}{g} \text{ \& } \frac{1}{q} = -\frac{11,02643}{g}.$$

Ensuite, posant le diamètre de l'ouverture du premier verre = $x,$ celui de l'autre sera = $0,8435x.$ Et cet objectif composé doit être regardé comme un objectif simple, dont la distance de foyer est = $1,1853g.$

XXXII.

Maintenant il s'agit de résoudre l'équation qui renferme les quantités r & s dans le §. 27. où posant

$$\frac{n(m-1)}{2m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u} \right)^2 = N, \text{ on trouve } \sqrt{N} = 9,7446983,$$

d'où notre équation se réduit à celle-ci,

$$\frac{1}{ss} + \frac{20,2444}{gs} + \frac{133,9559}{gg} = \frac{275,7160}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr} \\ + \frac{0,8827}{gs} + \frac{7,6890}{gg},$$

ou bien à celle-ci,

$$\frac{1}{ss} = - \frac{21,1271}{gs} + \frac{134,0711}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne

$$\frac{1}{s} = - \frac{10,5635}{g} + \sqrt{\left(\frac{245,6586}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr} \right)},$$

où tant $\frac{1}{r}$ que le signe radical doit être pris positif, afin que les rayons des faces ne proviennent pas trop petits, dont voici les cas principaux:

| | I. | II. | III. | IV. | V. |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\frac{1}{p} =$ | $\frac{+ 11,7718}{g}$ | $\frac{+ 11,7718}{g}$ | $\frac{+ 11,7718}{g}$ | $\frac{+ 11,7718}{g}$ | $\frac{+ 11,7718}{g}$ |
| $\frac{1}{q} =$ | $\frac{- 11,0265}{g}$ | $\frac{- 11,0265}{g}$ | $\frac{- 11,0265}{g}$ | $\frac{- 11,0265}{g}$ | $\frac{- 11,0265}{g}$ |
| $\frac{1}{r} =$ | $\frac{0}{g}$ | $\frac{+ 3,0000}{g}$ | $\frac{+ 5,0000}{g}$ | $\frac{+ 6,0000}{g}$ | $\frac{+ 7,0000}{g}$ |
| $\frac{1}{s} =$ | $\frac{+ 5,1099}{g}$ | $\frac{+ 1,3293}{g}$ | $\frac{- 0,9941}{g}$ | $\frac{- 2,0475}{g}$ | $\frac{- 2,9876}{g}$ |
| $\frac{1}{a} =$ | $\frac{0}{g}$ | $\frac{+ 3,0000}{g}$ | $\frac{+ 5,0000}{g}$ | $\frac{+ 6,0000}{g}$ | $\frac{+ 7,0000}{g}$ |
| $\frac{1}{b} =$ | $\frac{11,7718}{g}$ | $\frac{+ 8,7718}{g}$ | $\frac{+ 6,7718}{g}$ | $\frac{+ 5,7718}{g}$ | $\frac{+ 4,7718}{g}$ |
| $\frac{1}{c} =$ | $\frac{- 15,1364}{g}$ | $\frac{- 11,3558}{g}$ | $\frac{- 9,0324}{g}$ | $\frac{- 7,9790}{g}$ | $\frac{- 7,0389}{g}$ |
| $\frac{1}{d} =$ | $\frac{+ 4,1099}{g}$ | $\frac{+ 0,3293}{g}$ | $\frac{- 1,9941}{g}$ | $\frac{- 3,0475}{g}$ | $\frac{- 3,9876}{g}$ |

XXXIII.

Le dernier cas fournit la forme la plus propre pour la pratique, d'où nous concluons les rayons des faces

$a = +0,1428g$; $b = +0,20956g$; $c = -0,14207g$; $d = -0,25077g$, Fig. 4:
& partant la construction suivante de l'objectif:

1°. Le premier verre MM de crown-glass est convexe des deux côtés, le rayon de sa face de devant MAM étant $= 0,1428g$, & celui de sa face de derrière MBM $= 0,20956g$, la distance de foyer de ce verre sera $= 0,1603g$.

2°. L'autre verre NN de flint-glass est concave des deux côtés, le rayon de sa face de devant NCN étant $= 0,14207g$, & celui

de sa face de derriere $NDN = 0,25077g$, la distance du foyer négatif de ce verre sera $= 0,15636g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC est encore $= \frac{1}{40}g$, & g marque la distance du foyer commun G depuis le dernier verre, ou $DG = g$. Or les deux verres ensemble produisent le même grossissement, qu'un objectif simple dont la distance de foyer $= 1,1853g$.

4°. Le diametre de l'ouverture du premier verre ne sauroit être plus grand que $0,0714g$, d'où pour l'autre verre le diametre de l'ouverture devient $= 0,0597g$. Donc, s'il faut trois pouces d'ouverture pour grossir 100 fois, en exprimant la distance g en pouces, cet objectif pourra grossir autant de fois $2,38g$, en y ajoutant un oculaire d'un demi-pouce de foyer.

5°. Ainsi, pour grossir 100 fois en diametre, il faut prendre la distance $DG = g = 42$ pouces, & en y appliquant un oculaire d'un demi-pouce, la longueur de toute la lunette ne montera pas encore à 44 pouces.

XXXIV.

Il est bien clair que les objectifs de cette dernière construction, où le premier verre MM est de crown-glass & l'autre NN de flint-glass, sont fort préférables à ceux de la construction précédente, où l'ordre des especes étoit renversé. Car premierement, pour le même grossissement la longueur des lunettes devient un peu plus petite; mais ce qui est le principal avantage, on n'est pas réduit à un trop petit oculaire, ce qui est toujours un grand inconvénient. Ainsi, pour grossir 100 fois, il falloit dans le premier cas un verre oculaire de $\frac{3}{8}$ pouce, & dans le dernier un de $\frac{1}{2}$ pouce, ce qui paroît bien paradoxé, puisque la lunette de ce dernier cas est plus courte que celle du précédent. On peut donc établir cette regle générale, que quand on veut employer deux différentes especes de verre pour composer des objectifs parfaits, il est toujours fort avantageux d'employer l'espece qui produit la plus grande dispersion, pour en former le dernier verre NN, qui sera alors concave, pendant que le premier MM fait du verre ordinaire est convexe.

149

S U P P L É M E N T.

XXXV.

En finissant ces recherches je reçois une lettre de Mr. Zeiher de Pétersbourg du 30 Janvier 1764. v. st. dans laquelle il me communique une description plus détaillée du succès de ses expériences. Maintenant on ne sauroit plus douter que ce ne soit le plomb, qui entrant dans la composition du verre, y produise cette surprenante dispersion des rayons. Mr. Zeiher n'a employé que du *Minium* & des cailloux, & les diverses proportions entre ces deux matieres lui ont fourni les six especes de verre, dont la réfraction moyenne & le rapport de la dispersion à celle du verre commun, qui est le même que le crown-glaïs d'Angleterre, se sont trouvés de la maniere suivante :

| | Rapport du Minium aux cailloux. | Réfraction moyenne de l'air dans le verre. | Rapport de la dispersion à celle du verre commun crown-glaïs. |
|------|---------------------------------------|--|---|
| I. | - - - 3 : 1 | 2028 : 1000 | 4800 : 1000 |
| II. | - - - 2 : 1 | 1830 : 1000 | 3550 : 1000 |
| III. | - - - 1 : 1 | 1787 : 1000 | 3259 : 1000 |
| IV. | - - - $\frac{3}{4}$: 1 | 1732 : 1000 | 2207 : 1000 |
| V. | - - - $\frac{1}{2}$: 1 | 1724 : 1000 | 1800 : 1000 |
| VI. | - - - $\frac{1}{4}$: 1 | 1664 : 1000 | 1354 : 1000. |

XXXVI.

Par cette table on voit d'abord qu'une plus grande quantité de plomb produit non seulement une plus grande dispersion, mais qu'elle augmente aussi très considérablement la réfraction moyenne. La premiere de ces especes, qui contient trois fois plus de minium que de cailloux, doit paroître extrêmement étrange, puisque jusqu'ici on n'a connu aucun corps transparent, dont la réfraction ait surpassé la raison de 2 à 1; & que la dispersion de ce verre soit presque 5 fois plus grande que celle du crown-glaïs, c'est ce qui surpassera toute croyance pour ceux qui ont douté de cette propriété du flint-glaïs, dont l'effet est encore



trois fois plus petit. Cependant on remarque dans ces especes un certain rapport entre la réfraction moyenne & la dispersion, qui pourroit conduire à quelque idée pour concilier ces effets surprenans avec les principes de nos connoissances.

XXXVII.

Mais voici encore une autre découverte de Mr. Zeiher qui, n'étant pas moins surprenante, dérangera toutes les mesures qu'on peut avoir prises pour expliquer ces phénomènes. Comme les six especes rapportées ne contenoient que du minium & des cailloux, Mr. Zeiher s'est avisé d'y mêler aussi de l'alkali pour donner au verre une consistance plus propre pour les usages dioptriques; & il a trouvé avec bien de la surprise que ce mélange diminue très considérablement la réfraction moyenne, sans presque rien changer dans la dispersion. Après plusieurs essais il est enfin parvenu à une espece de verre de beaucoup supérieur au flintglâs de Mr. Dollond pour la perfection des lunettes, puisqu'il produit une dispersion trois fois plus grande que le verre commun, pendant que la réfraction moyenne n'est que comme 1,61 à 1. Cette espece excellente de verre mérite bien que j'y applique les calculs algébriques expliqués ci-dessus, pour en construire des objectifs parfaits à tous égards, en le combinant avec le verre commun de la qualité du crownglâs d'Angleterre.

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM est fait de crownglâs, & l'autre NN de la nouvelle espece de verre découverte par Mr. Zeiher.

XXXVIII.

Nous aurons donc pour la réfraction du premier verre $m = 1,53$, & pour celle du second $n = 1,61$; & puis que la dispersion de celui-ci est trois fois plus grande que la dispersion de celui-là, nous aurons $\frac{dn}{dm} = 3$, & partant $\lambda = \frac{1}{3}$, d'où nous faisons le calcul suivant:

$m-1 = 0,53$; $\lambda(n-1) = 0,20\frac{2}{3}$; $4\lambda(m-1)(n-1) = 0,4310\frac{2}{3}$,
 $n-1 = 0,61$; $m-1-\lambda(n-1) = 0,32\frac{2}{3}$; $(m-1-\lambda(n-1))^2 = 0,1067\frac{2}{3}$,
 & de là nous obtiendrons

$$t = u + \frac{0,32667g \pm \sqrt{(0,10671gg - 0,43107gu)}}{0,53}$$

La plus grande valeur de u , ou de l'intervalle entre les deux verres BC, fera donc $u = \frac{1}{4}\frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3}g$, ou fort à peu près $u = \frac{1}{4}g$. Or, nonobstant l'épaisseur des verres, qui empêche de diminuer cet intervalle au delà d'une certaine limite, on peut donner à u des valeurs beaucoup plus petites, jusqu'à $u = \frac{1}{20}g$; & partant je m'en vais développer le calcul pour plusieurs hypothèses différentes, en supposant $u = \frac{1}{4}g$; $u = \frac{1}{10}g$; $u = \frac{1}{20}g$; $u = \frac{1}{30}g$; $u = \frac{1}{40}g$.

XXXIX.

Or, puisque chaque hypothèse donne deux valeurs pour t , il faut remarquer que la plus grande est la plus propre pour la pratique, parce qu'alors les valeurs de $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{q}$ deviennent plus petites, & nous avons vu que cela est beaucoup plus avantageux, que si ces valeurs étoient plus grandes. Délivrons d'abord notre équation des fractions, pour avoir cette forme plus commode,

$$t = u + 0,61636g + \sqrt{(0,37990gg - 1,53460gu)}$$

| Hypotheses | I. | II. | III. | IV. | V. |
|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $u =$ | 0,24755g | 0,10000g | 0,05000g | 0,03333g | 0,02500g |
| $t =$ | 0,86391g | 1,19219g | 1,21696g | 1,22304g | 1,22576g |
| $u + t =$ | 1,11146g | 1,29219g | 1,26696g | 1,25637g | 1,25076g |
| $t - u =$ | 0,61636g | 1,09219g | 1,16696g | 1,18971g | 1,20076g |
| $2g + u - t =$ | 1,38364g | 0,90781g | 0,83304g | 0,81029g | 0,79924g |
| $\frac{p}{m-1} =$ | 0,55573g | 0,64610g | 0,63348g | 0,62818g | 0,62538g |
| $\frac{-q}{n-1} =$ | 0,44546g | 1,20311g | 1,40085g | 1,46825g | 1,50238g |
| $p =$ | 0,29453g | 0,34243g | 0,33574g | 0,33294g | 0,33145g |
| $-q =$ | 0,27173g | 0,73390g | 0,85451g | 0,89563g | 0,91645g |
| $lp : g =$ | 9,4691397 | 9,5345723 | 9,5260088 | 9,5223635 | 9,5204198 |
| $l - q : g =$ | 9,4341410 | 9,8656348 | 9,9317199 | 9,9521304 | 9,9621089 |
| $y =$ | 0,55455x | 0,84523x | 0,92107x | 0,94694x | 0,96002x |
| $\frac{u+t}{t-u} g =$ | 1,80326g | 1,18311g | 1,08569g | 1,05603g | 1,04164g |
| $\frac{1}{p} =$ | $\frac{3,3951}{g}$ | $\frac{2,9203}{g}$ | $\frac{2,9784}{g}$ | $\frac{3,0035}{g}$ | $\frac{3,0170}{g}$ |
| $+ \frac{1}{q} =$ | $-\frac{3,6801}{g}$ | $-\frac{1,3626}{g}$ | $-\frac{1,1702}{g}$ | $-\frac{1,1165}{g}$ | $-\frac{1,0912}{g}$ |
| $\frac{1}{\lambda m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 =$ | 0,5775049 | 0,2114389 | 0,1367999 | 0,1127391 | 0,1008213. |

XL.

Maintenant, si nous posons ce nombre $\frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2$

pour toutes les hypotheses $= A$, nous aurons à résoudre l'équation suivante,

$$\frac{1}{ss} = \frac{n(2n+1)}{(n+2)qs} - \frac{2n}{(n+2)gs} - \frac{n^3}{(n+2)qq} + \frac{nn}{(n+2)gq}$$

0,2746312 | 9,9503487 | 0,0629705 | 9,8561446,

+

$$+ \frac{Am^3}{pp} - \frac{Am(2m+1)}{pr} + \frac{A(m+2)}{rr}$$

$$0,5540742 \mid 0,7932174 \mid 0,5477747,$$

où pour la commodité du calcul j'ai mis sous chaque terme le logarithme de son coefficient, entant qu'il dépend des nombres n & m , qui sont les mêmes pour toutes les hypothèses. Nous n'avons maintenant qu'à développer ces hypothèses l'une après l'autre.

1 Hypothèse, où l'intervalle BC = u = 0,24755g.

XLI.

En faisant la substitution des valeurs trouvées pour les quantités p , q & A , nous obtiendrons cette équation,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{7,8181}{gs} + \frac{140,2115}{gg} - \frac{79,7228}{gr} + \frac{13,3438}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne,

$$\frac{1}{s} = -\frac{3,9090}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{155,4918}{gg} - \frac{79,7228}{gr} + \frac{13,3438}{rr}\right)}.$$

Ici on voit que, prenant $\frac{1}{r} = 0$, la valeur de $\frac{1}{s}$ deviendrait trop grande: développons donc le cas suivant,

| | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $\frac{1}{r} = +\frac{3,0000}{g}$ | $\frac{1}{a} = \frac{3,0000}{g}$ |
| $\frac{1}{s} = +\frac{2,1257}{g}$ | $\frac{1}{b} = \frac{0,3951}{g}$ |
| $\frac{1}{p} = +\frac{3,3951}{g}$ | $\frac{1}{c} = -\frac{4,8058}{g}$ |
| $\frac{1}{q} = -\frac{3,6801}{g}$ | $\frac{1}{d} = +\frac{1,1257}{g}$ |

XLII.

Ce cas comparé à d'autres mérite sans doute la préférence, puisqu'on évite les trop petits rayons des faces; nous aurons donc
 $a = +0,3333g$; $b = +2,5310g$; $c = -0,2081g$; $d = +0,8883g$,
 & partant on aura cette construction:

Planche XII. 1°. Le premier verre de crown-glass MM est convexe des deux
 Fig. 5. côtés, le rayon de sa face de devant MAM étant $= 0,3333g$, & de
 celle de derrière MBM $= 2,5310g$, & le diamètre de son ouverture
 pourra bien être $x = 0,1667g$.

2°. Le second verre NN, fait de la nouvelle espèce de verre de
 Mr. Zeiher, est concave par sa face de devant & convexe par celle de
 derrière, le rayon de sa face de devant NCN étant $= 0,2081g$, &
 de celle de derrière NDN $= 0,8883g$, dont l'ouverture doit être
 prise $= 0,0924g$ en diamètre.

3°. L'intervalle entre ces deux verres, du milieu de l'un à celui
 de l'autre, doit être $= 0,24755g$, ou presque $= \frac{1}{4}g$, & alors le
 foyer commun tombera à la distance DG $= g$, & dans le grossisse-
 ment cet objectif peut être regardé comme un simple, dont la distance
 de foyer $1,80326g$.

4°. En exprimant la distance g en pouces, cet objectif pourra
 être employé à grossir $5\frac{2}{3}g$ fois, en y joignant un verre oculaire, dont
 la distance de foyer est $= 0,3246$ pouce.

5°. Donc, pour grossir 100 fois en diamètre, il suffit de prendre
 $g = 18$ pouces; & la distance entre les deux verres de l'objectif étant
 $= 4\frac{1}{2}$ pouces, la longueur de toute la lunette ne sera pas encore de
 23 pouces. Elle sera donc presque deux fois plus courte que dans le
 cas du §. 33.

II Hypothèse, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{10}g$.

XLIII.

La substitution des valeurs trouvées pour p, q & A fournit
 cette équation

$$\frac{1}{55}$$

$$\frac{1}{ss} = -\frac{3,4564}{gs} + \frac{46,5767}{gg} - \frac{29,5178}{gr} + \frac{5,7440}{rr},$$

d'où nous tirons,

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,7282}{g} + \sqrt{\left(\frac{49,5633}{gg} - \frac{29,5178}{gr} + \frac{5,7440}{rr}\right)}.$$

De là faisons le calcul suivant,

$$\frac{1}{r} = +\frac{3,0000}{g} \quad \frac{1}{a} = +\frac{3,0000}{g} \quad a = 0,3333 g$$

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,8363}{g} \quad \text{donc} \quad \frac{1}{b} = -\frac{0,0797}{g} \quad \& \quad b = -12,5470 g$$

$$\frac{1}{p} = +\frac{2,9203}{g} \quad \frac{1}{c} = -\frac{2,1989}{g} \quad c = -0,4548 g$$

$$\frac{1}{q} = -\frac{1,3626}{g} \quad \frac{1}{d} = +\frac{0,8363}{g} \quad d = +1,1957 g.$$

Par-là on comprend qu'il y a quelque chose à gagner, en donnant à $\frac{1}{r}$ une plus petite valeur, comme $\frac{2}{g}$, d'où nous tirons

$$\frac{1}{r} = +\frac{2,0000}{g} \quad \left| \quad \frac{1}{a} = +\frac{2,0000}{g} \quad \left| \quad a = +0,5000 g$$

$$\frac{1}{s} = +\frac{1,9465}{g} \quad \left| \quad \frac{1}{b} = +\frac{0,9203}{g} \quad \left| \quad b = +1,0866 g$$

$$\frac{1}{p} = +\frac{2,9203}{g} \quad \left| \quad \frac{1}{c} = -\frac{2,3091}{g} \quad \left| \quad c = -0,4331 g$$

$$\frac{1}{q} = -\frac{1,3626}{g} \quad \left| \quad \frac{1}{d} = +\frac{0,9465}{g} \quad \left| \quad d = +1,0565 g.$$

XLIV.

Nous aurons donc la construction suivante d'un tel objectif composé :

Fig. 6. 1°. Le premier verre de crown-glass MM est convexe des deux côtés, le rayon de sa face de devant MAM étant $a = \frac{1}{2} g$, & de celle de derrière MBM, $b = + 1,0866 g$, la distance de foyer de ce verre sera $= 0,6461 g$, & il admettra une ouverture, dont le diamètre $= 0,2500 g$.

2°. Le second verre NN, fait de la nouvelle espèce de verre de Mr. Zeiher, est ménisque, le rayon de sa face de devant concave étant $c = - 0,4331 g$, & de celle de derrière convexe $d = + 1,0565 g$. Sa distance de foyer négative sera $= - 1,2031 g$, & le diamètre de son ouverture doit être $= 0,2113 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres sera $BC = \frac{1}{10} g$, & leur foyer commun tombera à la distance $DG = g$, le verre simple équivalent aura sa distance de foyer $= 1,1831 g$.

4°. En exprimant la distance g en pouces, cet objectif pourra être employé à grossir $8\frac{1}{2} g$ fois, & alors il y faut appliquer un oculaire de $0,14197$ pouce, ou de $\frac{1}{7}$ pouce; & partant pour grossir 100 fois il faut prendre $g = 12$ pouces, & la distance des verres étant $= 1\frac{1}{2}$ pouce, la longueur de la lunette ne sera pas encore de $13\frac{1}{2}$ pouces, donc tant soit peu plus qu'au cas précédent.

III Hypothèse, où l'intervalle $BC = u = \frac{1}{10} g$.

XLV.

En substituant pour les lettres p, q & A , les valeurs indiquées ci-dessus pour cette hypothèse, on parvient à cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-3,0944}{-gs} + \frac{41,2133}{gg} - \frac{25,3518}{gr} + \frac{4,8370}{rr},$$

d'où l'on tire,

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,5472}{g} + \sqrt{\left(\frac{43,6071}{gg} - \frac{25,3518}{gr} + \frac{4,8370}{rr}\right)}.$$

Pofons $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & le calcul donnera

| | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| $\frac{1}{r} = \frac{2,0000}{g}$ | $\frac{1}{a} = +\frac{2,0000}{g}$ | $a = + 0,5000 g$ |
| $\frac{1}{s} = \frac{1,9530}{g}$ | $\frac{1}{b} = +\frac{0,9784}{g}$ | $b = + 1,0221 g$ |
| $\frac{1}{p} = \frac{2,9784}{g}$ | $\frac{1}{c} = -\frac{2,1232}{g}$ | $c = - 0,4710 g$ |
| $\frac{1}{q} = -\frac{1,1702}{g}$ | $\frac{1}{d} = +\frac{0,9530}{g}$ | $d = + 1,0493 g.$ |

A peine trouvera-t-on un autre cas aussi propre pour la pratique, où aucun des rayons des quatre faces ne devienne plus petit qu'ici.

XLVI.

Voilà donc la construction suivante des objectifs composés de cette espèce:

1°. Le premier verre de crown-glass MM est convexe des deux côtés, les rayons de ses faces étant de devant $a = 0,5000 g$, & de derrière $b = 1,0221 g$, sa distance de foyer est $= 0,63348 g$, & il admettra une ouverture dont le diamètre $x = 0,2500 g = \frac{1}{4}g$.

2°. Le second verre NN, fait de la nouvelle espèce de Mr. Zeiher, est ménisque, le rayon de sa face de devant concave étant $c = -0,47109$, & de celle de derrière convexe $d = +1,0493 g$, son foyer négatif tombe à la distance de $= 1,4008 g$, & le diamètre de son ouverture doit être $y = 0,2303 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres sera $BC = \frac{1}{2}g$, le foyer commun tombera à la distance $DG = g$, & l'objectif simple équivalent à ce composé aura sa distance de foyer $= 1,0857g$.

4°. Exprimant la distance DG en pouces, cet objectif pourroit bien servir à grossir $8\frac{1}{2}g$ fois, & alors il y faudroit joindre un oculaire de 0,1309 pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faudroit prendre $g = 12$ pouces, & la longueur de la lunette seroit un peu plus petite qu'au cas précédent.

IV Hypothese, où l'intervalle BC = u = $\frac{1}{30}g$.

XLVII.

En substituant pour les lettres p, q & A, les valeurs trouvées ci-dessus pour cette hypothese, il en résulte cette équation,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{2,9933}{gs} + \frac{39,6449}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr},$$

qui donne

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,4967}{g} + \sqrt{\left(\frac{41,8849}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr}\right)}.$$

Soit encore $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & nous aurons

| | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------|
| $\frac{1}{r} = +\frac{2,0000}{g}$ | $\frac{1}{a} = +\frac{2,0000}{g}$ | $a = +0,5000g$ |
| $\frac{1}{s} = +\frac{1,9406}{g}$ | $\frac{1}{b} = +\frac{1,0035}{g}$ | $b = +0,9965g$ |
| $\frac{1}{p} = +\frac{3,0035}{g}$ | $\frac{1}{c} = -\frac{2,0571}{g}$ | $c = -0,4861g$ |
| $\frac{1}{q} = -\frac{1,1165}{g}$ | $\frac{1}{d} = +\frac{0,9406}{g}$ | $d = +1,0631g$ |

Ce cas est encore le plus propre pour la pratique.

XLVIII

Voilà donc encore un verre objectif composé, qui ne diffère pas beaucoup du précédent.

1°. Le premier verre MM de crown-glass est convexe des deux côtés, le rayon de sa face de devant étant $a = \frac{1}{2} g$, & de celle de derrière $b = 0,9965 g$, la distance de foyer de ce verre est $= 0,6282 g$, & il pourra bien admettre une ouverture, dont le diamètre $= \frac{1}{4} g$.

2°. Le second verre NN, fait de la nouvelle espèce de Mr. Zeiher, est ménisque, le rayon de sa face de devant concave étant $c = -0,4861 g$, & de la convexe de derrière $d = 1,0631 g$, la distance du foyer négatif est $= 1,4683 g$, & l'ouverture doit être en diamètre $= 0,2367 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres sera donc $BC = \frac{1}{30} g$, & leur foyer conjoint tombe à la distance $DG = g$. Cet objectif composé sera équivalent à un objectif simple, dont la distance de foyer est $= 1,0560 g$.

4°. En exprimant en pouces la distance $DG = g$, cet objectif pourroit bien servir à grossir $8\frac{1}{3} g$ fois, & alors il y faut joindre un oculaire dont la distance de foyer $= 0,1267$ pouce. Or, pour chaque grossissement, les lunettes de cette espèce seront tant soit peu plus petites, que dans l'hypothèse précédente.

XLIX.

Il ne vaut pas la peine de développer de la même manière la cinquième hypothèse, où l'intervalle $BC = \kappa$ seroit $= \frac{1}{40} g$, puisqu'il n'en résulteroit aucun nouvel avantage, & qu'il est toujours fort important de laisser quelque petit intervalle entre les deux verres, pour être ensuite le maître de l'ajuster le plus avantageusement selon les circonstances. Car, soit que les mesures prescrites ne soient pas le plus rigoureusement observées dans l'exécution, soit qu'on veuille aussi remédier à la confusion des oculaires, quand on en veut employer plusieurs

fiere, un petit changement dans la distance des deux verres de l'objectif y pourra être employé avec un bon succès: d'ailleurs dans la pratique il est fort difficile de juger de la véritable distance entre deux verres à cause de leur épaisseur, & il est toujours plus sûr de la tirer par quelques expériences.

L.

Ensuite, il est aussi impossible d'aspirer à un plus haut degré de perfection, attendu que les objectifs composés selon les mesures prescrites, si l'on en vouloit retirer tout le profit, demanderoient des oculaires trop petits pour qu'on pût s'en servir dans la pratique. Car il faut toujours que l'oculaire transmette dans l'oeil autant de rayons qu'il est nécessaire pour procurer une clarté suffisante. Mais un oculaire de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ pouce de foyer admet une trop petite ouverture pour produire cet effet: j'aimerois donc mieux n'employer que des oculaires d' $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{3}$ pouce, & en renonçant ainsi au plus grand grossissement dont ces objectifs seroient susceptibles, on pourroit aussi diminuer considérablement leur ouverture, sans rien perdre de la clarté; & ce nonobstant ces lunettes seroient encore bien 10 fois plus courtes que les ordinaires, qui produisent le même grossissement, & leur seroient de beaucoup supérieures à cause de la clarté. Aussi sur ce pied, en employant de plus grands oculaires, les petites aberrations qu'on ne sauroit éviter dans l'exécution, ne seront plus d'une si grande conséquence.

A D D I T I O N

*sur la construction des objectifs composés de crown-glass
& de flint-glass.*

LI.

Avant que de finir, je dois encore observer, que les objectifs composés de crown-glass & de flint-glass peuvent être portés à un plus haut degré de perfection en mettant l'intervalle entre les deux verres un peu plus petit: car par ce moyen les rayons des quatre faces deviennent premièrement plus grands, & ensuite, on gagne aussi l'avantage
de



de pouvoir faire quelques petits changemens dans ce même intervalle, ce qui sera souvent de la plus grande importance. Pour cet effet, j'ai fait le calcul en supposant l'intervalle $BC = u = \frac{1}{30} g$, vu qu'on ne le sauroit gueres faire plus petit, & de là j'ai trouvé les valeurs suivantes,

$$\begin{array}{l|l|l}
 \frac{1}{r} = \frac{5,0000}{g} & \frac{1}{a} = \frac{5,0000}{g} & a = + 0,2000 g \\
 \frac{1}{s} = -\frac{0,9509}{g} & \frac{1}{b} = \frac{3,7351}{g} & b = + 0,2677 g \\
 \frac{1}{p} = \frac{8,7351}{g} & \frac{1}{c} = -\frac{5,1216}{g} & c = - 0,1953 g \\
 \frac{1}{q} = -\frac{7,0725}{g} & \frac{1}{d} = -\frac{1,9509}{g} & d = - 0,5126 g.
 \end{array}$$

LII.

De là nous tirons la construction suivante des objectifs composés de cette espece :

1°. Le premier verre MM fait de crown-glass est convexe des deux côtés, le rayon de la face de devant étant $a = 0,2000 g$, & de celle de derriere $b = + 0,2677 g$.

La distance de foyer de ce verre sera $= 0,2160 g$, & il pourra souffrir une ouverture dont le diametre $x = 0,1000 g = \frac{1}{10} g$.

2°. L'autre verre NN est concave des deux côtés, & fait de flint-glass, le rayon de la face de devant étant $c = - 0,1953 g$, & de celle de derriere $d = - 0,5126 g$; la distance de foyer de ce verre sera donc négative $= - 0,2438 g$, & son ouverture doit être $= 0,091 g$ en diametre.

3°. Ces verres doivent être joints ensemble de façon, que l'intervalle entr'eux soit $= \frac{1}{30} g$: & leur foyer commun tombera à la distance



$DG = g$. Par rapport au grossissement ils produiront le même effet qu'un objectif simple, dont la distance de foyer est $= 1,1020 g$.

4°. En exprimant en pouces la distance g , & comptant 3 pouces d'ouverture en diamètre pour grossir 100 fois, cet objectif pourra être employé à grossir $\frac{1}{3} g$ fois, en y appliquant un oculaire de $\frac{3}{8} \frac{3}{8} \frac{3}{8} \frac{3}{8}$ pouce de foyer, ou presque de $\frac{1}{2}$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faut prendre $g = 30$ pouces, & partant les rayons des faces,

$$a = + 6 \text{ pouces}; \quad b = + 8 \frac{3}{8} \frac{1}{8} \frac{3}{8} \text{ pouces}; \quad c = - 5 \frac{1}{8} \frac{3}{8} \frac{3}{8} \text{ pouces}; \\ d = - 15 \frac{3}{8} \frac{7}{8} \frac{3}{8} \text{ pouces},$$

la distance de foyer du premier verre $MM = 6 \frac{4}{8} \frac{8}{8}$ pouces, & celle de l'autre NN négative $= 7 \frac{3}{8} \frac{1}{8} \frac{4}{8}$ pouces, le diamètre de l'ouverture du premier $= 3$ pouces, & de l'autre $= 2 \frac{3}{4}$ pouces. Ensuite l'intervalle $BC = \frac{3}{2}$ pouce, & la distance $DG = 30$ pouces, avec la distance de foyer de l'oculaire $= \frac{1}{2}$ pouce; donneront la longueur de cette lunette de 31 pouces, qui grossissant 100 fois sera équivalente à une lunette ordinaire de plus de 30 pieds.

Quand on n'y voudroit employer qu'un oculaire de $\frac{2}{3}$ pouce de foyer, le grossissement se réduiroit à la moitié, & en diminuant l'ouverture d'un tiers ou d'un quart seulement, on obtiendroit des lunettes qui auroient plus de clarté & dont l'effet seroit toujours fort surprenant.

LIII.

Voici encore une autre construction pour les cas où l'intervalle $BC = a$ peut être diminué jusqu'à $\frac{1}{8} g$:

1°. Le premier verre MM de crown-glass est convexe des deux côtés, les rayons de ses faces étant $a = 0,2500 g$, & $b = 0,2820 g$, & sa distance de foyer $= 0,2500 g$: il souffrira une ouverture dont le diamètre $x = \frac{1}{8} g$.

2°. L'autre verre NN de flint-glass est concave des deux côtés, les rayons de ses faces étant $c = - 0,2536 g$ & $d = - 0,6598 g$, & sa distance de foyer $= - 0,3159 g$.



3°. L'intervalle entre ces deux verres doit être $BC = \frac{1}{15} g$, & le foyer commun tombera à la distance $DG = g$. Dans le grossissement il doit être regardé comme un objectif simple de 1,0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la distance g , cet objectif pourra grossir $\frac{25}{8} g$ fois, moyennant un oculaire de $\frac{1}{4}$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faut prendre $g = 24$ pouces, par où ces lunettes seront plus courtes que les précédentes.

LIV.

On peut encore raffiner sur cette construction, en changeant tant soit peu la valeur de r , pour que les deux rayons a & b deviennent égaux entr'eux; par-là non seulement l'exécution sera plus aisée, mais ces objectifs seront aussi susceptibles d'une plus grande ouverture.

1°. Le premier verre MM fait de crown-glass est également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $a = b = 2,26504 g$. Sa distance de foyer sera $= 0,25004 g$, & il admettra une ouverture dont le diamètre $= 0,1325 g$.

2°. l'autre verre NN fait de flint-glass est concave des deux côtés, & le rayon de sa face de devant $c = -0,24233 g$, & de celle de derrière $d = -0,75041 g$; par où sa distance de foyer négative sera $= -0,31536 g$; & le diamètre de son ouverture $= 0,1272 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC doit être $= \frac{1}{15} g$, & leur foyer commun tombera à la distance $DG = g$. Dans le grossissement il doit être regardé comme un objectif simple de 1,0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la distance g , cet objectif pourra servir à grossir $4\frac{2}{3} g$ fois, moyennant un oculaire dont la distance de foyer $= 0,2367$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il suffit de prendre $g = 23$ pouces, par où ces lunettes seront encore un peu plus courtes que les précédentes.



LV.

On ne sauroit douter que ces objectifs composés ne soyent les plus excellens qu'on puisse construire de ces deux especes de verre: & quand l'exécution réussit, on y pourra employer un ou plusieurs oculaires & tel arrangement qu'on jugera le plus convenable. Pour cet effet, il est de la dernière importance de joindre les deux verres qui composent l'objectif en sorte, qu'à l'aide d'une vis fort subtile on puisse produire des changemens presque infiniment petits dans la distance entre ces deux verres, puisque par ce moyen on sera en état de remédier aussi à la confusion que les verres oculaires pourroient produire. J'ai déjà exposé dans quelques Mémoires tout ce qui regarde le plus avantageux arrangement des verres oculaires pour procurer aux lunettes le plus grand champ apparent; & il est aisé d'appliquer les regles que j'y ai prescrites, aux objectifs composés, dont je viens d'enseigner la construction; par ce moyen on portera les lunettes au plus haut degré de perfection dont elles soyent susceptibles par leur nature.

ARRANGEMENT DES VERRES OCULAIRES

pour tirer le plus grand profit des objectifs dont la construction est ici expliquée.

LVI.

Quelques especes de verre qu'on veuille employer dans la construction des objectifs composés, dont je viens de donner la description, la distance g , à laquelle tombe le foyer d'un tel objectif derriere le second verre, donne d'abord la distance de foyer d'un verre objectif simple, qui lui seroit équivalent dans la combinaison avec les oculaires. Soit donc p cette distance de foyer, & nous avons vû qu'elle est un peu plus grande que la distance g ; posons donc $p (1 + \alpha) g$, & que l'objectif simple équivalent soit placé devant l'objectif composé, à la distance $= \alpha g$ depuis le dernier verre. Ensuite, le plus petit des rayons des quatre faces de l'objectif détermine le diamètre de l'ouverture que l'objectif composé supportera; soit donc x le dia-



diametre de cette ouverture, & j'ai supposé jusqu'ici qu'on le puisse prendre égal à la moitié du plus petit rayon des faces, ce qui réussiroit peut-être, si l'on étoit en état d'exécuter à la dernière rigueur les mesures prescrites. Mais pour la plûpart on sera obligé de ne donner à x , que le tiers ou même le quart du plus petit rayon. Enfin, ce diametre de l'ouverture nous découvre le grossissement que l'objectif sera capable de produire; exprimons donc le grossissement par le nombre m , qui marque combien de fois le diametre apparent des objets sera multiplié; & puisque suivant la regle établie par Hughs, une ouverture de trois pouces en diametre suffit pour grossir 100 fois, si le diametre x est donné en pouces, la proportion $3 : 100 = x : m$ fournit $m = \frac{100}{3} x$. Mais, pour procurer plus de clarté, ce qui est absolument nécessaire quand on veut employer plusieurs oculaires, il sera bon de ne prendre que $m = 25 x$, ou même $m = 20 x$.

LVII.

Ayant ainsi établi pour un objectif composé 1°. la distance de foyer de l'objectif simple équivalent $p = (1 + \alpha) g$. 2°. le diametre de l'ouverture que l'objectif composé supporte $= x$, & 3°. le grossissement m , qu'il est capable de produire, je vais détailler les arrangemens suivans des oculaires que j'ai exposés & démontrés ailleurs, pour quelque nombre d'oculaires qu'on veuille employer. Ces arrangemens semblent les plus propres, tant pour procurer le plus grand champ apparent, que parce qu'on on est le maître de donner aux oculaires une aussi grande distance de foyer qu'on jugera à propos, tandis que si l'on vouloir suivre la construction des tubes astronomiques, on seroit obligé d'employer des oculaires d'autant plus petits, que les objectifs seroient plus parfaits. Soit donc MMNN le verre objectif composé, dont le diametre d'ouverture MM $= x$, & ayant prolongé son axe AO à l'infini, le second verre QQ doit toujours être placé au foyer de l'objectif de sorte, que la distance AB $= g$. Or, tant la distance de foyer de ce second verre QQ, que la grandeur ou ouverture, de même que les autres oculaires suivans, doivent être réglés sur le nombre

Fig. 7.



bre des oculaires qu'on veut employer, comme je le ferai voir dans les devis suivans, après avoir remarqué en général, que tous les oculaires sont également convexes des deux côtés, & que la grandeur du dernier oculaire est arbitraire, dont je poserai ici la distance de foyer $= z$, qu'on pourra prendre ensuite, ou d'un pouce, ou plus grande, comme on jugera à propos; enfin le point O marque le lieu de l'oeil. Il fera aussi fort avantageux de faire tous les oculaires de cette espece de verre qui causé la plus grande réfraction moyenne, parce que ces verres seront susceptibles d'une plus grande ouverture pour la même distance de foyer.

I Devis, de telles lunettes à 4 verres oculaires.

LVIII.

Ayant pris la distance $aB = g$, les distances de foyer des oculaires, leurs diametres d'ouverture & les intervalles doivent être déterminés de la maniere suivante:

| Distance de foyer. | Diametre de l'ouverture. | Intervalles entre les verres. |
|--------------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| du verre QQ $= \frac{3p}{m + 3}$ | QQ $= \frac{3p}{4m}$ | BC $= \frac{3p}{m}$ |
| du verre RR $= \frac{6z}{p + 2mz} p$ | RR $= \frac{3x}{m}$ | CD $= 4z$ |
| du verre SS $= 2z$ | SS $= z$ | DE $= 2z$ |
| du verre TT $= z$ | TT $= \frac{1}{2} z$ | EO $= \frac{2}{3} z$ |

La longueur de ces lunettes depuis le dernier verre NN de l'objectif sera donc $aO = g + \frac{3p}{m} + 6\frac{2}{3} z$, & elles découvriront un champ dont le diametre sera de $\frac{2578}{m}$ minutes.

*II Devis, de telles lunettes à 5 verres oculaires.*

LIX.

Que l'on conçoive dans la figure encore une verre UFU, avant que de parvenir à l'oeil O, & on aura pour la construction les mesures suivantes,

| Distance de foyer. | Diametre. | Intervalles. |
|-------------------------------------|----------------------|---------------------|
| du verre QQ = $\frac{5p}{m+5}$ | QQ = $\frac{5p}{4m}$ | BC = $\frac{5p}{m}$ |
| du verre RR = $\frac{15zp}{2p+3mz}$ | RR = $\frac{5x}{m}$ | CD = $6z$ |
| du verre SS = $3z$ | SS = $\frac{3}{2}z$ | DE = z |
| du verre TT = $\frac{5}{2}z$ | TT = $\frac{5}{4}z$ | EF = z |
| du verre UU = z | UU = $\frac{1}{2}z$ | FO = $\frac{2}{3}z$ |

La longueur de cette lunette depuis l'objectif sera donc $AO = g + \frac{5p}{m} + 8\frac{2}{3}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{4296}{m}$ minutes.

III Devis, de telles lunettes à 6 verres oculaires.

LX.

Qu'on se représente dans la figure encore un verre VGV avant l'oeil O, & les verres doivent être formés & disposés de la maniere suivante :



| Distance de foyer. | Diametre. | Intervalles. |
|--|---------------------------------|-----------------------------------|
| du verre QQ = $\frac{7p}{m+7}$ | QQ = $\frac{7p}{4m}$ | BC = $\frac{7p}{m}$ |
| du verre RR = $\frac{476zp}{55p+68mz}$ | RR = $\frac{7x}{m}$ | CD = $4\frac{0}{3}\frac{3}{3}z$ |
| du verre SS = $2\frac{0}{3}\frac{4}{3}z$ | SS = $1\frac{0}{3}\frac{2}{3}z$ | DE = $1\frac{5}{11}\frac{1}{11}z$ |
| du verre TT = $1\frac{5}{4}\frac{3}{4}z$ | TT = $1\frac{5}{8}\frac{3}{8}z$ | EF = $1\frac{9}{11}z$ |
| du verre UU = $\frac{2}{4}z$ | UU = $\frac{2}{8}z$ | FG = $\frac{1}{2}z$ |
| du verre VV = z | VV = $\frac{1}{2}z$ | GO = $\frac{2}{7}z$ |

Donc la longueur de ces lunettes depuis l'objectif sera $nO = g + \frac{7p}{m} + 9\frac{1}{3}\frac{7}{5}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{6014}{m}$ minutes.

Exemple d'une telle lunette.

LXI.

Tirons la construction de l'objectif du §. 48. en posant la distance $g = 50$ pouces, & nous aurons pour le verre MM, fait de crown-glass & convexe des deux côtés, les rayons de ses faces,

de celle de devant = 25 pouces (convexe),

de celle de derriere = 49,82 pouces (convexe),

dont la distance de foyer sera = 31,41 pouces.

L'autre verre NN est fait de la nouvelle espece de Mr. Zeiher, en prenant les rayons de ces faces,

de celle de devant = 24,30 pouces (concave),

de celle de derriere = 53,15 pouces (convexe),

par où la distance négative de son foyer sera = 73,41 pouces. Ces deux verres sont joints ensemble de façon, qu'il reste un intervalle entre eux = $1\frac{2}{3}$ pouce; mais il est bon de ne fixer cet intervalle qu'après y avoir

y avoir joint tous les verres oculaires, puisqu'un petit changement sera peut-être capable de détruire aussi la confusion causée par les verres oculaires.

LXII.

Or le foyer de cet objectif composé tombera à la distance de $g = 50$ pouces, & la distance de foyer de l'objectif simple équivalent sera $p = 52,80$ pouces. Maintenant, pour l'ouverture de ce verre, quand il est bien exécuté, il semble qu'on pourroit lui donner un diamètre $x = 10$ pouces, au moins au premier verre MM, & à l'autre NN il suffit de faire son ouverture de $9\frac{1}{2}$ pouces en diamètre. Et parant cet objectif pourra bien être employé à grossir 200 fois en diamètre, avec un très grand degré de clarté. Ayant donc $g = 50$ pouces, $p = 52\frac{1}{2}$ pouces, $x = 10$ pouces, & $m = 200$, si nous donnons au dernier oculaire un pouce de foyer, de sorte que $z = 1$, le cas de 6 oculaires nous fournit cette construction de la lunette, après avoir pris la distance $nB = 50$ pouces,

| Distance de foyer. | Diametre. | Intervalles. |
|-----------------------|--------------------------|--------------|
| du verre QQ = 1,785 | QQ = 0,462 | BC = 1,848 |
| du verre RR = 1,523 | RR = 0,350 | CD = 7,418 |
| du verre SS = 3,709 | SS = 1,855 | DE = 0,464 |
| du verre TT = 3,477 | TT = 1,739 | EF = 0,818 |
| du verre UU = 2,250 | UU = 1,125 | FG = 0,500 |
| du verre VV = 1 pouce | VV = $\frac{1}{2}$ pouce | GO = 0,285 |

LXIII.

La longueur de toute cette lunette, en y ajoutant l'épaisseur de l'objectif, provient précisément de 63 pouces, ou bien de $5\frac{1}{4}$ pieds, & puisqu'elle grossit les objets 200 fois en diamètre, & cela avec beaucoup plus de clarté & plus distinctement qu'un tube astronomique de 120 pieds, qui grossiroit à peu près autant, l'effet de cete nouvelle lunette surpassera de bien loin tout ce qu'on pourroit attendre d'un Télé-



cope beaucoup plus long. Mais le champ apparent y ajoute encore un avantage très considérable, puisque cette lunette découvrira au ciel un espace de 30 minutes en diamere, pendant qu'un télescope du même grossissement en découvreroit à peine un de 5 minutes. Ces oculaires, depuis le premier en B jusqu'au dernier en G, avec l'ocil O, sont représentés dans la fig. 8, sur une échelle qui réduit les véritables grandeurs environ à la moitié.

Fig. 8.

LXIV.

Tous ces oculaires contribueront fort peu à augmenter la confusion, à l'exception du troisieme petit verre RR, qui nonobstant sa petitesse pourroit bien produire une confusion trop considérable pour être détruite par un petit changement dans l'objectif. Mais j'ai déjà exposé ailleurs un moyen de remédier à ce défaut, qui est de composer ce verre de deux petites lentilles, dont voici la construction en posant r pour la distance de foyer que ce verre entier doit avoir,

de la premiere lentille qui regarde l'objectif

$$\text{le rayon de sa face de } \begin{cases} \text{devant} = + 0,7481 r \\ \text{derriere} = + 1,0225 r, \end{cases}$$

de l'autre lentille qui regarde l'ocil

$$\text{le rayon de sa face de } \begin{cases} \text{devant} = - 0,5088 r \\ \text{derriere} = + 0,6657 r. \end{cases}$$

Cette précaution ne manquera pas de faire mieux réussir la construction de ces lunettes.

