



SUR LA PERFECTION

DES

LUNETTES ASTRONOMIQUES, QUI REPRÉ-
SENTENT LES OBJETS RENVERSÉS. *)

PAR M. EULER.

I.

Pour perfectionner les lunettes ordinaires à deux verres convexes, qui présentent les objets renversés, il y a deux conditions, qu'il faut principalement avoir en vue. L'une est de les rendre plus courtes, & l'autre de leur procurer un plus grand champ apparent. S'il faut grossir 100 fois le diamètre des objets, une Lunette ordinaire construite selon les règles de Huygens, aura 30 pieds de longueur & ne découvrira qu'un champ de 18' en diamètre, & de plus grandes multiplications demandent des lunettes d'une longueur énorme, qui en rend l'usage presque tout à fait impraticable. Pour le champ apparent on a déjà remarqué, qu'en introduisant un troisième verre au foyer commun de l'objectif & de l'oculaire, on le peut augmenter considérablement, jusqu'à doubler son diamètre: & en doublant le verre oculaire, on peut pousser cet avantage bien au delà.

2. Mais la longueur des lunettes étant déterminée par la confusion que produisent les verres à cause de leur figure sphérique, le seul moyen de la diminuer est, de former les verres en sorte qu'ils produisent une moindre confusion, sans leur donner une autre figure que la sphérique, ou même de réduire la confusion tout à fait à rien. On peut attendre un tel effet en composant l'objectif de deux ou trois

ver-

*) Lu en 1758.



verres, & si l'on pouvoit former leurs faces sphériques en sorte que la confusion fût tout à fait détruite, ce seroit le moyen de rendre les lunettes les plus courtes qu'il est possible. Pour parvenir à ce but, je vais développer plus soigneusement les principes, sur lesquels cette espece des lunettes à trois verres est fondée.

3. Je considère donc en général une telle lunette, dont PP soit le verre objectif, la distance de son foyer = p le diametre de son ouverture = x , & le nombre, qui en entre dans l'expression de la confusion = λ . Le second verre QQ, qui est posé à la distance AB = p , ait sa distance de foyer = q , & le diametre de son ouverture = πq , ce verre étant placé au foyer de l'objectif n'influe point dans la confusion. Le troisieme verre ou l'oculaire RR ait sa distance de foyer = r , le diametre de son ouverture = $\pi' r$, & le nombre qui en entre dans la confusion = λ'' ; ce verre sera placé à la distance BC = r , si l'oeil voit distinctement à une distance infinie; & ceux qui ont la vue courte, l'approcheront d'avantage du verre de milieu BB. Maintenant, si la lunette doit grossir m fois le diametre des objets, il faut prendre $r = \frac{p}{m}$, & pour obtenir un degré de clarté qui seroit environ 10 fois plus petit qu'à la vue simple, il faut prendre $x = \frac{m}{30}$ pouce.

Planche IX.

Fig. 1.

4. Afin que la confusion soit assez petite, pour ne pas troubler la vision, en consultant l'experience, on a trouvé qu'il faut prendre

$$p = 15 x \sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} \text{ pouces,}$$

d'où il est clair, que si l'on pouvoit déterminer en sorte les nombres λ & λ'' , qu'il devint $\lambda m + \lambda'' = 0$, on pourroit prendre la quantité p aussi petite que l'ouverture nécessaire de ce verre le permet. Or pour les objectifs, il faut bien que leur distance de foyer soit plusieurs fois plus grande que le diametre de leur ouverture, selon que les faces sont plus ou moins courbes. Si l'objectif étoit également convexe des



deux côtés, on pourroit presque prendre $p = 2x = \frac{m}{15}$ pouce; mais, s'il étoit plano-convexe, il faudroit bien prendre $p = \frac{2m}{15}$ pouce, ou encore plus grand.

5. Si l'on prenoit $p = \frac{m}{5}$ pouce, la distance de foyer du verre oculaire deviendroit $= \frac{1}{3}$ pouce, qui seroit sans doute trop petite, puisqu'elle n'admettroit pas une assez grande ouverture pour transmettre tous les rayons. Car il faut que le diamètre de son ouverture soit au moins $\frac{1}{3}$ pouce, & partant sa distance de foyer au moins $\frac{1}{3}$ pouce. Or, puisque, dès qu'il reste encore quelque confusion, il faut augmenter les mesures, établissons d'abord la distance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce, & celle de l'objectif sera $p = \frac{m}{2}$ pouces, qui admettra sans doute une ouverture dont le diamètre est $= \frac{m}{30}$ pouces : & si l'on ne devoit pas craindre les erreurs inévitables dans l'anéantissement de la confusion, on pourroit sans crainte donner à p une plus petite valeur, ce qui rendroit la lunette encore plus courte. Mais on a lieu d'être très content de la longueur que nous procurera cette hypothèse de $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouces.

6. Pour le champ apparent, si nous posons $q = \frac{p}{n}$, son diamètre sera égal à la moindre de ces deux valeurs $\frac{\pi}{n}$ & $\frac{\pi'}{m - n + 1}$, dont celle-là dépend de l'ouverture du verre moyen, & celle-cy de l'ouverture de l'oculaire. Le plus avantageux est de rendre ces deux valeurs égales entr'elles, d'où l'on tire, $n = \frac{\pi(m+1)}{\pi + \pi'}$, & le dia-

mètre



metre du champ apparent $= \frac{\pi + \pi'}{m + 1}$: donc, plus on sera en état d'augmenter les nombres π & π' , plus on augmentera le champ apparent: & partant il conviendra de faire le verre moyen en sorte que sa distance de foyer soit $q = \frac{(\pi + \pi') p}{\pi (m + 1)}$. Pour le lieu de l'oeil O, il

le faudra placer derrière l'oculaire à la distance $CO = \frac{m - n + 1}{mm} p$
 $= \frac{\pi' (m + 1)}{(\pi + \pi') mm} p = \frac{\pi' (m + 1)}{(\pi + \pi') m} r$, pour embrasser tout le

champ. Mais, si l'on veut voir les objets sans des bords colorés, il

faudra les placer à une distance plus petite $CO = \frac{m - n + 1}{m(m + 1)} p = \frac{\pi'}{\pi + \pi'} r$:

la différence entre ces deux lieux n'étant quasi rien dans les grandes multiplications.

7. Tout revient donc à faire les deux verres QQ & RR en sorte qu'ils admettent la plus grande ouverture par rapport à leurs distances de foyers. Pour cet effet, il sera bon de les faire également convexes des deux côtés; en prenant le rayon de chaque face du verre QQ $= \frac{1}{2} q$, & du verre RR $= \frac{1}{2} r$: alors on pourra bien prendre les nombres $\pi = \pi' = \frac{1}{2}$; & le diamètre du champ apparent deviendra $\frac{1}{m + 1}$, ou bien $= \frac{3437}{m + 1}$ minutes, qui est deux fois

plus grand que dans les lunettes ordinaires. Alors on aura $q = \frac{2p}{m + 1}$;

$r = \frac{p}{m}$, & pour le lieu de l'oeil $CO = \frac{r}{2}$. Or, faisant le verre

oculaire également convexe des deux côtés, le nombre qui lui répond pour la confusion sera $\lambda'' = 1,62979$. Il faudra donc trouver un tel objectif PP, qu'il devienne $\lambda m + 1,62979 = 0$: ou puisqu'il faut

fau-

faudroit prendre $p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{(\lambda m + 1,62979)}$, & que nous prenons $p = \frac{1}{2} m$, il suffira que la quantité $\lambda m + 1,62979$, ne surpasse point l'unité, tant positivement que négativement.

8. J'ai supposé ici les deux verres QQ & RR simples; mais on pourra doubler l'un ou l'autre, ou tous les deux, en joignant ensemble deux verres égaux & également convexes des deux côtés: alors, puisque le rayon de chaque face devient deux fois plus grand qu'auparavant, afin que la distance de foyer demeure la même, ces verres admettront une plus grande ouverture & l'on pourra prendre $\pi = \pi' = 1$; de sorte que le diamètre du champ apparent sera aussi deux fois plus grand. Si l'on vouloit chacun de ces deux vers triples, en joignant ensemble trois verres égaux & également convexes des deux côtés, où le rayon de chaque face sera trois fois plus grand; puisqu'on pourra prendre $\pi = \pi' = \frac{2}{3}$, le diamètre du champ apparent deviendra aussi trois fois plus grand. Mais, en doublant le verre oculaire de cette manière, on aura $\lambda'' = 0,979076$, & en le triplant, $\lambda'' = 0,858571$.

9. Si l'on omettoit tout à fait le verre moyen QQ, on auroit une lunette ordinaire, de la même longueur, avec la même multiplication; où la confusion seroit aussi réduite à rien, en rendant $\lambda m + \lambda'' = 0$: mais alors le diamètre du champ apparent seroit $= \frac{\pi'}{m + 1}$, & partant plus petit que dans le premier cas. Outre cela, pour le lieu de l'oeil O, on auroit la distance CO $= \frac{m + 1}{m} r$, ou seulement CO $= r$, si l'on veut éviter les couleurs d'iris. Mais, si l'on doubloit comme auparavant le verre oculaire, puisqu'on pourroit prendre $\pi' = 1$, le diamètre du champ apparent deviendroit aussi deux fois plus grand, & partant le même que si, au lieu de doubler le verre oculaire, on mettoit en B un verre convenable, comme cy-dessus. Si l'on triplait le verre oculaire, on obtiendroit un champ, dont le diamètre



metre seroit trois fois plus grand & ainsi de suite. Mais il faut bien remarquer, qu'en multipliant les verres on perd de la clarté.

10. Supposons qu'on puisse construire de tels verres objectifs où il seroit $\lambda m + \lambda'' = 0$, ou du moins $\lambda m + \lambda'' < 1$; & par rapport aux deux autres verres, selon qu'ils seroient simples ou multiples, on pourra établir plusieurs especes de ces lunettes, pour produire le plus grand champ apparent: je vais en faire le denombrement.

I Espece: Où il n'y a point de verre moyen OQ , l'oculaire CC étant simple également convexe des deux côtés, & le rayon de chaque face $= \frac{1}{2} r$. Alors, prenant $\pi' = \frac{1}{2}$, le diametre du champ

apparent sera $= \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 1718\frac{1}{2}$ minutes, comme

dans les lunettes ordinaires. Mais, ayant détruit la confusion, puis-

qu'on pourra prendre $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouce, la lon-

gueur de la lunette ne sera que de $\frac{m+1}{2}$ pouces. Pour le lieu de

l'oeil on aura $CO = r$.

11. *II Espece.* Où il n'y a point de verre moyen QQ , mais le verre oculaire est double, ou composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, de sorte que le rayon de chaque face soit $= \frac{1}{3} r$, ou $= \frac{1}{6}$ pouce, en supposant $r = \frac{1}{2}$ pouce: auquel on donne une ouverture de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre.

Ayant donc $\pi' = 1$, le diametre du champ apparent sera $= \frac{1}{m+1}$,

ou $= \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes. Pour le lieu de l'oeil on aura comme

auparavant $CO = r = \frac{1}{2}$ pouce, & dans cette espece il iera $\lambda'' = 0,979076$.

12. *III Espece.* Où il n' a point de verre moyen QQ, mais l'oculaire RR est triple, ou composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{3}{5} r$, ou $\equiv \frac{3}{5}$ pouce. Cet oculaire admettant une ouverture de $\frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' \equiv \frac{3}{4}$, & pour le diametre du

champ apparent $\frac{3}{2(m+1)} = \frac{5}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ minutes. Dans ce cas, la valeur de λ'' fera $\equiv 0,858571$, & l'oeil doit être placé derriere l'oculaire à la distance $CO \equiv r \equiv \frac{1}{2}$ pouce.

13. *IV Espece.* Le verre moyen QQ est simple également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{1}{5} q$, partant $\pi \equiv \frac{1}{2}$, ou le diametre de son ouverture $\equiv \frac{1}{2} q$. Le verre oculaire RR est aussi simple, & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque côté étant $\equiv \frac{1}{5} r \equiv \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r$, ou $\frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura

$\pi' \equiv \frac{1}{2}$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$. Ensuite le diametre

du champ apparent $\frac{1}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes; & la distance de l'oeil derriere l'oculaire $CO \equiv \frac{1}{2} r \equiv \frac{1}{4}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' \equiv 1,62979$.

14. *V Espece.* Le verre moyen QQ est simple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{1}{5} q$, & partant $\pi \equiv \frac{1}{2}$, ou le diametre de son ouverture $\equiv \frac{1}{2} q$. Or le verre oculaire RR est double, ou composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{1}{5} r \equiv \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de r , ou

de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' \equiv 1$, & partant $q = \frac{3p}{m+1}$
 \equiv



$= \frac{3mr}{m+1}$. De là le diamètre du champ apparent sera $= \frac{3}{2(m+1)}$
 $= \frac{1}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ min. & la distance de l'oeil derrière l'oculaire
 CO $= \frac{2}{3}r = \frac{2}{3}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,979076$.

15. *VI Espece.* Le verre moyen QQ est simple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{1}{2}q$ en diamètre. Or le verre oculaire RR est triple, ou composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{5}r = \frac{3}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{4}r$ ou $\frac{3}{4}$ pouce en diamètre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & partant

$q = \frac{4p}{m+1} = \frac{4mr}{m+1}$. De là le diamètre du champ apparent

sera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 6874$ min. & la distance de l'oeil derrière l'oculaire $= \frac{3}{4}r = \frac{3}{8}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,858571$.

16. *VII Espece.* Le verre moyen QQ est double, & composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diamètre. Or le verre oculaire RR est simple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}r = \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2}r$ ou $\frac{1}{4}$ pouce en diamètre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$, & partant

$q = \frac{3p}{2(m+1)} = \frac{3mr}{2(m+1)}$. De là le diamètre du champ apparent

sera $= \frac{3}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ minutes, & la distance de



l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 1,62979$.

17. *VIII Espece.* Le verre moyen QQ est double, & composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes de deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR est aussi double, & composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{11}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$.

De là le diametre du champ apparent sera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 6874$ minutes, & la distance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

18. *IX Espece.* Le verre moyen QQ est double, & composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR est triple, composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés; le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{8} r = \frac{33}{8}$ pouce: donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{2} r = \frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & partant $q = \frac{5p}{2(m+1)} = \frac{5mr}{2(m+1)}$.

De là le diametre du champ apparent sera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 8592\frac{1}{2}$ min. & la distance de l'oeil derriere le verre oculaire $CO = \frac{3}{2} r = \frac{3}{4}$ pouce: enfin $\lambda'' = 0,858571$.

19. *X Espece.* Le verre moyen QQ est triple, composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le
rayon

rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} r$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2}$ en diametre. Or le verre oculaire RR est simple, également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de

$$\frac{1}{2} r = \frac{1}{2} \text{ pouce en diametre, on aura } \pi' = \frac{1}{2} \text{ \& } q = \frac{4p}{3(m+1)}$$

$$= \frac{4mr}{3(m+1)}. \text{ De là le diametre du champ apparent sera } = \frac{2}{m+1}$$

$$= \frac{1}{m+1}. 6874 \text{ minutes, \& la distance de l'oeil derriere le verre}$$

oculaire CO $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 1,62979$.

20. *XI Espece.* Le verre moyen QQ est triple, composé de trois verres entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} q$ & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire RR est double, composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce

$$\text{en diametre, on aura } \pi' = 1, \text{ \& } q = \frac{5p}{3(m+1)} = \frac{5mr}{3(m+1)}$$

$$\text{De là le diametre du champ apparent sera } = \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$$

8592 $\frac{1}{2}$ minutes. Et la distance de l'oeil derriere le verre oculaire sera CO $= \frac{2}{3} r = \frac{1}{3}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

21. *XII Espece.* Le verre moyen QQ est triple, composé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} q$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire est aussi triple, composé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} r = \frac{3}{2}$ pou-



ces. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{4} r = \frac{3}{4}$ pouce en diamètre, à cause de $\pi' = \frac{3}{2}$, on aura $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$.

De là le diamètre du champ apparent sera $= \frac{3}{m+1} = \frac{1}{m+1}$.

10311 minutes, & la distance de l'oeil derrière le verre oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce, enfin $\lambda'' = 0,858571$.

22. Cette dernière espèce découvre un champ, dont le diamètre est six fois, & partant le champ même est 36 fois, plus grand que dans les lunettes ordinaires, ou la première Espèce. Or ce champ est si grand qu'il semble impossible de l'apercevoir: car, posant $m = 100$, on découvrira dans le ciel un arc de $102'$; mais, puisqu'on le voit 100 fois plus grand qu'il ne paroîtroit à la vue simple, il devrait paroître comme un arc de 100 fois $102'$, c'est à dire de 170° ; ce qui est impossible à la vue simple, & à plus forte raison à un oeil qui regarde par un trou. Mais il faut ici remarquer, que l'estime des arcs & angles, qui entre dans ce calcul, n'a lieu que dans les petits angles, en tant qu'ils sont proportionnels à leurs tangentes, & partant ce paradoxe doit être résolu de cette manière: ledit arc de $102'$ sera vu par la lunette de la même manière qu'on verroit à la vue simple un arc dont la moitié auroit sa tangente 100 fois plus grande que la tangente de $51'$. Or $\text{tang. } 56'' = 100 \text{ tang. } 51'$, & partant l'arc de $102'$ sera vu de la même manière qu'on verroit à la vue simple un arc de 112° .

23. Par là on comprend, que quand une lunette grossit 100 fois en diamètre, cela ne regarde que les objets qui se trouvent vers le centre du champ apparent; & ceux qui en sont éloignés, sont grossis selon une moindre raison. Ainsi, pour juger en quelle raison les objets extrêmes du champ apparent seront multipliés, nous n'avons qu'à chercher comment paroît le cercle dont le rayon est $50'$: or $100 \text{ tang. } 50' = \text{tang. } 55^\circ, 30'$. Donc l'extrême minute du champ apparent paroît par la lunette comme un arc de $30'$, ou bien elle ne sera multipliée

triplée que trente fois, pendant que proche du centre du champ apparent la multiplication est centuple. Cette remarque sur le grossissement des lunettes, est fort nécessaire, & sans elle ce qui a été rapporté cy-dessus seroit très absurde; donc, pour profiter du grossissement d'une lunette, il faut toujours porter les objets au milieu du champ apparent. Car en général, si le diamètre du champ apparent est $= 2\phi$, & la multiplication $= m$, les extrémités ne sont grossies que $\frac{m}{m^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi}$ fois: & partant, s'il étoit $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{m+1}}$, les extrémités paroïtroient dans leur épaisseur naturelle.

24. Quand on prend l'oculaire double ou triple, on pourroit bien lui donner une plus petite distance de foyer, savoir $r = \frac{1}{4}$, ou $r = \frac{1}{8}$ pouce, puisqu'il souffriroit alors une ouverture assez grande pour transmettre les rayons. Mais il faut bien considérer que cela ne sauroit avoir lieu, que lorsqu'on seroit en état d'exécuter toutes les mesures à la dernière rigueur. Car, prenant $r = \frac{1}{4}$ pouce, & par conséquent $p = \frac{m}{4}$ pouces, il faudroit que la quantité $\lambda m + \lambda''$ fût du moins au dessous de $\frac{1}{8}$, ce qu'on ne sauroit presque jamais espérer. Il fera même difficile, surtout dans les grandes multiplications de construire l'objectif en sorte que la valeur de $\lambda m + \lambda''$ soit au dessous de l'unité; & partant nous serons obligés de nous tenir à la valeur établie $r = \frac{1}{2}$ pouce, & si l'on n'y réussit pas heureusement, & que cette quantité surpasse l'unité, il faudra encore augmenter les mesures établies, ou bien prendre les pouces plus grands, sans pourtant augmenter les ouvertures des verres.

25. Après ces remarques, passons à la construction du verre objectif, dont le nombre λ doit être tel, que la quantité $\lambda m + \lambda''$ ne surpasse pas l'unité. Or on remplira cette condition pour toutes les especes en rendant $\lambda m + 1,25 = 0$. Il faut donc que pour
l'ob-

l'objectif le nombre λ ait une valeur négative, savoir $\lambda = -\frac{1,25}{m}$:

& si l'on peut remplir cette condition, on pourra joindre au même objectif un oculaire simple, ou double, ou triple : car alors, en employant un oculaire simple, on aura $\lambda m + \lambda'' = 0,37979$, pour un oculaire double $\lambda m + \lambda'' = -0,27092$, & pour un triple $\lambda m + \lambda'' = -0,39140$, lesquelles valeurs sont toutes tant au dessous de l'unité, que de petites aberrations ne sont pas fort à craindre.

26. Or on ne sauroit réussir à faire une tel verre objectif, à moins qu'on ne le compose de trois verres: ce qui se peut pratiquer d'une infinité de manieres, dont la construction suivante paroît la plus convenable pour la pratique. La distance de foyer de l'objectif étant $= p$, pour la multiplication $= m$ on fera les trois verres, dont l'objectif est composé, en sorte

du premier verre

$$\text{le rayon de sa face} \begin{cases} \text{de devant} = 0,61447 p, \\ \text{de derriere} = 5,24160 p, \end{cases}$$

du second verre

$$\text{le rayon de sa face} \begin{cases} \text{de devant} = \frac{-p}{0,190781 + 0,905133 \sqrt{\left(1 + \frac{5}{4m}\right)}} \\ \text{de derriere} = \frac{-p}{1,627401 - 0,905133 \sqrt{\left(1 + \frac{5}{4m}\right)}} \end{cases}$$

du troisieme verre

$$\text{le rayon de sa face} \begin{cases} \text{de devant} = 0,61447 p, \\ \text{de derriere} = 5,24160 p. \end{cases}$$



27. Cette construction a cet avantage, que le premier & troisieme verre sont égaux entr'eux, chacun ayant la distance de foyer $= p$: mais le second verre est concave, ayant sa distance de foyer négative $= -p$, de sorte que le composé obtient sa distance de foyer $= p$. Ensuite le premier & le troisieme produisent chacun à part la moindre confusion, & partant de petites erreurs commises dans leur construction influent le moins qu'il est possible sur l'effet de l'objectif entr'eux; la construction du verre moyen peut être plus commodément représentée en sorte:

le rayon de sa face de devant

$$= p \left(0,91248 - \frac{0,47102}{m} + \frac{0,39033}{mm} \right),$$

le rayon de sa face de derriere

$$= p \left(1,38453 + \frac{1,08441}{m} + \frac{0,51049}{mm} \right).$$

28. Donc, puisque la construction du premier & troisieme verre n'a aucune difficulté, exposons celle du second verre pour les multiplications principales dans la table suivante:

Construction du second verre de l'objectif.

Multipl. <i>m</i>	rayon de la face de devant	rayon de la face de derriere
10	— 0,86928 <i>p</i>	— 1,49807 <i>p</i>
20	— 0,88990 <i>p</i>	— 1,44002 <i>p</i>
30	— 0,89721 <i>p</i>	— 1,42125 <i>p</i>
40	— 0,90095 <i>p</i>	— 1,41196 <i>p</i>
50	— 0,90322 <i>p</i>	— 1,40642 <i>p</i>
60	— 0,90474 <i>p</i>	— 1,40274 <i>p</i>
70	— 0,90583 <i>p</i>	— 1,40012 <i>p</i>
80	— 0,90665 <i>p</i>	— 1,39816 <i>p</i>
90	— 0,90730 <i>p</i>	— 1,39664 <i>p</i>
100	— 0,90781 <i>p</i>	— 1,39542 <i>p</i>
120	— 0,90858 <i>p</i>	— 1,39360 <i>p</i>
140	— 0,90914 <i>p</i>	— 1,39230 <i>p</i>
160	— 0,90955 <i>p</i>	— 1,39133 <i>p</i>
180	— 0,90987 <i>p</i>	— 1,39056 <i>p</i>
200	— 0,91014 <i>p</i>	— 1,38995 <i>p</i>
250	— 0,91060 <i>p</i>	— 1,38888 <i>p</i>
300	— 0,91091 <i>p</i>	— 1,38815 <i>p</i>
350	— 0,91114 <i>p</i>	— 1,38764 <i>p</i>
400	— 0,91131 <i>p</i>	— 1,38725 <i>p</i>
450	— 0,91143 <i>p</i>	— 1,38694 <i>p</i>
500	— 0,91154 <i>p</i>	— 1,38670 <i>p</i>
600	— 0,91170 <i>p</i>	— 1,38634 <i>p</i>
700	— 0,91181 <i>p</i>	— 1,38608 <i>p</i>
800	— 0,91190 <i>p</i>	— 1,38589 <i>p</i>
900	— 0,91196 <i>p</i>	— 1,38573 <i>p</i>
1000	— 0,91201 <i>p</i>	— 1,38562 <i>p</i>

29. Donc, pour chaque multiplication proposée *m*, si nous posons $p = \frac{m}{2}$ pouces, nous pourrons construire un objectif composé de trois verres, dont le premier & le troisieme sont égaux entr'eux suivant

vant la table suivante, qui exprime les rayons de toutes les faces en pouces & centièmes parties d'un pouce, de même que le diamètre de l'ouverture de l'objectif:

TABLE DES OBJECTIFS TRIPLES.

Multipli- cation <i>m</i>	du premier & troisième verre. rayon de la face		du second verre. rayon de la face		Diamètre de l'ouverture de l'objectif.
	de devant	de derrière	de devant	de derrière	
10	+ 3,07	+ 26,21	— 4,35	— 7,49	0,33
20	+ 6,14	+ 52,42	— 8,90	— 14,40	0,67
30	+ 9,22	+ 78,62	— 13,46	— 21,32	1,00
40	+ 12,29	+ 104,83	— 18,02	— 28,24	1,33
50	+ 15,36	+ 131,04	— 22,58	— 35,16	1,67
60	+ 18,43	+ 157,25	— 27,14	— 42,08	2,00
70	+ 21,50	+ 183,46	— 31,70	— 49,00	2,33
80	+ 24,58	+ 209,66	— 36,27	— 55,93	2,67
90	+ 27,65	+ 235,87	— 40,83	— 62,85	3,00
100	+ 30,72	+ 262,08	— 45,39	— 69,77	3,33
120	+ 36,87	314,50	— 54,51	— 83,62	4,00
140	43,01	366,91	— 63,64	— 97,46	4,67
160	49,16	419,33	— 72,76	— 111,31	5,33
180	55,30	471,74	— 81,89	— 125,15	6,00
200	61,45	524,16	— 91,01	— 139,00	6,67
250	76,81	655,04	— 113,82	— 173,61	8,33
300	92,17	786,24	— 136,64	— 208,22	10,00
350	107,53	917,28	— 159,45	— 242,84	11,67
400	122,90	1048,32	— 182,26	— 277,45	13,33
450	138,26	1179,36	— 205,07	— 312,06	15,00
500	153,62	1310,40	— 227,88	— 346,67	16,67
600	184,34	1572,48	— 273,51	— 415,90	20,00
700	215,07	1834,56	— 319,13	— 485,13	23,33
800	245,79	2096,64	— 364,76	— 554,36	26,67
900	276,51	2358,72	— 410,38	— 623,57	30,00
1000	307,24	2620,80	— 456,01	— 692,81	33,33



Un tel objectif pour la multiplication $m = 10$ est représenté dans la figure II.

30. Ayant construit un tel objectif pour une multiplication proposée $= m$, on pourra l'employer à chacune des 12 Espèces, que j'ai décrites cy-dessus, en prenant toujours la distance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce. Alors la longueur de la lunette sera $\frac{m + 1}{2}$ pouces, qui en comparaison des lunettes ordinaires fera d'autant plus courte que la multiplication sera plus grande. Le devis suivant pourra servir d'exemple à d'autres.

*Devis d'une Lunette de 2½ pieds
qui grossit 60 fois le diamètre des objets.*

1°. Le verre objectif PP aura une ouverture de deux pouces en diamètre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il est composé.

2°. L'objectif sera composé de trois verres, dont voici la construction:

Du premier: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 18 \frac{4}{8} \frac{3}{8} \\ \text{de derriere} = + 157 \frac{2}{8} \frac{5}{8} \end{array} \right\}$ pouces,

Du second: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = - 27 \frac{1}{8} \frac{4}{8} \\ \text{de derriere} = - 42 \frac{8}{8} \frac{8}{8} \end{array} \right\}$ pouces.

Du troisieme: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 18 \frac{4}{8} \frac{3}{8} \\ \text{de derriere} = + 157 \frac{2}{8} \frac{5}{8} \end{array} \right\}$ pouces.

3°. Derriere ce verre, à la distance AB $= 30$ pouces, ou dans son foyer on placera le verre moyen QQ, dont l'ouverture est de $\frac{6}{8} = 1 \frac{6}{8}$ pouce en diamètre.

4°. Or ce verre QQ est composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 2 \frac{1}{8} \frac{6}{8}$ pouces.

- 5°. Derrière ce verre QQ, à la distance BC = $\frac{1}{2}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont l'ouverture aura $\frac{1}{2}$ pouce en diamètre.
- 6°. L'oculaire sera aussi composé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant = $1\frac{1}{5}$ pouce.
- 7°. Derrière l'oculaire, à la distance CO = $\frac{1}{4}$ pouce, on mettra l'oeil, qui découvrira un champ dont le diamètre est $112\frac{2}{3}$ minutes, ou $1^{\circ}, 52\frac{2}{3}'$: & ce champ paroitra à l'oeil sous un angle de $89^{\circ}, 2'$.

31. Voilà un autre devis d'une plus longue Lunette de la IX Espece:

*Devis d'une Lunette de 5 pieds
qui grossit 120 fois le diamètre des objets.*

- 1°. Le verre objectif aura une ouverture de 4 pouces en diamètre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il est composé.
- 2°. Cet objectif sera composé de trois verres, dont voici la construction:

Du premier: le rayon de sa face	$\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 36\frac{3}{8} \\ \text{de derriere} = + 314\frac{5}{8} \end{array} \right.$	pouces.
Du second: le rayon de sa face	$\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = - 54\frac{1}{8} \\ \text{de derriere} = - 83\frac{2}{8} \end{array} \right.$	pouces.
Du troisieme: le rayon de sa face	$\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 36\frac{3}{8} \\ \text{de derriere} = + 314\frac{5}{8} \end{array} \right.$	pouces.

- 3°. Derrière ce verre; à la distance AB = 60 pouces, on mettra le verre QQ, dont l'ouverture doit être de $1\frac{2}{3}$ pouce en diamètre.
- 4°. Le verre QQ est composé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant = $2\frac{2}{3}$ pouces.

- 5°. Derrière ce verre QQ , à la distance $BC = \frac{1}{4}$ pouce, on mettra l'oculaire RR , dont le diamètre d'ouverture doit être $\frac{1}{4}$ pouces.
- 6°. L'oculaire RR fera composé de trois verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 1,65$ pouce.
- 7°. Derrière l'oculaire à la distance $CO = \frac{3}{8}$ pouce, on placera l'oeil, qui découvrira un champ dont le diamètre sera $= 71'$, ou $1^\circ, 11'$, & ce champ lui paroitra sous un angle de $102^\circ, 12'$.

