



REGLES GÉNÉRALES

POUR

LA CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES ET
DES MICROSCOPES *)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir expliqué toutes les conditions qui doivent être observées dans la construction des Télescopes & des Microscopes, de quelque nombre de verres qu'ils soient composés; nous pourrons donner des regles auxquelles il faut satisfaire, si l'on veut porter ces instrumens au plus haut degré de perfection dont ils sont susceptibles. Posons donc, quelque grand que soit le nombre des verres, les distances:

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d; IE = e \text{ \&c.}$$

$$AF = \alpha; BG = \beta; CH = \gamma; DI = \delta; EK = \epsilon \text{ \&c.}$$

les distances de foyer des verres

$$p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}; q = \frac{b\beta}{b + \beta}; r = \frac{c\gamma}{c + \gamma}; s = \frac{d\delta}{d + \delta}; t = \frac{e\epsilon}{e + \epsilon} \text{ \&c.}$$

le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif = x , celui du second verre = θq , du troisieme = $\theta' r$, du quatrieme = $\theta'' s$, du cinquieme = $\theta''' t$ &c.

Ensuite la multiplication = m , le demi-diametre du champ apparent = z ; le demi-diametre du cylindre lumineux qui entre dans l'oeil

*) Lu en 1756.

l'oeil $\equiv y$; la distance à laquelle nous rapportons la multiplication $\equiv l$; & enfin, soit la distance de l'oeil derriere le dernier verre $\equiv k$. Cela posé, les conditions à remplir pour chaque nombre de verres seront.

I. CAS d'un seul verre.

2. Pour ce cas nous avons $\alpha \equiv \infty$ & $p \equiv a$: & les autres conditions sont

- I. La multiplication $m \equiv \frac{l}{a}$.
- II. Le degré de clarté $y \equiv x$.
- III. Le champ apparent est indéterminé.
- IV. Le champ apparent exige $k \equiv 0$.
- V. Pour éviter la confusion des couleurs $k \equiv 0$.
- VI. La confusion causée par l'ouverture $\equiv \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$.

3. Ici la valeur de μ est $\equiv 0,93819$, & pour la suite $\nu \equiv 0,23269$. Or λ est un nombre expliqué cy-dessus, qui dépend de la nature du verre, selon qu'il est simple ou multiple. Ensuite, pour abréger, j'ai posé

$a = \alpha + b,$	$\mathcal{A} = 1 + \frac{\alpha}{a},$
$b = \beta + c + \frac{bc}{a\beta} a,$	$\mathcal{B} = 1 + \frac{\beta}{b} + \frac{a\beta}{bb} \mathcal{A},$
$c = \gamma + d + \frac{cd}{\beta\gamma} b,$	$\mathcal{C} = 1 + \frac{\gamma}{c} + \frac{\beta\gamma}{cc} \mathcal{B},$
$d = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta} c,$	$\mathcal{D} = 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{\gamma\delta}{dd} \mathcal{C},$
$e = \epsilon + f + \frac{ef}{\delta\epsilon} d,$	$\mathcal{E} = 1 + \frac{\epsilon}{e} + \frac{\delta\epsilon}{ee} \mathcal{D}.$
&c.	&c.



II. CAS.

Des Instrumens composés de deux verres.

4. Pour ce cas nous avons $\zeta = \infty$ & $q = b$, les autres conditions sont :

I. La multiplication $m = + \frac{al}{ab}$.

II. Le degré de clarté $y = \frac{bx}{a}$.

Condition requise pour cela $\theta > \frac{x}{a}$.

III. Le champ apparent $z = \theta b \cdot \frac{a}{a}$.

IV. Il exige $\frac{k}{b} = \frac{a}{a}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs $\frac{k}{b} = \frac{(1 + \frac{a}{b}) \mathcal{A}}{1 + \frac{a}{b} \mathcal{A}}$.

VI. La confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{\mu b}{4a} x^3 \left(\frac{\lambda (a + \alpha)^2 + \nu a \alpha}{a a b b p} + \frac{\lambda'}{a \alpha q} \right).$$

III. CAS.

Des Instrumens composés de trois verres.

5. Pour ce cas nous avons $\gamma = \infty$ & $r = c$: les autres conditions sont

I. La multiplication $m = + \frac{a^2 l}{abc}$.

II. Le degré de clarté $y = \frac{bcx}{a^2}$.



Conditions requises pour cela :

$$\theta > \frac{x(b + \epsilon)}{a\epsilon}, \quad \& \quad \theta' > \frac{bx}{a\epsilon}.$$

III. Le champ apparent se détermine par celle de ces deux égalités qui donne la plus petite valeur de z

$$z = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon} \cdot \frac{a}{a}, \quad \& \quad z = \theta' \epsilon \cdot \frac{ab}{ab}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{c} = \frac{b}{\epsilon}$.

V. Pour éviter les couleurs $\frac{k}{c} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathcal{A} + (1 + \frac{\epsilon}{c})\mathcal{B}}{1 + \frac{\epsilon}{c}\mathcal{B}}.$

VI. La confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{\mu b c}{4 a \beta} x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \beta (\lambda (a + a)^2 + v n a)}{a a b b c c p} \\ + \frac{\lambda' (b + \beta)^2 v b \beta}{a a c c q} \\ + \frac{\lambda'' b b}{a a \beta \beta r} \end{array} \right.$$

IV. CAS.

Des Instrumens composés de quatre verres.

6. Pour ce cas nous avons $\delta = \infty$ & $s = d$

I. La multiplication - - - $m = \frac{a \beta \gamma l}{a b c d}.$

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{b c d x}{a \beta \gamma}.$

Conditions requises pour cela

$\theta >$

$$\theta > \frac{x(b + \beta)}{a\beta}; \quad \theta' > \frac{bx(c + \gamma)}{a\beta\gamma}; \quad \theta'' > \frac{bcx}{a\beta\gamma}.$$

III. Des trois valeurs suivantes de z la plus petite donne le champ apparent:

$$z = \frac{\theta b \beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a}; \quad z = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{ab}{ab}; \quad z = \theta'' d \cdot \frac{abc}{abc}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{d} = \frac{c}{\gamma}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{d} = \frac{(1 + \frac{a}{b}) \mathfrak{A} + (1 + \frac{\beta}{c}) \mathfrak{B} + (1 + \frac{\gamma}{d}) \mathfrak{C}}{1 + \frac{\gamma}{d} \mathfrak{C}}.$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{\mu bcd}{4a\beta\gamma} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma (\lambda (a + \alpha)^2 + v\alpha\alpha)}{aabbccddp}, \\ + \frac{\gamma\gamma (\lambda' (b + \beta)^2 + v\beta\beta)}{aa cc dd q}, \\ + \frac{bb (\lambda'' (c + \gamma)^2 + v\gamma\gamma)}{aa\beta\beta\delta dr}, \\ + \frac{\lambda''' bbcc}{aa\beta\beta\gamma\gamma s}. \end{array} \right.$$

V. CAS.

Des Instrumens composés de cinq verres.

7. Pour ce cas nous avons $\varepsilon = \omega$ & $t = e$.

I. La multiplication - - - $m = \pm \frac{a\beta\gamma\delta l}{abcde}$.



II. Le degré de clarté $y = \frac{bcdex}{a\beta\gamma\delta}$.

Conditions requises pour cela

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}; \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}; \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{a\beta\gamma\delta}; \theta''' > \frac{bcdx}{a\beta\gamma\delta}.$$

III. Des quatre valeurs suivantes de z la plus petite donne le demi-diamètre du champ apparent :

$$z = \frac{\theta b \beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a}; \quad z = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{ab}{a\beta}; \quad z = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta} \cdot \frac{abc}{a\beta\gamma}; \quad z = \theta''' e \cdot \frac{abcd}{a\beta\gamma\delta}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{e} = \frac{b}{\delta}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs :

$$\frac{k}{e} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathcal{A} + (1 + \frac{\beta}{c})\mathcal{B} + (1 + \frac{\gamma}{d})\mathcal{C} + (1 + \frac{\delta}{e})\mathcal{D}}{1 + \frac{\delta}{e} \mathcal{D}}.$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est exprimée ainsi :

$$\frac{\mu^{bcde}}{4a \cdot \gamma\delta} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta (\lambda (a + \alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddeep}, \\ + \frac{\gamma\gamma\delta\delta (\lambda' (b + \beta)^2 + \nu b\beta)}{aaccddeeq}, \\ + \frac{bb\delta\delta (\lambda'' (c + \gamma)^2 + \nu c\gamma)}{a\alpha\beta\beta ddeer}, \\ + \frac{bbcc (\lambda''' (d + \delta)^2 + \nu d\delta)}{a\alpha\beta\beta\gamma\gamma ees}, \\ + \frac{\lambda'''' bbccdd}{a\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta t}. \end{array} \right.$$

VI. CAS.

Des Instrumens composés de six verres.

8. Pour ce cas nous avons $\zeta = \infty$ & $u = f$.

I. La multiplication - - - $m = \frac{a\beta\gamma\delta\epsilon l}{abcdef}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdefx}{a\beta\gamma\delta\epsilon} = \frac{lx}{ma}$.

Les conditions requises pour cela sont:

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}; \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}; \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{a\beta\gamma\delta}; \theta''' > \frac{bcdx(e+\epsilon)}{a\beta\gamma\delta\epsilon}; \theta^{IV} > \frac{bcde x}{a\beta\gamma\delta\epsilon}$$

III. Des cinq valeurs suivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent :

$$z = \frac{\theta b\beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a}; \quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{ab}{ab}$$

$$z = \frac{\theta'' d\delta}{d + \delta} \cdot \frac{abc}{abc}; \quad z = \frac{\theta''' e\epsilon}{e + \epsilon} \cdot \frac{abcd}{abcd}; \quad z = \theta^{IV} f \cdot \frac{abcde}{abcde}$$

IV. Le champ apparent exige - $\frac{k}{f} = \frac{e}{\epsilon}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{f} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathcal{A} + (1 + \frac{\epsilon}{c})\mathcal{B} + (1 + \frac{\gamma}{\delta})\mathcal{C} + (1 + \frac{\delta}{e})\mathcal{D} + (1 + \frac{e}{f})\mathcal{E}}{1 + \frac{\epsilon}{f} \mathcal{E}}$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est :

$$\frac{\mu b c d e f}{4 \alpha \beta \gamma \delta \epsilon} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \beta \gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon (\lambda (a + \alpha)^2 + v \lambda \alpha)}{a \alpha b b c c d d e e f f p}, \\ + \frac{\gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon (\lambda' (b + \beta)^2 + v \lambda' \beta)}{a \alpha c c d d e e f f q}, \\ + \frac{b b \delta \delta \epsilon \epsilon (\lambda'' (c + \gamma)^2 + v \lambda'' \gamma)}{a \alpha \beta \beta d d e e f f r}, \\ + \frac{b b c c \epsilon \epsilon (\lambda''' (d + \delta)^2 + v \lambda''' \delta)}{a \alpha \beta \beta \gamma \gamma e e f f s}, \\ + \frac{b b c c d d (\lambda'''' (e + \epsilon)^2 + v \lambda'''' \epsilon)}{a \alpha \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta f f t}, \\ + \frac{\lambda' b b c c d d e e}{a \alpha \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon u}. \end{array} \right.$$

9. De là il est aisé de fixer les regles pour la construction de 7 & plusieurs verres, & toute l'adresse consiste maintenant en ce qu'on satisfasse à ces conditions prescrites. Or il s'agit de déterminer en sorte toutes les quantités qui entrent dans nos formules, qu'on obtienne une multiplication donnée avec un degré de clarté donné: ensuite, qu'on acquierre le plus grand champ apparent possible, & que l'expression trouvée pour la confusion qui vient de l'ouverture des verres devienne moindre que le degré de confusion, qui est encore supportable; or nous avons vu que, pour cet effet, nos expressions doivent devenir moindres que $\frac{\mu}{200000}$ au moins pour les Télescopes; car pour les Microscopes on peut souffrir un plus grand degré de confusion. Enfin il est fort important, de faire en sorte que les deux valeurs assignées pour k deviennent égales entr'elles, & même positives.

10. Après cela il faut observer, que les quantités α, b, β, c &c. peuvent aussi bien être prises négatives que positives, pourvu que les distances des verres $\alpha + b; \beta + c; \gamma + d$ &c. soient toutes



toutes positives. De plus, pour ce qui regarde les nombres $\theta, \theta', \theta''$ il est indifférent s'ils sont positifs ou négatifs; & la même ambiguïté doit être admise dans la lettre z , qui exprime le demi-diamètre du champ apparent; car, pourvu qu'elle devienne grande, soit quelle soit positive ou négative, on obtiendra toujours un grand champ apparent.

11. Sans encore entreprendre le développement de chaque cas, nous pouvons faire quelques conclusions générales. Ainsi, quel que soit le nombre des verres, on voit qu'il y a toujours $my = \frac{lx}{a}$,

ou $y = \frac{l}{a} \cdot \frac{x}{m}$; ou bien $x = my \cdot \frac{a}{l}$: & partant le demi-dia-

mètre de l'ouverture du verre objectif suit toujours la raison composée de la multiplication m , & de la clarté exprimée par y . Donc, plus on veut grossir les objets, avec le même degré de clarté, & plus doit être grand le diamètre de l'ouverture du verre objectif: & la multiplication demeurant la même, la clarté est proportionnelle à l'ouverture du verre objectif.

12. Ensuite il est clair que le demi-diamètre du dernier verre, ou de celui qui est le plus près de l'oeil, doit être plus grand que le demi-diamètre du cylindre lumineux, qui entre dans l'oeil, qui nous sert de mesure de la clarté. Donc, dès que le degré de clarté est prescrit, on ne fauroit diminuer la distance de foyer du dernier verre au delà d'un certain terme: puisqu'il faut toujours qu'il admette une plus grande ouverture, que celle dont le demi-diamètre seroit $= y$.

13. Enfin, dans la formule qui exprime la confusion causée par l'ouverture des verres, le premier facteur, qui contient le cube de x , se réduit toujours à cette forme $\frac{\mu l}{4ma} x^3$, quelque grand que soit le nombre des verres: & le premier membre de l'autre facteur, qui répond au verre objectif, prend toujours cette forme:

$\frac{mm (\lambda (a + \alpha)^2 + vna)}{a\alpha lp}$, & partant la partie de la confusion,

qui est causée par le seul verre objectif est toujours exprimée ainsi :

$$\frac{\mu mx^3}{4a\alpha al} \cdot \frac{\lambda (a + \alpha)^2 + vna}{p} = \frac{\mu mx^3}{4a\alpha p} \cdot \frac{\lambda (a + \alpha)^2 + vna}{al}$$

Cette partie est ordinairement la plus considérable de toute la confusion.

14. Les valeurs des petites lettres allemandes a, b, c, d, e &c. si nous y introduisons les distances de foyer q, r, s, t, u &c. pourront être représentées en sorte

$$\frac{a}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a},$$

$$\frac{b}{b} = \frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{a\beta},$$

$$\frac{c}{c} = \frac{\gamma}{c} + \frac{d}{r} + \frac{bcd}{\beta\gamma q} + \frac{bbcd}{a\beta\beta\gamma},$$

$$\frac{d}{d} = \frac{\delta}{d} + \frac{e}{s} + \frac{cde}{\gamma\delta r} + \frac{bccde}{\beta\gamma\gamma\delta q} + \frac{bbccde}{a\beta\beta\gamma\gamma\delta},$$

$$\frac{e}{e} = \frac{\epsilon}{e} + \frac{f}{t} + \frac{def}{\delta\epsilon s} + \frac{cddef}{\gamma\delta\delta\epsilon r} + \frac{bccddef}{\beta\gamma\gamma\delta\delta\epsilon q} + \frac{bbccdddef}{a\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\epsilon}.$$

&c.

d'où il sera plus aisé de développer les formules pour le champ apparent, de même que celles pour la distance de l'oeil derriere le dernier verre.

15. Puisque chaque verre, excepté l'objectif, donne une équation pour le demi-diametre du champ apparent, dont pourtant une seule, savoir celle qui donne la plus petite valeur pour z , a lieu, si nous y remettons ces valeurs développées, ces équations seront



$$I. \frac{\theta\eta}{z} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a},$$

$$II. \frac{\theta'r}{z} = \frac{a\beta}{ab} + \frac{ac}{a\eta} + \frac{bc}{a\beta},$$

$$III. \frac{\theta''s}{z} = \frac{a\beta\gamma}{abc} + \frac{a\beta d}{abr} + \frac{acd}{a\eta\eta} + \frac{bcd}{a\beta\gamma},$$

$$IV. \frac{\theta'''t}{z} = \frac{a\beta\gamma\delta}{abcd} + \frac{a\beta\gamma e}{abcs} + \frac{a\beta de}{ab\delta r} + \frac{acde}{a\eta\delta\eta} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta},$$

$$V. \frac{\theta''''u}{z} = \frac{a\beta\gamma\delta e}{abcde} + \frac{a\beta\gamma\delta f}{abcdt} + \frac{a\beta\gamma ef}{abc\epsilon s} + \frac{a\beta def}{ab\delta er} + \frac{acdef}{a\eta\delta e\eta} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta e}.$$

&c.

ou bien

$$I. \frac{\theta\eta}{z} = \frac{a}{a} \left(1 + \frac{b}{a} \right),$$

$$II. \frac{\theta'r}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta}{b} + \frac{c}{\eta} + \frac{bc}{a\beta} \right),$$

$$III. \frac{\theta''s}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta\gamma}{bc} + \frac{\beta d}{br} + \frac{cd}{\eta\eta} + \frac{bcd}{a\beta\gamma} \right),$$

$$IV. \frac{\theta'''t}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta\gamma\delta}{bcd} + \frac{\beta\gamma e}{bcs} + \frac{\beta de}{b\delta r} + \frac{cde}{\eta\delta\eta} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta} \right),$$

$$V. \frac{\theta''''u}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta\gamma\delta e}{bcde} + \frac{\beta\gamma\delta f}{bcdt} + \frac{\beta\gamma ef}{bc\epsilon s} + \frac{\beta def}{b\delta er} + \frac{cdef}{\eta\delta e\eta} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta e} \right).$$

&c.

