DISQVISITIO

DE VERA LEGE REFRACTIONIS RADIORVM DIVERSICOLORVM.

Auctore

L. EVLERO.

Definitio 1.

1.

Refractionem mediam voco rationem illam constantem inter sinum anguli incidentiae et sinum anguli refractionis, secundum quam radii mediae naturae ex alio medio in aliud transeuntes refringuntur. Simili modo eadem ratio, quae in radios rubros competit, *Refractio rubra*, quae autem radiis violaceis conuenit, *Refractio violacea* appellabitur.

Coroll. 1.

2. Cum ergo radii rubrii minus, violacei vero magis refringantur, quam medii; refractio rubra propius ad rationem aequalitatis accedit, quam refractio media, haec autem propius, quam violacea.

Coroll. 2.

3. Quodsi igitur refractio media ratione $m:1$; rubra ratione $r:1$ et violacea ratione $v:1$ exprimatur;

matur; fueritque $m>1$, tum erit $r<m$ et $v>m$; sin autem sit $m<1$, tum erit $r>m$ et $v<m$.

Coroll. 3.

4. Interim tamen si refractio media sit ratio maioris inaequalitatis, etiam refractiones rubra et violacea erunt rationes maioris inaequalitatis, contra si illa sit ratio minoris inaequalitatis, etiam hae erunt rationes minoris inaequalitatis.

Coroll. 4.

5. Statim autem atque vna harum refractionum abit in rationem aequalitatis, etiam reliquae fient rationes aequalitatis. Hoc scilicet casu, radii cuiusque naturae sine vlla refractione transeunt.

Scholion.

6. Principalis haec lex vniuersae Dioptricae nititur phaenomenis, quibus compertum est, dum radii ex vno medio in aliud transeunt, refractionem semper ita esse comparatam, vt sinus incidentiae ad sinum refractionis eandem seruet rationem, si scilicet radii eiusdem fuerint naturae seu eundem colorem referant. Pro radiis autem diuersae indolis ex obseruationibus constat radios rubros minorem, violaceos vero maiorem refractionem pati, quam eos, qui sunt indolis mediae, veluti viridis; ita tamen vt pro radiis eiusdem indolis lex illa

illa principalis perpetuo locum habeat. Rationibus quidem phyſicis hanc quoque legem confirmare ſunt anniſi; cum autem ad hoc perfecta cognitione naturae radiorum opus ſit, ob eius defectum perfecta demonſtratio a priori petita expectari nequit. Memoratu autem dignum hic vſu venit, quod quaecunque fere hypotheſis circa naturam radiorum fingatur, inde eadem lex refractionis deducatur. Quam ob rem etiam reliquas refractionis affectiones ex phaenomenis hauriri expediet.

Phaenomenon 1.

7. Dum radii ex medio A in medium B tranſeunt, ſi fuerit refractio media $= m : 1$, rubra $= r : 1$ et violacea $= v : 1$; tum viciſſim pro radiis ex medio B in medium A tranſeuntibus erit refractio media $= 1 : m$ ſeu $\frac{1}{m} : 1$; rubra $= \frac{1}{r} : 1$ et violacea $= \frac{1}{v} : 1$, haec conuerſio inde euincitur, quod in tranſitu radiorum quocunque radius incidens et refractus inter ſe permutari queant.

Scholion.

8. Ita ſi radii ex aere in vitrum penetrent, ex plurimis experimentis *Newtonus* concluſit, eſſe refractionem mediam $= 155 : 100$, rubram $= 154 : 100$ et violaceam $= 156 : 100$, ita vt ſit $m = 1,55$, $r = 1,54$ et $v = 1,56$. Viciſſim ergo ſi radii ex vitro in aerem exeant, erit refractio media $= 100 : 154$ et violacea $= 100 : 156$. Vtroque caſu manifeſtum

nifeſtum eſt refractionem rubram propius ad rationem aequalitatis accedere, quam mediam, hanc vero propius, quam violaceam, quippe quae maxime a ratione aequalitatis recedit.

Phaenomenon 2.

9. Si fuerit vti ſequitur:

in tranſitu ex medio	in medium	refractio media	refractio rubra	refractio violacea
A	B	$m : 1$	$r : 1$	$v : 1$
A	C	$M : 1$	$R : 1$	$V : 1$.

Tum ſi radii ex medio B in medium C tranſeant, erit

refractio media $= M : m = \frac{M}{m} : 1$

refractio rubra $= R : r = \frac{R}{r} : 1$

refractio violacea $= V : v = \frac{V}{v} : 1$.

Coroll. 1.

10. Quodſi ergo refractio ex aere in varias materias diaphanas, cuiusmodi ſunt aqua, ſpiritus vini aliique liquores, tum vero vitrum, cuius quoque varias dari ſpecies certum eſt, chryſtallus lapidesque pretioſi; fuerit explorata, tum etiam pro tranſitu radiorum ex quocunque horum mediorum in aliud refractio definiri poterit.

Coroll. 2.

11. Ac viciſſim etiam ſi refractio ex quopiam horum mediorum in aliud fuerit definita, ſi-

mulque refractio ex aëre in alterutrum eorum constet, tum inde refractio ex aëre in alterum mediam concludi potest.

Scholion 1.

12. Eximiam hanc refractionis proprietatem inter phaenomena refero, etiamsi ex praecedenti firmiter demonstrari possit. Fingatur enim inter hina media B et C lamina tenuissima medii A, sitque angulus incidentiae in medio $B = \Phi$, eiusque sinus $=$ sin. Φ; eritque sinus refractionis in medio $A = m \sin. \Phi$, pro radiis mediis, quorum refractio est $= 1 : m$; pro reliquis vero idem valet ratiocinium. At hic sinus refractionis $m \sin. \Phi$ simul fit sinus incidentiae, dum radius ex medio A in C transit; hinc quia refractio est $= M : 1$ erit sinus refractionis in medio $C = \frac{m}{M} \sin. \Phi$. Eodem autem modo rem se habere debere perspicuum est, si lamella intermedia penitus tollatur, vnde cum sinui incidentiae sin. Φ conueniat sinus refractionis $\frac{m}{M} \sin. \Phi$, erit vtique refractio $= 1 : \frac{m}{M} = \frac{M}{m} : 1$ quod idem de radiis rubris et violaceis valet.

Scholion 2

13. Haec sunt generalia refractionis principia, quae partim ex phaenomenis partim ex ratione sunt deducta; neque praeterea quicquam certi repetimus, cui Theoria refractionis superstrui queat. Quantum scilicet quodlibet medium dispersionem patiat

tiat refractionem, per experimenta in hunc finem instituta definiri oportet, cum refractionis quantitas vtique a peculiari cuiusque medii natura pendeat. Ita apud Auctores passim occurrunt experimenta, quibus pro variis mediis, in quae radii ex aëre sunt intromissi, quantitas refractionis determinatur. Plerumque autem haec experimenta tantum ad radios mediae naturae sunt accommodata, neque iis quicquam certi pro radiis extremis, rubris scilicet et violaceis assignari solet. Hinc quaestio enascitur maximi momenti, num cognita refractione media, dum radii ex quocunque medio in aliud transeunt, exinde per certam regulam refractiones rubra et violacea definiri queant? Quaeritur scilicet, vtrum data refractione media, quae sit $= m : 1$, ex ea sola sine vllo respectu ad ipsorum mediorum indolem habito, tam refractio rubra $r : 1$ quam violacea $v : 1$ determinari possit? an vero haec determinatio insuper a natura mediorum quodammodo pendeat? Quoniam hic per solam rationem nihil decidere licet, vtrumque casum sollicite euolui, indeque relationem, quae inter refractiones mediam, rubram ac violaceam intercedere reperitur, sedulo perpendi conuenit, vt deinceps experientia consuli possit, quaenam hypothesis veritati maxime sit consentanea.

Hypothesis 1.

14. In hac hypothesi statuatur, refractionem rubram et violaceam vnice a refractione media pendere,

dere, ita vt cognita refractione media $m:1$, per eam solam refractio rubra $r:1$ et violacea $v:1$ determinetur, et quantitates r et v tanquam certae quaedam functiones quantitatis m spectari queant.

Coroll. 1.

15. Hac ergo hypothesi assumta statuitur, si pro transitu ex quopiam medio A in aliud medium B fuerit refractio media $=m:1$ rubra $=r:1$ et violacea $=v:1$; tum si pro transitu ex alio quocunque medio C in aliud D refractio media pariter sit $=m:1$, tum etiam refractionem rubram fore $=r:1$ et violaceam $=v:1$.

Coroll. 2.

16. Haec consequentia ita arcte cum ipsa hypothesi est connexa, vt si ex aequalitate refractionis mediae certa aequalitas refractionis rubrae et violaceae concludi posset, ipsa hypothesis pro vera esset habenda.

Coroll. 3.

17. Ad veritatem ergo istius hypothesis diiudicandam, totum negotium ad hanc quaestionem reducitur, num si in duobus diuersis transitibus ex alio medio in aliud, refractio media vtrinque fuerit eadem, etiam refractio rubra et violacea vtrinque eadem fit futura. Quemadmodum casu quo $m=1$, etiam semper est $r=1$ et

$v=1$, quandoquidem hoc casu radii nullam refractionem patiuntur.

Scholion.

18. Haec hypothesis mihi iam olim ita probabilis et constantiae naturae conformis est visa, vt non dubitauerim; eam tanquam principium vniuersae Dioptricae accipere, quod non minus pro certo esset admittendum, quam illa superius commemorata. Nullam enim dubitandi rationem perspicere poteram, cur eidem refractioni mediae non eaedem quoque refractiones extremae respondere censeri possent. Huic igitur principio disquisitiones meas de lentibus obiectiuis ex duplici materia pellucida componendis, quae vitio diuersae radiorum refractionis non essent obnoxiae, superstruxeram. Nunc autem dubiis grauissimis, quae Acutissimis Geometra Clairaut in Mem. Acad. Scient. Parisinae pro A. 1756. aduersus hoc principium proposuit, permotus de eius certitudine ita dubitare coepi, vt id non amplius veritatibus necessariis annumerandum censerem, vti quidem statim mihi erat visum, sed agnoscere sum coactus, nihil impedire, quo minus aliae leges in natura locum habere queant. Quam ob rem hic istud equidem principium propono, sed non tanquam solum, ad quod refractionis natura sit adstricta; verum deinde innumeras alias leges ipsi adiungam, quae pariter in natura locum habere posse videantur. Quo facto accuratius inuestigabo, quaenam

nam harum legum phaenomenis maxime satisfaciat: haec scilicet via ad veritatem perueniendi vel saltem appropinquandi tutissima videtur.

Problema 1.

19. In hypothesi refractionis modo memorata, data refractione media pro transitu radiorum quocunque ex medio alio in aliud, definire refractiones extremas, rubram scilicet et violaceam.

Solutio.

Concipiantur media quotcunque diaphana A, B, C, D etc. ita comparata, vt dum radii ex eorum quouis in sequens transeunt, refractio media sit eadem $m:1$; Eadem ergo quoque erit refractio rubra $r:1$ et violacea $v:1$. Quodsi iam radii ex medio A in medium C transeant, erit refractio media $=m^2:1$, rubra $=r^2:1$ et violacea $=v^2:1$; sin autem ex medio A in medium D transeant, erit refractio media $=m^3:1$, rubra $=r^3:1$ et violacea $=v^3:1$. Quare in genere si radii ex medio A in medium quodcunque N transeant, fueritque refractio media $=M:1$ existente $M=m^n$, erit refractio rubra $=r^n:1$ et violacea $=v^n:1$. Cum vero sit $lM=nlm$ ideoque $n=\frac{lM}{lm}$ erit $lr^n=nlr=\frac{lr}{lm}.lM$, hincque $r^n=M^{lr:lm}$ et $v^n=M^{lv:lm}$. Quod si ergo pro vnica refractione media $m:1$ nota sit refractio rubra $=r:1$ et violacea $=v:1$, tum

tum pro quacunque alia refractione media $M:1$ habebitur

Refractio rubra $=M^{lr:lm}:1$ et

refractio violacea $=M^{lv:lm}:1$.

Cum igitur constet in transitu ex aëre in vitrum esse $m=1,55$, $r=1,54$ et $v=1,56$ erit

$$\frac{lr}{lm}=\frac{1875707}{1903587}=1-\frac{1}{200} \text{ et}$$

$$\frac{lv}{lm}=\frac{1912266}{1903587}=1+\frac{1}{204\frac{1}{2}}.$$

Hinc medium sumendo, et loco fractionis $\frac{1}{27}$ scribendo litteram δ in genere affirmare licet, si in transitu quocunque fuerit refractio media $=M:1$, fore refractionem rubram $=M^{1-\delta}:1$ et violaceam $=M^{1+\delta}:1$.

Coroll. 1.

20. Cum sit δ fractio tam exigua nempe $\delta=\frac{1}{27}$ erit satis exacte $M^{\delta}=1+\delta lM$ et $M^{-\delta}=1-\delta lM$ denotante lM logarithmum hyperbolicum ipsius M; vnde prodit pro refractione media $=M:1$ proxime:

refractio rubra $=M-\delta MlM=M-\frac{1}{27}MlM:1$

refractio violacea $=M+\delta MlM=M+\frac{1}{27}MlM:1$.

Coroll. 2.

21. Logarithmi autem hyperbolici obtinentur, si vulgares in tabulis exhibiti multiplicentur per 2,30258. Hinc si in his formulis logarithmis vulga-

vulgaribus vtamur, loco δ / M ſcribere debemus $2,30258\,\delta / M = \frac{1}{55} / M$, vnde pro refractione media $M : 1$ fit

refractio rubra $= M - \frac{1}{55} M / M : 1$

refractio violacea $= M + \frac{1}{55} M / M : 1$.

Scholion.

22. In Volum. III. Mem. Acad. Reg. Boruſſ. tabulam exhibui ex hac hypotheſi computatam, vnde pro quauis refractione media ſtatim refractiones rubra et violacea depromi poſſunt; eidemque hypotheſi conſtructio lentium obiectiuarum compoſitarum innititur. Illo ſcilicet tempore haec hypotheſis ſola mihi vera eſt viſa, aliaeque circumſtantiae impedimento fuerant, quo minus per experimenta eius veritatem explorare liceret. Nunc autem a Cel. D^no. Clairaut edoctus etiam aliarum hypotheſium poſſibilitatem agnoscere cogor; et argumentum ab Eo allatum hoc ſufficienter probat, etſi ex hypotheſi emanationis luminis cum attractione coniuncta eſt petitum. Quanquam enim meo quidem iudicio haec hypotheſis eſt reiicienda, tamen concluſiones inde deductae poſſibilitatis notam gerunt, atque adeo ipſi veritati conſentaneae eſſe poſſent, non obſtante ipſius hypotheſis falſitate. Quemadmodum enim inde conſtantia rationis inter ſinus incidentiae et refractionis pulcerrime oſtenditur, ita etiam reliquae refractionis affectiones inde deductae

deductae verae eſſe poſſent: ſufficiat autem eas tanquam poſſibiles ſpectaſſe.

Hypotheſis 2.

23. Hic radii lucis in partículas minimarum perniciſſimo motu conſiſtere imaginantur, ita vt diuerſis coloribus diuerſi celeritatis gradus conueniant. Tum refractio ab attractione quapiam circa ſuperficiem refringentem exerta effici ſtatuitur, quae fit, vt dum particulae illae ex medio alio in aliud tranſeunt a tramite rectilineo deflectantur.

Coroll. 1.

24. In hac ergo hypotheſi cuique coloris radiis in quouis medio certus celeritatis gradus tribuitur, quo minima corpuscula radium conſtituentia per id medium feruntur, in eoque lineam rectam, qua radii directio continetur, deſcribunt.

Coroll. 2.

25. Deinde dum radii ex vno medio in aliud tranſeunt, circa confinia ſpatium quoddam quamuis angustum concipitur $ABCD$, in quo radii ad alterutrum terminum relati CD attrahantur, motumque ſuum inflectere et mutare cogantur, deinceps in altero medio iterum in directum progreſſuri. Tab. II. Fig. 4.

Scholion.

26. Si scilicet EF fuerit radius in medio diaphano A celeritate $=a$ motus, isque ad F in aliud medium B ingredi incipiat, spatium quoddam tanquam ABCD certae crassitiei $AC=BD=e$ statuitur, per quod dum radius transit, vim sustineat ad alterum terminum CD normaliter tendentem, ab eaque de sua directione deflectatur simulque celeritatis mutationem patiatur, ita vt in hoc spatio lineam quandam curuam FG describere cogatur. Tum vero cum hoc spatium superauerit, celeritate et directione, quam in G fuerit adeptus, in altero medio B secundum rectam GH motum suum sit prosecuturus. Erit ergo EF radius incidens in medio A celeritate a motus, et GH radius refractus in medio B cuius celeritas sit $=b$; ac si ad laminam ABCD ambo media separantem ducantur normales FP et GQ, erit angulus incidentiae $EFP=\zeta$ et angulus refractionis $HGQ=\eta$. Hic quidem rationem attractionis, dum radius per laminam ABCD transit, definire non licet, sed mox patebit quaecunque ea fingatur, eadem fere refractionis phaenomena inde sequi. Hoc tantum notasse uuabit, si angulus incidentiae ζ superet angulum refractionis η, attractionem fieri debere ad lineam CD, contra vero ad AB.

Scholion

Scholion 2.

27. Quod ad ipsam hanc hypothesin attinet, eam naturae luminis aduersari, nunc quidem satis manifestum videtur, cum radiorum emanatio vera tantis inuoluta sit difficultatibus, vt in rerum natura nullo modo admitti possit. Quin potius extra omnem dubitationem positum videtur, radios per media diaphana perinde propagari atque sonum per aërem, idque certa quadam pulsuum agitatione fieri, vbi neque vera celeritas neque attractio consistere possit. Interim tamen hi errores ita compensari possent, vt radii in refractione eandem legem sequerentur, ac si omnia secundum hanc hypothesin fierent; ex quo conclusiones ex hac hypothesi etiamsi falsa deriuandae minime contemnendae videntur.

Problema 2.

28. Admissa hypothesi modo expositа inue- Tab. II. stigare legem refractionis, secundum quam radii ex Fig. 4. medio quocunque A in aliud B transeuntes reflectuntur.

Solutio.

Sit EF radius incidens in medio A celeritate $=a$ latus, quem primo mediae naturae assumo, vt refractio media eruatur, statuaturque angulus incidentiae $EFP=\zeta$. Tum vero facto in spatio ABCD motus variatione sit in medio B radius refra-

ctus GH celeritatem habens $= b$, et angulus refractionis $HGQ = \eta$. At dum per spatium ABCD viam suam secundum lineam FYG incurvat, sit in loco quocunque Y eius celeritas $= z$, et ducta ad planum separans normali YX, sit Φ angulus, quem cum ea motus directio constituit. Iam ponatur $FX = x$, et $XY = y$, et vis, qua radii corpuscula in Y ad planum CD secundum directionem XY impelluntur $= Y$, quae vt functio quaecunque ipsius Y spectetur. Resoluto igitur motu secundum coordinatas $FX = x$ et $XY = y$, sumtoque dt pro temporis elemento, erit celeritas secundum $FX, = \frac{dx}{dt} = z \sin. \Phi$ et celeritas secundum XY, $= \frac{dy}{dt} = z \cos. \Phi$, quae sola a vi sollicitante Y afficitur; vnde per principia mechanica consequimur:

$$\frac{d\,dx}{dt^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\,dy}{dt^2} = Y$$

ideoque $\frac{dx}{dt} = z \sin \Phi = \text{Const.} = a \sin. \zeta$, quoniam celeritas secundum FX in radio incidente est $= a \sin. \zeta$; eidem ergo aequalis est celeritas secundum eandem directionem in radio refracto GH quae est $= b \sin. \eta$; ex quo habemus $a \sin. \zeta = b \sin. \eta$, seu $\sin. \zeta : \sin. \eta = b : a$, ita vt sinus incidentiae ad sinum refractionis teneat rationem reciprocam celeritatum radii in vtroque medio.

Altera vero aequatio $\frac{d\,dy}{dt^2} = Y$ per $2\,dy$ multiplicata per integrationem dat $\frac{dy^2}{dt^2} = z z \cos. \Phi^2 = 2 \int Y\,dy$. Vnde si integrale $\int Y\,dy$ ita capiamus, vt in initio refra-

refractione F, vbi $z = a$ et $\Phi = \zeta$, euanescat, habebimus $z z \cos. \Phi^2 = a a \cos. \zeta^2 + 2 \int Y\,dy$. Extendamus iam hoc integrale vsque ad alterum terminum G, faciendo $y = e$ fiatque tum $2 \int Y\,dy = E$; et quia tum abit $z \cos. \Phi$ in $b \cos. \eta$, obtinebimus:

$$b b \cos. \eta^2 = a a \cos. \zeta^2 + E.$$

At cum sit per ante inuenta $b b \sin. \eta^2 = a a \sin. \zeta^2$, hac aequatione addita prodet $b b = a a + E$, vbi quantitas E pendet a ratione attractionis, hoc est a relatione, quae inter ambo media diaphana intercedit. Cum ergo sit $b = \sqrt{(a a + E)}$ erit

$$\sin. \zeta : \sin. \eta = \sqrt{(a a + E)} : a$$

quae est refractio media. Si iam pro altero radio extremo, siue rubro siue violaceo, celeritas in medio A vocetur $= a'$, in medio B vero $= b'$, erit quoque $b' = \sqrt{(a' a' + E)}$, et refractio extrema $= \sqrt{(a' a' + E)} : a'$.

Coroll. 1.

29. Cum pro eodem radio quantitates a et E sint constantes mutato vtcunque angulo incidentiae ζ, proportio $\sin. \zeta : \sin. \eta = \sqrt{(a a + E)} : a$ statim dat constantiam rationis inter sinus incidentiae et refractionis.

Coroll. 2.

30. Eiusdem ergo radii celeritates per diuersa media A et B rationem tenent inuersam refractio-

nis. Si igitur angulus refractionis η minor fit angulo incidentiae ζ, vti fit, dum radii ex medio rariori in denſius progrediuntur, ſecundum hanc hypotheſin radii in medio denſiori velocius mouentur, quam in rariori.

Coroll. 3.

31. Si a denotet celeritatem radiorum mediae naturae in medio A, ſitque refractio media $= m : 1$ erit $V(aa + E) = ma$ vnde fit conſtans $E = (mm-1)aa$. Tum vero ſi pro altero radiorum extremorum genere veluti rubrorum celeritas in medio A ſit $= a'$, et refractio rubra vocetur $= r : 1$ erit quoque $E = (rr-1)a'a'$ hincque $(rr-1)a'a' = (mm-1)aa$ et $r = V(1 + \frac{(mm-1)aa}{a'a'})$.

Coroll. 4.

32. Ob $E = (mm-1)aa$, erit celeritas radiorum mediorum in altero medio B, nempe $b = ma$, celeritas vero radiorum rubrorum $b' = ra'$, ideoque $b' = V(a'a' + (mm-1)aa)$, ſeu $b'b' - bb = a'a' - aa$, vnde differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii medii et extremi in quouis medio mouentur, eſt conſtans.

Scholion.

33. Sit medium A aër, et medium B vitrum, vt ſit refractio media $m = 1,55$; et celeritas

tas radiorum horum in vitro maior erit celeritate in aëre, in ratione $155 : 100$. Cum iam ſit refractio rubra $= 1,54 : 1$ ſeu $r = 1,54$ hinc ex celeritate radiorum mediorum in aëre a definire poterimus celeritatem radiorum rubrorum $a' = a V \frac{mm-1}{rr-1} = 1,01124\,a$ ſeu $a' = (1 + \frac{1}{89})a$, quae eſt maior celeritate mediorum parte quaſi $\frac{1}{89}$, tanto autem celeritas radiorum violaceorum maior eſt cenſenda. Ceterum cum in aëre poſita celeritate radiorum mediorum $= a$, ſit celeritas radiorum rubrorum $= a' = (1 + \frac{1}{89})a$, intelligimus ſi radii ex aëre in quodcunque medium tranſeant pro quo refractio ſit $= m : 1$, refractionem rubram inde perfecte determinari. Atque hinc diſcimus, quantumuis variae vitri ſpecies ratione compoſitionis inter ſe diſcrepent, tamen ſtatim ac refractio media ex aëre in binas vitri ſpecies fuerit eadem, etiam refractiones rubram ac violaceam easdem eſſe debere, ita vt in his ob vitri varietatem nulla diuerſitas locum habere poſſit, quin ſimul refractio media turbetur.

Scholion 2.

34. Hinc iam inſignem controuerſiam a ſollertiſſimo Artifice Anglo Dollondo motam dirimere licet; qui experimentis quibusdam, quae merito non ſatis certa videntur, inſtitutis contendit in Anglia duplicis generis vitrum reperiri, alterum Chryſtallicum, alterum coronarium appellari ſolitum; quorum hoc multo minorem radiorum diſperſionem

nem gignat, quam illud, idque adeo in ratione sesquialtera, qua differentia inter refractiones extremas maior sit in chrystallino, quam in coronario, quod certe legibus naturae maxime aduersari esset censendum, si refractio media vtrinque esset eadem. Quamuis autem ea in chrystallino tantillo sit maior, inde tamen tantum discrimen nullo modo oriri potest, id quod etiam inde colligere licet, quod sine dubio inter innumerabiles vitri species vna quaedam reperiatur chrystallo quidem similior, sed quae eandem refractionem mediam ac species coronaria dicta gignat; atque in ista specie etiam refractiones extremae parum a chrystallinis discrepabunt; Iam vero omnino necesse est, vt eae plane perinde se habeant atque in vitro coronario. Ne vero rationibus contra experientiam pugnare videar, notandum est, vitrum coronarium viridi colore esse tinctum, quo euenit, vt in transitu radiorum haud exigua portio rubrorum absorbeatur atque ob hanc potissimum causam dispersio radiorum multo minor deprehendatur, ipsa refractionis lege, quaecunque ea sit, haud turbata.

Problema 3.

35. In hac refractionis hypothesi, data refractione media, dum radii ex aëre in aliud medium quodcunque transmittuntur, pro eodem transitu refractionem extremam vtramque definire.

Solutio.

Solutio.

Primum hic obseruari oportet, hoc problema non vti primum pro omni transitu resolui posse, sed alterius medii naturam iam esse debere cognitam: vnde hic pro altero medio aërem assumo, in quo si radii medii velocitate $= a$ moueantur, celeritatem rubrorum vidimus esse $= (1 + \frac{1}{89})a$, et violaceorum $= (1 - \frac{1}{89})a$. Quod si iam radii ex aëre in aliud medium quodcunque transeant, et per experimenta explorata sit refractio media $= m : 1$, quaeritur refractio tam rubra quam violacea. Sit igitur in hoc medio celeritas radiorum mediorum $= b$, eritque $b = ma$; celeritas autem radiorum rubrorum erit $b' = a\sqrt{((1 + \frac{1}{89})^2 + mm - 1)} = a\sqrt{(mm + \frac{2}{89} + \frac{1}{89 \cdot 89})}$, et violaceorum $= a\sqrt{((1 - \frac{1}{89})^2 + mm - 1)} = a\sqrt{(mm - \frac{2}{89} + \frac{1}{89 \cdot 89})}$. Breuitatis gratia pro fractione $\frac{1}{89}$, quippe quae non accuratissime cognita est putanda, scribamus α, vt sit in medio proposito celeritas radiorum rubrorum $= a\sqrt{(mm + 2\alpha + \alpha\alpha)}$ et violaceorum $= a\sqrt{(mm - 2\alpha + \alpha\alpha)}$, dum in ipso aëre est celeritas rubrorum $= (1 + \alpha)a$ et violaceorum $= (1 - \alpha\, a$. Cum igitur refractio rationem inuersam celeritatum sequatur, in transita radiorum ex aëre in medium propositum, quo refractio media est $= m : 1$ erit

refractio rubra $= \frac{\sqrt{(mm + 2\alpha + \alpha\alpha)}}{1 + \alpha} = \sqrt{(mm - \frac{(mm-1)(2\alpha + \alpha\alpha)}{(1+\alpha)^2})}$

refractio violacea $= \frac{\sqrt{(mm - 2\alpha + \alpha\alpha)}}{1 - \alpha} = \sqrt{(mm + \frac{(mm-1)(2\alpha - \alpha\alpha)}{(1-\alpha)^2})}$.

 Vel

Vel si radii medii aliquanto aliter constituantur inter extremos, ita repraesentari poterit

refractio rubra $= V\frac{mm+\alpha}{1+\alpha} = V(mm - \frac{\alpha(mm-1)}{1+\alpha})$

refractio violacea $= V\frac{mm-\alpha}{1-\alpha} = V(mm + \frac{\alpha(mm-1)}{1-\alpha})$

vbi fractio α aliter se habet, est que $\alpha = \frac{1}{55}$. Ita scilicet hic valor est definitus, vt posito $m = 1{,}55$ refractio rubra prodeat ad violaceam vt 154 ad 156.

Coroll. 1.

36 Cum in quolibet medio differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii rubri, medii, et violacei propagantur, sit eadem, litterae α valor ita est comparatus, vt αaa aequetur isti differentiae, denotante a celeritatem radiorum mediam in aere.

Coroll. 2.

37. Si in transitu radiorum ex aere in aliud medium sit refractio media $= n : 1$, erit simili modo refractio rubra $= V\frac{nn+\alpha}{1+\alpha} : 1$ et violacea $= V\frac{nn-\alpha}{1-\alpha} : 1$. Quare si radii ex illo medio in hoc transeant, erit refractio media $= \frac{n}{m} : 1$, rubra $= V\frac{nn+\alpha}{mm+\alpha} : 1$ et violacea $= V\frac{nn-\alpha}{mm-\alpha} : 1$.

Coroll. 3.

38 Definita ergo refractione media, quam radii ex aëre in singula media diaphana patiuntur, hinc etiam refractio omnium radiorum ex quouis medio

medio in aliud quodcunque transeuntium assignari potest.

Scholion 1.

39. Hinc iam discrimen inter hanc hypothesin et priorem, qua olim vsus eram, luculenter perspicitur. Fingamus enim quotcunque media diaphana A, B, C, D etc. quorum primum A sit aër, reliqua vero continuo ita fiant densiora, vt refractio media ex quolibet in sequens sit eadem $= m : 1$, ideoque refractio media sit ex A in C $= m^2 : 1$, ex A in D $= m^3 : 1$ etc. Hinc autem ex quolibet medio in sequens transeundo refractiones extremae non prodibunt eaedem, vti in priori hypothesi, sed ita se habebunt:

In transitu	refractio media	refractio rubra	refractio violacea
ex A in B	$m : 1$	$V\frac{mm+\alpha}{1+\alpha} : 1$	$V\frac{mm-\alpha}{1-\alpha} : 1$
ex B in C	$m : 1$	$V\frac{m^4+\alpha}{m^2+\alpha} : 1$	$V\frac{m^4-\alpha}{m^2-\alpha} : 1$
ex C in D	$m : 1$	$V\frac{m^6+\alpha}{m^3+\alpha} : 1$	$V\frac{m^6-\alpha}{m^3-\alpha} : 1$

Etsi ergo refractio media vtique est eadem, refractiones extremae tamen discrepant, et continuo propius ad mediam conuergunt, ita vt quo densiora fuerint ambo media, eo minus discrimen inter refractiones extremas intercedat.

Scholion 2.

40. Cum α sit fractio admodum parua $\frac{3}{47}$, formulae inuentae commode per approximationem exhiberi poterunt; cum enim sit:

$$V(mm-\tfrac{\alpha(mm-1)}{1+\alpha}) = m-\tfrac{\alpha(mm-1)}{2m(1+\alpha)}-\tfrac{\alpha\alpha(mm-1)^2}{8m^3(1+\alpha)^2} \text{ etc.}$$

at $\frac{\alpha}{1+\alpha}=\alpha-\alpha\alpha$ etc. erit satis accurate

refractio rubra $=m-\frac{\alpha(mm-1)}{2m}+\frac{\alpha\alpha(mm-1)(3mm+1)}{8m^3}$

refractio violacea $=m+\frac{\alpha(mm-1)}{2m}+\frac{\alpha\alpha(mm-1)(3mm+1)}{8m^3}$

ideoque differentia inter has extremas $=\frac{\alpha(mm-1)}{m}$. Quare si media reuera in illarum medio consistere assumatur et loco $m+\frac{\alpha\alpha(mm-1)(3mm+1)}{8m^3}$ simpliciter scribatur m, neglectis ipsius α potestatibus quadrato altioribus, erit

refractio rubra $=m-\frac{1}{50}\cdot\frac{mm-1}{m}$

refractio violacea $=m+\frac{1}{50}\cdot\frac{mm-1}{m}$.

Hypothesis 3.

41. Ad similitudinem praecedentis hypothesis, dum radiorum ex aëre in medium quodcunque refractio media est $=m:1$ generalius statuatur

refractio rubra $=\left(\frac{m^\lambda+\alpha}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}}:1$ et

refractio violacea $=\left(\frac{m^\lambda-\alpha}{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}}:1$

vt

vt sit $\alpha=\frac{156^\lambda-154^\lambda}{154^\lambda+156^\lambda-2.100^\lambda}$.

Coroll. 1.

42. Generalior haec hypothesis abit in hypothesin secundam modo pertractatam, si sumatur $\lambda=2$, sin autem ponatur $\lambda=1$ prodit hypothesis *Newtoniana*, qua statuatur

refractio rubra $=\frac{m+\alpha}{1+\alpha}:1=m-\frac{\alpha}{1+\alpha}(m-1):1$ et

refractio violacea $=\frac{m-\alpha}{1-\alpha}:1=m+\frac{\alpha}{1-\alpha}(m-1):1$

existente $\alpha=\frac{3}{210}=\frac{1}{70}=\frac{1}{77}$.

Coroll. 2.

43. At si sumatur $\lambda=0$, ob $m^\lambda=1+\lambda lm$ erit refractio rubra $=\left(\frac{1+\alpha+\lambda lm}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}}=\left(1+\frac{\lambda lm}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}}$. Ponatur haec quantitas $=z$, vt sit $z^\lambda=1+\frac{\lambda lm}{1+\alpha}=1+\lambda lz$, erit $lz=\frac{lm}{1+\alpha}$ et $z=m^{\frac{1}{1+\alpha}}$, ideoque refractio rubra $=m^{\frac{1}{1+\alpha}}:1$ et violacea $=m^{\frac{1}{1-\alpha}}:1$ quae est ipsa hypothesis prima supra euoluta, estque proxime $\alpha=\frac{1}{67}$.

Coroll. 3.

44. Tenet ergo hypothesis *Newtoniana* quasi medium inter binas hypotheses ante consideratas: et

quantum altera in exceſſu ab ea discrepat, tantum altera in defectu diſſidere eſt cenſenda.

Coroll. 4.

45. Si igitur radii ex aëre in aquam tranſeant, refractione media exiſtente $=\frac{4}{3}:1$ ſeu $m=1$, habebitur:

In hypotheſi	refractio rubra	refractio violacea
$\lambda=0$	1, 327608 : 1	1, 339058 : 1
$\lambda=1$	1, 327381 : 1	1, 339506 : 1
$\lambda=2$	1, 326852 : 1	1, 339814 : 1

vnde patet discrimen inter refractiones extremas maximum eſſe in hypotheſi $\lambda=2$ minimum vero in hypotheſi $\lambda=0$.

Scholion 1.

46. Discrimen autem nimis eſt paruum, quam vt per experimenta decidi poſſit, quaenam harum trium hypotheſium ad veritatem propius accedat. Cum autem hypotheſis *Newtoniana* $\lambda=1$ ideo ſit repudianda, quod ea ſtabilita effectus diuerſae refractionis radiorum nunquam tolli poſſet, vtcunque etiam diuerſa media refringentia inter ſe coniungerentur, certum autem ſit in oculis animalium nullam plane confuſionem ex hoc fonte enaſci; hac hypotheſi quaſi media remota id tantum reſtat inueſtigandum, vtra extremarum ad naturae veritatem propius accedat. Quamuis autem hypo-

hypotheſis prima $\lambda=0$, mihi olim maxime probabilis ſit viſa, tamen cum ſecundum eam oculi ſtructuram diligentius eſſem perſcrutatus, quomodocunque refractiones humorum aquei, chryſtallini et vitrei aſſumſeram, tamen ſemper inueni figuram chryſtallini concauam eſſe debere, vt ex diuerſa radiorum refractione nulla confuſio oriretur, quod argumentum nunc mihi quidem ſatis validum videtur ad hanc quoque hypotheſin explodendam. Simul vero hinc hypotheſis poſterior qua $\lambda=2$ eo fortuis firmamentum adipiſcitur, cum affectus inde oriundus plane contrarius reſultet, eaque admiſſa figura vtique conuexa pro humore chryſtallino obtineatur, quemadmodum hoc in natura euenire nouimus. Quam ob rem non dubito hanc hypotheſin, qua $\lambda=2$, tanquam veritati maxime conuenientem ſpectare, eique principia Dioptricae ſuperſtruere.

Scholion 2.

47. Hypotheſi hac qua $\lambda=2$ tam probabili facta, operae pretium erit tabulam exhibere, quae pro ſingulis refractionibus mediis refractiones extremas oſtendat.

Tabula

Tabula Refractionum

pro transitu radiorum ex aëre in medium quodcunque.

Refractio media.	Differentia refract.	Refractio rubra.	Refractio violacea.
132 : 1	0, 006249	1, 313751 : 1	1, 326249 : 1
133 : 1	0, 006424	1, 323576 : 1	1, 336424 : 1
134 : 1	0, 006597	1, 333403 : 1	1, 346597 : 1
135 : 1	0, 006769	1, 343231 : 1	1, 356769 : 1
136 : 1	0, 006941	1, 353059 : 1	1, 366941 : 1
137 : 1	0, 007112	1, 362888 : 1	1, 377112 : 1
138 : 1	0, 007282	1, 372718 : 1	1, 387282 : 1
139 : 1	0, 007451	1, 382549 : 1	1, 397451 : 1
140 : 1	0, 007619	1, 392381 : 1	1, 407619 : 1
141 : 1	0, 007786	1, 402214 : 1	1, 417786 : 1
142 : 1	0, 007953	1, 412047 : 1	1, 427953 : 1
143 : 1	0, 008119	1, 421881 : 1	1, 438119 : 1
144 : 1	0, 008284	1, 431716 : 1	1, 448284 : 1
145 : 1	0, 008448	1, 441552 : 1	1, 458448 : 1
146 : 1	0, 008612	1, 451388 : 1	1, 468612 : 1
147 : 1	0, 008775	1, 461225 : 1	1, 478775 : 1
148 : 1	0, 008937	1, 471063 : 1	1, 488937 : 1
149 : 1	0, 009098	1, 480902 : 1	1, 499098 : 1
150 : 1	0, 009259	1, 490741 : 1	1, 509259 : 1
151 : 1	0, 009419	1, 500581 : 1	1, 519419 : 1
152 : 1	0, 009579	1, 510421 : 1	1, 529579 : 1
153 : 1	0, 009738	1, 520262 : 1	1, 539738 : 1
154 : 1	0, 009896	1, 530104 : 1	1, 549896 : 1

Re-

Refractio media.	Differentia refract.	Refractio rubra.	Refractio violacea.
155 : 1	0, 010054	1, 539946 : 1	1, 560054 : 1
156 : 1	0, 010211	1, 549789 : 1	1, 570211 : 1
157 : 1	0, 010367	1, 559633 : 1	1, 580367 : 1
158 : 1	0, 010523	1, 569477 : 1	1, 590523 : 1
159 : 1	0, 010678	1, 579322 : 1	1, 600678 : 1
160 : 1	0, 010833	1, 589167 : 1	1, 610833 : 1
161 : 1	0, 010988	1, 599012 : 1	1, 620988 : 1
162 : 1	0, 011142	1, 608858 : 1	1, 631142 : 1

Problema 4.

43. Refractionem radiorum ex medio quocunque M in aliud N transeuntium definire, data refractione media ex aëre in vtrumque medium.

Solutio.

Sit $m : 1$ refractio media, dum radii ex aëre in medium M transeunt, refractiones autem extremae ita exprimantur $m + dm : 1$, tribuendo ipsi dm valorem ex columna differentiarum tabulae praecedentis desumtum, ita vt refractio rubra fit $= m - dm : 1$ et violacea $= m + dm : 1$. Simili modo pro radiis ex aëre in medium N transeuntibus sit refractio media $= n + dn : 1$, valore ipsius dn ex tabula differentiarum itidem desumto. His positis si radii ex medio M in medium N ingrediantur, erit

refractio media $= n : m = \frac{n}{m} : 1$

refractio rubra $= n - dn : m - dm = \frac{n-dn}{m-dm} : 1$

refractio violacea $= n + dn : m + dm = \frac{n+dn}{m+dm} : 1$.

Cum autem differentiae dm et dn tam ſint paruae vt tanquam differentialia tractari poſſint, erit proxime:

refractio rubra $= \frac{n}{m} - d.\frac{n}{m} : 1$

refractio violacea $= \frac{n}{m} + d.\frac{n}{m} : 1$.

Hincque refractio radiorum, quatenus diuerſae ſunt indolis, per media diaphana quotcunque definiri poterit, ſi modo refractio media ex aëre in ſingula iſta media fuerit cognita.

DE NOVO MICROSCOPIORVM GENERE EX SEX LENTIBVS COMPOSITIO.

Auctore

L. EVLERO.

1.

Cum microscopia ſimplicia maiores multiplicationes largiri nequeant, niſi lenticulae quam minimae adhibeantur, quarum conſtructio non ſolum ſummam artificis ſollertiam requirit, ſed etiam obiecta ipſis tam prope admoueri debent, vt tantum non lenticulam contingant, ideoque minimae inaequalitates in eorum ſuperficie nimis confuſe repraeſententur; vt his inſignibus incommodis occurratur, microscopia compoſita in vſum vocari ſunt coepta, quibus maiorum lenticularum beneficio quantumuis magnae multiplicationes produci poſſunt, ita vt obiecta non adeo prope admoueri neceſſe ſit. Vulgo haec microscopia tribus conſtant lentibus, praeter obiectiuam ſcilicet binis ocularibus, quarum ratio ab artificibus diuerſimode aſſignatur. Veram autem rationem nuper iudicaui, qua fit, vt non ſolum maximum in obiecto ſpatium conſpiciatur, ſed