RECHERCHES

Sur la construction des nouvelles Lunettes à 5 & 6 verres & leur perfection ultérieure

PAR M. EULER.

I. DEPUIS quelque tems cette espèce de Lunettes est devenue fort commune, & l' emporte beaucoup sur les Lunettes à 4 verres, dont on s'étoit servi jusqu'ici pour représenter les objets debout. L' invention de ces nouvelles Lunettes est apparemment dûe au célèbre M. Dollond, qui semble avoir porté l' art de polir les verres presque au plus haut dégré de perfection, dont il est susceptible. Aussi les avantages de ces nouvelles Lunettes sur les ordinaires à 4 verres sont ils très-considérables: elles présentent les objets plus nettement, elles découvrent un plus grand champ, & pour le même grossissement elles ne sont pas si longues que les ordinaires.

II. D'abord je me suis imaginé que ces Lunettes étoient construites sur le même principe que les ordinaires, qu'on peut regarder comme deux Lunettes astronomiques jointes ensemble, & que l' artiste y avoit adroitement ajouté un cinquiéme & même un sixiéme verre, tant pour augmenter le champ apparent, que pour délivrer des couleurs d' iris la représentation des objets. Mais aiant examiné quelques unes de ces Lunettes, j' ai remarqué que l' arrangement des verres est fondé sur un principe tout-à-fait différent, & en particulier on y trouve une lentille, dont l'ouverture est beaucoup plus petite que dans les ordinaires, sans que le champ apparent en souffre la moindre diminution. Cette petite lentille constitue quasi l'essence de ces nouvelles Lunettes, en les diſtinguant de toutes les autres dont on s'eſt ſervi juſqu'ici.

III. Le principe ſur lequel ces Lunettes ſont fondées, conſiſte dans une diſpoſition toute particulière des deux verres du milieu, qu'il faut bien diſtinguer tant de l'objectif que des oculaires. L'objectif étant placé en A (*fig.* 1. *pl.* 3.), on met le ſecond verre QQ à peu près dans le foyer de l'objectif (je ſuppoſerai ici qu'il s'y trouve exactement, puiſque cette ſituation ne cauſe aucune confuſion); enſuite conſidérant l'objectif PAP comme un vrai objet qu'on marque le lieu C ou ſon image tomberoit par le ſecond verre QQ, & c'eſt préciſément ici qu'il faut placer le troiſième verre RR; d'où l'on voit que ſon ouverture eſt déterminée uniquement par celle de l'objectif, de ſorte que $RR = \frac{BC}{AB} \cdot PP$, & puiſque la diſtance BC eſt ordinairement très-petite à l'égard de AB, c'eſt la raiſon pourquoi l'ouverture de ce troiſième verre eſt ſi petite, en quoi conſiſte le caractère de ces Lunettes.

IV. Après ces trois verres en A, B, & C, on peut employer un ou deux, ou pluſieurs oculaires pour gagner un champ apparent d'autant plus grand; car ſi l'on ne ſe ſervoit que d'un ſeul oculaire SDS le champ ſeroit au deſſous des Lunettes ordinaires, & cependant comme ce cas renferme le fondement des ſuivans, il ſera bon de le développer.

Soit donc p la diſtance de foyer de l'objectif, & x le demi-diamétre de ſon ouverture, & que pour les autres verres les diſtances de foyer ſoient exprimées par les lettres q, r, s, & les demi-diamètre de leurs ouvertures par πq, πr, $\pi'' s$, entant que le champ apparent en dépend. Enſuite pour les nombres B, C, D de mes formules générales expliquées dans le XIII. Volume des Mém. de l'Acad. de Berlin, puiſque le verre B eſt placé au foyer de l'objectif, nous aurons $B = -1$ & $\mathrm{B} = \infty$, pour le troisiéme verre posons $C = \frac{c}{1 - c}$, & partant $\mathrm{C} = c$, or le quatriéme verre étant l'oculaire, donne $D = \infty$, & $\mathrm{D} = 1$.

V. Maintenant, puisque les objets doivent être présentés debout, soit $m : 1$ le raport du grossissement selon le diamètre, & posant le demi-diamètre du champ apparent $= \varphi$ nous aurons d'abord $\varphi = - \frac{\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$, où je remarque que si l'on fait l'oculaire également convexe des deux côtés, on peut prendre $\pi'' = - \frac{1}{4}$, de sorte que le diamètre de son ouverture soit égal à la moitié de sa distance de foyer. Or pour rendre les déterminations plus générales, au lieu de la fraction $\frac{1}{2}$, qui répond à la plus grande ouverture, j'écrirai ω, & je poserai $\pi'' = - \omega$. Pour la lettre π', puisque l'ouverture du troisième verre n'influe point sur le champ, j'aurai $\pi' = 0$, & la lettre π ne pouvant être prise négative, je mettrai $\pi = \beta\omega$, où il faut prendre β aussi petite que les circonstances le permettent. De là nous aurons $\varphi = \frac{1 - \beta}{m - 1}\omega$, & posant pour abreger $\frac{1 - \beta}{m - 1} = M$, cette expression $\varphi = M\omega$.

VI. Aiant établi ces élémens, je tire de mes formules générales, à cause de
$\mathrm{B}\pi - \varphi = \infty\pi$, $\mathrm{C}\pi' - \pi\varphi = -(\beta - M)\omega$, & $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = -(1 - \beta + M)\omega$, tant pour les distances de foyer de nos verres, que pour leurs intervalles les valeurs suivantes :

$$q = \frac{B\varphi}{B\pi - \varphi} p = \frac{M}{\beta} p$$

$$r = \frac{BC\varphi}{-(\beta - M)\omega} p = \frac{cM}{\beta - M} p$$

$$s = \frac{BC\varphi}{-(1 - \beta + M)\omega} p = \frac{c}{1 - c} \cdot \frac{M}{1 - \beta + M} p,$$

$$AB = \frac{B\pi}{B\pi - \varphi} p = p$$

$$BC = \frac{\varphi B\pi}{B\pi(\beta - M)\omega} p = \frac{M}{\beta - M} p$$

$$CD = \frac{c}{1 - c} \cdot \frac{M}{(\beta - M)(1 - \beta + M)} p$$

& pour le lieu de l'œil, la diſtance $DO = \frac{s}{1 - \beta + M}$. Or la formule, qui ſert à détruire les couleurs d' iris, ne ſauroit être remplie, puiſqu'il faudroit qu'il fût $\frac{1}{1 - \beta + M} = 0$, & partant ce ſera un grand défaut de cette première eſpèce de Lunettes.

VII. Or l'autre défaut, par raport au champ apparent, eſt encore plus conſidérable, ſon demi-diamètre $\varphi = \frac{1 - \beta}{m - 1} \omega$ étant encore plus petit que dans les Lunettes aſtronomiques ordinaires; car non ſeulement le nombre β ne ſauroit évanoüir, mais il faut qu'il ſoit plus grand que M. Poſons donc $\beta = (1 + n) M$, & puiſque $1 - \beta = (m - 1) M$, nous aurons $M = \frac{1}{m + n}$, & partant $\varphi = M\omega = \frac{\omega}{m + n}$, & enſuite les autres déterminations:

$$q = \frac{1}{1 + n} p, \qquad AB = p$$

$$r = \frac{c}{n} p, \qquad BC = \frac{1}{n} p$$

$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{M}{1-nM} p$, $CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{1}{n(1-nM)} p$,

ou $t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{1}{m} p$, ou $CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{m+n}{nm} p$

& pour le lieu de l'œil $DO = \frac{s}{1-nM} = \frac{m+n}{m} s$.

VIII. Si nous considérons les distances de foyer des trois premiers verres p, q, r, avec le grossissement m, comme données, nous en aurons $n = \frac{p-q}{q}$ & $c = \frac{(p-q)r}{pq}$, d'où le demi-diamètre du champ apparent sera $\phi = \frac{q\omega}{mq+p-q}$, qui ne dépend donc point du troisiéme verre en C. Mais pour l'oculaire en D sa distance de foyer doit être $s = \frac{(p-q)r}{pq-(p-q)r} \cdot \frac{p}{m}$, & les intervalles entre les verres, $AB = p$, $BC = \frac{pq}{p-q}$, $CD = \frac{r(mq+p-q)}{m(pq-(p-q)r)} p = s\left(\frac{mq}{p-q} + 1\right)$. Cet arrangement des verres nous fournit donc la commodité que, quand même on pourroit donner à p une valeur très-petite, on pourroit se servir d'un oculaire, dont la distance de foyer fût aussi grande qu'on voudra.

IX. Pour rendre cet avantage plus sensible, soit la distance de foyer de l'oculaire donnée, $s = k$, & puisque $\frac{c}{1-c} = \frac{mk}{p}$, nous aurons $c = \frac{mk}{mk+p}$, d'où les déterminations de la Lunette seront les suivantes :

Dist. de foyer du verre	Intervalles entre les verres
en $A = p$	$AB = p$
en $B = q = \frac{1}{1+n} p$	$BC = \frac{1}{n} p$

Dist. de foyer du verre	Intervalles entre les verres
en $C = r = \frac{mkp}{n(mk+p)}$	$CD = \frac{m+n}{n}k$
en $D = s = k$	$DO = \frac{m+n}{m}k$

où le nombre n est encore indéterminé ; mais puisque nous avons pour le champ apparent $\varphi = \frac{\omega}{m+n}$, il est bon de prendre n aussi petit qu'il est possible ; or on voit qu'en diminuant trop le nombre n, la longueur de la Lunette deviendroit excessive, défaut qu'on a encore plus de raisons d' éviter, que la petitesse du champ apparent.

X. Considérons aussi l' ouverture de chaque verre, & pour l'objectif le demi-diamètre de son ouverture x se détermine par le grossissement, en prenant $x = \frac{m}{60}$ pouces ou bien $x = \frac{m}{50}$ pouces, si l' on craint que la pluralité des verres ne nuise à la clarté. Pour le second verre QBQ, le demi-diamètre de son ouverture doit être $BQ = \beta\omega q = M\omega p = \frac{\omega}{m+n}p$. Pour le troisiéme verre RCR, il faut avoir uniquement égard à l' ouverture de l' objectif, dont le demi-diamètre étant $AP = x$, nous aurons $CR = \frac{BC}{AB}x = \frac{x}{n}$, d' où l' on comprend la raison, pourquoi ce verre souffre une si petite ouverture. Mais au verre oculaire il faut donner la plus grande ouverture dont il est susceptible, son demi-diamètre étant $DS = \omega k$ ou bien $\frac{1}{4}k$.

XI. Il est aussi important de déterminer conformément à mes expressions générales la confusion qui résulte de tous nos quatre verres, où leur figure indiquée par les nombres $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda'''$ entre principalement en considération. Puisque donc $B = -1$, $C = \frac{c}{1-c}$, $C\pi' - \pi + \varphi = -(\beta - M)\omega = -n\varphi$, on voit que le second verre ne cause aucune confusion; or de tous les autres ensemble résulte cette expression :

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'' + \nu c(1-c)}{nc^3} + \frac{\lambda'''(1-c)^3}{mc^3}\right)$$

qui ne doit pas excéder la valeur de $\frac{\mu}{4x^3}$, prenant x entre 40 & 50. Il faut donc qu'il soit

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'' + \nu c(1-c)}{nc^3} + \frac{\lambda'''(1-c^3}{mc^3}\right) < \frac{1}{x^3}$$

ou, puisque $\frac{c}{1-c} = \frac{mk}{p}$, & $c = \frac{mk}{mk+p}$, nous aurons:

$$\frac{mx^3}{p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda''(mk+p)^3}{nm^3k^3} + \frac{\nu p(mk+p)}{nmmkk} + \frac{\lambda'''p^3}{m^3k^3}\right) < \frac{1}{x^3}$$

XII. De là nons voyons que plus on prend petit le nombre n plus la confusion sera augmentée, ce qui est un nouveau motif de prendre toujours $n > 1$. Ensuite comme le second verre n'affecte point la confusion, on le fera également convexe des deux côtés, pourqu'il admette l'ouverture que je viens de lui assigner, sur tout quand j'emploierai plusieurs oculaires. Or pour le troisiéme verre, comme il ne demande presque point d'ouverture, il sera bon de prendre $\lambda'' = 1$, & puisque sa distance de foyer est $= r$, & $C = c$, il faudra faire les rayons

de la face d'avant $= \frac{r}{\rho c + \sigma(1-c)}$

de la face de derrière $= \frac{r}{\sigma c + \rho(1-c)}$

où les nombres ρ & σ de même que le nombre ν dépendent de la raison de réfraction, comme je l'ai expliqué ailleurs. Mais pour l'oculaire *SDS*, on voit qu'en augmentant k audelà de $\frac{p}{m}$, la confuſion qui en réſulte, ne ſera d'aucune conſéquence.

XIII. Je ne m'arrêterai pas à développer cette eſpèce de teleſcopes, puiſqu'elle eſt aſſujettie à ces deux très-grands défauts, que premiérement le champ apparent eſt très-peu conſidérable, étant moindre que dans les Lunettes ordinaires compoſées des deux convexes, & en ſecond lieu parcequ'elle n'eſt pas délivrée de l'apparition des couleurs d'iris. Auſſi M. Dollond n'en a point fait, autant que je ſache, & ſi l'on veut des Lunettes qui n'aient pas plus de verres que quatre, on fera mieux de ſuivre la conſtruction ordinaire. Cependant cette première eſpèce me ſervira de baſe, pour en déduire les eſpèces ſuivantes, qui ne différent de celle-ci que par le nombre des verres oculaires. C'eſt de cette ſource qu'on peut non ſeulement amplifier le champ apparent, mais auſſi détruire les couleurs d'iris, & par là procurer à ces Lunettes les avantages, qui les ont rendues ſi recommendables; je tâcherai ſur tout de porter ces avantages au plus haut dégré de perfection, dont ils ſont ſuſceptibles.

XIV. Mais auparavant il eſt néceſſaire de donner un bon conſeil pour faire mieux réuſſir l'exécution de ces Lunettes. C'eſt au ſujet du troiſiéme verre *RCR* dont la confuſion eſt ſi grande, qu'elle pourroit bien ſurpaſſer celle de l'objectif même, & partant obliger d'étendre la diſtance de foyer de l'objectif bien audelà des bornes, que la conſtruction des Lunettes ordinaires preſcrit, ce qui allongeroit très-conſidérablement cette eſpèce de Lunettes; & puiſqu'alors la quantité p devroit ſurpaſſer mk, la confuſion qui en réſulte deviendroit encore plus conſidérable, ſans qu'il fût à propos d'y remédier par l'augmentation du nombre n, ce qui retreciroit trop le champ apparent. Il faut donc penser à remédier à cet inconvénient d'une autre manière, qui puisse même contribuer à rendre ces Lunettes plus commodes.

XV. Pour cet effet je ne crois pas qu'il y ait un meilleur moyen que de doubler ce verre *RCR*, ou de le composer de deux verres immédiatement joints ensemble, ce qui se pourra exécuter d'autant plus aisément, puisque ce verre est très-petit, & que son épaisseur ne s'oppose pas à une telle jonction. Aiant donc déterminé la distance de foyer *r* que ce verre doit avoir, les deux verres dont il sera bon de le composer, doivent être formés selon les mesures suivantes.

Du premier verre qui regarde l'objectif

le rayon de la face $\begin{cases} \text{d'avant} & = 0,7481\,r \\ \text{de derrière} & = 1,0225\,r \end{cases}$

De l'autre verre qui regarde l'œil

le rayon de la face $\begin{cases} \text{d'avant} & = -0,5088\,r \\ \text{de derrière} & = +0,6657\,r \end{cases}$

Ces deux verres étant joints ensemble laisseront un petit vuide entr'eux (*fig.* 2.), & on les pourra regarder comme un seul verre, dont la confusion sera insensible.

XVI. Aiant détruit de cette manière, ou au moins rendu insensible la confusion, qui seroit à craindre de la part de ce troisiéme verre, on pourra avec d'autant plus de succès remédier à toute la confusion causée par l'objectif, & tous les autres verres ensemble. On n'a qu'à composer l'objectif aussi de deux verres, dont voici la construction, la distance de foyer devant être $= p$

Du premier verre

le rayon de la face $\begin{cases} \text{d'avant} & = 0,51467\,p \\ \text{de derrière} & = 4,05851\,p \end{cases}$

De l'autre verre

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} & = -0,59340\,p \\ \text{de derrière} & = +0,74127\,p \end{cases}$

On mettra entre ces deux verres une telle diſtance, à déterminer par l'expérience, que l'on s'apperçoive le moins de toute confuſion. Quand cette conſtruction réuſſit bien, on pourra, peut être, prendre $p = \frac{m}{4}$ pouces ou encore plus petite, ce qui racourciroit très-conſidérablement ces Lunettes.

De Lunettes de cette eſpèce à 5 verres.

XVII. Ces Lunettes ne différent des précédentes, que parceque j'emploie ici deux verres oculaires, tant pour augmenter le champ apparent, que pour faire évanoüir les couleurs d'iris, dont la repréſentation des objets pourroit être troublée. Enſuite je nomme ces Lunettes à cinq verres, quand même on auroit doublé tant l'objectif que le troiſiéme petit verre RCR, puiſque cette duplication n'empêche pas qu'on ne puiſſe regarder dans le calcul ces verres comme ſimples. Mais quand il s'agit de fixer la diſtance de foyer l'objectif, que je nomme $= p$, &. à laquelle l'intervalle des verres AB eſt toujours égale, il y faut faire attention à cauſe de la confuſion, qui pourroit réſulter de tous les verres. Car plus on réuſſit à diminuer cette confuſion, plus peut-on prendre petite la diſtance de foyer de l'objectif, laquelle doit pourtant être toujours au moins plus de quatre fois plus grande que le diamètre de ſon ouverture qui ſe détermine par le groſſiſſement exprimé par la lettre m.

XVIII. Poſant donc le lettres p, q, r, s & t pour les diſtances de foyer de nos 5 verres, ſoient les demidiamètres de leurs ouvertures:
$AP = x$, $BQ = \pi q$, $CR = \pi' r$, $DS = \pi'' s$ & $ET = \pi''' t$, & le demi-diamètre du champ apparent $= \phi$. Cela poſé, puiſque le groſſiſſement eſt $= m$, & que les objets doi-

vent être repréſentés debout, mes formules générales me fourniſſent cette équation $\varphi = -\frac{\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$, où comme j'ai remarqué cy-deſſus, la lettre π doit avoir une valeur poſitive $< \omega$, & $\pi = 0$. Donc pour rendre le champ auſſi grand qu'il eſt poſſible, je poſerai $\pi = \beta\omega$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\omega$, & $\pi''' = \omega$, pour avoir $\varphi = \frac{2 - \beta}{m - 1}\omega$, ou $\varphi = M\omega$, en poſant $M = \frac{2 - \beta}{m - 1}$.

XIX. Soient enſuite les nombres, qui déterminent dans mes formules tant les diſtances de foyer, que les intervalles des verres :

$$B = -1,\ C = \frac{c}{1 - c},\ D = -\frac{d}{1 + d},\ E = \infty$$
$$\mathrm{B} = \infty,\ \mathrm{C} = c,\ \mathrm{D} = -d,\ \mathrm{E} = 1$$

d'où nous tirons d'abord les valeurs ſuivantes :

$$\mathrm{B}\pi - \varphi = \infty\beta\omega$$
$$\mathrm{C}\pi' - \pi + \varphi = -(\beta - M)\omega$$
$$\mathrm{D}\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = +(d + \beta - M)\omega$$
$$\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = +(2 - \beta + M)\omega$$

& de là les diſtances de foyer avec les intervalles des verres :

$$q = \frac{M}{\beta}p$$

$$r = \frac{M}{\beta - M}p$$

$$s = \frac{c}{1 - c}\cdot\frac{dM}{d + \beta - M}p$$

$$t = \frac{cd}{(1 - c)(1 + d)}\cdot\frac{M}{2 - \beta + M}p$$

$$AB = p$$

$$BC = \frac{M}{\beta - M}p$$

$$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{dM}{(\beta - M)(d + \beta - M)} p$$

$$DE = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{(d+2)M}{(d+\beta-M)(2-\beta+M)} p$$

& pour le lieu de l'œil la diſtance $EO = \frac{t}{2-\beta+M}$.

XX. Pour abreger ces expreſſions, poſons $\beta = (n+1)M$, puiſqu'il faut néceſſairement qu'il ſoit $\beta > M$, ce qui fournit $M = \frac{2}{m+n}$, & partant le demi-diamètre du champ $\Phi = \frac{2}{m+n}\omega$, qui eſt le double du cas précédent, en donnant au nombre n la même valeur. Or nos formules deviendront :

$$q = \frac{1}{n+1} p$$

$$r = \frac{c}{n} p$$

$$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{dM}{d+nM} p$$

$$t = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M}{2-nM} p$$

$$AB = p$$

$$BC = \frac{1}{n} p$$

$$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{n(d+nM)} p$$

$$DE = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{(d+2)}{(d+nM)(2-nM)} p$$

& pour le lieu de l'œil $EO = \frac{t}{2-nM} = \frac{t}{mM}$.

où les trois quantités c, d & n ſeroient arbitraires.

XXI. Mais il faut à cette heure tenir compte des couleurs d'iris, qui évanouïront en satisfaisant à cette équation:

$$\frac{\pi}{B\pi - \varphi} + \frac{\pi'}{C\pi' - \pi + \varphi} + \frac{\pi''}{D\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} +$$

$$\frac{\pi'''}{E\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi} = 0$$

qui pour le cas présent se réduit à celle-ci :

$$-\frac{1}{d + nM} + \frac{1}{2 - nM} = 0$$

d'où nous trouvons $d = 2 - 2nM$ & $d + 2 = 2(2 - nM)$, & en substituant pour M sa valeur $\frac{2}{m+n}$, nous aurons $2 - nM = d + nM = \frac{2m}{m+n}$, $d = \frac{2(m-n)}{m+n}$ & $d + 2 = \frac{4m}{m+n}$, & partant:

$$q = \frac{1}{n+1}p \qquad AB = p$$

$$r = \frac{c}{n}p \qquad BC = \frac{1}{n}p$$

$$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{2(m-n)}{m+n} \cdot \frac{p}{m}, \quad CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{m-n}{n} \cdot \frac{p}{m}$$

$$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{2(m-n)}{3m-n} \cdot \frac{p}{m}, \quad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4(m-n)}{3m-n} \cdot \frac{p}{m}$$

& pour le lieu de l'œil $EO = \frac{m+n}{2m}t$

XXII. On peut rendre ces formules encore plus simples en posant $n = \frac{m}{i}$, de sorte que le demi-diamètre du champ apparent devienne $\varphi = \frac{2i}{m(i+1)}\omega$, & les autres déterminations seront :

$$q = \frac{i}{m+i}p \qquad AB = p$$

$$r = ci \cdot \frac{p}{m} \qquad BC = i \cdot \frac{p}{m}$$

$$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{2(i-1)}{i+1} \cdot \frac{p}{m} \qquad CD = \frac{c}{1-c} \cdot (i-1) \cdot \frac{p}{m}$$

$$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{2(i-1)}{3i-1} \cdot \frac{p}{m} \qquad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4(i-1)}{3i-1} \cdot \frac{p}{m}$$

& pour le lieu de l' œil la diſtance $EO = \frac{i+1}{2i}t$, où le champ apparent demande de grandes valeurs pour le nombre i, mais la longueur de la Lunette auſſi bien que la diſtinction en demande de petites, puiſque (§. XI.) la quantité $\frac{\lambda''}{nc^3} = \frac{\lambda'' i}{mc^3}$ doit être fort petite par raport à l'unité à moins qu'on ne remédie à la confuſion, en doublant le troiſiéme verre.

XXIII. Poſons outre cela $\frac{c}{1-c} \times \frac{p}{m} = z$, pour mieux ſoumettre les verres oculaires à notre volonté, de ſorte, que $\frac{c}{1-c} = \frac{mz}{p}$, & $c = \frac{mz}{mz+p}$, d' où la fraction $\frac{i}{m}$ $(1 + \frac{p}{mz})^3$ devroit être aſsès petite, pour n' être pas obligé de doubler le troiſiéme verre. Donc les déterminations générales pour ces Lunettes ſeront :

$$q = \frac{i}{m+i}p \qquad AB = p$$

$$r = \frac{ipz}{mz+p} \qquad BC = \frac{i}{m}p$$

$$s = \frac{2(i-1)}{i+1}z \qquad CD = (i-1)z$$

$$t = \frac{2(i-1)}{3i-1}z \qquad DE = \frac{4(i-1)}{3i-1}z$$

pour le lieu de l'œil $EO = \frac{i+1}{2i} t$, & le demi-diamètre du champ apparent $\Phi = \frac{2i}{m(i+1)} \omega$; où il eſt remarquable que les deux quantités i & z ſont indépendantes du groſſiſſement m, & de la diſtance de foyer de l'objectif p, & partant tant les deux verres D & E, que les diſtances CD, DE, & EO n'en dépendent pas non plus.

XXIV. Pour les ouvertures des verres, celles de l'objectif & du troiſiéme ſont déterminées par le dégré de clarté, & celles des autres par le champ apparent, de la manière ſuivante:

Demi-diamètres de l'ouverture des verres

$$AP = x = \frac{m}{60} \text{ ou } \frac{m}{50} \text{ pouces}$$

$$BQ = \frac{2i}{m(i+1)} \omega p$$

$$CR = \frac{i}{m} x = \frac{i}{60} \text{ ou } \frac{i}{50} \text{ pouces}$$

$$DS = \omega s = \frac{2(i-1)}{i+1} \omega z$$

$$ET = \omega t = \frac{2(i-1)}{3i-1} \omega z$$

où l'on peut prendre $\omega = \frac{1}{4}$, ſi l'on fait les verres B, D & E également convexes des deux côtés.

XXV. Si l'on vouloit ſe ſervir tant d'un objectif ordinaire, que du troiſiéme verre ſimple, il ſeroit bon pour diminuer la confuſion, de prendre z beaucoup plus grand que $\frac{p}{m}$; mais puiſque alors la diſtance de foyer des verres D & E deviendroit aſsès conſidérable pour les grandes multiplications, ces verres devroient être trop grands. Il conviendra donc de prendre un milieu, en poſant $z =$

$\frac{p}{m}$, & de donner plutôt au verre objectif une plus grande diſtance de foyer p pour rendre la confuſion inſenſible. Alors aiant $c = \frac{1}{2}$, on n'aura qu'à déterminer la diſtance de foyer de l'objectif par cette formule $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m+8i)}$ pouces, & lui donner une ouverture dont le demidiamètre $x = \frac{m}{60}$ pouces. Dans ce cas, le troiſiéme verre C deviendra auſſi également convexe des deux côtés. Or en ſuppoſant la raiſon de refraction de l' air dans le verre, comme 1, 54 à 1, il ſera bon de former l'objectif enſorte, que le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,\ 60849\ p \\ \text{de derrière} = 4,\ 79820\ p \end{cases}$ Pour les autres verres également convexes des deux côtés, la diſtance de foyer étant $= q$, on prendra le rayon de chaque face $= 1,\ 08q$.

XXVI. Cela poſé nous aurons les déterminations ſuivantes pour la conſtruction de ces Lunettes, en prenant $\omega = \frac{1}{4}$.

Diſtance de foyer du verre	Demi-diamètre de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en A .. $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m+8i)}$ pouces	$AP = x = \frac{m}{60}$ pouc.	$AB = p$
en B .. $q = \frac{i}{m+i}\, p$	$BQ = \frac{i}{2(i+1)} \cdot \frac{p}{m}$	$BC = i \cdot \frac{p}{m}$
en C .. $r = \frac{1}{2}\, i \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{i}{60}$ pouces	$CD = (i-1)\frac{p}{m}$
en D .. $s = \frac{2(i-1)}{i+1} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{i-1}{2(i+1)} \cdot \frac{p}{m}$	$DE = \frac{4(i-1)}{3i-1} \cdot \frac{p}{m}$
en E .. $t = \frac{2(i-1)}{3i-1} \cdot \frac{p}{m}$	$ET = \frac{i-1}{2(3i-1)} \cdot \frac{p}{m}$	$EO = \frac{ii-1}{i(3i-1)} \cdot \frac{p}{m}$

la longueur de la Lunette $AO = p + \frac{6i^3 - 3i - 1}{i(3i - 1)} \cdot \frac{p}{m}$ & le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{i}{2m(i+1)}$, qui étant réduit en minutes, donne $\phi = \frac{1718\,i}{m(i+1)}$ minutes. Or pour que le ſecond verre admette l'ouverture marquée, il faut qu'il ſoit $m > \frac{2i}{i-1}$.

XXVII. Le nombre i étant encore permis à notre choix à l' égard du champ apparent, il ſeroit bon de le prendre fort grand, cependant ſi on l'augmentoit à l'infini, on n'en tireroit que $\phi = \frac{1}{2m}$, & la Lunette deviendroit à deux égards infiniment longue, puiſque la diſtance de foyer de l' objectif devroit auſſi être priſe infinie. Mais prenant $i = 2$, à cauſe de $\phi = \frac{1}{3m}$, on perd bien daus le champ la ſixiéme partie, mais la Lunette devient auſſi plus courte à un double égard, ce qui eſt ſans doute bien préférable. Si l' on vouloit mettre $i = 3$, on gagneroit tant ſoit peu ſur le champ, mais la Lunette deviendroit aſsès conſidérablement plus longue. D' où je conclud qu'il eſt avantageux de ne pas ſuppoſer i plus grand que 2, attendu que ſi l' on ſouhaite un plus grand champ, on n' a qu'à ajouter encore un verre, qui l' augmentera de la moitié, pendant qu'en donnant ici au nombre i de plus grandes valeurs, les accroiſſemens du champ ſeroient inſenſibles.

XXVIII. Poſons donc $i = 2$, & prenant la diſtance de foyer de l'objectif $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m + 24)}$ pouces, nous aurons les déterminations ſuivantes :

Dist. de foyer du verre	Demi-diam. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p$	$AP = \frac{m}{60}$ pouc.	$AB = p$
en $B = \frac{2}{m+2} p$	$BQ = \frac{1}{3m} p$	$BC = \frac{2}{m} p$
en $C = \frac{1}{m} p$	$CR = \frac{1}{30}$ pouc.	$CD = \frac{1}{m} p$
en $D = \frac{2}{3m} p$	$DS = \frac{1}{6m} p$	$DE = \frac{4}{5m} p$
en $E = \frac{2}{5m} p$	$ET = \frac{1}{10m} p$	$EO = \frac{3}{10m} p$

donc la longueur de la Lunette $AO = p + \frac{41}{10m} p$, & le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{1}{3m}$ ou de $\frac{1146}{m}$ minutes, d'où il est aisé de tirer pour chaque multiplication proposée les mesures exprimées en pouces, & d'y régler la construction des Lunettes.

1° *Devis d'une telle Lunette qui grossit 10 fois.*

XXIX. A cause de $m = 10$, nous aurons $p = \frac{15}{2} \sqrt[3]{34} = 24, 3$ pouces, prenons donc $p = 25$ pouces, puisqu'il vaut mieux de la prendre plus grande que plus petite, & nous obtiendrons les mesures suivantes en pouces.

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 25, 00$	$\begin{cases} 15, 21 \\ 119, 95 \end{cases}$	$AP = 0, 17$	$AB = 25, 00$
en $B = 4, 17$	$4, 50$	$BQ = 0, 83$	$BC = 5, 00$
en $C = 2, 50$	$2, 70$	$CR = 0, 03$	$CD = 2, 50$
en $D = 1, 67$	$1, 80$	$DS = 0, 42$	$DE = 2, 00$
en $E = 1, 00$	$1, 00$	$ET = 0, 25$	$EO = 0, 75$

la longueur de toute la Lunette $AO = 35, 25$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 114' = 1°, 54'$.

2° Devis d'une telle Lunette que grossit 20 fois.

XXX. La valeur $m = 20$ donne $p = 15 \sqrt[3]{44} = 53$, prenons donc $p = 55$ pouces, & nos mesures seront :

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A = 55, 00$	$\begin{cases} 33, 47 \\ 263, 90 \end{cases}$	$AP = 0, 33$	$AB = 25, 00$
en $B = 5, 00$	$5, 40$	$BQ = 0, 92$	$BC = 5, 50$
en $C = 2, 75$	$2, 97$	$CR = 0, 03$	$CD = 2, 75$
en $D = 1, 83$	$1, 98$	$DS = 0, 46$	$DE = 2, 20$
en $E = 1, 10$	$1, 19$	$ET = 0, 27\frac{1}{2}$	$EO = 0, 82$

la longueur de toute la Lunette $AO = 66, 27$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 57'$.

3° Devis d'une telle Lunette qui grossit 30 fois.

XXXI. La valeur $m = 30$ donne $p = \frac{45}{2} \sqrt[3]{54} = 85$; donc

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 88$	$\begin{cases} 53, 55 \\ 422, 24 \end{cases}$	$AP = 0, 50$	$AB = 88, 00$
en $B = 6, 50$	$5, 94$	$BQ = 0, 98$	$BC = 5, 86$
en $C = 2, 93$	$3, 16$	$CR = 0, 03$	$CD = 2, 93$
en $D = 1, 95$	$2, 11$	$DS = 0, 49$	$DE = 2, 34$
en $E = 1, 17$	$1, 26$	$ET = 0, 29$	$EO = 0, 88$

la longueur de toute la Lunette $AO = 100, 01$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 38'$

XXXII. Si les verres objectifs quoique simples étoient si excellens, qu'ils admissent une plus grande ouverture, & qu'ils pûssent être employés à des plus grands grossissemens, alors on pourroit prendre pour les cas que je viens de développer, des objectifs d'une moindre distance de foyer que je n'ai marqué, & dans ces cas on n'aura qu'à diminuer toutes les mesures dans la même proportion, excepté les ouvertures de l'objectif, & du troisiéme verre. Or si l'on doubloit le troisiéme verre de la manière que j'ai indiquée dans le §. XV., pour diminuer la confusion, on pourroit bien donner à l'objectif une moindre distance de foyer, & ensuite conformément diminuer les autres mesures. Je dois encore remarquer que dans l'application à la pratique j'ai pris $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m + 24)}$ au lieu de $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m + 16)}$, que la position $i = 2$ donne, pour tenir compte de la confusion qui naît des deux verres oculaires, qui fournit à peu-près cet excès, mais on ne sauroit ici rien préscrire de précis, puisque tout dépend de l'adresse de l'Artiste.

XXXIII. Mais si l'Artiste est asses habile pour exécuter les objectifs composés, dont j'ai donné ci-dessus la description (§. XVI.), de sorte que toute confusion puisse être réduite à rien, alors la distance de foyer de l'objectif p se déterminera uniquement par son ouverture, dont le demi-diamètre étant $x = \frac{m}{60}$ pouces, ou même $x = \frac{m}{50}$ pouces, on pourra bien se contenter de prendre $p = \frac{m}{2}$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = \frac{1}{2}$. Alors pour que le verre oculaire ne devienne pas trop petit, il sera bon de prendre

$c = \frac{3}{4}$, ou $\frac{c}{1-c} = 3$, & alors la confuſion du troiſiéme verre contenue dans la formule $\frac{\lambda'' i}{m c^3}$ ne ſera pas trop à craindre, quand même on prendroit ce verre ſimple, & également convexe des deux côtés, ſur tout en ſuppoſant comme auparavant $i = 2$, la conſtruction de l'objectif étant telle, qu'en approchant ou éloignant d'avantage les deux verres dont il eſt composé, cette confuſion avec celle des autres puiſſe être anéantie.

XXXIV. Poſant donc $p = \frac{m}{2}$ pouces, $c = \frac{2}{4}$ & $i = 2$, nous aurons les meſures ſuivantes pour la conſtruction de ces Lunettes :

Diſt. de foyer du verre	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{m}{2}$ pouces	$AP = \frac{m}{60}$	$AB = \frac{m}{2}$ pouces
en $B = q = \frac{m}{m+2}$	$BQ = \frac{1}{6}$	$BC = 1$
en $C = r = \frac{3}{4}$	$CR = \frac{1}{20}$	$CD = \frac{3}{2}$
en $D = s = 1$	$DS = \frac{1}{4}$	$DE = \frac{6}{5}$
en $E = t = \frac{3}{5}$	$ET = \frac{3}{20}$	$EO = \frac{9}{20}$

donc la longueur de la Lunette $AO = \frac{m}{2} + 4\frac{3}{20}$ pouces, le demi-diamètre du champ apparent étant $= \frac{1146}{m}$ minutes.

XXXV. De là il eſt clair que nous pouvons bien donner à $\frac{c}{1-c}$ une valeur plus grande, & poſer $c = \frac{6}{7}$,

&

& alors rien n'empêche qu'on ne prenne [illegible] $= 3$ pour augmenter un peu le champ apparent. Or ces positions nous fournissent les mesures suivantes :

Dist. de foyer du verre	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{m}{2}$ pouces	$AP = \frac{m}{60}$	$AB = \frac{m}{2}$ pouces
en $B = q = \frac{3m}{2(m+3)}$	$BQ = \frac{3}{16}$	$BC = \frac{3}{2}$
en $C = r = \frac{9}{7}$	$CR = \frac{1}{20}$	$CD = 6$
en $D = s = 3$	$DS = \frac{3}{4}$	$DE = 3$
en $E = t = \frac{3}{2}$	$ET = \frac{3}{8}$	$EO = 1$

donc la longueur de la Lunette $AO = \frac{m}{2} + 11\frac{1}{2}$ pouces, & le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{1289}{m}$ minutes.

Cette hypothése paroit de beaucoup préférable à la précedente, parceque tous les verres ont ici plus d'un pouce de foyer, & causent par conséquent une d'autant plus petite confusion, & celle du troisiéme pouvant être detruite par la construction de l'objectif enseignée dans le §. XVI.

XXXVI. Au reste je ne dois pas oublier de faire observer un très-grand avantage, que le troisiéme verre procure à cette espèce de Lunettes par la très-petite ouverture, que ce verre admet sans que le champ apparent en soit diminué. Car cette petite ouverture est le moyen le plus propre d'exclure les rayons étrangers, & il est sans doute beaucoup plus efficace que les diphragmes, dont on se sert ordinairement dans cette vue; car on est obligé de les placer dans les lieux où les images sont représentées, &

partant leurs trous ne sauroient être plus petits que les images mêmes. Or comme le second verre QBQ se trouve précisément dans le lieu de la première image, il tient lieu d'un tel diaphragme, mais son ouverture qui répond au trou du diaphragme, est beaucoup plus grande que celle du troisiéme verre. Par cette raison il est bon de ne donner à ce verre que la petite ouverture, que je lui viens d'assigner, quoiqu'à d'autres égards une plus grande ne causeroit aucun inconvénient.

Des Lunettes de cette espèce à 6 verres.

XXXVII. Je marquerai les distances de foyer de nos six verres par les lettres p, q, r, s, t & u, & les demi-diamètres de leurs ouvertures :
$AP = x$, $BQ = \pi q$, $CR = \pi' r$, $DS = \pi'' s$, $ET = \pi''' t$, $FU = \pi^{\text{IV}} u$,
puisque le diamètre du champ est $\phi = \dfrac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{\text{IV}}}{m-1}$
le grossissement étant $= m$, posons :
$\pi = \beta\omega$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\omega$, $\pi''' = \omega$ & $\pi^{\text{IV}} = -\omega$
pour avoir $\phi = \dfrac{-\beta + 3}{m-1}\,\omega$ ou bien $\phi = M\omega$, en posant
$M = \dfrac{3-\beta}{m-1}$. Ensuite soit:

$B = -1$, $C = \dfrac{c}{1-c}$, $D = -\dfrac{d}{1+d}$, $E = -1$, $F = \infty$
$\mathfrak{B} = \infty$, $\mathfrak{C} = c$, $\mathfrak{D} = -d$, $\mathfrak{E} = \infty$, $\mathfrak{F} = 1$
& posons les formules, qui en sont formées :

$$Q = \mathfrak{B}\pi - \phi = \infty\pi$$
$$R = \mathfrak{C}\pi' - \pi + \phi = -(\beta - M)\omega$$
$$S = \mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \phi = (d + \beta - M)\omega$$
$$T = \mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi = \infty$$
$$U = \mathfrak{F}\pi^{\text{IV}} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \phi = -(3 - \beta + M)\omega$$

XXXVIII. Cela posé, les déterminations tant des distances de foyer que des intervalles des verres seront

$$q = \frac{B\varphi}{Q} p \qquad AB = p$$

$$r = B \cdot \frac{C\varphi}{R} p \qquad BC = B\varphi \left(\frac{1}{Q} + \frac{1}{R}\right) p$$

$$s = BC \cdot \frac{D\varphi}{S} p \qquad CD = BC\varphi \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{S}\right) p$$

$$t = BCD \cdot \frac{E\varphi}{T} p \qquad DE = BCD\varphi \left(\frac{1}{S} + \frac{1}{T}\right) p$$

$$u = BCDE \cdot \frac{F\varphi}{U} p \qquad EF = BCDE\varphi \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U}\right) p$$

& pour le lieu de l' œil $FO = \frac{1}{mM} u$; mais la destruction des coleurs d' iris exige cette condition :

$$\frac{\pi}{Q} + \frac{\pi'}{R} + \frac{\pi''}{S} + \frac{\pi'''}{T} + \frac{\pi^{IV}}{U} = 0$$

qui se réduit à celle-ci : $-\frac{1}{S} - \frac{1}{U} = 0$ ou $S = -U$ d' où nous tirons $d + \beta - M = 3 - \beta + M$, & $d = 3 - 2(\beta - M)$.

XXXIX. Soit maintenant $\beta = (n + 1) M$, de sorte que $M = \frac{3}{m + n}$, & $\beta - M = nM$. Or posons d' abord $n = \frac{m}{i}$, de sorte que $M = \frac{3i}{m(i+1)}$, $\beta - M = \frac{3}{i+1}$, $d = \frac{3(i-1)}{i+1}$, & $U = -\frac{3i}{i+1}\omega$, donc $S = \frac{3i}{i+1}\omega$: & puisque $\beta = \frac{3(m+i)}{m(i+1)}$, nous aurons:

$$\frac{B\varphi}{Q} = \frac{M}{\beta} = \frac{i}{m+i}, \; R = -\frac{3}{i+1}\omega, \; \frac{\varphi}{R} = -\frac{i}{m};$$

$\frac{\varphi}{S} = \frac{1}{m}$, $\frac{\varphi}{T} = 0$; or $\frac{C\varphi}{T} = \frac{3i}{m(i+1)}$, & $\frac{\varphi}{U} = -\frac{1}{m}$, d'où nous tirons les déterminations ſuivantes :

$q = \frac{i}{m+i}p$	$AB = p$
$r = \frac{ci}{m}p$	$BC = \frac{i}{m}p$
$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3(i-1)}{i+1} \cdot \frac{p}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c}(i-1)\frac{p}{m}$
$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3(i-1)}{4i-2} \cdot \frac{p}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3(i-1)}{4i-2} \cdot \frac{p}{m}$
$u = \frac{c}{1-e} \cdot \frac{3(i-1)}{4i-2} \cdot \frac{p}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3(i-1)}{4i-2} \cdot \frac{p}{m}$

& pour le lieu de l'œil $FO = \frac{i+1}{3i}u$, & le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{3i}{m(i+1)}\omega$.

XL. Quand on ſe ſert d'un objectif ſimple, en faiſant les rayons des faces $\begin{cases} \text{de devant} = 0,60849\,p \\ \text{de derrière} = 4,79820\,p \end{cases}$, il faut prendre $p = \frac{3}{4}m\sqrt[3]{(m+\frac{i}{c^3})}$ pouces. Je m'en vais donc développer les hypothéſes ſuivantes :

1re *Hipothéſe* $i = 2$ & $c = \frac{1}{2}$.

Diſt. de foyer des verres	Demid. de l'ouverture	Interval. entre les verres
en $A = p = \frac{3}{4}m\sqrt[3]{(m+20)}$	$AP = \frac{m}{60}p$	$AB = p$
en $B = q = \frac{2}{m+2}p$	$BQ = \frac{1}{2m}p$	$BC = \frac{2}{m}p$
en $C = r = \frac{1}{m}p$	$CR = \frac{1}{30}p$	$CD = \frac{1}{m}p$

Dist. de foyer des verres	Demid. de l' ouverture	Interval. entre les verres
en $D = s = \frac{1}{m} p$	$DS = \frac{1}{4m} p$	$DE = \frac{1}{2m} p$
en $E = t = \frac{1}{m} p$	$ET = \frac{1}{4m} p$	$EF = \frac{1}{2m} p$
en $F = u = \frac{1}{2m} p$	$FU = \frac{1}{8m} p$	$FG = \frac{1}{4m} p$

donc la longueur de la Lunette $AO = p + \frac{17}{4m} p$, & le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{1}{2m}$ ou bien $\varphi = \frac{1718}{m}$ minutes.

2de *Hipothèse* $i = 3$ & $c = \frac{2}{3}$.

Dist. de foyer des verres	Demid. de l' ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m+15)}$	$AP = \frac{m}{60}$	$AB = p$
en $B = q = \frac{3}{m+3} p$	$BQ = \frac{9}{16m} p$	$BC = \frac{3}{m} p$
en $C = r = \frac{2}{m} p$	$CR = \frac{1}{20} p$	$CD = \frac{4}{m} p$
en $D = s = \frac{3}{m} p$	$DS = \frac{3}{4m} p$	$DE = \frac{6}{5m} p$
en $E = t = \frac{27}{10m} p$	$ET = \frac{27}{40m} p$	$EF = \frac{6}{5m} p$
en $F = u = \frac{6}{5m} p$	$FU = \frac{3}{10m} p$	$FO = \frac{8}{15m} p$

donc la longueur de toute la Lunette $AO = p + \frac{149}{15m} p$, & le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{9}{16m}$ ou bien $\varphi = \frac{1933}{m}$ minutes.

XLI. Mais quand on veut employer un verre objectif composé, dont j'ai donné la description ci-dessus (16), de sorte qu'on puisse prendre $p = \frac{m}{2}$ pouces, on peut se régler sur l'une des hypothéses suivantes :

1^re^ *Hipothése* $i = 2$ & $c = \frac{4}{5}$.

Dist. de foyer des verres	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{m}{2}$ pouces	$AP = \frac{m}{60}$ pouc.	$AB = \frac{m}{2}$ pouces
en $B = q = \frac{m}{m+2}$	$BQ = \frac{1}{4}$	$BC = 1$
en $C = r = \frac{4}{5}$	$CR = \frac{1}{30}$	$CD = 2$
en $D = s = 2$	$DS = \frac{1}{2}$	$DE = 1$
en $E = t = 2$	$ET = \frac{1}{2}$	$EF = 1$
en $F = u = 1$	$FU = \frac{1}{4}$	$FO = \frac{1}{2}$

donc la longueur de la Lunette $AO = \frac{m}{2} + 5\frac{1}{2}$ pouces, & le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{1}{2m}$, ou $\varphi = \frac{1718}{m}$ minutes.

2^de^ *Hipothése* $i = 3$ & $c = \frac{5}{6}$.

Dist. de foyer des verres	Demid. de l'ouverture	Interval. entre les verres
en $A = p = \frac{m}{2}$	$AP = \frac{m}{60}$ pouces	$AB = \frac{m}{2}$
en $B = q = \frac{3m}{2(m+3)}$	$BQ = \frac{3}{16}$	$BC = \frac{3}{2}$

Dist. de foyer des verres	Demid. de l'ouverture	Interval. entre les verres
en $C = r = \frac{5}{4}$	$CR = \frac{1}{20}$	$CD = 5$
en $D = s = \frac{15}{4}$	$DS = \frac{15}{16}$	$DE = \frac{3}{2}$
en $E = t = \frac{27}{8}$	$ET = \frac{27}{32}$	$EF = \frac{3}{2}$
en $F = u = \frac{3}{2}$	$FU = \frac{3}{8}$	$FO = \frac{2}{3}$

donc la longueur de la Lunette $AO = \frac{m}{2} + 10\frac{1}{6}$ pouces, & le demi-diamètre du champ $\phi = \frac{9}{16m}$ ou $\phi = \frac{1933}{m}$ minutes. Si ces Lunettes réussissoient, on les pourroit regarder comme les plus parfaites dans leur espèce.

Des Lunettes de cette espèce à 7 verres.

XLII. Les distances de foyer de nos 7 verres étant marquées par les lettres p, q, r, s, t, u, & v, & les demi-diamètres de leurs ouvertures : $AP = x$, $BQ = \pi q$, $CR = \pi' r$, $DS = \pi'' s$, $ET = \pi''' t$, $FU = \pi^{\text{IV}} u$, $GV = \pi^{\text{V}} v$, puisque le demi-diamètre du champ est $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{\text{IV}} + \pi^{\text{V}}}{m - 1}$

posons $\pi = \beta\omega$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\omega$, $\pi''' = \omega$, $\pi^{\text{IV}} = -\omega$, & $\pi^{\text{V}} = +\omega$, pour avoir $\phi = \frac{-\beta + 4}{m - 1}\omega$, ou $\phi = M\omega$, en posant $M = \frac{4 - \beta}{m - 1}$. Soient ensuite:

$$\mathcal{B} = -1, \quad \mathcal{C} = \frac{c}{1-c}, \quad \mathcal{D} = \frac{-d}{1+c},$$
$$B = \infty, \quad C = c, \quad D = -d,$$
$$\mathcal{E} = \frac{-e}{1-e}, \quad \mathcal{F} = \frac{-f}{f-1}, \quad \mathcal{G} = \infty,$$
$$E = -e, \quad F = f, \quad G = 1;$$

d'où nous tirons les valeurs ſuivantes :

$$Q = B\pi - \omega = B\beta\omega$$
$$R = C\pi' - \pi + \varphi = -(\beta - M)\omega$$
$$S = D\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = +(d + \beta - M)\omega$$
$$T = E\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = -(e - 1 + \beta - M)\omega$$
$$U = F\pi^{IV} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \varphi = -(f + 2 - \beta + M)\omega$$
$$V = G\pi^{V} - \pi^{IV} + \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = (4 - \beta + M)\omega$$

XLIII. De là la deſtruction des couleurs donne :

$$-\frac{\omega}{S} + \frac{\omega}{T} - \frac{\omega}{U} + \frac{\omega}{V} = 0$$

pour ſatisfaire à cette équation, puiſque $-T > S$, & $-U > V$, poſant $S = V$, & $-T = -U = \zeta V$, où $\zeta > 1$. Soit pour abreger $\beta = (1 + n)M$, de ſorte que $\beta - M = nM$ & $M = \frac{4}{m+n}$, & ſoit $n = \frac{m}{i}$, pour avoir $M = \frac{4i}{m(i+1)}$, $\beta - M = \frac{4}{i+1}$ & $\beta = \frac{4(m+i)}{m(i+1)}$ de là nous aurons :

$$V = \frac{4i}{i+1}, \quad S = \left(d + \frac{4}{i+1}\right)\omega = \frac{4i}{i+1}, \text{ donc } d = \frac{4(i-1)}{i+1}$$

$$-T = \left(e - 1 + \frac{4}{i+1}\right)\omega = \frac{4\zeta i}{i+1}\omega, \text{ donc } e = \frac{(4\zeta + 1)i - 3}{i+1}$$

$$-U = \left(f + 2 - \frac{4}{i+1}\right)\omega = \frac{4\zeta i}{i+1}\omega, \text{ donc } f = \frac{(4\zeta - 2)i + 2}{i+1}$$

Enſuite $R = -\frac{4}{i+1}\omega$, & $Q = \frac{B \cdot 4(m+i)}{m(i+1)}$, d'où nous tirons les valeurs ſuivantes:

$\frac{\varphi}{Q} =$

$\overset{\varphi}{Q} = 0$, $\overset{B\varphi}{Q} = \frac{i}{m+i}$, $\overset{\varphi}{R} = -\frac{1}{m}$, $\overset{\varphi}{S} = \frac{1}{m}$. $\overset{\varphi}{T} = -\frac{1}{\zeta m} = \overset{\varphi}{U}$, & $\overset{\varphi}{V} = \frac{i}{m}$.

XLIV. De là réfultent les déterminations fuivantes.

$q = \frac{i}{m+i}p$, $\qquad AB = p$,

$r = ci \cdot \frac{p}{m}$, $\qquad BC = i \cdot \frac{p}{m}$,

$s = \frac{c}{1-c} \cdot d \cdot \frac{p}{m}$, $\qquad CD = \frac{c}{1-c}(i-1)\frac{p}{m}$,

$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot e \cdot \frac{p}{\zeta m}$, $\quad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{\zeta - 1}{\zeta} \cdot \frac{p}{m}$,

$u = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot f \cdot \frac{p}{\zeta m}$,

$$EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{2}{\zeta} \cdot \frac{p}{m}$$

$v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{f}{f-1} \cdot \frac{p}{m}$,

$$FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{f}{f-1} \cdot \frac{\cdots}{\zeta} \cdot \frac{\cdots}{m}$$

& pour le lieu de l'œil $GO = \frac{i+1}{4i}v$, le demi-diametre du champ apparent étant $\varphi = \frac{4i}{m(i+1)}\omega$, où pour les hypotheſes $i = 2$ & $i = 3$, il eſt bon de marquer les valeurs des lettres d, e & f.

1° $i = 2$, $d = \frac{4}{3}$, $e = \frac{8\zeta - 1}{3}$, $f = \frac{8\zeta - 2}{3}$, $\varphi = \frac{8}{3m}\omega$

2° $i = 3$, $d = 2$, $e = 3\zeta$, $f = 3\zeta - 1$, $\varphi = \frac{\zeta}{m}\omega$.

XLV. Soit donc pour la première hypotheſe $i = 2$ & $\zeta = 2$, de ſorte que $e = 5$, & $f = \frac{14}{3}$, & nous aurons les déterminations ſuivantes:

q

$q = \frac{2}{m+2} p$, $\quad BQ = \frac{2}{3} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad AP = p$,

$r = c \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}$, $\quad CR = \frac{1}{30}$ pouc., $\quad BC = 2 \cdot \frac{p}{m}$,

$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad DS = \frac{1}{4} s$, $\quad CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{p}{m}$,

$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{20}{7} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad ET = \frac{1}{4} t$, $\quad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{p}{m}$,

$u = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad FU = \frac{1}{4} u$, $\quad EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{p}{m}$,

$v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{20}{33} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad GU = \frac{1}{4} v$, $\quad FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{10}{33} \cdot \frac{p}{m}$.

Pour le lieu de l'œil $GO = \frac{3}{8} v$, & le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{2}{3m}$, ou bien $\varphi = \frac{2291}{m}$ minutes.

XLVI. L'autre hipothèse $z = 3$, en prenant $\zeta = \frac{8}{3}$, de sorte que $e = 8$, & $f = 7$ donne les déterminations suivantes :

$q = \frac{3}{m+3} p$, $\quad BQ = \frac{3}{4m} p$, $\quad AB = p$

$r = c \cdot 3 \cdot \frac{p}{m}$ $\quad CR = \frac{1}{20}$, $\quad BC = 3 \cdot \frac{p}{m}$

$s = \frac{c}{1-c} \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}$, $\quad DS = \frac{1}{4} s$, $\quad CD = \frac{c}{1-c} \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}$

$t = \frac{c}{1-c} \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}$, $\quad ET = \frac{1}{4} t$, $\quad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{p}{m}$

$u = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{14}{9} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad FU = \frac{1}{4} u$, $\quad EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{p}{m}$

$v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{56}{81} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad GV = \frac{1}{4} v$, $\quad FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{35}{81} \cdot \frac{p}{m}$

& pour le lieu de l'œil $GO = \frac{1}{3} v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{56}{243} \cdot \frac{p}{m}$,

& le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{3}{4m} \Phi$ ou $= \frac{2575}{m}$ minutes, où il faut au moins prendre $\frac{c}{1-c} = 2$, & $c = \frac{2}{3}$, pour prevenir une trop grande confusion de la part du troisiéme verre, d'où les verres oculaires deviendront passablement grands.

XLVII. Ici on peut encore considérer deux cas, selon qu'on se sert d'un objectif simple ou composé, propre à détruire toute confusion. Dans le premier cas d'un verre objectif ordinaire, il faut prendre pour l'hipothése $i = 2$, $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{} (m + \frac{2}{c^3})$, & partant :

si l'on pose $c = \frac{1}{2}$ on aura $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{} (m + 16)$, ou

si l'on pose $c = \frac{3}{5}$ on aura $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{} (m + 9)$.

Dans l'autre hipothése $i = 3$, en prenant $c = \frac{2}{3}$, il faut mettre $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{} (m + 11)$, & je ne voudrois pas prendre $\frac{c}{1-c}$ plus grand, de pour que les oculaires ne dûssent être trop grands. Or quand on se sert d'un verre objectif composé, de sorte qu'on puisse prendre $p = \frac{m}{2}$ pouces, à cause de $\frac{p}{m} = \frac{1}{2}$, si voudrois poser dans l'une & l'autre hipothése $c = \frac{3}{4}$, afin que le dernier oculaire ait environ un pouce de foyer. D'où il est aisé de tirer des devis pour tous les grossissemens, qu'on souhaitera.

Des Lunettes de cette espèce à 8 verres.

XLVIII. Posant les distances de foyer de nous 8 verres p, q, r, s, t, u, v & w, & les demi-diamètres de leurs ouvertures :
$AP = x$, $BQ = \pi q$, $CR = \pi' r$, $DS = \pi'' s$, $ET = \pi''' t$, $FU = \pi^{\text{IV}} u$, $GV = \pi^{\text{V}} v$, $HW \pi^{\text{VI}} w$, puisque le demi-diamètre du champ apparent est $\varphi = \dfrac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{\text{IV}} + \pi^{\text{V}} - \pi^{\text{VI}}}{m - 1}$, supposons

$\pi = \beta\omega$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\omega$, $\pi''' = \omega$, $\pi^{\text{IV}} = -\omega$, $\pi^{\text{V}} = \omega$, $\pi^{\text{VI}} = -\omega$,

pour avoir $\varphi = \dfrac{-\beta + 5}{m - 1}\omega$, ou bien $\varphi = M\omega$, posant $M = \dfrac{5 - \beta}{m - 1}$. Ensuite donnons aux indices des verres les valeurs suivantes :

$$B = -1,\ C = \frac{c}{1 - c},\ D = \frac{-d}{1 + d},$$
$$\mathrm{B} = \infty,\quad \mathrm{C} = c,\quad \mathrm{D} = -d,$$
$$E = \frac{-e}{1 + e},\ F = -1,\quad G = \frac{-g}{g - 1},\ H = \infty,$$
$$\mathrm{E} = -e,\ \mathrm{F} = \infty,\quad \mathrm{G} = g,\quad \mathrm{H} = 1,$$

& de là formons les expressions suivantes :

$Q = \mathrm{B}\pi - \varphi = \mathrm{B}\beta\omega$, à cause de $\mathrm{B} = \infty$,

$R = \mathrm{C}\pi' - \pi + \varphi = -(\beta - M)\omega$,

$S = \mathrm{D}\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = +(d + \beta - M)\omega$,

$T = \mathrm{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = -(e - 1 + \beta - M)\omega$,

$U = \mathrm{F}\pi^{\text{IV}} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \varphi = -\mathrm{F}\omega$, à cause de $\mathrm{F} = \infty$,

$V = \mathrm{G}\pi^{\text{V}} - \pi^{\text{IV}} + \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = +(g + 3 - \beta + M)\omega$,

$W = \mathrm{H}\pi^{\text{VI}} - \pi^{\text{V}} + \pi^{\text{IV}} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \varphi = -(5 - \beta + M)\omega$.

XLIX. Cela poſé la deſtruction des couleurs fournit cette équation :

$$-\frac{\omega}{S}+\frac{\omega}{T}+\frac{\omega}{V}-\frac{\omega}{W}=0,$$

à la quelle je ſatisferai en poſant $S=-W$ & $-T=V=-\zeta W$. Soit enſuite comme ci-deſſus $M=\frac{5i}{m(i+1)}$, $\beta-M=\frac{5}{i+1}$ & $\beta=\frac{5(m+i)}{m(i+1)}$, d' où nous tirons :

$W=-\frac{5i}{i+1}\omega$, $S=(d+\frac{5}{i+1})\omega=\frac{5i}{i+1}\omega$, donc $d=\frac{5(i-1)}{i+1}$

$-T=(e-\frac{i+4}{i+1})\omega=\frac{5\zeta i}{i+1}\omega$, donc $e=\frac{(5\zeta+1)i-4}{i+1}$

$V=(g+\frac{3i-2}{i+1})\omega=\frac{5\zeta i}{i+1}\omega$, donc $g=\frac{(5\zeta-3)i+2}{i+1}$

enſuite $R=-\frac{5}{i+1}\omega$ & $Q=\mathrm{B}\cdot\frac{5(m+i)}{m(i+1)}$, & après $\frac{\phi}{Q}=0$, $\frac{\mathrm{B}\phi}{Q}=\frac{i}{m+i}$, $\frac{\phi}{R}=-\frac{i}{m}$, $\frac{\phi}{S}=\frac{1}{m}$, $\frac{\phi}{T}=-\frac{1}{\zeta m}$, $\frac{\phi}{U}=0$, or $\frac{\mathrm{F}\phi}{U}=-\frac{5i}{m(i+1)}$, $\frac{\phi}{V}=\frac{1}{\zeta m}$ & $\frac{\phi}{W}=-\frac{1}{m}$, d' où nous trouvons les déterminations ſuivantes :

$q=\frac{1}{m+1}p$, $\qquad AB=p$,

$r=ci\cdot\frac{p}{m}$, $\qquad BC=i\cdot\frac{p}{m}$,

$s=\frac{c}{1-c}\cdot d\cdot\frac{p}{m}$, $\qquad CD=\frac{c}{1-c}(i-1)\cdot\frac{p}{m}$,

$t=\frac{c}{1-c}\cdot\frac{d}{1+d}\cdot\frac{e}{\zeta}\cdot\frac{p}{m}$, $\quad DE=\frac{c}{1-c}\cdot\frac{d}{1+d}\cdot\frac{\zeta-1}{\zeta}\cdot\frac{p}{m}$

$u=\frac{c}{1-c}\cdot\frac{d}{1+d}\cdot\frac{e}{1+e}\cdot\frac{5i}{i+1}\cdot\frac{p}{m}$,

$$EF=\frac{c}{1-c}\cdot\frac{d}{1+d}\cdot\frac{e}{1+e}\cdot\frac{1}{\zeta}\cdot\frac{p}{m},$$

$$v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{g}{\zeta} \cdot \frac{p}{m},$$

$$FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{p}{m},$$

$$w = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{g}{g-1} \cdot \frac{p}{m},$$

$$GH = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d}{1+d} \cdot \frac{e}{1+e} \cdot \frac{g}{1-g} \cdot \frac{\zeta-1}{\zeta} \cdot \frac{p}{m},$$

& pour le lieu de l'œil la distance $HO = \frac{i+1}{5i} w$, le demi-diamètre du champ étant $\phi = \frac{5i}{m(i+1)} \omega$.

L. Considérons ici trois hipothéses, puisqu'il vaut bien la peine examiner aussi le cas $i = 4$.

1° Si $i = 2$, on aura $d = \frac{5}{3}$, $e = \frac{10\zeta-2}{3}$,

$$g = \frac{10\zeta-4}{3}, \quad \phi = \frac{10}{3m}\omega.$$

2° Si $i = 3$, on aura $d = \frac{5}{2}$, $e = \frac{15\zeta-1}{4}$,

$$g = \frac{15\zeta-7}{4}, \quad \phi = \frac{15}{4m}\omega.$$

3° Si $i = 4$, on aura $d = 3$, $e = 4\zeta$,

$$g = 4\zeta-2, \quad \phi = \frac{4}{m}\omega,$$

où la valeur de ζ doit être prise ensorte, qu'aucune des distances entre les verres ne devienne trop petite, & cette condition est très-bien remplie en posant $\zeta = 2$; donc si nous mettons ensuite $\omega = \frac{1}{4}$, nous aurons dans nos trois hypothéses:

1° Si $i = 2$, $d = \frac{5}{3}$, $e = 6$, $g = \frac{16}{3}$,

$$\varphi = \frac{5}{6m}, \text{ ou } \varphi = \frac{2864}{m} \text{ min.}$$

2° Si $i = 3$, $d = \frac{5}{2}$, $e = \frac{29}{4}$, $g = \frac{23}{4}$,

$$\varphi = \frac{15}{16m}, \text{ ou } \varphi = \frac{3222}{m} \text{ min}$$

3° Si $i = 4$, $d = 3$, $e = 8$, $g = 6$,

$$\varphi = \frac{1}{m}, \text{ ou } \varphi = \frac{3437}{m} \text{ min.}$$

1re *Hipothése* $i = 2$ & $\zeta = 2$.

LI. Dans cette hypothése si l'on se sert d'un objectif simple, il faut prendre $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{\left(m + \frac{2}{c}\right)}$. Mais si l'on est pourvu d'un objectif composé, on pourra prendre $p = \frac{m}{2}$ pouces. Dans l'un & l'autre cas les déterminations seront :

$$q = \frac{2}{m+2} p, \qquad BQ = \frac{5}{6} \cdot \frac{p}{m} \qquad AB = p$$

$$r = c \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}, \qquad CR = \frac{1}{30} \text{ pouc.} \qquad BC = 2 \cdot \frac{p}{m}$$

$$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{p}{m}, \qquad DS = \frac{1}{4} s \qquad CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{p}{m}$$

$$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{p}{m}, \qquad ET = \frac{1}{4} t \qquad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{p}{m}$$

$$u = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{25}{14} \cdot \frac{p}{m}, \qquad FU = \frac{1}{4} u \qquad EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{15}{56} \cdot \frac{p}{m}$$

$$v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{p}{m}, \qquad GV = \frac{1}{4} v \qquad FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{15}{56} \cdot \frac{p}{m}$$

$$w = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{60}{91} \cdot \frac{p}{m}, \qquad HW = \frac{1}{4} w. \qquad GH = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{30}{91} \cdot \frac{p}{m}$$

& pour le lieu de l'œil $HO = \frac{3}{10} w = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{18}{91} \cdot \frac{p}{m}$, le demi-diamètre du champ étant de $\frac{2364}{m}$ minutes.

LII. Quand on ſe ſert d'un objectif compoſé, il conviendra de prendre $c = \frac{3}{4}$; mais n'en employant qu'un ordinaire, je voudrois prendre $c = \frac{3}{5}$ ou $\frac{c}{1-c} = \frac{3}{2}$, & on aura les meſures ſuivantes :

Diſtances de foyer des verres	Demid. de l'ouverture	Interval. entre les verres
en $A = p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m+10)}$	$AP = \frac{m}{60}$	$AB = p$
en $B = q = \frac{2}{m+2} p$	$BQ = \frac{5}{6} \cdot \frac{p}{m}$	$BC = 2 \cdot \frac{p}{m}$
en $C = r = \frac{6}{5} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{30}$	$CD = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{m}$
en $D = s = \frac{5}{2} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{5}{8} \cdot \frac{p}{m}$	$DE = \frac{15}{32} \cdot \frac{p}{m}$
en $E = t = \frac{45}{16} \cdot \frac{p}{m}$	$ET = \frac{45}{64} \cdot \frac{p}{m}$	$EF = \frac{45}{112} \cdot \frac{p}{m}$
en $F = u = \frac{75}{28} \cdot \frac{p}{m}$	$FU = \frac{75}{112} \cdot \frac{p}{m}$	$FG = \frac{45}{112} \cdot \frac{p}{m}$
en $G = v = \frac{15}{7} \cdot \frac{p}{m}$	$GV = \frac{15}{28} \cdot \frac{p}{m}$	$GH = \frac{45}{91} \cdot \frac{p}{m}$
en $H = w = \frac{90}{91} \cdot \frac{p}{m}$	$HW = \frac{45}{182} \cdot \frac{p}{m}$	$HO = \frac{27}{91} \cdot \frac{p}{m}$

qu'on appliquera aiſément à chaque cas propoſé.

2de *Hipothéſe* $i = 3$ & $\zeta = 2$.

LIII. En ſe ſervant d'un objectif ſimple il faut prendre $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m + \frac{3}{c^3})}$, pendant que la diſtance de

foyer

foyer d'un objectif composé, peut être prise $p = \frac{m}{2}$ pouces. En voici les déterminations pour l'un & l'autre cas:

$q = \frac{3}{m+3}\, p$ $\qquad BQ = \frac{15}{16} \cdot \frac{p}{m}$, $AB = p$

$r = c \cdot 3 \cdot \frac{p}{m}$ $\qquad CR = \frac{1}{20}$ pouc., $BC = 3\, \frac{p}{m}$

$s = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{p}{m}$ $\qquad DS = \frac{1}{4}\, s$, $\qquad CD = \frac{c}{1-c} \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}$

$t = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{145}{56} \cdot \frac{p}{m}$ $\qquad$ &c. $\qquad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{p}{m}$

$u = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{725}{308} \cdot \frac{p}{m}$ $\qquad EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{145}{462} \cdot \frac{p}{m}$

$v = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3335}{1848} \cdot \frac{p}{m}$ $\qquad FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{145}{462} \cdot \frac{p}{m}$

$w = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3335}{4389} \cdot \frac{p}{m}$ $\qquad GH = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3335}{8778} \cdot \frac{p}{m}$

Pour le lieu de l'œil $HO = \frac{4}{15}\, w$ & $\varphi = \frac{3222}{m}$ minutes.

LIV. Quand on se sert d'un objectif composé, ou $\frac{p}{m} = \frac{1}{2}$ pouce, on prendra commodement $c = \frac{3}{4}$, mais en employant un objectif simple, je supposerai $c = \frac{2}{3}$, & on aura les mesures suivantes:

Dist. de foyer des verres	Demid. des ouvertures	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{3}{4} m \sqrt{(m+12)}$	$AP = \frac{m}{60}$ pouc.	$AB = p$
en $B = q = \frac{3}{m+3}\, p$	$BQ = \frac{15}{16} \cdot \frac{p}{m}$	$BC = 3 \cdot \frac{p}{m}$.
en $C = r = 2 \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{20}$ pouc.	$CD = 4 \cdot \frac{p}{m}$

Dist. de foyer des verres	Demid. des ouvertures	Interval. entre les verres
en $D = s = 5 \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{5}{4} \cdot \frac{p}{m}$	$DE = \frac{5}{7} \cdot \frac{p}{m}$
en $E = t = \frac{145}{28} \cdot \frac{p}{m}$	&c.	$EF = \frac{145}{231} \cdot \frac{p}{m}$
en $F = u = \frac{725}{154} \cdot \frac{p}{m}$		$FG = \frac{145}{237} \cdot \frac{p}{m}$
en $G = v = \frac{3335}{924} \cdot \frac{p}{m}$		$GH = \frac{3335}{4389} \cdot \frac{p}{m}$
en $H = w = \frac{6670}{4389} \cdot \frac{p}{m}$		$HO = \frac{5336}{13167} \cdot \frac{p}{m}$

La feule difficulté qu'on rencontrera dans l'exécution, fe trouvera dans la grandeur des verres oculaires, dont l'ouverture peut paſſer pluſieurs pouces dans les grands groſſiſſemens.

3^{me} *Hipothéſe* $i = 4$ & $\zeta = 2$.

LV. Lorſque l'objectif eſt ſimple, il faut prendre ſa diſtance de foyer $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{\left(m + \frac{4}{c^3}\right)}$ pouces, pendant que pour un compoſé il ſuffiroit de prendre $p = \frac{m}{2}$ pouces. Les autres déterminations ſont :

$q = \frac{4}{m+4}\, p$, $\quad BQ = \frac{p}{m}$ $\quad AB = p$

$r = c \cdot 4 \cdot \frac{p}{m}$, $\quad CR = \frac{1}{15}$ pouc. $BC = 4 \cdot \frac{p}{m}$

$s = \frac{c}{1-c} \cdot 3 \cdot \frac{p}{m}$, $\quad DS = \frac{1}{4}\, s$ $\quad CD = \frac{c}{1-c} \cdot 3 \cdot \frac{p}{m}$

$t = \frac{c}{1-c} \cdot 3 \cdot \frac{p}{m}$, $\quad$ &c. $\quad DE = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{p}{m}$

$u = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{p}{m}$, $\quad EF = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{m}$

$v = \frac{c}{1-c} \cdot 2 \cdot \frac{p}{m}$, $\qquad FG = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{m}$

$w = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{p}{m}$, $\qquad GH = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{p}{m}$

Pour le lieu de l' œil la diſtance $HO = \frac{1}{4} w = \frac{c}{1-c} \times \frac{1}{5} \times \frac{p}{m}$, le demidiamètre du champ apparent étant $\varphi = \frac{1}{m}$, ou $\varphi = \frac{3437}{m}$ minutes.

LVI. Quand on ſe ſert d' un objectif composé, on pourra bien prendre $c = \frac{3}{4}$, ſans que les verres deviennent trop grands, mais pour les objectifs ordinaires il vaudra mieux d' augmenter la diſtance de foyer p, que d'admettre de trop grands oculaires ; je poſerai donc $c = \frac{1}{2}$.

Diſt. de foyer des verres	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{2}{4} m \sqrt[3]{(m+32)}$	$AP = \frac{m}{60}$ pouc.	$AB = p$
en $B = q = \frac{4}{m+4} p$	$BQ = \frac{p}{m}$	$BC = 4 \cdot \frac{p}{m}$
en $C = r = 2 \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{15}$ pouc.	$CD = 3 \cdot \frac{p}{m}$
en $D = s = 3 \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{3}{4} \cdot \frac{p}{m}$	$DE = \frac{3}{8} \cdot \frac{p}{m}$
en $E = t = 3 \cdot \frac{p}{m}$	$ET = \frac{3}{4} \cdot \frac{p}{m}$	$EF = \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{m}$
en $F = u = \frac{8}{3} \cdot \frac{p}{m}$	$FU = \frac{2}{3} \cdot \frac{p}{m}$	$FG = \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{m}$
en $G = v = 2 \cdot \frac{p}{m}$	$GV = \frac{1}{2} \cdot \frac{p}{m}$	$GH = \frac{2}{5} \cdot \frac{p}{m}$
en $H = w = \frac{4}{5} \cdot \frac{p}{m}$	$HW = \frac{1}{5} \cdot \frac{p}{m}$	$HO = \frac{1}{5} \cdot \frac{p}{m}$

Donc la longueur de la Lunette $AO = p + 8\frac{77}{120} \times \frac{p}{m}$; d'où je tirerai les devis suivans pour la pratique.

LVII. Mais j'observe avant toutes choses que dans le cas de huit verre les deux premieres hypothéses, où $i = 2$ & $i = 3$ ne sauroient avoir lieu dans la pratique, puisque le second verre B devroit avoir une ouverture, dont le demi-diamètre surpassât la quatriéme partie de sa distance de foyer. Ce même inconvénient a bien encore lieu dans la troisiéme hypothése, mais dès que le grossissement est considérable, la quantité BQ surpasse si peu $\frac{1}{4}q$, que la figure du verre pourroit bien admettre une telle ouverture. Supposons que ce verre puisse souffrir une ouverture dont le demi-diamètre $BQ = \frac{1}{3}q$, & nous aurons $\frac{p}{m} = \frac{4}{3(m+4)}p$, donc $m = 12$, ou dès que le grossissement m surpasse 12, l'exécution sera possible. Il en est de même des Lunettes à 7 verres, où l'hypothése $i = 2$ ne sauroit avoir lieu, & posant $i = 3$, il faut que le grossissement m surpasse 9 pour que le demi-diamètre de l'ouverture BQ devienne plus petit que le tiers de la distance de foyer q. Or dans le cas de 6 verres l'hypothése $i = 2$ n'a lieu que lorsque $m > 6$, mais l'autre $i = 3$ donne toujours $BQ = < \frac{1}{3}q$, & même $BQ < \frac{1}{4}q$, si $m > 9$.

Devis d'une Lunette à 8 verres qui grossit 15 fois.

LVIII. Il faudra bien prendre $p = 40$ pouces, & alors les mesures seront exprimées en pouces.

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 40, 00$	$\begin{cases} 24, 34 \\ 191, 93 \end{cases}$	0, 25	$AB = 40, 00$
en $B = 8, 42$	9, 09	2, 67	$BC = 10, 67$
en $C = 5, 33$	5, 76	0, 07	$CD = 8, 00$
en $D = 8, 00$	8, 64	2, 00	$DE = 1, 00$
en $E = 8, 00$	8, 64	2, 00	$EF = 0, 89$
en $F = 7, 11$	7, 68	1, 78	$FG = 0, 89$
en $G = 5, 33$	5, 76	1, 33	$GH = 1, 07$
en $H = 2, 13$	2, 30	0, 53	$HO = 0, 53$

la longueur de toute la Lunette $AO = 63, 05$.
le demi-diamètre du champ apparent $= 3^\circ, 49'$

Devis d'une Lunette à 8 verres qui grossit 25 fois.

LIX. On prendra $p = 75$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = 3$ pouces, & on aura les mesures suivantes:

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A = 75, 00$	$\begin{cases} 45, 64 \\ 359, 87 \end{cases}$	0, 42	$AB = 75, 00$
en $B = 10, 34\frac{1}{2}$	11, 17	3, 00	$BC = 12, 00$
en $C = 6, 00$	6, 48	0, 07	$CD = 9, 00$
en $D = 9, 00$	9, 72	2, 25	$DE = 1, 12\frac{1}{2}$
en $E = 9, 00$	9, 72	2, 25	$EF = 1, 00$
en $F = 8, 00$	8, 64	2, 00	$FG = 1, 00$
en $G = 6, 00$	6, 48	1, 50	$GH = 1, 20$
en $H = 2, 40$	2, 59	0, 60	$HO = 0, 60$

la longueur de toute la Lunette $AO = 100, 92\frac{1}{2}$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 2^{\circ}\ 17'$.

Devis d'une Lunette à 8 verres qui grossit 50 fois.

LX. On prendra $p = 166\frac{2}{3}$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = \frac{10}{3}$ pouces, & on aura les mesures suivantes :

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 166, 67$	$\begin{cases} 101, 42 \\ 799, 70 \end{cases}$	0, 83	$AB = 166, 67$
en $B = 12, 34$	13, 33	3, 33	$BC = 13, 33$
en $C = 6, 67$	7, 20	0, 07	$CD = 10, 00$
en $D = 10, 00$	10, 80	2, 50	$DE = 1, 25$
en $E = 10, 00$	10, 80	2, 50	$EF = 1, 11$
en $F = 8, 89$	9, 60	2, 22	$FG = 1, 11$
en $G = 6, 67$	7, 20	1, 67	$GH = 1, 33$
en $H = 2, 67$	2, 88	0, 67	$HO = 0, 67$

la longueur de toute la Lunette $AO = 195, 47$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 1^{\circ}, 8'$.

LXI. Comme la grandeur des verres pourroit arrêter l'exécution, en cas qu'on veuille se contenter d'un moindre champ qui surpasse pourtant encore le double de celui, qu'offrent les Lunettes ordinaires, les plus commodes de ces sortes de Lunettes semblent celles qui contiennent 6 verres, où posant $i = 3$, je prendrai $c = \frac{1}{2}$ pour éviter de grands verres, ce qui fournit ces déterminations.

Dist. de foyer des verres	Demid. de l' ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m+24)}$	$AP = \frac{m}{60}$ pouc.	$AB = p$
en $B = q = \frac{3}{m+3} p$	$BQ = \frac{9}{16} \cdot \frac{p}{m}$	$BC = 3 \frac{p}{m}$
en $C = r = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{20}$	$CD = 2 \frac{p}{m}$
en $D = s = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{3}{8} \cdot \frac{p}{m}$	$DE = \frac{3}{5} \cdot \frac{p}{m}$
en $E = t = \frac{27}{20} \cdot \frac{p}{m}$	$ET = \frac{21}{80} \cdot \frac{p}{m}$	$EF = \frac{3}{5} \cdot \frac{p}{m}$
en $F = u = \frac{3}{5} \cdot \frac{p}{m}$	$FU = \frac{3}{20} \cdot \frac{p}{m}$	$FO = \frac{4}{15} \cdot \frac{p}{m}$

& le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{1933}{m}$ minutes.

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 10 fois.

LXII. On prendra ici $p = 25$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = \frac{5}{2}$ pouces, & on aura les mesures suivantes.

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A =$ 25, 00	{ 15, 11 / 119, 95	0, 17	$AB =$ 25, 00
en $B =$ 5, 77	6, 23	1, 40	$BC =$ 7, 50
en $C =$ 3, 75	4, 05	0, 05	$CD =$ 5, 00
en $D =$ 3, 75	4, 05	0, 94	$DE =$ 1, 50
en $E =$ 3, 37 $\frac{1}{2}$	3, 64 $\frac{1}{2}$	0, 84	$EF =$ 1, 50
en $F =$ 1, 50	1, 62	0, 38	$FO =$ 0, 67

Donc la longueur de toute la Lunette $AO = 41, 17$ pouces. & le demi-diamètre du champ apparent $3°, 13'$.

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 15 fois.

LXIII. Je prendrai $p = 40$, d'où $\frac{p}{m} = \frac{8}{3}$, & les mesures seront :

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 40, 00$	24, 34 191, 93	0, 25	$AB = 40, 00$
en $B = 6, 67$	7, 20	1, 50	$BC = 8, 00$
en $C = 4, 00$	4, 32	0, 05	$CD = 5, 33$
en $D = 4, 00$	4, 32	1, 00	$DE = 1, 60$
en $E = 3, 60$	3, 89	0, 90	$EF = 1, 60$
en $F = 1, 60$	1, 73	0, 40	$FO = 0, 71$

la longueur de toute la Lunette $AO = 57, 24$ pouces, & le demi-diamètre du champ apparent $= 2°, 9$.

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 20 fois.

LXIV. Je prendrai $p = 55$ pouces, d'où $\frac{p}{m} = \frac{11}{4}$, & les mesures sont :

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Interval. entre les verres
en $A = 55, 00$	33, 46 263, 90	0, 33	$AB = 55, 00$
en $B = 7, 18$	7, 75	1, 55	$BC = 8, 25$
en $C = 4, 12\frac{1}{2}$	4, 45	0, 05	$CD = 5, 50$
en $D = 4, 12\frac{1}{2}$	4, 45	1, 03	$DE = 1, 65$
en $E = 3, 71$	4, 05	0, 93	$EF = 1, 65$
en $F = 1, 65$	1, 78	0, 41	$FO = 0, 73$

la longueur de toute la Lunette $AO = 72, 78$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 1°, 36'$.

Devis

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 25 fois.

LXV. Je prendrai ici $p = 70$ pouces, d'où $\frac{p}{m} = \frac{14}{5}$, &

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 70, 00$	$\begin{cases} 42, 59 \\ 335, 87 \end{cases}$	0, 42	$AB = 70, 00$
en $B = 7, 50$	8, 10	1, 57	$BC = 8, 40$
en $C = 4, 20$	4, 54	0, 05	$CD = 5, 60$
en $D = 4, 20$	4, 54	1, 05	$DE = 1, 68$
en $E = 3, 78$	4, 09	0, 95	$EF = 1, 68$
en $F = 1, 68$	1, 81	0, 42	$FO = 0, 75$

la longueur de toute la Lunette $AO = 88, 11$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 1°, 17$

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 30 fois.

LXVI. Je prendrai ici $p = 90$ pouces, d'où $\frac{p}{m} = 3$ pouces, & les mesures seront

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A = 90, 00$	$\begin{cases} 54, 77 \\ 431, 84 \end{cases}$	0, 50	$AB = 90, 00$
en $B = 8, 18$	8, 84	1, 69	$BC = 9, 00$
en $C = 4, 50$	4, 86	0, 05	$CD = 6, 00$
en $D = 4, 50$	4, 86	1, 13	$DE = 1, 80$
en $E = 4, 05$	4, 37	1, 01	$EF = 1, 80$
en $F = 1, 80$	1, 94	0, 45	$FO = 0, 80$

la longueur de la Lunette $AO = 109, 40$, & le demi-diametre du champ apparent $= 1°, 4$.

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 40 fois.

LXVII. Je prendrai ici $p = 120$ pouces, d'où $\frac{p}{m} = 3$ pouces &c.

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Interval. entre les verres
en $A = 120, 00$	$\begin{cases} 73, 02 \\ 575, 78 \end{cases}$	0, 67	$AB = 120$
en $B = 8, 37$	9, 04	1, 69	$BC = 9, 00$
en $C = 4, 50$	4, 86	0, 05	$CD = 6, 00$
en $D = 4, 50$	4, 86	1, 13	$DE = 1, 80$
en $E = 4, 05$	4, 37	1, 01	$EF = 1, 80$
en $F = 1, 80$	1, 94	0, 45	$FO = 0, 80$

la longueur de toute la Lunette $AO = 139, 40$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 48'$.

Devis d'une Lunette à 6 verres qui grossit 50 fois.

LXVIII. Je prendrai ici $p = 160$ pouces, d'où $\frac{p}{m} = \frac{16}{5}$ &c.

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A = 160, 00$	$\begin{cases} 97, 36 \\ 767, 71 \end{cases}$	0, 83	$AB = 160, 00$
en $B = 9, 06$	9, 79	1, 80	$BC = 9, 60$
en $C = 4, 80$	5, 18	0, 05	$CD = 6, 40$
en $D = 4, 80$	5, 18	1, 20	$DE = 1, 92$
en $E = 4, 32$	4, 66	1, 08	$EF = 1, 92$
en $F = 1, 92$	2, 07	0, 48	$FO = 0, 85$

Donc la longueur de la Lunette $AO = 180, 69$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 39'$.

LXIX. J' ajouterai encore de femblables devis pour des Lunettes à 7 verres, en évitant les cas, où les verres deviendroient trop grands. Pour cet effet je fuppoferai dans les déterminations du §. XLVI. la lettre $c = \frac{1}{2}$, où à caufe de $i = 3$, la diftance de foyer de l' objectif doit être prife $p = \frac{3}{4} m \sqrt[3]{(m + 24)}$, & les mefures, pour chaque groffiffement $= m$, doivent être tirées des formules fuivantes.

en $B = q = \frac{3}{m+3} p$, $BQ = \frac{3}{4m} p$, $AB = p$

en $C = r = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{m}$, $CR = \frac{1}{20}$, $BC = 3 \cdot \frac{p}{m}$

en $D = s = 2 \cdot \frac{p}{m}$, $DS = \frac{1}{2} \cdot \frac{p}{m}$, $CD = 2 \cdot \frac{p}{m}$

en $E = t = 2 \cdot \frac{p}{m}$, $ET = \frac{1}{4} \cdot \frac{p}{m}$, $DE = \frac{5}{12} \cdot \frac{p}{m}$

en $F = u = \frac{14}{9} \cdot \frac{p}{m}$, $FU = \frac{7}{18} \cdot \frac{p}{m}$, $EF = \frac{4}{9} \cdot \frac{p}{m}$

en $G = v = \frac{56}{81} \cdot \frac{p}{m}$, $GV = \frac{14}{81} \cdot \frac{p}{m}$, $FG = \frac{35}{81} \cdot \frac{p}{m}$

& pour le lieu de l' œil la diftance $GO = \frac{56}{243} \cdot \frac{p}{m}$.

Or le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{2578}{m}$ minutes, d' où je déduis les devis fuivans.

Devis d' une Lunette à 7 verres qui groffit 10 fois.

LXX. En prenant donc ici $p = 25$ pouces, de forte que $\frac{p}{m} = \frac{5}{2}$, on aura les mefures fuivantes en pouces:

Dist. de foyer des verres		Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres	
en A =	25, 00	15, 21 119, 95	0, 17	AB =	25, 00
en B =	5, 77	6, 23	1, 87	BC =	7, 50
en C =	3, 75	4, 05	0, 05	CD =	5, 00
en D =	5, 00	5, 40	1, 25	DE =	1, 04
en E =	5, 00	5, 40	1, 25	EF =	1, 11
en F =	3, 89	4, 20	0, 97	FG =	1, 08
en G =	1, 73	1, 87	0, 43	GO =	0, 58

Donc la longueur de toute la Lunette AO = 41, 31, & le demi-diamètre du champ apparent = 4°, 18′.

Devis d'une Lunette à 7 verres qui grossit 15 fois.

LXXI. Je pose pour ce grossissement, comme auparavant $p = 40$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = \frac{8}{3}$, & de là on aura les mesures suivantes :

Dist. de foyer des verres		Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres	
en A =	40, 00	24, 34 191, 93	0, 25	AB =	40, 00
en B =	6, 67	7, 20	2, 00	BC =	8, 00
en C =	4, 00	4, 32	0, 05	CD =	5, 33
en D =	5, 33	5, 76	1, 33	DE =	1, 11
en E =	5, 33	5, 76	1, 33	EF =	1, 18
en F =	4, 15	4, 48	1, 04	FO =	1, 15
en G =	1, 85	2, 00	0, 46	GO =	0, 62

la longueur de toute la Lunette AO = 57, 39, & le demi-diamètre du champ apparent = 2°, 52′.

Devis d'une Lunette à 7 verres qui grossit 20 fois.

LXXII. En prenant ici $p = 55$ pouces, d'où l'on a $\frac{p}{m} = \frac{11}{4}$, on aura les mesures suivantes:

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A =$ 55, 00	{ 33, 46 / 263, 90	0, 33	$AB =$ 55, 00
en $B =$ 7, 18	7, 75	2, 06	$BC =$ 8, 25
en $C =$ 4, 12 $\frac{1}{2}$	4, 45	0, 05	$CD =$ 5, 50
en $D =$ 5, 50	5, 94	1, 38	$DE =$ 1, 15
en $E =$ 5, 50	5, 94	1, 38	$EF =$ 1, 22
en $F =$ 4, 28	4, 62	1, 07	$FG =$ 1, 19
en $G =$ 1, 90	2, 05	0, 48	$GO =$ 0, 63

la longueur de toute la Lunette $AO = 72, 94$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 2^\circ, 9'$.

Devis d'une Lunette à 7 verres qui grossit 25 fois.

LXXIII. En supposant comme auparavant $p = 70$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = \frac{14}{5}$, nous aurons les mesures suivantes :

Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A =$ 70, 00	{ 42, 59 / 336, 87	0, 42	$AB =$ 70, 00
en $B =$ 7, 50	8, 10	2, 10	$BC =$ 8, 40
en $C =$ 4, 20	4, 54	0, 05	$CD =$ 5, 60
en $D =$ 5, 60	6, 05	1, 40	$DE =$ 1, 17
en $E =$ 5, 60	6, 05	1, 40	$EF =$ 1, 24
en $F =$ 4, 36	4, 71	1, 09	$FO =$ 1, 21
en $G =$ 1, 94	2, 10	0, 49	$GO =$ 0, 65

la longueur de toute la Lunette $AO = 88, 27$, & le demi-diamètre du champ apparent $1°, 43'$.

Devis d'une Lunette à 7 verres qui grossit 30 fois.

LXXIV. La distance de foyer de l'objectif étant prise $p = 90$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = 3$, on aura les mesures suivantes :

	Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en $A =$	90, 00	54, 77 / 431, 84	0,50	$AB = 90, 00$
en $B =$	8, 18	8, 84	2, 25	$BC = 9, 00$
en $C =$	4, 50	4, 86	0, 05	$CD = 6, 00$
en $D =$	6, 00	6, 48	1, 50	$DE = 1, 25$
en $E =$	6, 00	6, 48	1, 50	$EF = 1, 33$
en $F =$	4, 67	5, 04	1, 17	$FO = 1, 29$
en $G =$	2, 07	2, 24	0, 52	$GO = 0, 69$

la longueur de toute la Lunette $AO = 109, 56$, & le demi-diamètre du champ apparent $= 1°, 26'$.

Devis d'une Lunette à 7 verres qui grossit 40 fois.

LXXV. En prenant ici, comme ci-dessus, $p = 120$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m}$ soit $= 3$, on aura les mesures suivantes :

	Dist. de foyer des verres	Rayons des faces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en $A =$	120, 00	73, 02 / 575, 78	0, 67	$AB = 120, 00$
en $B =$	8, 37	9, 04	2, 25	$BC = 9, 00$
en $C =$	4, 50	4, 86	0, 05	$CD = 6, 00$

Dist. de foyer des verres	Rayons desfaces	Demid. de l'ouverture	Intervalles entre les verres
en D = 6, 00	6, 48	1, 50	DE = 1, 25
en E = 6, 00	6, 48	1, 50	EF = 1, 33
en F = 4, 67	5, 04	1, 17	FG = 1, 29
en G = 2, 07	2, 24	0, 52	GO = 0, 69

la longueur de toute la Lunette AO = 139, 56, & le demi-diamètre de l' ouverture = 1°, 5′.

Devis d'une Lunette à 7 verres qui grossit 50 fois.

LXXVI. Je prendrai ici, comme auparavant, $p = 160$ pouces, de sorte que $\frac{p}{m} = \frac{16}{5}$, & j'en trouve les mesures suivantes:

Dist. de foyer des verres	Rayons desfaces	Demid. de l'ouverture	Intervall. entre les verres
en A = 160, 00	97, 36 / 767, 71	0, 83	AB = 160, 00
en B = 9, 06	9, 79	2, 40	BC = 9, 60
en C = 4, 80	5, 18	0, 05	CD = 6, 40
en D = 6, 40	6, 91	1, 60	DE = 1, 33
en E = 6, 40	6, 91	1, 60	EF = 1, 42
en F = 4, 98	3, 38	1, 25	FG = 1, 38
en G = 2, 22	2, 40	0, 56	GO = 0, 67

Donc la longueur de toute la Lunette AO = 180, 80; & le demidiamètre du champ apparent = 51′.

De la construction de ces Lunettes en y employant un verre objectif composé.

LXXVII. De la manière que j'ai ici considéré la confusion, celle qui résulte du troisiéme verre est repréſentée par cette formule $\frac{i}{m c^3}$, laquelle étant indiquée par la lettre M, j'ai fait voir ailleurs que pour détruire cette confuſion auſſi bien que celle de l' objectif, celui-ci doit être composé de deux verres l' un convexe, & l' autre concave enſorte qu'il ſoit, poſant p pour la diſtance de foyer de l' objectif entier:

Du premier verre

$$\text{le rayon de la face}\begin{cases}\text{de devant} = 0,51467\,p\\ \text{de derrière} = 4,05851\,p\end{cases}$$

De l' autre verre

$$\text{le rayon de la face}\begin{cases}\text{de devant} = -0,73978\,p + 0,7319\,Mp\\ \text{de derrier} = +1,01897\,p - 1,3885\,Mp\end{cases}$$

Cependant il faut ici remarquer, que comme les autres verres produiſent auſſi quelque confuſion, il faut prendre $M > \frac{i}{m c^3}$, & il eſt même bon d'en prendre la valeur un peu trop grande, puiſqu'on eſt en état de redreſſer cette faute, en éloignant les deux verres l' un de l'autre plus que je ne l' ai ſuppoſé dans le calcul, où leur diſtance a été ſuppoſée $= \frac{1}{80} p$.

LXXVIII. Je n' appliquerai ces objectifs qu'au cas de ſix verres, & à l' hypothéſe, où j' ai ſuppoſé $i = 3$ & $c = \frac{5}{6}$; de là j' aurai donc $\frac{i}{m c^3} = 5$, & partant, pour tenir compte des autres verres, je ſuppoſerai $M = \frac{10}{m}$, d' où l' on comprend aiſément que cette hypothéſe ne ſauroit être appliquée qu'aux cas, où le groſſiſſement eſt très-conſidérable, ou $\frac{10}{m}$ une fraction aſsès petite. Donc ſi nous prenons

$p =$

$p = \frac{m}{2}$, la conſtruction de notre objectif composé pour le groſſiſſement $= m$ ſera en pouces.

Du premier verre

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} & = 0,25734\,m \\ \text{de derrière} & = 2,02926\,m \end{cases}$

De l'autre verre

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} & = -(0,36989\,m - 3,659) \\ \text{de derrière} & = +(0,50948\,m - 6,942) \end{cases}$

ce dernier verre eſt donc un meniſque tournant ſa face concave vers le premier verre.

Table pour la conſtruction de ces Lunettes.

Objectif composé

Groſſiſſement m	Premier verre, Rayon de ſa face d'avant +	de derrière +	L'autre verre Rayon de ſa face de devant −	de derrière +	Diſt. de foyer du 2nd verre −	Rayon de ſes deux faces +	Demid. du champ apparent
30	7, 72	60, 88	7, 44	8, 34	1, 36	1, 47	1°, 4′
40	10, 29	81, 17	11, 14	13, 44	1, 39	1, 50	48′
50	12, 87	101, 46	14, 84	18, 53	1, 42	1, 53	38
60	15, 44	121, 75	18, 53	23, 63	1, 43	1, 54	32
70	18, 01	142, 05	22, 23	28, 72	1, 44	1, 55	28
80	20, 59	162, 34	25, 93	33, 82	1, 44	1, 55	24
90	23, 16	182, 63	29, 63	38, 91	1, 45	1, 56	21
100	25, 73	202, 93	33, 33	44, 00	1, 45	1, 56	19
125	32, 17	253, 66	42, 58	56, 74	1, 46	1, 57	16
150	38, 60	304, 39	51, 83	69, 48	1, 46	1, 57	13
175	45, 03	355, 12	61, 07	82, 22	1, 47	1, 58	11
200	51, 47	405, 85	70, 32	94, 95	1, 47	1, 58	9
250	64, 34	507, 32	88, 82	120, 43	1, 47	1, 58	$7\frac{1}{2}$
300	77, 20	608, 78	107, 31	145, 90	1, 48	1, 59	6
350	90, 07	710, 24	125, 81	171, 38	1, 48	1, 59	$5\frac{1}{2}$
400	102, 94	811, 70	144, 30	196, 85	1, 48	1, 59	5
450	115, 80	913, 17	162, 80	222, 32	1, 49	1, 60	$4\frac{1}{2}$
500	128, 67	1014, 63	181, 29	247, 80	1, 49	1, 60	4

Le second verre B; dont la construction est donnée ici, doit toujours être mis dans le foyer de l'objectif, & le demidiamètre de son ouverture est $\frac{3}{16}$ pouces, & de là jusqu'au troisieme verre C, la distance est $BC = 1 \frac{1}{2}$ pouce.

Du troisième verre C la distance de foyer est $= 1, 25$; donc le rayon de ses deux faces $= 1, 35$, le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{1}{20}$ pouce, & la distance $CD = 5$.

Du quatrième verre D la distance de foyer est $= 3, 75$; donc le rayon de ses faces $= 3, 89$, le demi-diamètre de son ouverture $= 0, 94$, & la distance $DE = 1, 5$.

Du cinquieme verre E la distance de foyer est $= 3, 37 \frac{1}{2}$; donc le rayon de ses faces $= 3, 48$, le demi-diamètre de son ouverture $= 0, 84$, & la distance $EF = 1, 5$.

Du sixieme verre F la distance de foyer est $= 1, 50$; donc le rayon de ses faces $= 1, 62$, le demidiamètre de son ouverture est $= 0, 37 \frac{1}{2}$, & la distance de l'œil $FO = 0, 61$.

LXXIX. Mais en cas qu'on ne réussisse pas si heureusement dans la construction de ces objectis composés, qu'on puisse prendre $p = \frac{m}{2}$ pouces, il sera bon de donner des régles plus générales pour les Lunettes, qu'on sera en état d'en faire. Pour cet effet je pose $p = nm$, afin qu'on puisse prendre pour n un nombre tel, que les circonstances le permettront.

Je commencerai donc par le cas de 5 verres, en regardant la distance de foyer du dernier oculaire comme connue:

Du verre	Dist. de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$ pouces	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{i}{m+i}\, nm$	$BQ = \frac{in}{2(i+1)}$	$BC = in$
en C	$r = cin$	$CR = \frac{i}{m}\, x$	$CD = \frac{3i-1}{2}\, t$
en D	$s = \frac{3i-1}{i+1}\, t$	$DS = \frac{1}{4}\, s$	$DE = 2t$
en E	$t = t$	$ET = \frac{1}{4}\, t$	$EO = \frac{i+1}{2i}\, t$

Donc la longueur de toute la Lunette $AO = n(m+i) + \frac{(i+1)(3i+1)}{2i}\, t$, & le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{i}{2(i+1)m}$; or $\frac{c}{1-c} = \frac{3i-1}{2n(i-1)}\, t$; ce qui donne la valeur de c, & par conséquent celle de r.

Pour le cas de 6 verres.

Du verre	Dist. de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$ pouces	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{i}{m+i}\, nm$	$BQ = \frac{3in}{4(i+1)}$	$BC = in$
en C	$r = cin$	$CR = \frac{i}{m}\, x$	$CD = \frac{4i-2}{3}\, u$
en D	$s = \frac{4i-2}{i+1}\, u$	$DS = \frac{1}{4}\, s$	$DE = u$
en E	$t = \frac{3i}{i+1}\, u$	$ET = \frac{1}{4}\, t$	$EF = u$
en F	$u = u$	$FU = \frac{1}{4}\, u$	$FO = \frac{i+1}{3i}\, u$

Donc la longueur de toute la Lunette $AO = n(m+i) + \frac{(i+1)(4i+1)}{3i} u$, & le demi-diamètre du champ $\varphi = \frac{3i}{4(i+1)m}$; or pour la distance de foyer r on a $\frac{c}{1-c} = \frac{4i-2}{3n(i-1)}$, d'où l'on doit tirer la valeur de c.

Pour le cas de 7 verres.

Posant comme ci-dessus $\zeta = 2$, nous aurons $\frac{c}{1-c} = \frac{5i-3}{4i-4} \times \frac{10i-2}{9i-3} \times \frac{5i+1}{6i+2} \times \frac{v}{n}$, d'où l'on doit tirer la valeur de c, alors on aura:

Du verre	Distance de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{i}{m+i} nm$	$BQ = \frac{in}{i+1}$	$BC = in$
en C	$r = cin$	$CR = \frac{i}{m} x$	$CD = \frac{5i-3}{4} \cdot \frac{10i-2}{9i-3} \cdot \frac{5i+1}{6i+2} \cdot v$
en D	$s = \frac{5i-3}{i+1} \cdot \frac{10i-2}{9i-3} \cdot \frac{5i+1}{6i+2} \cdot v$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DE = \frac{10i-2}{9i-3} \cdot \frac{5i+1}{6i+2} \cdot \frac{v}{2}$
en E	$t = \frac{10i-2}{i+i} \cdot \frac{5i+1}{6i+2} \cdot \frac{v}{2}$	$ET = \frac{1}{4} t$	$EF = \frac{5i+1}{6i+2} \cdot v$
en F	$u = \frac{5i+1}{i+1} \cdot \frac{v}{2}$	$FU = \frac{1}{4} u$	$FG = \frac{1}{2} \cdot v$
en G	$v = v$	$GV = \frac{1}{4} v$	$GO = \frac{i+1}{4i} \cdot v$

où le demi-diamètre du champ apparent sera $\varphi = \frac{1}{(i+1)m}$; or afin que BQ ne surpasse point $\frac{1}{4} q$, il faut prendre $i > \frac{3m}{m-4}$.

LXXX. Donnons à i des valeurs convenables pour diminuer l'ouverture du second verre, & pour augmenter en même tems le champ apparent, & nous aurons les régles suivantes plus particulières.

Pour le cas de 5 verres.

Du verre	Dist. de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{3nm}{m+3}$	$BQ = \frac{3n}{8}$	$BC = 3n$
en C	$r = \frac{6nt}{2t+n}$	$CR = \frac{3x}{m}$	$CD = 4t$
en D	$s = 2t$	$DS = \frac{1}{2}t$	$DE = 2t$
en E	$t = t$	$ET = \frac{1}{4}t$	$EO = \frac{2}{3}t$

Donc la longueur de la Lunette $AO = n(m+3) + \frac{20}{3}t$, & le demidiamètre du champ apparent $\varphi = \frac{3}{8m}$, ou bien $\varphi = \frac{1289}{m}$ minutes.

Pour le cas de 6 verres.

Du verre	Dist. de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{5nm}{m+5}$	$BQ = \frac{5n}{8}$	$BC = 5n$
en C	$r = \frac{15nu}{3u+2n}$	$CR = \frac{5x}{m}$	$CD = 6u$

Du verre	Dist. de foyer	Ouverture	Intervalles
en D	$s = 3u$	$DS = \frac{3}{4}u$	$DE = u$
en E	$t = \frac{5}{2}u$	$ET = \frac{5}{8}u$	$EF = u$
en F	$u = u$	$FU = \frac{1}{4}u$	$FO = \frac{2}{5}u$

Donc la longueur de toute la Lunette $AO = n(m + 5) + \frac{42}{5}u$, & le demidiamètre du champ apparent $\varphi = \frac{5}{8m}$ ou bien $\varphi = \frac{2148}{m}$ minutes.

Pour le cas de 7 verres.

Du verre	Dist. de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{7nm}{m+7}$	$BQ = \frac{7n}{8}$	$BC = 7n$
en C	$r = \frac{476nv}{68v+55n}$	$CR = \frac{7x}{m}$	$CD = \frac{408}{55}v$
en D	$s = \frac{204}{55}v$	$DS = \frac{51}{55}v$	$DE = \frac{51}{110}v$
en E	$t = \frac{153}{44}v$	$ET = \frac{153}{176}v$	$EF = \frac{9}{11}v$
en F	$u = \frac{9}{4}v$	$FU = \frac{9}{16}v$	$FG = \frac{1}{2}v$
en G	$v = v$	$GV = \frac{1}{4}v$	$GO = \frac{2}{7}v$

Donc la longueur de toute la Lunette $AO = n(m + 7) + \frac{332}{25}v$, & le demi-diamètre du champ apparent $\varphi = \frac{7}{8m}$ ou bien $\varphi = \frac{3007}{m}$ minutes.

LXXXI. Si nous traitons de la même maniere nos formules pour le cas de 8 verres, en ſuppoſant $i = 9$, & introduiſant la diſtance de foyer du dernier oculaire, nous trouvons les formules ſuivantes, dont la connexion avec les cas précédens eſt remarquable.

Pour le cas de 8 verres.

Du verre	Diſt. de foyer	Ouverture	Intervalles
en A	$p = nm$	$AP = x$	$AB = nm$
en B	$q = \frac{9nm}{m+9}$	$BQ = \frac{9n}{8}$	$BC = 9n$
en C	$r = \frac{9.1155nw}{1155w+988n}$	$CR = \frac{9x}{m}$	$CD = \frac{2310}{247}w$
en D	$s = \frac{1155}{247}w$	$DS = \frac{1155}{988}w$	$DE = \frac{231}{494}w$
en E	$t = \frac{231}{52}w$	$ET = \frac{231}{208}w$	$EF = \frac{11}{26}w$
en F	$u = \frac{99}{26}w$	$FU = \frac{99}{104}w$	$FG = \frac{11}{26}w$
en G	$v = \frac{11}{4}w$	$GV = \frac{11}{16}w$	$GH = \frac{1}{2}w$
en H	$w = w$	$HW = \frac{1}{4}w$	$HO = \frac{2}{9}w$

& le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{9}{8m}$ ou $\phi = \frac{3867}{m}$ minutes. De là on voit que la longueur de la Lunette croît à meſure qu'on augmente le champ apparent.

AVERTISSEMENT.

Comme le Mémoire précédent suppose celui que l'Auteur a donné dans le XIII. Volume de l'Académie de Berlin, on a cru devoir en extraire les formules principales, pour les mettre ici sous les yeux de nos Lecteurs.

FORMULES DE DIOPTRIQUE NÉCESSAIRES POUR L'INTELLIGENCE DU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

SOIENT (*fig.* * *plan.* 3) autant de lentilles qu'on voudra PP, QQ, RR &c. rangées sur le même axe $a\,o$, de manière qu'elles forment une Lunette quelconque. Imaginons que $a\alpha$ soit un objet donné, & que $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$, $e\,\varepsilon$ &c. soient les différentes images de cet objet formées par les lentilles PP, QQ, RR &c., de sorte que les points de l'axe b, c, d &c. soient les foyers des rayons qui partent du point a, & les points β, γ, δ &c., (qui se déterminent en tirant les perpendiculaires $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$ &c., & menant ensuite les droites $\alpha A \beta$, $\beta B \gamma$, $\gamma c \delta$ &c.) soient les foyers des rayons qui partent du point α placé hors de l'axe. On voit aisément que le rayon αA, qui passe par le centre de la lentille PP, & qui doit être regardé comme le principal de tous ceux qui partent du point α, ira rencontrer la lentille QQ en Q, que de là il passera par γ, & rencontrera la lentille RR en R, ensuite la lentille SS en S &c., & enfin la lentille XX en X, d'où il sortira parallélement au rayon ηG, à cause que tous

tous les rayons doivent se trouver parallèles entr'eux au sortir de la dernière lentille.

Soit maintenant O le point où le rayon XO coupera l'axe, ce point sera celui où il faudra placer l'œil pour voir le point α, c'est-à-dire pour pouvoir découvrir un champ apparent égal à l'angle $\alpha A a$; l'angle $XOG = \eta G g$, comparé à l'angle $\alpha A a$, déterminera le grossissement de la Lunette; & les parties BQ, CR, DS &c. des lentilles seront les ouvertures qu'il faudra leur donner pour pouvoir joüir de tout le champ $a A \alpha$.

Cela posé soit: $a A \alpha = \phi$, $a A = \infty$, $GO = k$; ensuite $\frac{Bc}{bB} = B$, $\frac{Cd}{cC} = C$, $\frac{De}{dD} = D$, $\frac{Ef}{eE} = E$ &c.

Soient de plus p, q, r, s &c. les distances focales des lentilles PP, QQ, RR, SS &c., & πq, $\pi' r$, $\pi'' s$ &c. les demi-diamètres BQ, CR, DS &c. des ouvertures des verres QQ, RR, SS &c. en tant qu'elles contribuent au champ apparent, on aura, en faisant pour abreger

$$\mathrm{B} = \frac{B}{B+1},\ \mathrm{C} = \frac{C}{C+1},\ \mathrm{D} = \frac{D}{D+1}\ \&c.$$

Distances focales
$$\left\{\begin{aligned} q &= \frac{\mathrm{B}\phi}{\mathrm{B}\pi - \phi}\,p \\ r &= \frac{B\mathrm{C}\phi}{\mathrm{C}\pi' - \pi + \phi}\,p \\ s &= \frac{B\mathrm{C}\mathrm{D}\phi}{\mathrm{D}\pi'' - \pi' + \pi - \phi}\,p \\ &\&c. \end{aligned}\right.$$

Intervalles entre les verres
$$\left\{\begin{aligned} AB &= \frac{\mathrm{B}\pi}{\mathrm{B}\pi - \phi}\,p \\ BC &= \frac{(B\mathrm{C}\pi' - \mathrm{B}\pi)\phi}{(\mathrm{B}\pi - \phi)(\mathrm{C}\pi' - \pi + \phi)}\,p \\ CD &= \frac{B(\mathrm{C}\mathrm{D}\pi'' - \mathrm{C}\pi')\phi}{(\mathrm{C}\pi' - \pi + \phi)(\mathrm{D}\pi'' - \pi' + \pi - \phi)}\,p \\ &\&c. \end{aligned}\right.$$

Diſtances de l' œil

Pour un ſeul verre $k = 0$

Pour 2 verres $k = \frac{\varphi \pi}{(B \pi - \varphi)} p$

Pour 3 verres $k = \frac{B \varphi \pi'}{(C \pi' - \pi + \varphi)^2} p$

Pour 4 verres $k = \frac{B C \varphi \pi''}{(D \pi'' - \pi' + \pi - \varphi)^2} p$

&c.

Enfin ſoit m le nombre qui exprime la multiplication des diamètres apparens des objets, on aura l' équation

$$\pm m = \frac{\varphi - \pi + \pi' - \pi'' + \&c.}{}$$

le ſigne $+$ eſt pour le cas, où les objets ſont repréſentés debout, & le ſigne $-$ pour le cas oppoſé, de ſorte que l' on aura :

pour le premier cas . . . $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' \&c.}{m - 1}$

& pour le ſecond cas . . . $\varphi = \frac{+\pi - \pi' + \pi'' \&c.}{m + 1}$

Pour ce qui eſt de l' aberration des lentilles, on trouve;

1° Que celle qui vient de la diverſe refrangibilité des rayons ſera anéantie en ſatisfaiſant à cette équation

$$o = \frac{\pi}{B \pi - \varphi} + \frac{\pi'}{C \pi' - \pi + \varphi} + \frac{\pi''}{D \pi'' - \pi' + \pi - \varphi} + \&c.$$

2° Que l' autre aberration, celle qui vient de la figure ſphérique des verres, eſt exprimée pour chaque lentille par la formule ſuivante :

$$\frac{\mu x^2}{p} (\lambda (A + 1)^2 + \nu A)$$

x étant le demidiamètre de l' ouverture, A le raport de la diſtance entre le point rayonnant & la lentille, à la diſtance entre le foyer des rayons rompus & la même lentille, μ, ν des nombres dépendans du raport de refraction dans le verre, & λ un nombre $=$ ou $>$ 1.

3° Que l'aberration étant donnée, la figure de la lentille doit être telle que l'on ait :

Rayon de la surface tournée vers le point lumineux $\left\{ \dfrac{p}{\rho A + \sigma(1-A) \pm \tau \sqrt{(\lambda - 1)}} \right.$

Rayon de la surface opposée $\left\{ \dfrac{p.}{\sigma A + \rho(1-A) \mp \tau \sqrt{(\lambda - 1)}} \right.$

où p est la distance focale, A est $= \dfrac{A}{A+1}$, & ρ, σ, τ sont des nombres, qui dépendent de la raison de refraction; d'où l'on voit qu'il y a toujours deux figures à donner à une lentille, pour qu'elle produise une aberration donnée, excepté dans le cas où $\lambda = 1$, qui est celui où l'aberration est la moindre; on voit de plus que le nombre λ ne peut être pris moindre que l'unité, sans que les rayons des faces deviennent imaginaires.

4° Que l'aberration qui résulte de toutes les lentilles ensemble est exprimée par

$$\frac{\mu m x^3}{4p} \times \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \dfrac{(B+1)^2(\lambda'(B+1)+\nu B)\varphi}{B^3(B\pi - \varphi)} \\ \quad + \dfrac{(C+1)^2(\lambda''(C+1)+\nu C)\varphi}{B^3 C^3 (C\pi - \pi + \varphi)} \\ \quad + \&c. \end{array} \right\}$$

λ, λ', λ'' &c. étant les valeurs de λ qui conviennent aux lentilles *PP*, *QQ*, *RR* &c.

5° Qu'enfin cette aberration ne doit pas s'étendre au delà de la fraction $\dfrac{\mu}{4 \cdot 30^3}$.