

*E X A M E N  
DISSERTATIONIS  
CLARISS. PROFESSORIS  
KOENIG  
ACTIS ERVD. LIPS. INSERTAE  
PRO MENSE MARTIO  
1751.*

---

*E X A M E N  
DE LA DISSERTATION  
DE M. LE PROFESSEUR  
KOENIG  
INSEREE DANS LES ACTES DE LEIPZIG  
POUR LE MOIS DE MARS  
1751.*

EXAMEN  
DISSERTATIONIS  
CLARISS. PROFESSORIS  
KOENIG  
ACTIS ERVD. LIPS. INSERTAE  
PRO MENSE MARTIO  
1751.



*E*st hoc scriptum primum occasione controversiæ inter Illustrissimum Præsidentem de Maupertuis et Cl. Professore Kœnig dedit, cujus præcipuum caput in fragmento epistolæ Leibnitzio adscriptæ versabatur: tamen quoniam ipsum illud scriptum levia tantum dubia contra principia Illust. Præsidis, ad quæ in judicio Academiæ abunde est responsum, continere videbatur; non adeo opus esse sum arbitratus, ut ejus singula momen-

ta

EXAMEN  
DE LA DISSERTATION  
DE M. LE PROFESSEUR  
KOENIG  
INSERÉE DANS LES ACTES DE LEIPZIG  
POUR LE MOIS DE MARS  
1751.



*Q*uoi que l'écrit dont nous allons parler, soit ce qui a donné la première occasion à la controverse entre M. de Maupertuis nôtre Ill. Président et M. le Professeur Kœnig, et que le Chef principal de cette question consistât dans le fragment d'une lettre attribuée à M. de Leibnitz; comme cependant cet écrit n'attaquoit les principes de l'Ill. Président que par des doutes assez légers, auxquels il a été abondamment répondu dans

G 2 le

*ta diligentius evolverem, atque accuratius  
examinarem. Cum enim quasi cuique or-  
bis litterati civi concedi soleat, suas qua-  
lescunque meditationes atque etiam dubia  
in his Actis exponere; huiusmodi scripta  
plerumque iniquum foret censura nimis ri-  
gorosa subjicere: praesertim quando Aucto-  
ribus nihil aliud propositum fuisse videtur,  
nisi ut diligentia sua specimina exhiberent.  
Quamvis autem Clar. Koenig in hac disser-  
tatione cum auctoritate loquatur, ac iudicis  
adeo in controversis mathematicis compo-  
nendis personam suscipere velle videatur;  
tamen hoc potius consuetudini cuiusdam,  
quam usu contraxisset, cogitata sua expri-  
mendi tribui debere existimavi, quam ut  
eum revera arbitri vel censoris personam  
gerere voluisse crediderim: propterea quod  
adhuc pauca in hoc studii genere ediderit,*

le Jugement de l'Academie, je n'ai pas  
crû qu'il fût nécessaire de les parcourir  
tous, et d'examiner fort attentivement  
le poids et la force de chacun. Car  
comme chaque Citoyen de la Republi-  
que des Lettres a le droit d'exposer dans  
ces Journaux ses doutes, et ses médi-  
tations quelles qu'elles soient, il ne pa-  
roitroit pas juste de soumettre de tels  
écrits à une censure trop rigoureuse;  
lorsque surtout il semble que les Au-  
teurs ne s'y soient proposé que de don-  
ner des preuves de leur diligence. Et  
quoique M. Koenig dans cette Dissert-  
ation parle avec autorité, et semble  
vouloir jouer le personnage de Juge dans  
les controverses Mathématiques, j'ai ce-  
pendant mieux aimé attribuer ce ton  
à une certaine habitude de s'expri-  
mer qu'il a contractée par l'usage,  
que de croire qu'en effet il ait voulu  
faire l'Arbitre ou le Censeur: ce qu'il  
a donné dans ce genre d'étude étant

*unde vel minimum jus sibi munus censorium arrogandi petere posset.*

*Interim tamen non sine admiratione vidi, non solum ejus defensores novellarumque publicarum scriptores hanc Dissertationem tanquam eximium Mechanicæ specimen collaudare; sed etiam ipsum Prof. Koenigium se in ea negotium maximi momenti confecisse profiteri, atque adeo principia Ill. Præsidis per demonstrationes geometricas funditus evertisse: tantaque eum, teneri demonstrationum suarum fiducia, ut publice responsonem ad eas postulare non dubitet. Quare agre non feret, si ejus voluntati morem gesturus suas demonstrationes omni diligentia examinavero: atque non duabus lineis, quod ipse fieri posse affirmat, sed duobus verbis respondero, eas nihil valere. Id quod ita planum sum factururus, ut vel ipsi confitendum sit, cunctas*  
ob-

trop peu de chose, pour pouvoir lui mériter de pareils titres.

Cependant je n'ai pu voir sans étonnement, que non seulement les écrivains des gazettes ses défenseurs vantoient cette dissertation comme un chef d'œuvre de Mécanique; mais encore que M. Koenig lui même s'annonçoit comme ayant terminé une affaire de la plus grande importance, et renversé par des démonstrations Géométriques les principes de M. de Maupertuis: Et il a poussé si loin sa confiance dans ses démonstrations, qu'il n'a pas craint de demander publiquement, qu'on y répondît. Il ne trouvera donc pas mauvais, si pour lui obeir j'examine ici ses Démonstrations avec soin; et si je lui repons, non pas en deux lignes, comme il prétend qu'on le peut, mais en deux mots, *qu'elles ne valent rien.* C'est ce que je mettrai dans un si grand jour, qu'il fera forcé d'avouër lui même, que toutes les

*objectiones, quas contra Illustriss. Præsidis principia fecerit, omni firmamento esse destitutas, seque ipsum vel ardore contradicendi, vel præcipitatione judicii misere esse deceptum. Quo pacto tota illa controversia octo pluribusve questionibus implicata, quam contra Illustr. Præsidentem instruere est comminatus, brevissime dirimetur.*

*Statim autem in limine Clar. Kœnigius non mediocriter anxius videtur, his novis principiis agitatam jam pridem penitusque confectam controversiam de viribus vivis detrimentum aliquod pati; atque adeo Ipsum Leibnitzium ejusque affectas arguit, in defensione hujus doctrine non satis cautos fuisse. Ægre scilicet fert, hos summos viros Theoriam virium vivarum tantum in motu corporum esse adhibendam censuisse, in statu autem æquilibrii illi nullum locum reliquisse. Sui ergo officii imprimis esse pu-*  
tat,

objections, qu'il a faites contre les principes de l' Ill. Président, sont denuées de tout fondement; et qu'il s'y est misérablement trompé, soit par l'ardeur de contredire, soit en précipitant son jugement. De cette manière nous aurons bientôt détruit toute la controverse impliquée dans huit ou dix questions, dont il a menacé nôtre Président.

Dabord M. Kœnig n'est pas peu alarmé de voir, que la cause des forces vives tant agitée jadis et entièrement décidée, pourroit souffrir de ces nouveaux principes; et reprend les Sectateurs de Leibnitz, et Leibnitz lui même, de n'avoir pas usé d'assez de précautions dans la défense de cette doctrine. Il est fâché que ces grands hommes ayent crû, que la Théorie des forces vives n'éroit applicable qu'aux mouvemens des corps, et l'ayent rejetée de l'état d'équilibre. Il croit donc principalement de son devoir de van-

*eat, jura hujus doctrina derelictæ postlimi-  
nio vindicare, ejusque usum multo amplio-  
rem docere, quam unquam Leibnitzio in-  
mentem venerit. Ita igitur hanc doctrinam  
restaurandam esse arbitratur, ut non solum  
ei universa Mechanica seu de motu corpo-  
rum tam solidorum quam fluidorum Scien-  
tia, sed etiam tota æquilibrii Theoria, quæ  
Statica seu Dynamica et Hydrodynamica  
comprehendi solet, superstrui debeat. Magna  
igitur pompa novum aliquod principium in  
medium producit, quo non solum omnis tam  
æquilibrii quam motus scientia contineatur;  
sed etiam ambo Ill. de Maupertuis princi-  
pia, imprimis autem alterum minima actio-  
ni innixum, funditus evertantur. Qui cona-  
tus etiam si successu non careret, his tamen  
principiis nullam vim inferret; cum proble-  
mata huc pertinentia plerumque plus uno  
modo resolvi queant, neque unus modus ab  
ali-*

ger les droits de cette Doctrine délaissée, et d'enseigner un usage beaucoup plus ample, que jamais Leibnitz n'en a imaginé. Il pense qu'elle peut être rétablie de manière, que non seulement toute la Mécanique ou la Science du mouvement des corps, tant solides que fluides, mais encor toute la Théorie de l'équilibre, qui renferme la Statique ou la Dynamique et l'Hydrodynamique, doit y être fondée. Il produit donc avec la plus grande pompe ce principe nouveau, dans lequel non seulement toute la Science de l'équilibre et du mouvement est contenuë; mais par lequel aussi les deux principes de M. de Maupertuis, et surtout celuy qui est fondé sur la moindre action, sont renversés. Entreprise qui quand elle auroit reussi, n'auroit cependant porté aucune atteinte à ces principes; y ayant plus d'une manière de résoudre les problemes dont il y est question, et ces différentes ma-  
niè-

*aliis, qui negotium aque conficiunt, debilitetur, sed potius confirmetur. Videamus autem quantum presidium Clar. Professor novo suo principio producendo in Mechanicam intulerit.*

*Ac primo quidem asseverat, omnes casus æquilibrii, id quod ante nemo observaverat, ex principio virium vivarum felicissime resolvi posse. Corpus scilicet seu systema corporum, de quo queritur, extra statum æquilibrii contemplatur, ut jam vires sollicitantes se non amplius destruant; et nunc quidem dubium est nullum, quin ab istis viribus motus in corporum systemate generetur. Hunc igitur motum per principia mechanica definit, atque adeo vim vivam ibi genitam calculo subducit: qua inventa eum systematis statum investigat, ex quo ista vis viva evanescens resultaret, huncque statum æquilibrii fore acute concludit. At-*  
que

nières loin de se nuire les unes aux autres, servant plutôt à se confirmer. Mais voyons le grand avantage que M. le Professeur en produisant son nouveau principe, a apporté dans la Mécanique.

Premièrement, il assure ce qui n'avoit jamais encore été remarqué, que tous les cas de l'équilibre se peuvent déduire avec succès du principe des forces vives. Il considère le corps ou le Systeme de corps dont il s'agit, hors de l'état d'équilibre, afin que les forces sollicitantes ne se détruisent plus les unes les autres; et alors il n'y a aucun doute que ces forces ne produisent quelque mouvement dans le Systeme des corps. Il recherche ce mouvement par les principes de Mécanique, et ayant trouvé par le calcul l'expression de la force vive, il cherche l'état du Systeme, dans lequel cette force vive s'évanouiroit, et conclue  
avec

que hinc manat novum illud principium Kœnigianum, quo omnes plane æquilibrii casus determinantur, et quod in evanescentia virium vivarum, quæ, nisi adesset æquilibrium, generarentur, consistit. Tantum abest, ut hoc principium in dubium vocare velim, ut potius ejus veritatem firmissimis demonstrationibus munitam agnoscam, atque adeo gloriam inventionis Cl. Professori minime invideam.

Duplex autem hic questio examinanda occurrit: altera, num hoc principium amplissimum illum usum in omni statu æquilibrii determinando habeat, quem Cl. Professor predicat? altera autem, num eo stabilito, Illustris Præsidis nostri principia evertantur? utramque igitur banc questionem sollicitè evolvi conveniet.

Quod ad ipsum hoc principium a Cl. Kœnigio in medium productum attinet, ejus ve-

ri-

avec beaucoup de finesse, que ce seroit l'état d'équilibre. Delà nait ce nouveau principe Kœnigien, par lequel tous les cas de l'équilibre sont déterminés, et qui consiste dans l'anéantissement des forces vives, qui seroient produites s'il n'y avoit pas d'équilibre. Tant s'en faut, que je veuille douter de la vérité de ce principe, qu'au contraire je la reconnois munie des démonstrations les plus fortes, et que je suis bien éloigné d'envier au Professeur la gloire de son invention.

Nous avons ici deux questions à examiner: l'une consiste à savoir, si le principe pour déterminer tous les états d'équilibre a cet usage si étendu, que M. le Professeur vante? La seconde à savoir si ce principe posé, ceux de nôtre Ill. Président sont renversés? Discutons soigneusement ces deux questions.

Quant au principe même produit par M. Kœnig, je suis déjà convenu sans

ritatem sine ulla exceptione jam concessi, eamque tam perspicuam agnosco, ut cum prima æquilibrii notione arctissime sit connexa. Nam cum in omni statu æquilibrii vires sollicitantes se destruant, nullum motum producent, propterea quod si ullum motum producerent, hoc ipsum esse indicio, eas non esse in æquilibrio. Ubi autem nullus motus generatur, ibi quoque nulla vis viva generatur, ac vicissim; unde luce meridiana clarius est, ubi a viribus sollicitantibus nulla vis viva generetur, ibidem dari æquilibrium. Non adeo ergo hoc principium est reconditum, ut non a quovis tyro-ne facillime potuisset erui; quid enim magis obvium est, quam concludere, ubi sit status æquilibrii, ibi a viribus sollicitantibus nullum motum, nullamque propterea vim vivam generari: Seu ubi nullus sit motus, ibi quoque nullum dari motum. Ex quo hoc  
mul-

fans aucune exception de la vérité, et je la reconnois pour si évidente, qu'elle est le plus étroitement liée avec la notion de l'équilibre. Car comme dans l'état d'équilibre les forces sollicitantes se détruisent, elles ne produiront aucun mouvement; puisque si elles en produisoient, ce seroit une preuve, qu'elles ne feroient pas dans l'état d'équilibre. Là donc où il n'est produit aucun mouvement, il n'est produit aucune force vive, et reciproquement. D'où l'on voit plus clair que le jour, que là, où les forces sollicitantes ne produisent aucune force vive, il y a équilibre. Ce principe n'est pas si profondement caché, que le moindre commençant ne puisse facilement le découvrir: car qu'y a-t'il de plus simple, que de conclure que là, où il y a équilibre, les forces sollicitantes ne produisent ni mouvement ni force vive: C'est à dire là, où le mouvement est nul,

*multo maxime est mirandum, gloriam inventionis hujus eximii principii Prof. Kœnigio esse reservatam; neque per tot secula quemquam alium ipsi hanc palmam præripuisse: nisi ergo aliquando in litteris ergo adhuc ineditis vestigium hujus inventionis reperiat, quod tamen suspicari vix licet, Cl. Prof. Kœnig pro primo est habendus qui invenerit, In statu æquilibrium, ubi nullus detur motus, etiam nullam generari vim vivam. Hancque felicissimam inventionem ejus propugnatores ipsi merito gratulentur.*

*Principium vero hoc nullitatis vis vivæ, uti ab inventore appellatur, sine dubio in omni statu æquilibrium locum habet, neque ullus certe æquilibrium casus proferrî poterit, in quo vires sollicitantes vim vivam generent, cum per ipsam æquilibrium naturam omnis motus excludatur. Per hoc er-*

ge

il n'y a point de mouvement. Ce qu'il y a de plus admirable, c'est que la gloire de cette belle découverte ait été réservée à M. le Professeur Kœnig, et que pendant un si grand nombre de siècles personne ne la lui ait enlevée. Amoins donc que quelque jour les vestiges ne s'en trouvent dans quelques lettres Anecdotes, ce qu'on ne sauroit guères soupçonner, M. le Pr. Kœnig doit passer pour le premier, qui a trouvé, *Que dans l'état d'équilibre, où il n'y a aucun mouvement, il n'y a aussi aucune force vive.* C'est à ceux, qui combattent si bien pour lui, à le congratuler sur cette heureuse découverte.

Ce principe donc *de la nullité de force vive*, c'est ainsi que son inventeur l'appelle, a sans doute lieu dans tout état d'équilibre; et jamais on ne citera aucun cas d'équilibre, dans lequel les forces sollicitantes produisent une force vive; puisque par la nature même de l'équilibre tout mouvement est ex-

H 2 clus.

*go principium in quovis casu status æquilibrii agnoscitur, cum perpensis singulis viribus sollicitantibus, ac secundum principia mechanica calculo pro vi viva invenienda instituto, ejus valor evanescens prodierit: ac certius profecto æquilibrii criterium desiderari nequit, quam motus absentia, cum qua nullitas virium vivarum necessario est conjuncta.*

*Egregie etiam Vir Cl. ex hoc principio casum æquilibrii tam in vecte, quam in puncto a tribus viribus sollicitato derivat: statim enim assumit æquilibrium non adesse, sed motum revera produci, atque vim vivam investigat qua generari deberet; denique hanc ipsam vim vivam nibilo æqualem statuit; indeque rectissime conditiones ad æquilibrium requisitas concludit. Nisi ergo*  
 quis

clus. Par ce principe donc on découvre dans chaque cas l'état d'équilibre, lorsque ayant bien examiné toutes les forces sollicitantes, et les ayant calculées selon les principes Mécaniques pour trouver la force vive, la valeur de cette force devient nulle: Et assurément on ne sauroit souhaiter une marque plus certaine de l'équilibre, que l'absence du mouvement, avec laquelle la nullité des forces vives est nécessairement liée.

M. Koenig deduit aussi fort élégamment de ce principe le cas d'équilibre, tant dans le levier, que dans le point sollicité par trois forces: Il suppose d'abord qu'il n'y a pas d'équilibre, mais qu'il y a quelque mouvement, et cherche la force vive qui en devrait être produite; faisant ensuite cette force vive égale à zero, il conclut avec beaucoup de justesse les conditions requises pour l'équilibre. Si donc quelqu'un n'est

*quis in Mechanicis seu Phoronomia jam ita fuerit versatus, ut in quovis casu, ubi equilibrium non datur, motum inde secuturum assignare valeat, is hoc modo statum equilibrium nunquam determinabit. Non immerito ergo quis hic Cl. Koenigio objecerit, se non solum disciplinas a se invicem maxime distinctas Dynamicam scilicet et Phoronomiam inter se confundere, sed etiam hanc illi prepostere anteponeere; cum tamen Phoronomia necessario ipsa Dynamica premittenda videatur. Verum equidem hanc methodi perturbationem non urgebo; sed hoc potissimum Cl. Auctori perpendendum relinquo; si alia via non paterent ad equilibrium dignoscendum prater suum principium, num plerique equilibrium casus nobis non adhuc incogniti essent futuri. Ipsum enim Auctorem latere non potest, quam difficile*

*sa-*

assez versé dans les Mécaniques ou dans la Phoronomie, pour pouvoir dans chaque cas, où il n'y a point d'équilibre déterminer le mouvement qui doit s'en ensuivre, jamais de cette manière il ne déterminera l'état d'équilibre. Ce ne fera donc pas sans raison, qu'on objectera à M. Koenig, que non seulement il confond ici deux sciences fort différentes, la Dynamique et la Phoronomie; mais encor qu'il met fort mal à propos celle-cy avant celle là: la Dynamique devant nécessairement précéder la Phoronomie. A la vérité je n'insisteray pas icy sur ce desordre de la methode; mais je laisserai plutôt à examiner à l'Auteur, si en cas que l'on n'eut pas d'autre voye que son principe, pour connoitre l'équilibre, la plupart des cas d'équilibre ne nous demeureroient pas inconnus. Car l'Auteur ne peut pas ignorer, combien il est souvent difficile dans des questions

*ſæpenumero ſit in quæſtionibus mechanicis non adeo complicatis motum, qui a datis viribus producat, definire; ac ſi quæſtiones magis fuerint complicata, difficultates in motu determinando ſæpe plane eſſe invincibiles. Hujusmodi ergo caſibus Cl. Auctor ſtatum æquilibrii vel per calculum admodum tadioſum determinabit, vel ne per ſummum quidem laborem assignare poterit; cum tamen in iisdem caſibus ſtatus æquilibrii per principia uſu recepta ſatis expedite definiri queat. In duobus quidem exemplis ab auctore allatis negotium ſatis promte ſucceſſit, etiamſi æquilibrium trium virium puncto applicatarum jam non mediocrem apparatus poſtulaverit: ac præter hos ambos fortæſſe caſus, Ipsi Auctori nimis moleſtum foret ſuum principium in uſum vocare. Faciat periculum ſi lubeat, in curva*

*tan-*

Mécaniques, qui ne ſont par fort compliquées, de déterminer le mouvement qui doit être produit par des forces données: et que ſi les quæſtions ſont plus compliquées, ces difficultés ſont infurmontables. Dans ces cas donc l'Auteur, ou déterminera par un calcul très enuieux l'état d'équilibre, ou ne pourra pas le déterminer, même par le plus grand travail; pendant que dans les mêmes cas, on trouveroit tout d'un coup l'état d'équilibre par les principes communément reçus. A la vérité dans les deux exemples cités par l'Auteur, la choſe reuſſit aſſés promptement, quoique l'équilibre des trois forces appliquées à un point demande déjà aſſez d'appareil: mais hors ces deux cas, il ſeroit peut être aſſez difficile à l'Auteur de mettre ſon principe en pratique. Qu'il l'éprouve ſ'il veut pour la détermination de la *Catenaire*, ou pour l'état d'équilibre dans lequel une chaîne ſe tient ſuſpen-

*tantum Catenaria determinanda, seu eo æquilibrium statu, in quo catena suspensa acquiescit, ac tantas offendet difficultates, quas etiamsi superare valeret, tamen ne opere quidem esset pretium tantum laborem suscipere; cum totum negotium alia via tam facile expediri possit. Nam antequam Auctor ope sui principii statum æquilibrium catenæ definire queat, ipsam catenam in statu quocumque considerare, ejusque motum seu vim vivam, quam hoc motu ob vires sollicitantes acquisiverit, investigare cogetur: cum autem istam vim vivam pro tota catena invenerit, ea nihilo equalis posita ipsi suppeditabit equationem certe admodum intricatam, ex qua vix ac ne vix quidem conditiones æquilibrium eliciet.*

*Cum enim ipsa æquilibrium curva non constet, Auctor catenæ curvam quamcumque in genere tribuere cogitur, tum vero catenam ex hoc situ in alium quem-*  
cun-

duë: et il trouvera de si grandes difficultés, que quand même il seroit en état de les vaincre, ce ne seroit pas la peine d'entreprendre un si rude travail, pendant que la chose se peut faire si facilement par une autre voye. Car avant que l'Auteur puisse par son principe déterminer l'état d'équilibre de la chaîne, il faudra qu'il la considère dans un état quelconque, et qu'il recherche son mouvement, ou la force vive qu'elle aura acquise par les forces sollicitantes: et lorsqu'il aura trouvé cette force vive pour toute la chaîne, cette force étant faite égale à zero lui donnera une équation si embarrassée, que ce ne fera qu'avec bien de la peine, qu'il en deduira les conditions de l'équilibre, supposé encor qu'il les en puisse déduire.

Car la courbe d'équilibre n'étant point connue, l'Auteur sera obligé de supposer à sa chaîne une courbure quelconque en général, de transporter en-

tunque proximum transferet, atque ex sollicitatione virium gravitatis, quibus singula catena elementa sunt subjecta, vires vivas singulis elementis ingeneratas quæret, quarum summam denique nihilo æqualem statuet. Equidem etsi a problematibus Mechanicis abhorreere non soleo, tamen hujus problematis solutionem Viro Clar. penitus relinquo. Interim tamen etiamsi difficultates hic occurrentes feliciter superaverit, tamen non negabit plurimos alios casus ipsi facile proponi posse, quibus evolventis se impari sit agniturus, quamvis per methodos consuetas etiam his casibus determinatio æquilibrii nulla labore difficultate.

En ergo quorsum novum istud principium Kœnigianum tantopere jactatum, et quo novum quasi lumen universa Mechanica accendi prædicabatur, tandem reduca-

suite la chaîne de cette situation dans une autre situation prochaine, de prendre dans une somme toutes les forces vives produites dans chaque élément de la chaîne par la sollicitation de la pesanteur, et de faire enfin cette somme égale à zero. Pour moi quoi, que je ne sois pas facilement rebuté par les difficultés de la Mécanique, j'avouë que j'abandonne à l'Auteur la solution de ce problème. Et quand même il seroit venu heureusement à bout de surmonter toutes les difficultés, qui s'y présentent, il ne niera pas cependant, qu'on ne pût facilement lui proposer plusieurs autres cas, pour lesquels il seroit obligé d'avouër son insuffisance; quoique dans ces mêmes cas la détermination de l'équilibre n'eût aucune difficulté.

Voicy donc à quoi se réduit ce nouveau principe Kœnigien tant vanté, et qu'on devoit régarder comme une nouvelle lumière dans toute la Mécanique.

Con-

*catur. In se spectatum plus non continet, quam, Ubi non detur motus, ibi non dari vim vivam; seu ex nullitate vis vivæ ad motus absentiam, statumve idcirco æquilibrii tuto concludi posse: deinde si ad ejus usum respiciamus in definiendo æquilibrio, in aliquibus casibus iisque paucissimis, ejus applicatio satis commode quidem succedit; in multis autem non nisi cum maxima difficultate, in reliquis autem nullo plane modo adhiberi potest. Quos maximos defectus si Clar. Kœnigius in suo principio animadvertisset, id profecto perpetuo suppressisset, aliique cuique potius gloriam inventionis reliquisset, quam ipse id tanta ostentatione in medium attulisset.*

*Verum tametsi hoc principium non omnino in nihilum recideret, tamen non video, quomodo inde vel minimum detrimen-*

*tum*

Confidéré en lui même il ne contient autre chose, si non que, *Là où il n'y a point de mouvement, il n'y a point de force vive;* ou que de la nullité de la force vive, on peut conclure avec sûreté l'absence du mouvement, et par conséquent l'état d'équilibre: ensuite si nous avons égard à son usage, nous trouverons que, quoi qu'à la vérité dans quelques cas fort rares il réussisse assez commodément pour déterminer l'équilibre, dans le plus grand nombre des cas on ne peut s'en servir qu'avec la plus grande difficulté, et que dans les autres on ne peut s'en servir du tout. Deffaut si grand, que si M. Kœnig l'avoit remarqué dans son principe, il l'auroit éternellement supprimé, et auroit mieux aimé laisser à d'autres la gloire de la découverte, que de la réclamer pour lui même avec tant d'ostentation.

Mais quand même ce principe ne se reduiroit pas absolument à rien, je ne vois pas, comment il pourroit porter la moindre

tum principia Ill. Præsidis patiantur. Ille enim per suum principium nullos alios æquilibrii status definire contendet, nisi qui per consueta Dynamica principia determinari solent: quare cum hi status omnes ex universali principio æquilibrii Illust. Præsidis admirabili compendio deriventur, ex hoc ipso summus consensus hujus principii cum præceptis Dynamicis, ideoque etiam cum principio Kœnigiano elucet. Discrimen tantum in eo versatur, quod per principium Ill. Præsidis de Maupertuis cuncti æquilibrii status summa facilitate ac plerumque multo expeditius determinentur, quam per præcepta Dynamica ordinaria: cum contra principium Kœnigianum non solum plerumque majores ambages requiratur, sed etiam sæpissime ne in usum quidem vocari possit. Atque vel ex hoc summo successus discrimine luculentissime apparet,

prin-

moindre atteinte aux principes de nôtre Ill. Président. Car il ne prétend pas par son principe déterminer d'autres états d'équilibre, que ceux qu'on détermine par les principes ordinaires de la Dynamique; et tous ces états se déduisant avec une merveilleuse facilité de son principe d'équilibre, on peut remarquer l'accord parfait de ce principe avec les principes de la Dynamique, et par là aussi avec le principe de M. Kœnig. Toute la différence consiste, en ce que par le principe de M. de Maupertuis on détermine tous les états d'équilibre avec la plus grande facilité, et souvent beaucoup plus vite, que par les préceptes reçus de la Dynamique: qu'au contraire le principe de M. Kœnig non seulement conduit d'ordinaire dans de grandes ambages, mais souvent encore ne sauroit être d'aucune application. Et par cette différence extrême de succès, on peut juger de la diffé-

*principia hæc Illustris Præsidis et Cl. Professoris toto cælo a se invicem discrepare, atque ex diversissimis fontibus esse petita. In altero autem præterea quilibet æquilibrii status ex indole minimi definitur, in altero autem ex nullitate vis viva: ex quo etiam perspicuum est, eam quantitatem, quæ alterum principium adhibendo minima reddi debet, maxime diversam esse oportere ab ea, quæ pro altero principio in nihilum abit. Fieri enim nequit, vel ipso Kœnigio assentiente, ut in omni æquilibrii statu eadem quantitas et minima evadat et in nihilum abeat; hoc enim si concederetur, omnes ejus objectiones sponte corruerent.*

*Certum igitur est principium Dni. de Maupertuis vim vivam eo sensu non continere, quo ea principium Kœnigianum constituit; unde etiam ex hoc capite objectiones*

rence qui se trouve entre les principes de nôtre Ill. Præsident et ceux de M. le Professeur; ces principes étant en effet tirés de sources très différentes. De plus dans l'un, chaque état d'équilibre est déterminé par la nature d'un *Minimum*, dans l'autre par la nullité de la force vive. D'où il est clair que cette quantité, qui selon l'un des principes doit être un Moindre, doit être extrêmement différente de celle qui selon l'autre principe doit être nulle. Car il est impossible, même de l'aveu de M. Kœnig, que dans tout état d'équilibre, la même quantité soit un *Minimum*, et soit égale à zéro: si cela arrivoit, toutes ses objections seroient évanouies.

Il est donc certain que le principe de M. de Maupertuis ne contient pas la force vive dans le même sens, qu'elle constitue le principe de M. Kœnig: et l'on voit aussi par là, que les objections

nes Kœnigii, quæ demonstrationibus istis tantopere jactatis, quod in omni æquilibrii statu vis viva sit nulla, innituntur, omnem vim amittunt. Proprie quidem Kœnigiuss alterum tantum principium Illust. de Maupertuis aggreditur, quod in minima actione est situm: verum ego in dissertatione peculiari coram Academia prælecta ostendi, ambo ejus principia, et hoc minima actionis, et alterum, quod in omni æquilibrii statu cernitur, arctissimo vinculo inter se esse connexa, ita ut altero admissa alterum nullo modo in dubium vocari queat.

Jam vero etsi principium minima actionis actionem ex producto massæ in spatium et celeritatem æstimet, hocque productum ab idea vis viva vix discrepare videatur; tamen hoc productum ex consideratione longe diversa petitur, atque a Kœnigio vis viva determinatur: id quod ipse  
sta-

que M. Kœnig fonde sur ces démonstrations tant vantées, que dans tout état d'équilibre la force vive est nulle, perdent toute leur force. A la vérité M. Kœnig n'attaque directement que l'autre principe de M. de Maupertuis, qui consiste dans la moindre Action: mais j'ai fait voir dans une dissertation particulière luë dans nos Assemblées, que ces deux principes, celui de la moindre action, et celui qu'on observe dans tout état d'équilibre, étoient si étroitement liés ensemble, que l'un une fois admis on ne pouvoit plus douter de l'autre.

Or quoique dans le principe de la moindre action, l'action soit estimée par le produit de la masse de l'espace et de la vitesse, et que ce produit ne paroisse pas s'éloigner beaucoup de l'idée de la force vive, il est cependant tiré d'une considération fort différente de celle par laquelle M. Kœnig détermine la force vive: il auroit dû s'en apercevoir

*statim sentire debuisset, si modo explicacionem vectis, quam Illustr. de Maupertuis dedit, cum sua comparare voluisset: hoc enim casu actio, prouti a Dno. de Maupertuis aestimatur, manifesto sit minima, nulloque modo evanescens; cum tamen vis viva a Koenigio definita nemine contradicente in nihilum abeat. Quare cum utrinque veritas idque recte eliciatur, necesse est, ut actionis idea, qualis ab Illustri Praeside est stabilita, a vi viva Koenigiana toto caelo differat, ideoque omnes ejus objectiones hinc petita nimia precipitantia studioque pugnandi sint tribuenda: atque adeo confido Clar. Professorem, cum hac probe perpenderit, causam, quam nimis festinanter suscepit, sponte esse deserturum, praesertim cum insuper sequentes annotationes perlegerit.*

Ve-

tout d'abord, s'il eut voulu comparer l'explication, que M. de Maupertuis donne du Levier avec la sienne. Car dans ce cas l'action telle, qu'elle est déterminée par M. de Maupertuis, devient manifestement la plus petite, et non point nulle; au lieu que la force vive telle que M. Koenig la définit, devient nulle incontestablement. Comme donc la vérité se trouve dans l'un et l'autre de ces cas, et se trouve légitimement déduite, il faut que l'idée de l'action, telle que nôtre Ill. Président la définit, diffère entièrement de la force vive de M. Koenig, et que toutes les objections que celui ci en tire, ne puissent être attribuées qu'à une trop grande précipitation, ou à un amour de la dispute: j'espère donc que lorsque M. le Professeur aura mieux examiné l'affaire, dans laquelle il s'est jeté trop à la hâte, il l'abandonnera de lui même; surtout lorsqu'il aura lû encore les remarques suivantes.

I 4

Pour

*Verum quo discrimen inter aestimatio-  
nem actionis et vis viva clarius perspi-  
ciatur, utramque attentius contemplari  
conveniet. In aestimatione igitur vis viva  
secundum principium Kœnigianum systema  
corporum extra statum æquilibrii conside-  
ratur, motusque a viribus sollicitantibus  
oriundus in computum ducitur, ex quo ve-  
ra vis viva generata colligatur. At in æs-  
timatione actionis, systema corporum reve-  
ra in æquilibrio assumitur, eique a vi qua-  
cunque externa motus imprimi concipi-  
tur; tum vero ex hoc motu investigatur,  
per quantum spatium qualibet vis fuerit  
vel intensa vel remissa: vel loco virium  
pondera æquivalentia substituuntur, ac di-  
spicitur, quantum eorum quodque fuerit  
promotum et quanta celeritate; quo factò  
singula hæc pondera tam per spatia a quo-  
que descripta, quam per celeritates mul-*

ti-

Pour mieux connoître la différence,  
qui se trouve entre l'estimation de l'ac-  
tion, et celle de la force vive, il faut  
examiner attentivement l'une et l'autre.  
Dans l'estimation donc de la force vive  
selon le principe de M. Kœnig, on con-  
sidère un système de corps hors de l'é-  
tat d'équilibre, et l'on calcule le mou-  
vement qui naît des forces sollicitantes,  
d'où l'on tire la véritable force vive qui  
en est produite: mais dans l'estimation  
de l'action, l'on prend le système des  
corps dans l'état d'équilibre, l'on con-  
çoit que le mouvement lui soit impré-  
mé par quelque force externe: et alors  
dans ce mouvement on recherche l'es-  
pace, par lequel l'intensité de chaque  
force a été augmentée ou diminuée, ou  
substituant au lieu des forces des poids  
équivalens, on examine le mouvement  
de chacun et la vitesse avec laquelle il  
s'est mû; après quoi l'on multiplie cha-  
que poids par l'espace qu'il a parcouru,

I 5

ru,

*tiplūcantur, horumque productorum summa pro actionis quantitate assumitur. Atque hic quidem non de celeritate cujusque ponderis vera sermo est, sed tantum de relativa; ex quo hæc producta, etiamsi alias spatium celeritati sit proportionale, ne nomen quidem virium vivarum merentur: ita ut idea actionis ab idea vis viva sollicite sit distinguenda, quemadmodum jam Ipse Illust. Praeses expresse animadvertit. Cum igitur idea actionis originem habeat diversissimam ab illa vi viva, quam Kœnigius introducit, atque considerationes, unde sunt ducta, toto cælo a se invicem differant; mirum profecto non est, quod etiam in applicatione diversissimam indolem accipiant, atque iisdem casibus, quibus vis viva evanescit, actio revera fiat minima, neque in nihilum abeat. Eo minus ergo hæc duo principia inter se confundi oportet, multo*

au-

ru, et par la vitesse avec laquelle il l'a parcouru, et l'on prend la somme de ces produits pour la quantité de l'action. Or il n'est pas ici question de la véritable vitesse de chaque poids, mais seulement de la vitesse relative; ainsi, quoique d'ailleurs les espaces soient proportionels aux vitesses, ces produits ne doivent pas seulement avoir le nom de forces vives: et l'idée de l'action doit être soigneusement distinguée de celle de la force vive, comme nôtre Ill. Président l'a expressément remarqué. Puisque donc l'idée de l'action a une origine si différente de cette force vive que M. Kœnig introduit, et que les considerations, qu'on en déduit sont tout à fait différentes, il n'est pas étonnant qu'elles diffèrent tant aussi dans leur application, et que dans les mêmes cas, où la force vive s'évanouit, l'action devienne la moindre, et subsiste. Il faut donc d'autant plus se donner de garde de

con-

autem minus alterum alteri opponi; quod, ut jam animadverti, principium Cl. Kœnigii sit maxime sterile, et tantum ad paucissimos quosdam æquilibrii casus pateat, cum contra principium Illust. de Maupertuis sit fecundissimum, atque non solum ad omnes æquilibrii casus definiendos sit accommodatum, sed etiam lineis curvis a corporibus, quæ ad quocumque centra virium attrahuntur, descriptis assignandis mirifice inserviat; quibus insignibus commodis principium Kœnigianum penitus caret.

Sed reget Vir Clarissimus, suum quidem principium, uti initio proposuerat, uti quæ omni fere usu carere; verum se ei in sequentibus multo ampliorem extensionem conciliasse, ut jam quidem latissime pateret: cujus amplificationis fundamentum in Lemmate suo tertio ipsum jacere voluisse video, quo in negotio quantum prof-

confondre ces deux principes, et encore plus de les opposer l'un à l'autre; que comme je l'ai déjà remarqué, le principe de M. Kœnig est fort sterile, et ne peut s'appliquer qu'à un petit nombre de cas de l'équilibre; pendant que le principe de M. de Maupertuis est de la plus grande fertilité, et ne sert pas seulement à déterminer tous les cas d'équilibre, mais sert encore merveilleusement à trouver les lignes courbes décrites par des corps attirés vers autant de centres qu'on veut; avantages insignes, dont manque entièrement le principe de M. Kœnig.

Mais M. Kœnig pourra dire, que quoique son principe, tel qu'il l'a proposé en commençant, ne soit à la vérité d'aucun usage; dans ce qui suit il lui a donné une beaucoup plus grande extension, dont je trouve qu'il a voulu jeter le fondement dans son troisième Lemme: comment il y a réussi, c'est ce que nous

fecerit, opere pretium erit accuratius examinare.

Loquitur autem in hoc lemmate de systemate lineæ inertis æqualium massarum, quod sollicitetur versus aliquod centrum sollicitationibus, quæ in diversis a centro distantibus sint utcumque variables. Hic non definit utrum linea illa iners sit recta an curva? unde si hæc verba more geometrico interpretari velimus, lineam quamcumque sive rectam sive curvam intelligere debemus; quod etiam ejus instituto eo magis consentaneum videtur, quoniam hoc lemmate suum principium ad summam generalitatem evehere vult; plurimum autem inde detraberetur, si tantum pro linea recta valeret. Consulta autem demonstratione mox patet, eam subsistere non posse, nisi linea illa recta statuatur; quod cum ingens sit vitium contra methodum geometricam

nous allons examiner avec plus d'attention.

Il parle dans ce Lemme du système d'une ligne inerte de masses égales, sollicitées vers quelque centre par des forces qui à différentes distances de ce centre varient de quelque manière que ce soit. Icy il ne définit point si cette ligne inerte est droite ou courbe? Ainsi si nous interprétons ses paroles selon l'usage des Géomètres, nous devons entendre une ligne quelconque soit droite soit courbe, ce qui aussi paroît plus conforme à son dessein; puisque par ce Lemme il veut élever son principe à la plus grande généralité: et qu'il perdrait beaucoup, s'il n'avoit lieu que pour la ligne droite. Cependant dès qu'on lit la démonstration, on voit qu'elle ne sauroit subsister, à moins que la ligne ne soit droite: ce qui étant un grand vice contre la méthode des Géomètres, que l'Auteur vante tant, et par laquelle