SUR L' ACCORD

DES DEUX DERNIERES ECLIPSES DU SOLEIL ET DE LA LUNE AVEC MES TABLES POUR TROUVER LES VRAIS MOMENS DES PLENI-LUNES ET NOVI-LUNES,

PAR M. EULER.

I.

Mon calcul, que j'ai exposé dans un Mémoire * précedent, pour l'Eclipse du Soleil, que nous avons vuë ici le 25 Juillet de cette année 1748, est si bien d'accord avec les observations du commencement & de la fin de cette Eclipse, qu'à peine on s'en sauroit promettre un plus grand. Suivant mes tables j'avois établi le commencement de cette Eclipse à $10^h, 17', 45''$, & la fin à $1^h, 24', 0''$: or, quoique le commencement de cette Eclipse ne fut pas apperçû, on étoit pourtant asses sûr de le conclure à $10^h, 18'$ par la phase qui parût a' $10^h, 20'$, & la fin de cette Eclipse a été remarquée a' $1^h, 24', 30''$ Nous ne nous sommes pas trompés non plus dans l'attente de l'anneau, que j'avois annoncé: mais sa durée, que j'avois mise à $5', 10''$, étoit beaucoup plus courte, savoir de $1', 20''$, ce qui ne paroit pas trop favoriser mes tables, quoique les autres tables qui passent pour les meilleures, ne montrassent cette Eclipse, que partiale, & que leurs erreurs par rapport au commencement & à la fin montassent à quelques minutes entieres. Mais, pour ôter ce scrupule par rapport à la durée de l'anneau, je dois remar-

* Voy. les *Memoires* de 1747. p. 250. & suiv.

remarquer que dans mon calcul j'avois supposé l'elevation du Pole de Berlin de 52°, 36': Or les dernieres observations, que Mr. Kies vient de faire avec l'excellent Quart de cercle, que Mr. de Maupertuis a donné à l'Academie ne donnerent cette elevation du Pole que de 52°, 31', 30'', de sorte que j'avois placé Berlin trop vers le Nord de 4', 30''. On n'a qu'à jetter les yeux sur la carte de cette Eclipse, qui a été publiée à Nurnberg, pour s'assurer, que si Berlin étoit situé de 4 ½' plus au nord, la durée de l'anneau auroit été beaucoup plus considerable & qu'elle auroit été assés d'accord avec mon calcul,

II. Pour l'Eclipse de Lune, qui parut entre le 8 & le 9 Dec. mois d'Août, si l'on regarde l'article, qui se trouve à la fin de l'Almanac Astronomique, on remarquera, que les momens de cette Eclipse qui sont allegués sous le titre de mes tables, ne sont pas trop d'accord avec l'observation. Car le commencement y etant marqué à 11h, 0', 14'' & la fin à 1h, 14', 4'', on a trouvé par l'observation le commencement a 11h, 5' & la fin a 1h, 18': J'avoüe que cette difference anéantiroit tout à fait la bonne opinion de mes tables, que l'accord de l'Eclipse du Soleil auroit pu inspirer: & cela me paroit d'autant plus surprenant, que j'avois rectifié mes tables sur un grand nombre d'Eclipses lunaires. J'ai cru donc avant que de porter un jugement si peu favorable de mes tables, devoir refaire mes calculs, pour voir s'il ne s'y étoit pas glissé quelque faute, ayant fait alors ces calculs à la hâte. En voicy donc le détail de tous mes calculs.

III. Je commence donc par chercher le tems de l'opposition moyenne, qui arrive vers le 8 Août de l'Année 1748. dont le calcul sera suivant mes tables imprimées dans l'Almanac latin pour l'an 1749. comme il suit:

☽ a ☉		L. moy: ☉	An. moy: ☉	An. moy: ☽	L. moy: ☊
A 1741, 1j, 20h, 44', 15''	6	9s, 12°, 1', 38''	6s, 3°, 25', 46''	9s, 27°, 15, 46''	3s, 4°, 9', 52''
Ano 7, 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
Juill. 25, 17, 8, 21	0	6, 23, 44, 49	6, 23, 44, 14	6, 0, 43, 3	0, 10, 56, 47
Juill. 40, 17, 45, 4	6	4, 18, 3, 38	1, 9, 19, 51	6, 24, 2, 28	4, 26, 59, 49
ou Août 8, 17, 45, 4					10, 7, 10, 3

Car

Car le 40me Juillet convient avec le 9me Août ; mais parceque cette année est bissextile, il en faut retrancher un jour, dont le mois de Fevrier a eté allongé. Donc, selon le mouvement moyen, l'opposition arrive à Paris A. 1748 Août 8j, 17h, 45', 4'' tems moyen : & l'équation du tems étant 5', 0'' à soutraire, le tems de cette opposition moyenne sera à Paris A. 1748 Août 8j, 17h, 40', 4'', & pour Berlin il y faut ajouter la difference de longitude, qui est 44', 36'', par consequent cette opposition moyenne a du arriver à Berlin

A. 1748 Août 8j, 18h, 24', 40'' tems vrai.

IV. Ayant pour ce tems les anomalies moyennes du Soleil & de la Lune, on en déterminera à l'aide des mêmes tables les anomalies excentriques, en y appliquant les équations qui conviennent, & on trouvera

L'anomalie excentrique du Soleil 1s, 8°, 43', 44''
L'anomalie excentrique de la Lune 6, 23, 25, 27

Et de là on formera aisement les argumens des tables d'équations & les equations mêmes.

Table	Argument	Eq: additives	Eq: soutractives
8 I	6s, 25°, 23', 27	- - - - -	3h, 44'', 18''
II	1, 8, 43, 44	- - - - -	2, 35, 59
III	8, 4, 7, 11	0h, 8', 15''	
VI	5, 16, 39, 43	0, 2, 31	
V	2, 29, 30, 33	- - - -	0, 1, 1
VI	0, 12, 3, 10	31	
		+ 0, 11, 17	— 6 21, 18
			+ 0, 11, 17
		Equation totale à soutraire	6, 10, 1

Il faut donc soutraire 6h, 10', 1'' du tems de l'opposition moyenne pour avoir le tems de l'opposition vraie dans l'orbite.

Opposition moyenne à Berlin Ann. 1748	Août	8j, 18h, 24', 40''
otez		6, 10, 1
Opposition dans l'orbite à Berlin Ann. 1748 selon le tems vrai.	Août	8, 12, 14, 39

V. Main-

V. Maintenant je cherche pour ce tems les vrais lieux du Soleil, de la Lune, leurs anomalies excentriques avec le lieu moyen du noeud aſcendant.

Tems ☍ moyenne	Long. moy: ☉	An. moy: ☉	An. moy: ☽	Long. moy: ☊
ôtez	4, 18, 3, 38	1, 9, 19, 51	6, 24, 2, 28	10, 7, 10, 3
6h, 10', 1''	— 15, 12	— 15, 12	— 3, 21, 26	+ 49
Tems ☍ de l'orbite	4, 17, 48, 26	1, 9, 4, 39	6, 20, 41, 2	10, 7, 10, 52
Equat:	— 1, 11, 37	— 35, 56	— 1, 10, 18	
	4, 16, 36, 49	1, 8, 28, 43	6, 21, 51, 20	
	Long. vraie ☉	An. exc. ☉	An. exc. ☽	

Donc la longitude vraie du Soleil étant 4s, 16°, 36', 49
La longitude de la Lune dans ſon orbite eſt 10, 16, 36, 49
puisque nous ſavons que dans ce moment le lieu de la Lune dans ſon orbite differe de 6. ſignes de celui du Soleil.

VI. A' préſent il s'agit de determiner le vrai lieu du noeud aſcendant ☊ avec l'inclinaiſon de l'orbite lunaire à l'ecliptique, ce qui ſe fera par le moyen des tables de la Lune, que j'ai publiées dans le recueil de mes pieces.

Tables pour le ☊ & l'Incl.	Argument	Long. moy: ☊	Inclin.
		10s, 7°, 10', 52''	
I	6, 21, 51, 20	Eq. + 38	
II	1, 8, 28, 43	Eq. + 4, 30	
☉	4, 16, 36, 49	10, 7, 16, 0	
☊	10, 7, 16, 0		
III	6, 9, 20, 49	Eq. + 0, 29, 49	5°, 16', 39''
		10, 7, 45, 49	
IV	6, 0, 0, 0	Eq. 0, 0, 0	Eq. — 42
V	0, 9, 20, 49	Eq. + 2, 14	Eq. + 36
		10. 7, 48, 3	5, 16, 33
		Long. vraye du ☊	Inclinaiſon vraie.

Donc la longitude vraie du noeud ☊ eſt 10s, 7°, 48', 3''
& l'inclinaiſon de l'orbite lunaire 5, 16, 33.

VII. Pour avoir tous les élémens, sur lesquels le calcul de l'Eclipse se fonde, il faut encore chercher les diametres apparens, les parallaxes horizontales & les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, ce qui se trouvera aisément par les tables, qu'on a jointes à l'Almanac Astronomique pour l'année 1749. On pourra aussi se servir des formules suivantes, où v marque l'anomalie excentrique de la Lune, & u celle du Soleil. De là on aura :

Le diametre apparent du Soleil $= 1933'' - 32'',4 \cos u$
la parallaxe horizontale du ☉ $= 12''$
le mouvement horaire du ☉ $= 147'',87 - 4'',95 \cos u$

Pour la Lune dans les oppositions :

Diam. app. horiz. de la Lune $= 1892'' - 122'' \cos v + 4'' \cos 2v$
Parallaxe horiz. de la Lune $= 3430 - 222 \cos v + 8 \cos 2v$
Mouv. horaire de la Lune $= 2023'',1 - 258,3 \cos v + 11,7 \cos 2v$
$- 1,8 \cos u + 1,4 \cos(v-u)$

Pour les conjonctions on n'a qu'à retrancher 2'' pour le diametre apparent, & 3'' pour la parallaxe & le mouvement horaire.

VIII. Par le moyen de ces formules, puisqu'il y a

$u = 1, 8, 28, 43$ & $v = 6, 21, 51, 20$

nous trouverons :

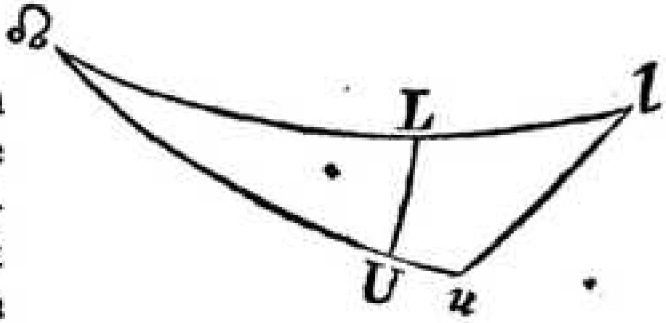
Le Diamatre apparent du Soleil	=	1908''	=	31',	48''
La parall. horizont. du Soleil	=	12''			
Le mouvement horaire du Soleil	=	144	=	2,	24
Le Diametre horiz. appar. de la ☽	=	2008	=	33,	28
La parallaxe horiz. de la Lune	=	3642	=	60,	42
Le mouvem. horaire de la Lune	=	2269	=	37,	49
Or le mouvement horaire du noeud est de		8''			

De plus la somme des parallaxes étant	60',	54''
si l'on en retranche le demi-diametre du Soleil	15',	54''
on aura le demi-diametre de l'ombre =	45',	0''

Mais l'atmosphere de la terre augmentant l'ombre autant qu'on peut conclure par les observations, il semble qu'on y doit ajouter 40'', de sorte que le demi diametre rectifié de l'ombre sera $= 45', 40''$.

XI. Soit

IX. Soit maintenant dans la figure cy-jointe ☊ Uu l'Ecliptique, ☊ Ll l'orbite de la Lune, & ☊ le noeud ascendant. De plus, au moment de l'opposition dans l'orbite, soit U le centre de l'ombre & L celui de la Lune, & pour rendre le probleme plus général, soit



☊ U = ☊ L = a

lequel arc se trouve si l'on ote la longitude du noeud ☊ du lieu de la Lune; & soit ω l'angle de l'inclinaison ☊ des deux orbites: & nous aurons par les régles de la trigonometrie sphærique:

$$\cos UL = \cos\omega \sin a^2 + \cos a^2 = \cos\omega \sin a^2 + 1 - \sin a^2$$

Or $1 - \cos\omega$ étant $= 2 \sin \tfrac{1}{2}\omega^2$, nous aurons

$$2 \sin a^2 \sin \tfrac{1}{2}\omega^2 = 2 \sin \tfrac{1}{2} UL^2$$

& partant $\sin \tfrac{1}{2} UL = \sin a \sin \tfrac{1}{2}\omega$.

X. Qu'on cherche à present la distance des centre u, & l, de l'ombre & de la Lune aprés x heures depuis le moment de l'opposition dans l'orbite. Soit pour cet effet m le mouvement horaire du Soleil ou de l'ombre depuis le noeud, & n le mouvement horaire de la Lune depuis le noeud qu'on aura si l'on ajoute 8″ au movement horaire tant du Soleil que de la Lune trouvé par les tables données cy-dessus: & nous aurons ☊ $u = a + mx$ & ☊ $l = a + nx$. Nommant donc la distance des centres $ul = z$, nous aurons:

$$\cos z = \cos\omega \sin(a+mx) \sin(a+nx) + \cos(a+mx)\cos(a+nx)$$

ou puisque $\sin b \sin c = \tfrac{1}{2}\cos(b-c) - \tfrac{1}{2}\cos(b+c)$, & $\cos b \cos c = \tfrac{1}{2}\cos(b-c) + \tfrac{1}{2}\cos(b+c)$, cette équation se changera en cette cy:

$$\cos z = \tfrac{1}{2}\cos\omega \cos(n-m)x - \tfrac{1}{2}\cos\omega\cos(2a+(n+m)x)$$
$$+ \tfrac{1}{2}\cos(n-m)x \quad + \tfrac{1}{2}\cos(2a+(n+m)x)$$

ou bien $\cos z = \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 \cos(n-m)x + \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \cos(2a+(n+m)x)$

ou $1 - 2\sin\tfrac{1}{2}z^2 = \cos(n-m)x - \sin\tfrac{1}{2}\omega^2\cos(n-m)x + \sin\tfrac{1}{2}\omega^2\cos(2a+(n+m)x)$

 Or

Or $\cos(2a + (n+m)x) = \cos 2a \cos(n+m)x - \sin 2a \sin(n+m)x$ d'où nous obtiendrons :

$$1 - \sin\tfrac{1}{2}z^2 = \cos(n-m)x - \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \cos(n-m)x + \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \cos(n+m)x$$
$$- \sin 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \sin(n+m)x$$

Mais les angles $(n-m)x$ & $(n+m)x$ étant trés petits il y aura $\cos(n-m)x = 1 - \frac{1}{2}(n-m)^2 xx$, $\cos(n+m)x = 1 = \frac{1}{2}(n+m)^2 xx$ & $\sin(n+m)x = (n+m)x$, ce qui donne

$$4\sin\tfrac{1}{2}z^2 = (n-m)^2 xx + 2\sin\tfrac{1}{2}\omega^2 - \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 (n-m)^2 xx$$
$$-2\cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 xx \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$$
$$+ 4(n+m)x \sin a \cos a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$$

ou $4\sin\frac{1}{2}z^2 = 4\sin a^2 \sin\frac{1}{2}\omega^2 + (n-m)^2 xx \cos\frac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 xx \cos 2a \sin\frac{1}{2}\omega^2 + 4(n+m)x \sin a \cos a \sin\frac{1}{2}\omega^2$

ou $4\sin\frac{1}{2}z^2 = (\sin a + (n+m)x\cos a)^2 \sin\frac{1}{2}\omega^2 + (n-m)^2 xx \cos\frac{1}{2}\omega^2$
$- (n+m)^2 xx \sin a^2 \sin\frac{1}{2}\omega^2$

XI. La distance des centres $ul = z$ sera la plus petite si l'on pose le differentiel de la valeur de $a \sin\frac{1}{2}z^2 = o$, ce qui donne $(n-m)^2 x \cos\frac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 x \cos 2a \sin\frac{1}{2}\omega^2 + 2(n+m)\sin a \cos a \sin\frac{1}{2}\omega^2 = 0$, d'où l'on tire

$$x = \frac{-(n+m)\sin 2a \sin\frac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2 \cos\frac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 \cos 2a \sin\frac{1}{2}\omega^2}$$

& cette valeur substituée donne :

$$\sin\tfrac{1}{2}z = \sin a \sin\tfrac{1}{2}\omega \sqrt{\frac{(n-m)^2\cos\frac{1}{2}\omega^2 - (n+m)^2 \sin a^2 \sin\frac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2 \cos\frac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 \cos 2a \sin\frac{1}{2}\omega^2}}$$

Puisque les termes qui sont multipliés par $\sin\frac{1}{2}\omega^2$ sont extremement petits par raport aux autres, les centres de l'ombre & de la Lune s'approcheront le plus qu'il est possible, x heures aprés l'opposition dans l'orbite, étant

$$x = \frac{-(n+m)\sin 2a \tan\frac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2}\left(1 - \frac{(n+m)^2 \cos 2a \tan\frac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2}\right)$$

& la distance même des centres $ul = z$ sera.

$$\sin\tfrac{1}{2}z = \sin a \sin\tfrac{1}{2}\omega\left(1 - \frac{(n+m)^2 \cos a^2 \tan\frac{1}{2}\omega^2}{2(n-m)^2}\right)$$

XII. Mais

XII. Mais renversons maintenant le cas, & supposons que la distance des centres $ul = z$ soit donnée, & qu'on doive chercher le tems, où les centres se trouvent à cette distance. Qu'on cherche prémierement un angle ϕ, de sorteque $\cos\phi = \frac{\sin a \sin\frac{1}{2}\omega}{\sin\frac{1}{2}z}$

& remettant dans l'équation la valeur $\sin\frac{1}{2}z = \frac{\sin a \sin\frac{1}{2}\omega}{\cos\phi}$

on aura

$$4\sin a^2 \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi^2 = (n-m)^2 xx \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 xx \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 + 2(n+m)x \sin 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$$

où les deux derniers termes étant fort petits, on aura à peu prés $x = \frac{2\sin a \operatorname{tang}\frac{1}{2}\omega \operatorname{tang}\phi}{n-m}$. supposons donc

$x = \frac{2\sin a \operatorname{tang}\frac{1}{2}\omega \operatorname{tang}\phi}{n-m} - y$, & nous aurons.

$$o = -4(n-m)y \sin a \sin\tfrac{1}{2}\omega \cos\tfrac{1}{2}\omega \operatorname{tang}\phi + \frac{4(n+m)^2}{(n-m)^2}\sin a^2 \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi^2$$
$$+ \frac{4(n+m)}{n-m}\sin a \sin 2a \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\omega \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi$$

d'où nous tirons

$$y = \frac{n+m}{(n-m)^2}\sin 2a \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\omega^2 + \frac{(n+m)^2}{(n-m)^3}\sin a \cos 2a \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\omega^3 \operatorname{tang}\phi$$

Par conséquent nous aurons enfin:

$$x = \frac{\sin a \operatorname{tang}\frac{1}{2}\omega}{n-m}\left(2\operatorname{tang}\phi - \frac{2(n+m)}{n-m}\cos a \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\omega - \frac{(n+m)^2}{(n-m)^2}\cos 2a \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi\right)$$

XIII. Cette formule par laquelle nous venons d'exprimer la valeur de x, sert à trouver tant le commencement & la fin d'une Eclipse, que l'immersion & l'emersion si l'Eclipse est totale. Car la tangente de l'angle ϕ se prend aussi bien negativement qu'affirmativement, de sorte que cette formule renferme toujours une double valeur. Or pour trouver les moments du commencement & de la

fin

fin d'une Eclipſe on n'a qu'à mettre z égale à la ſomme des demi-diametres de l'ombre & de la lune; & ſi l'on met z égale à la difference de ces demi-diametres, on trouvera les momens de l'immerſion & l'emerſion. On verra d'abord ſi l'un ou l'autre de ces cas eſt poſſible; ce qui arrive ſi $\text{ſin}\,\frac{1}{2}z \geq \text{ſin}\,a\ \text{ſin}\,\frac{1}{2}\omega$. Car s'il étoit $\text{ſin}\,\frac{1}{2}z < \text{ſin}\,a\ \text{ſin}\,\frac{1}{2}\omega$, ce feroit une marque de l'impoſſibilité, à moins que la difference ne fût ſi petite, qu'elle pourroit être détruite par les petits termes negligés dans le calcul.

XIV. Faiſons maintenant l'application de ces formules à l'Eclipſe de la Lune en queſtion, dont le tems de l'oppoſition dans l'orbite a été trouvé à Berlin, tems vrai A. 1748 Août 8^j, 12^h, $14'$ $39''$ qui nous ſert d'époque: & les valeurs des lettres qui entrent dans le calcul ſeront:

Lieu de la Lune dans ſon orbite	10^s,	16^o,	$36'$,	$49''$
Lieu du noeud aſcendant ☊	10,	7,	48,	3
L'arc ☊ L = ☊ U =	0,	8,	48,	46
Donc nous aurons a =	8^o,	$48'$,	$46''$	
& l'inclinaiſon ou l'angle ☊ = ω =	5^o,	16,	33	
& $\frac{1}{2}\omega$ =	2,	38,	$16\frac{1}{2}$	

De là nous aurons	l ſin a =	9, 1852764
	l ſin $\frac{1}{2}\omega$ =	8, 6629848
& partant	l ſin $\frac{1}{2}$ UL =	7, 8482612
Donc	$\frac{1}{2}$ UL =	$24'$, $14\frac{1}{2}''$
& la diſtance des centres	UL =	$48'$, 29

au moment de l'oppoſition dans l'orbite.

XV. Le mouvement horaire du Soleil étant $= 144''$ & le mouvement horaire de la lune 2269, nous aurons $m = 152$ & $n = 2277$, & partant $n - m = 2125$, & $n + m = 2429$. De là nous trouverons le moment de la plus grande proximité des centres de l'ombre & de la lune par la formule $x = -\frac{(n+m)\,\text{ſi}2\ \text{tang}\,\frac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2}$ négligeant l'autre terme comme extrémement petit. Le calcul ſera

$l(n+m)$

$l\,(n+m) = 3,3854275$

$l\,(n-m) = 3,3273589$

$l\,\frac{(n+m)}{n-m} = 0,0580686$

$l\,\text{si}\,2\,a = 9,4807506$

$l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,\omega^2 = 7,3268903$

$l\text{—}(n-m)\,x = 6,8657102$

foutr. $4,6855749$

red. en fecond. $2,1801353$

$l(n-m) = 3,3273589$

$l - x = 8,8527764$

$x = -0^h,07125 = -4^{I},275 = -4^{I},16''$

$2\,a = 17,36,32$

$l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,\omega = 8,6634454$

Donc le tems de la plus grande proximité des centres eft à Berlin, tems vrai A. 1748 Août $8j$, 12^h, $10'$, $23''$

XVI. Pour la plus petite diftance des centres, qui répondra à ce moment, fi elle eft nommée $= z$, nous en avons déjà la valeur fort proche $= 48', 29''$; mais il en faut encore retrancher $\frac{(n+m)^2}{(n-m)^2}$ $\text{fin}\,a\,\text{fin}\,\frac{1}{2}\,\omega\,\text{cof}\,a^2\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,\omega^2$
donc le calcul eft:

$l\,\left(\frac{n+m}{n-m}\right)^2 = 0,1161372$

$l\,\text{fi}\,a\,\text{fi}\,\frac{1}{2}\,\omega = 7,8482612$

$l\,\text{cof}\,a^2 = 9,9896846$

$l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,\omega^2 = 7,3268908$

$5,6809738$

foutr. $4,6855749$

$0,5953989$

$l\,\text{cof}\,a = 9,9948423$

à ce log. répond. $4''$ à peu prés

Donc la plus petite diftance des centres eft $48', 25''$ laquelle étant otée de la fomme des demi-diametres $45', 40'' + 16', 44'' = 62', 24''$ laiffera $13', 59''$ pour la grandeur de l'Eclipfe: qui fera reduite en doits,

doits, dont 6 égalent le demi-diametre de la Lune, on fera cette regle de trois :

$$16', 44'' \ (1004) : 6 = 839 : 5,014$$

La grandeur de cette Eclipse a donc été de $5 \frac{14}{1000}$ doigts ce qui doit être arrivé à $12^h, 10', 23''$.

XVII. Pour trouver les momens du commencement & de la fin de cette Eclipse, il faut supposer $z =$ à la somme des demi-diametres, ou $z = 62', 24''$ & de là chercher l'angle φ que $\cos = \varphi \dfrac{\sin a \sin \frac{1}{2} \omega}{\sin \frac{1}{2} z}$

Or étant $\frac{1}{2} z = 31', 12''$ nous aurons.

$$\begin{array}{lcl} l \sin a \sin \frac{1}{2} \omega & = & 7,8482612 \\ l \sin \frac{1}{2} z & = & \underline{7,9578747} \\ l \cos \varphi & = & 9,8903865 \\ \text{Dom. } \varphi & = & 39^\circ, 1', 8'' \\ \& \ l \text{ tang } \varphi & = & 9,9084037 \end{array}$$

Comme la valeur de x est composée de trois membres, cherchons en chacun à part, par le calcul qui suit.

$$\begin{array}{rcl} l \sin a & = & 9,1852764 \\ l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega & = & \underline{8,6634454} \\ & & 7,8487218 \\ l\,(n - m) & = & \underline{3,3273589} \\ & & 4,5213628 \\ \text{soutr.} & & \underline{4,6855749} \\ l \dfrac{\sin a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega}{n - m} & = & 9,8357878 \\ l \text{ tang } \varphi & = & 9,9084037 \\ l\,2 & = & \underline{0,3010300} \\ l \text{ Part. I.} & = & 0,0452215 \end{array}$$

$$\text{Part. I.} = 1^h,\ 1097$$

$$l\,\frac{\text{ſi}\ a\ \text{tang}\ \frac{1}{2}\,\omega}{n-m} = 9,\ 8357474$$

$$l\,\frac{(n+m)}{n-m} = 0,\ 0580686$$

$$l\ 2 = 0,\ 3010300$$

$$0,\ 1948864$$

$$l\ \text{coſ}\ a = 9,\ 9948423$$

$$l\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\,\omega = 8,\ 6634454$$

$$l\ \text{Part. II.} = 8,\ 8531741$$

$$\text{Part. II.} = 0,\ 0713$$

$$l\,\frac{\text{ſi}\ a\ \text{tang}\ \frac{1}{2}\,\omega}{n-m} = 9,\ 8357878$$

$$l\left(\frac{n+m}{n-m}\right)^2 = 0,\ 1161372$$

$$l\ \text{coſ}\ 2\,a = 9,\ 9799536$$

$$l\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\,\omega^2 = 7,\ 3268908$$

$$l\ \text{tang}\ \Phi = 9,\ 9084037$$

$$l\ \text{Part. III.} = 7,\ 1651731$$

$$\text{Part. III.} = 0,\ 0015$$

XVIII. Ajoutant ces parties enſemble ſelon les ſignes, & donnant à tang Φ une valeur ambiguë, nous trouverons les deux valeurs ſuivantes pour x.

I. $x = 1,\ 1097 - 0,\ 0713 - 6,0015 = +1,0369$

II. $x = -1,\ 1097 - 0,\ 0713 + 0,0015 = -1,\ 1795$

Donc, pour avoir le commencement de l'Eclipſe, il faut du tems de l'oppoſition dans l'orbite ſoutraire

$1,\ 1795^h = 1^h,\ 10',\ 770 = 1^h,\ 10',\ 46''$

& pour avoir la fin de l'Eclipſe, il faut ajouter à cette même époque

 $1,\ 0369^h$

$1,0369^h = 1^h, 2', 214 = 1^h, 2', 13''$

Tems de l'oppoſition, Aout	$8^j, 12^h, 14', 39''$
	$-\ 1, 10, 46$
	$+\ 1, 2, 13$
Commencement de l'Eclipſe à	11, 3, 53
Fin de l'Eclipſe à	13, 16, 52

XIX. Recueillons tout ce que nous venons de trouver enſemble, & nous verrons, que ſelon mes tables les moments de l'Eclipſe ont dû être à Berlin, tems vrai A. 1748. le 8me Août

Le commencement	à	$11^h, 3', 53''$
La plus grande obſcuration	à	12, 10, 23
L'oppoſition dans l'orbite	à	12, 14, 39
La fin de l'Eclipſe	à	13, 16, 52

La grandeur de l'Eclipſe $5\frac{14}{1000}$ Doigts.

& la durée de $2^h, 12', 49''$

A préſent on voit que l'accord de ce calcul avec l'obſervation eſt ſi grand, qu'à peine ſauroit on s'attendre à une plus grande conformité; vûqu'on n'eſt pas encore trop certain de l'augmentation de l'ombre, cauſée par l'Atmosphere de la terre, & enſuite les obſervations de ces moments mêmes ne ſont pas ſusceptibles d'une telle préciſion, qu'on n'en pourroit encore douter d'une minute, puisqu'il eſt extremement difficile de diſtinguer l'obſervation de l'ombre même, de celle de la penombre.

OBSER-