



SUR LA PERFECTION
 DES
VERRES OBJECTIFS DES
 LUNETTES,
 PAR MR. EULER.

I.



I est reconnu parmi les Astronomes, que les verres objectifs, dont on se sert ordinairement dans les Lunettes, ont ce défaut, qu'ils produisent une infinité de foyers, selon les differens degres de refrangibilité des rayons. Les rayons rouges, comme ils souffrent la plus petite réfraction en passant par le verre, forment leur foyer à une plus grande distance du verre, que les rayons violets, dont la réfraction est la plus grande. De là vient, que si la lumiere, qui passe par le verre objectif, est composée de plusieurs sortes de rayons, ce n'est plus dans un point que les rayons rompus se rassemblent, comme on suppose communément dans l'Optique; mais le foyer sera étendu par quelque espace, qui sera d'autant plus considérable, plus le foyer sera éloigné du verre objectif.

Fig. I.

II. Pour faire sentir mieux ce défaut des verres optiques, soit MN un tel verre quelconque convexe de part & d'autre, & qu'on nomme le rayon de l'arc $MAN = f$, & celui de l'arc $MBN = g$.
 Soit

Soit de plus $\zeta : \eta$ la raison de réfraction des rayons, qui passent de l'air dans le verre, & posant la distance de l'objet Ee au verre, $EA = a$, la distance du foyer F , ou du lieu, où se forme l'image Ff de l'objet Ee , au verre, c. à. d. la distance BF est trouvée par la théorie de la réfraction $= \frac{\eta a f g}{(\zeta - \eta) a (f + g) - \eta f g}$. Ensuite, si l'on nomme la hauteur de l'objet $Ee = e$, la hauteur de l'image, qui sera renversée, se trouvera $Ff = \frac{\eta e f g}{(\zeta - \eta) a (f + g) - \eta f g}$; puisqu'il y aura $Ff : BF = Ee : AE$. D'où l'on voit que la grandeur de l'image Ff varie dans la même raison, que la distance BF .

III. Divisons le numérateur & le dénominateur par $\eta f g$, & la distance du foyer sera

$$BF = \frac{a}{\left(\frac{\zeta}{\eta} - 1\right) a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$$

& cette distance sera constante, tant que la raison de réfraction $\frac{\zeta}{\eta}$ demeurera la même : mais si une partie des rayons suit une autre raison que celle-ci, leur foyer tombera dans un autre point. Pour trouver cette différence, soit $f'f'$ l'image de l'objet formée par les rayons d'une nature moyenne, Rr l'image formée par les rayons rouges, & Vv celle des rayons violets. Cela posé, la formule que je viens de donner, nous fournira la distance BF en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{31}{20}$.

Or la distance BR se trouvera en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{77}{50}$, & la distance BV en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{78}{50}$.

IV. Nous aurons donc pour les rayons rouges, les moyens & les violets, ces différentes distances de foyers



$$\text{Pour les rayons rouges B R} = \frac{a}{\frac{27}{50} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1}$$

$$\text{Pour les rayons moyens B F} = \frac{a}{\frac{11}{20} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1}$$

$$\text{Pour les rayons violets B V} = \frac{a}{\frac{28}{50} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1}$$

Que l'objet $E e$ soit comme infiniment éloigné ou $a = \infty$, pour faire l'application aux observations astronomiques, & on aura

$$\text{Pour les rayons rouges B R} = \frac{50}{27} \frac{f g}{f + g}$$

$$\text{Pour les rayons moyens B F} = \frac{20}{11} \frac{f g}{f + g}$$

$$\text{Pour les rayons violets B V} = \frac{50}{28} \frac{f g}{f + g}.$$

V. Donc la distance B R sera à la distance B V comme 28 à 27; & partant l'espace V R, par lequel tous les foyers des différents rayons seront dispersés, est la vingt-septième partie de la distance entière B V. Par conséquent pour un verre, qui a son foyer à 27 pieds de distance, les images formées par les différents rayons rempliront un espace d'un pied: d'où il s'ensuit nécessairement, que si le verre oculaire représente une de ces images distinctement, les autres doivent causer une d'autant plus grande confusion, plus elles seront éloignées du foyer de l'oculaire, ou plutôt, plus cet éloignement sera considérable par rapport à la distance du foyer de l'oculaire, c. à. d. plus l'oculaire sera petit. De là on comprend aisément combien grande doit être la confusion, si l'on se sert des objectifs de 100 & plusieurs pieds, & on ne sera plus surpris, que de si longues lunettes n'ont pas produit l'effet, dont on s'est attendu.

VI. Outre la confusion de la représentation, qui est inévitable dans ces fortes de verres optiques, il n'y a aucun doute que cette dispersion du foyer par un espace considérable, ne soit une des principales raisons, qu'on ne peut pas joindre à un objectif, dont la distance du foyer est allés grande, un oculaire aussi petit qu'on voudroit, pour en rendre l'augmentation de l'objet d'autant plus grande. Car si l'image que l'oculaire doit représenter, est diffusée par un espace considérable, on voit bien qu'un fort petit oculaire est tout à fait incapable d'en exciter dans l'œil une sensation perceptible, & il est bien leur, que sans cet inconvenient, on pourroit avec bien du succès employer des oculaires beaucoup plus petits, qui grossiroient l'image considerablement davantage.

VII. Puisque la diffusion du foyer causée par la diverse refrangibilité des rayons, dépend uniquement, comme nous venons de voir, de la distance de ce foyer; il est impossible d'y apporter aucun remede par le rapport, qu'on pourroit mettre entre les rayons f & g des deux faces du verre. Tous les verres, soit qu'ils soient convexes des deux cotés, ou menisces, seront également assujettis à cet inconvenient: & pourvû que la quantité $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$ ou $\frac{f g}{f + g}$ ait la meme valeur, de laquelle dépend la distance du foyer, la diffusion sera la même. Et partant plus les lunettes seront longues, plus on s'appercevra de ce defect: ce qui a porté feu Mr. Newton d'abandonner les verres objectifs, & d'introduire à leur place ses miroirs concaves, dont on se sert à present avec tant d'avantage.

VIII. Mais je dois remarquer ici en passant une circonstance importante, que ma formule renferme. C'est que si $\frac{1}{f} + \frac{1}{g} = 0$ ou $g = -f$, la distance $BF = \frac{a}{\left(\frac{\xi}{\eta} - 1\right)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$ devient invariable, quelque changement que subisse la raison de la

réfraction $\frac{\zeta}{\eta}$. Il est bien vrai, que dans ce cas on aura $BF = -a$

Fig. 2. & que l'image Ff tombe sur l'objet Ee , de sorte qu'un tel verre ne produiroit aucun effet, & les rayons qui passeroient par ce verre ne souffriroient aucune réfraction. Cependant puisque $g = -f$, un tel verre fera un menisque $MAMNB$, dont la concavité NBN a le meme rayon, que la convexité MAM .

IX. Quoiqu'un tel verre, puisqu'il transmet les rayons sans aucune réfraction, ne soit d'aucun usage dans la Dioptrique, il en peut apporter un assés grand dans la Catoptrique. Car couvrant la surface convexe d'un fond convenable pour en rendre un miroir concave, les rayons qui tomberont sur ce miroir selon la direction de l'axe FA , quoiqu'ils passent par le verre, n'en souffriront aucune alteration par rapport à leur diverse réfrangibilité, mais ils représenteront l'image dans le foyer F aussi distinctement, que s'ils avoient été réfléchis d'un miroir de metal. On trouve cette meme remarque déjà dans les Transactions d'Angleterre de ces dernieres années. Mais il semble qu'on ne se soit pas donné assés de peine pour mettre cette sorte de miroirs en usage, qui seroient sans doute fort préférables à ceux qu'on fait de metal.

X. Mr. Newton a déjà remarqué qu'il s'en faut beaucoup que les miroirs de metal réfléchissent à proportion autant de rayons, que les verres en transmettent; desorte que de ce coté-ci les verres retiennent une aussi grande prérogative, que les miroirs l'emportent sur eux à l'égard de la diverse réfrangibilité des rayons: d'où il est aisé de prévoir, que s'il étoit possible de délivrer les verres de ce défaut, leur usage surpasseroit bien loin celui des miroirs; & on pourroit esperer de faire à leur aide des decouvertes beaucoup plus importantes. On voit bien qu'on tomberoit dans une pareille perte de rayons, si l'on vouloit employer des objectifs colorés, qui ne transmettroient d'autres rayons que ceux de leur couleur: car la perte de tous les autres rayons deviendroit trop considerable, pour qu'on pût se contenter du reste.

XI. C'est

XI. C'est donc d'une source tout à fait différente, que je tâcherai de puiser la perfection des verres objectifs. Mr. Newton a déjà soupçonné que des objectifs composés de deux verres, dont l'espace entre deux fut rempli d'eau, pourroient servir à perfectionner les lunettes par rapport à l'aberration des rayons, qu'ils souffrent à cause de la figure spherique des verres. Mais il ne paroît pas, qu'il eût l'idée, que par ce meme moyen il seroit possible de rétrécir l'espace par lequel les foyers des divers rayons se trouvent dispersés. Or il m'a d'abord paru très probable, qu'une certaine combinaison de quelques differens corps transparens pourroit être capable de remédier à cet inconvenient; & je suis persuadé, que dans nos yeux les diverses humeurs s'y trouvent arrangées en sorte qu'il n'en résulte aucune diffusion du foyer. C'est à mon avis un sujet tout nouveau d'admirer la structure de l'oeil; car s'il n'avoit été question que de représenter les images des objets, un seul corps transparent y auroit été suffisant, pourvu qu'il ait eu la figure convenable; mais pour rendre cet organe tout accompli, il y falloit employer plusieurs differens corps transparens, leur donner la juste figure & les joindre selon les regles de la plus sublime Geometrie, pour que la diverse réfrangibilité des rayons ne troublât point les représentations.

XII. Puisque donc les rayons, qui entrent dans l'oeil, y souffrent quatre réfractions, j'en conclus qu'il doit être possible d'arranger tellement quatre surfaces refringentes, que les foyers de toutes sortes de rayons conviennent dans un seul point, à quelque distance que se trouve l'objet. Donc pour trouver cet arrangement, je m'en vai considerer en general quatre surfaces refringentes MAM, NBN, ODO, PCP, qui soient spheriques ayant leurs centres dans la meme ligne droite EI, qui tiendra lieu de l'axe. Je les supposerai d'abord toutes convexes vers l'objet E, & je nommerai les rayons de MAM = f , de NBN = g , de OCO = b , & de PDP = k . Soient outre cela leurs distances AB = b , B = c & CD = d : & de plus la raison

Fig. 3.

de réfraction des rayons, qui passent par la premiere MAM = $\frac{\zeta}{\eta}$,
de



de ceux qui passent par la seconde $N B N = \frac{\eta}{\theta}$, par la troisieme
 $O C O = \frac{\theta}{\kappa}$, par la quatrieme $P D P = \frac{\kappa}{\lambda}$.

XIII. Nous avons donc ici à considérer cinq milieux transpa-
 rens $E A$, $A B$, $B C$, $C D$ & $D I$, que je suppose tellement differens
 entr'eux, que des rayons qui passent du premier $E A$ dans le second
 $A B$, le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction comme ζ à η ; le
 sinus d'incidence au sinus de réfraction des rayons, qui passent du se-
 cond $A B$ dans le troisieme $B C$ comme η à θ : le sinus d'incidence au
 sinus de réfraction des rayons, qui passent du troisieme $B C$ dans le
 quatrieme $C D$ comme θ à κ ; & enfin le sinus d'incidence au sinus
 de réfraction des rayons qui passent du quatrieme $C D$ dans le cin-
 quieme $D I$ comme κ à λ . J'ai choisi exprés ces expressions des loix
 de réfractiions, afinqu'on en puisse d'abord tirer la raison de la réfra-
 ctiion, lorsque les rayons passeroient d'un de ces milieux dans un autre
 quelconque: ainsi si les rayons passoiient immediatement du premier
 milieu $E A$ dans le quatrieme $C D$, le sinus d'incidence seroit au sinus
 de réfraction comme ζ à κ : de sorte que ces lettres ζ , η , θ , κ , λ peu-
 vent étre regardées, comme si elles exprimoient les pouvoirs réfra-
 ctifs des milieux $E A$, $A B$, $B C$, $C D$ & $D I$.

XIV. Soit maintenant $E e$ l'objet, dont les rayons passent par
 ces cinq milieux differens, & soit $F f$ l'image de cet objet formée par
 les rayons après la premiere réfraction, $G g$ l'image formée après la
 seconde réfraction, $H h$ celle, que forment les rayons après la troi-
 sieme réfraction, & enfin $I i$ l'image, que les rayons representent après
 avoir souffert toutes les quatre réfractiions. Pour trouver l'endroit & la
 grandeur de ces images, on fait que la premiere $F f$ tient lieu de l'ob-
 jet dans la formaton de la seconde $G g$, & celle-ci doit étre regardée
 comme l'objet pour trouver la troisieme $H h$, qui tiendra encore lieu
 de l'objet pour la derniere $I i$. D'où l'on voit, que quoiqu'il ne
 s'agisse que de déterminer la derniere image $I i$, on est pourtant obli-
 gé de chercher toutes les precedentes.

Pour

XV. Pour trouver la premiere image Ff , qui est renversée dans la figure, nommant la distance de l'objet Ee à la premiere surface réfringente MA c. à d. $EA = a$, on tire des règles de la Dioptrique

$$AF = \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f} \quad \& \quad Ff = \frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{AF}{EA} \cdot Ee$$

Soit à present $FB = b - \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f} = v$, & v sera la distance de l'objet Ff à la seconde surface NB , dont la raison de réfraction étant $\nu : \theta$ on aura par les memes règles

$$BG = \frac{\eta v g}{(\eta - \theta) v - \theta g} \quad \& \quad Gg = \frac{\theta}{\eta} \cdot \frac{BG}{FB} \cdot Ff$$

Soit $GC = c - \frac{\eta v g}{(\eta - \theta) v - \theta g} = x$ & on trouvera

$$CH = \frac{\theta x h}{(\theta - \kappa) x - \kappa h} \quad \& \quad Hh = \frac{\kappa}{\theta} \cdot \frac{CH}{GC} \cdot Gg$$

Enfin mettant $HD = d - \frac{\theta x h}{(\theta - \kappa) x - \kappa h} = y$, on obtiendra

$$DI = \frac{\kappa y k}{(\kappa - \lambda) y - \lambda k} \quad \& \quad Ii = \frac{\lambda}{\kappa} \cdot \frac{DI}{HD} \cdot Hh$$

Cette derniere image sera donc debout, si la valeur trouvée $\frac{\lambda}{\kappa}$.

$\frac{DI}{HD} \cdot Hh$ se trouvera positive, mais en cas qu'elle devienne negative, ce sera une marque que l'image est renversée.

XVI. On voit bien que ces dernieres expressions trouvées pour DI & Ii deviendroient extremement compliquées, si l'on vouloit remettre succesivement pour y , x & v leurs valeurs. Mais puisque je borne mes recherches à trouver des corps réfringens propres à être employés dans les lunettes, l'épaveur AD peut être regardée si petite

tite, qu'elle fera comme rien par rapport aux autres quantités qui entrent dans nos formules. Je supposerai donc $b = 0$, $c = 0$ & $d = 0$, & j'aurai

$$F B = v = -AF; \quad B G = \frac{\eta g. A F}{(\eta - \theta) A F + \theta g}; \quad G g = -\frac{\theta}{\eta} \cdot \frac{B G}{A F} \cdot F f$$

$$G C = x = -BG; \quad C H = \frac{\theta h. B G}{(\theta - \kappa) B G + \kappa h}; \quad H h = -\frac{\kappa}{\theta} \cdot \frac{C H}{B G} \cdot G g$$

$$H D = y = -CH; \quad D I = \frac{\kappa k. C H}{(\kappa - \lambda) C H + \lambda k}; \quad I i = -\frac{\lambda}{\kappa} \cdot \frac{D I}{C H} \cdot H h$$

D'où nous tirerons d'abord $I i = -\frac{\lambda}{\eta} \cdot \frac{D I}{A F} \cdot F f$, & puisque

$$F f = \frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{A F}{E A} \cdot E e, \text{ il fera } I i = -\frac{\lambda}{\zeta} \cdot \frac{D I}{E A} \cdot E e.$$

Et partant l'image $I i$ sera renversée, pourvû qu'elle tombe derrière la dernière surface PDP.

XVII. Remettons successivement les valeurs de $A F$, $B G$ &

$C H$, & puisque $A F = \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f}$, nous aurons

$$B G = \frac{\zeta \eta a f g}{\zeta (\eta - \theta) a f + \theta (\zeta - \eta) a g - \eta \theta f g}$$

$$C H = \frac{\zeta \eta \theta a f g b}{\zeta \eta (\theta - \kappa) a f g + \zeta \kappa (\eta - \theta) a f h + \theta \kappa (\zeta - \eta) a g h - \eta \theta \kappa f g h}$$

$$D I = \frac{\zeta \eta \theta \kappa a f g h k}{\zeta \eta \theta (\kappa - \lambda) a f g h + \zeta \eta \lambda (\theta - \kappa) a f g k + \zeta \kappa \lambda (\eta - \theta) a f h k + \theta \kappa \lambda (\zeta - \eta) a g h k - \eta \theta \kappa \lambda f g h k}$$

ou bien

$$D I = \frac{\zeta \eta \theta \kappa a f g h k}{\zeta \eta \theta \kappa a f g h + \zeta \eta \lambda a f g (k - h) + \zeta \eta \kappa a f k (h - g) + \zeta \theta \kappa \lambda a h k (g - f) - \eta \theta \kappa \lambda g h k (a + f)}$$

Fig. 4.

XVIII. Pour approcher davantage de mon dessein :

Soit MPPM notre objectif composé de deux verres MM NN & OO PP, entre lesquels l'espace NN OO soit rempli d'eau. L'objet $E e$ se trouve



se trouve dans l'air, de meme que l'image Ii , que je represente à l'envers. Donc puisque le premier milieu EA & le dernier DI sont de meme nature, il y aura $\lambda = \zeta$, & puisque le second AB & le quatrieme CD sont de verre, il y aura $\kappa = \gamma$. D'où notre formule trouvée se changera en celle - cy :

$$DI = \frac{\gamma \theta a f g h k}{\zeta \eta f k (h-g) + \zeta^2 a (f g k - f g h + g h k - f h k) + \gamma^2 g h (a f - a k - f k)}$$

Divisons le numerateur & le dénominateur par $\gamma \theta f g b k$ pour obtenir

$$DI = \frac{a}{\frac{\zeta}{\theta} a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + \frac{\zeta}{\eta} a \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{k} + \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1 \right)}$$

& puisque $Ii = \frac{DI}{a}$. Ee, nous aurons

$$Ii = \frac{Ee}{\frac{\zeta}{\theta} a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + \frac{\zeta}{\eta} a \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1 \right)}$$

XIX. Dans ces formules il n'y a que les deux fractions $\frac{\zeta}{\eta}$ & $\frac{\zeta}{\theta}$, qui dépendent de la loi de réfraction; la premiere $\frac{\zeta}{\eta}$ exprimant la raison de réfraction de l'air dans le verre, & l'autre $\frac{\zeta}{\theta}$ celle de l'air dans l'eau: Donc si les réfractions sont variables, il n'y aura que ces deux fractions qui en subissent quelque changement. Supposons la raison de réfraction de l'air dans le verre $\frac{\zeta}{\eta} = m$ & celle de l'air dans l'eau $\frac{\zeta}{\theta} = n$, pour avoir

$$DI = \frac{a}{na \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + ma \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - a \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right)}$$

$$\&Ii = \frac{Ee}{na \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + ma \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - a \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right)}$$

ou bien en divisant par a en haut & en bas.

$$DI = \frac{1}{n \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

$$Ii = \frac{Ee : a}{n \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

XX. Que m soit ici la raison de réfraction de l'air dans le verre des rayons moyens, & n celle de l'air dans l'eau aussi des rayons moyens, de sorte que $m = \frac{3}{2}$ & $n = \frac{4}{3}$. Mais pour les rayons rouges soit la raison de réfraction de l'air dans le verre $= M$, & de l'air dans l'eau $= N$; or pour les rayons violets soient ces raisons μ & ν . Et il est clair que la diverse réfrangibilité des rayons ne changera rien, ni dans le lieu de l'image, ni dans sa grandeur, s'il étoit possible de déterminer les rayons des quatres surfaces spheriques f, g, b, k en sorte qu'il y eut :

$$n \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = N \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + M \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right)$$

$$= \nu \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \mu \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right)$$

ou bien :

$$(n-N) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + (m-M) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = 0$$

& $(\nu-n)$

$$\& (v-n) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + (\mu-m) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) = 0$$

XX. Mais puisque nous supposons que les rayons, pour lesquels nous avons posé les raisons de réfraction m & n sont d'une nature précisément moyenne entre les rouges & les violets, il y aura $n - N = v - n$ & $m - M = \mu - m$; & partant il suffira pour mon dessein de satisfaire à cette seule équation :

$$(n-N) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + (m-M) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) = 0$$

Il ne reste donc plus pour parvenir à mon but, que de déterminer généralement la raison de réfraction des rayons rouges, en sachant celle des rayons moyens, ou bien de trouver, quelles fonctions seront les quantités M & N de celles-cy m & n , que je suppose données.

XXII. Il y a plusieurs circonstances, qui déterminent le rapport entre les quantités m & M , de même qu'entre n & N . Or d'abord il est évident que N doit être une fonction toute semblable de n , que M est de m . En second lieu, il est clair que si $m = 1$, il faut qu'il soit également $M = 1$, puisque dans ce cas les deux milieux deviennent égaux, de sorte qu'il n'y aura point de réfraction. Troisièmement, il faut remarquer, que si au lieu de m on met $\frac{1}{m}$,

la fonction M doit se changer en $\frac{1}{M}$; car ce cas est pour le retour des rayons du second milieu dans le premier, qui se fait dans le même chemin, que le passage du premier dans le second. Et enfin si pour m on mettoit $m n$, la valeur de M doit devenir $= M N$: d'où il s'enfuit en général que si l'on pose $n = m^\alpha$, il sera $N = M^\alpha$. Donc connoissant m , M & n , on trouvera $\alpha = \frac{1}{l} \frac{n}{m}$ & de là $N = M^\alpha$.

XXIII. Puisque donc dans notre cas nous avons $m = \frac{31}{20}$,
 $n = \frac{4}{3}$ & $M = \frac{77}{50}$, nous trouverons $\alpha = \frac{l n}{l m} = \frac{1249387}{1903317}$
 $= 0,656426$, & enfin $N = M^\alpha = 1,32768$. De là il fera $m - M$
 $= 0,01000$, & $n - N = 0,00565$, d'où nous obtiendrons cette
 équation $566 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + 1000 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) = 0$,
 qui se réduit à celle-ci

$$1000 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = 435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

Donc notre dénominateur commun de DI & Ii étant

$$n \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + m \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \text{ ou}$$

$$(m-n) \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}, \text{ il se changera en}$$

$$0,5500 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) - 0,2167 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a} \text{ \& à cause de}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

$$\text{il deviendra } = 0,02258 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}$$

XXIV. Voici donc un objectif M P P M composé de deux
 menisques de verre M N N M & O P P O, entre lesquelles l'espace
 N O O N est rempli d'eau, qui rassemblera tous les rayons, de quel-
 que degré de réfrangibilité qu'ils foyent, qui viennent de l'objet E e,
 dans la même image I i. Pour construire cet objectif, en posant les
 rayons des quatre surfaces spheriques M A M, N B N, O C O,
 P D P = $f, g, b, \text{ \& } k$, on n'aura qu'à les prendre en sorte, qu'il soit:

$$\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

& alors nommant la distance de l'objet $E e$ à cet objectif, $E \Lambda = a$, la distance de l'image renversée formée après l'objectif fera

$$D I = \frac{a}{0,02258 a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - 1}$$

& la quantité de cette image fera

$$I i = \frac{E e}{0,02258 a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) - 1}$$

XXV. Pour rendre la détermination des rayons des quatre sphéricités plus aisée, supposons

$$0,02258 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) = a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) = \frac{1}{r}$$

& on aura:

$$\frac{0,02258}{0,435} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = e \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = \frac{1}{r}$$

Qu'on prenne $\frac{1}{g} = \frac{n + 1 : 2 \alpha}{r}$, $\frac{1}{h} = \frac{n - 1 : 2 \alpha}{r}$

$$\& \frac{1}{f} = \frac{m + 1 : 2 \beta}{r}, \quad \frac{1}{k} = \frac{m - 1 : 2 \beta}{r}$$

Or ayant $\frac{1}{2 \alpha} = 22,1435$ & $\frac{1}{2 \beta} = 9,6324$

en prenant pour m & n à volonté des nombres quelconques, on fera

$$f = \frac{r}{m + 9,6324}$$

$$g = \frac{r}{n + 22,1435}$$

$$b =$$

$$h = \frac{r}{n - 22, 1435}$$

$$k = \frac{r}{m - 9, 6324}$$

& on aura:

$$D I = \frac{a r}{a - r} \quad \& \quad I i = \frac{r \cdot E e}{a - r}$$

Donc si l'objet est supposé être éloigné à l'infini, la distance D I deviendra = r , de sorte que r exprime la distance du foyer de notre objectif.

XXVI. Puisqu'on peut prendre pour m & n des nombres à volonté, les formules trouvées nous fourniront une infinité d'objectifs, qui auront la même distance de foyer r , & qui seront délivrés tous de la diffusion du foyer, à laquelle les objectifs ordinaires sont assujettis. Le cas le plus simple paroît résulter, si l'on met $m = 9, 6324$ & $n = 22, 1435$. Car alors les deux dernières faces O O & P P deviendront planes, ou le verre O P P O fera plan de ses deux côtés. Mais l'autre verre M N N M restera un menisque, dont le rayon de la convexité M A M doit être

$$f = \frac{r}{19, 2648} = \frac{15}{289} r$$

& celui de la concavité N B N

$$g = \frac{r}{44, 2870} = \frac{7}{310} r$$

Ou si l'on met la distance du foyer $r = 10000$, il y aura $f = 519, 08$ & $g = 225, 80$. La forme de cet objectif est représentée dans la figure 5.

Fig. 5.

XXVII. Supposons $m = 0$ & $n = 0$, & que la distance du foyer demeure $r = 10000$, & il sera

$f = 1038, 16$; $g = 451, 60$; $h = -451, 60$; $k = -1038, 16$ où les deux dernières faces deviendront concaves vers l'objet, & l'objectif sera composé de deux menisques égaux, & semblables à

celui

celui qui a été trouvé dans le §. précédent. La fig. 6 représente la forme
cet objectif. Ici il est très remarquable, que quoiqu'on demande un
objectif, dont la distance du foyer soit fort grande, les rayons des
sphéricités deviennent très mediocres; comme si dans ce dernier
cas on vouloit que la distance du foyer fût de 100 pieds, les rayons des
sphéricités ne seront que de $10\frac{1}{3}$ & $4\frac{1}{2}$ pieds, par où il semble que
l'exécution de ces objectifs doit être beaucoup plus aisée que des
ordinaires.

Fig. 6.

XXVIII. On voit que dans ce dernier cas, si l'on met au
lieu du menisque O P P O un verre plat de deux cotés, on ob-
tiendra un objectif, dont la distance du foyer sera = 20000, ou double
de la première. Tout revient donc dans ces deux cas à la proportion
entre les rayons f & g , qui doit être comme 1038, 16 à 451, 60: de
forte que $f = \frac{103816}{45160} g$, & alors la distance du foyer sera =

$\frac{100000}{4516} g$. Comme pour les Ouvriers il sera souvent à propos de
donner la raison entre f & g dans les plus petits nombres entiers,
qui approchent autant qu'il est possible de la véritable raison, je
joindrai ici les valeurs de f & g exprimées dans les plus petits nombres
entiers.

k ou f =	5, 7, 9, 16, 23, 39, 62, 85, 108, 131, 154, 177, 200
b ou g =	2, 3, 4, 7, 10, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87
Dist. du foyer =	44, 66, 89, 155, 221, 376, 598, 819, 1041, 1262, 1485, 1705, 1926

Si ces nombres sont pris pour marquer des pouces, les derniers
donneront un objectif de 1926 pouces lde foyer, s'il est convexe de
deux cotés; mais si on le fait plan d'un coté, la distance du foyer
deviendra double = 3853 ou de 321 pieds.

XXIX. Je dois encore remarquer, qu'il n'est pas absolument
nécessaire de se tenir trop soigneusement à la proportion qui
a été trouvée, & qu'on s'en peut écarter un peu, sans que la diffu-
sion devienne considérable. On s'en assurera aisément par le calcul
d'un exemple: car soit $f = 9$, $g = 4$, $b = \infty$ & $k = \infty$, qui

sont des valeurs, qui different encore notablement des vraies; & si la distance de l'objet a est infinie, on trouvera la distance du foyer des rayons moyens

$$D I = \frac{36}{9n - 5m - 4} = 144$$

& la distance du foyer des rayons rouges

$$D I = \frac{36}{9N - 5M - 4} = 144, 578$$

Donc si ces nombres marquent des pouces, la distance entre les foyers rouges & violets sera = 1, 156 pouces, pendant que dans un objectif ordinaire de 144 pouces de foyer cette distance seroit = 5, 23, ou presque cinq fois plus grande. Or en general si $b = \infty$, &

$$k = \infty \text{ \& qu'on mette la distance du foyer } r = \frac{fg}{nf - m(f - g) - g}$$

$$= \frac{fg}{0, 5500g - 0, 2144f} \text{ la distance entre les foyers rouges \&}$$

$$\text{violets se trouvera } = \frac{2rr}{fg} (0, 00565f - 0, 01000(f - g))$$

$$= \frac{2rr}{fg} (0, 01000g - 0, 00435f) .$$

XXX. La proportion que je viens de trouver entre les rayons f & g , dépend des loix de réfraction de l'air dans le verre, & de l'air dans l'eau, dont j'ai supposé celle-là $m = \frac{3}{5}$, & celle-ci $n = \frac{4}{3}$, pour les rayons moyens. Donc s'il arrivoit, que ces valeurs ne fussent pas trop justes, la proportion trouvée entre f & g demanderoit quelque changement. C'est pourquoi, afin que mes determinations ne soyent pas attachées à ces hypothèses de m & de n , je m'en vais rendre la solution plus générale. Or pour faciliter le calcul, je supposerai d'abord $b = \infty$ & $k = \infty$, puisque de ce cas on tire aisément celui où $b = -g$ & $k = -f$, & la distance du foyer devient la moitié de la précédente. Donc si l'on met aussi la

distance

distance de l'objet $a = \infty$, nous aurons la distance du foyer des rayons moyens

$$D I = \frac{1}{\frac{n}{g} + \frac{m}{f} - \frac{m}{g} - \frac{1}{f}} = \frac{f g}{(m-1)g - (m-n)f}$$

& cette distance se reduira à la moitié, si au lieu de $b = \infty$ & $k = \infty$ on met $b = -g$ & $k = -f$.

XXXI. Soit maintenant M la raison de réfraction de l'air dans le verre pour les rayons d'une autre nature quelconque, & N la raison de réfraction de l'air dans l'eau pour les mêmes rayons: & la

distance du foyer de ces rayons sera $D I = \frac{f g}{(M-1)g - (M-N)f}$,

Donc pour que ce foyer tombe dans le precedent, il faut qu'il soit $(M-1)g - (M-N)f = (m-1)g - (m-n)f$, ou bien $(N-n)f = (M-m)(f-g)$.

Or nous avons vu, que si $n = m^\alpha$, il doit y avoir $N = M^\alpha$, ou puisque $\alpha = \frac{l n}{l m}$ on aura $N = M^{l n : l m}$ ou $l N = \frac{l n}{l m} l M$:

c. à. d. $l m : l n = l M : l N$.

XXXII. Puisque nous savons que les differences entre M & m de même qu'entre N & n sont très petites, il sera permis de mettre $M = m + d m$ & $N = n + d n$ & cette supposition donnera $l m : l n = l(m + d m) : l(n + d n)$. Or il y a $l(m + d m) = l m$

+ $\frac{d m}{m}$ & $l(n + d n) = l n + \frac{d n}{n}$, de sorte que $\frac{d m}{m} l n =$

$\frac{d n}{n} l m$ ou $d n = \frac{n l n}{m l m} d m$. Donc puisqu'il doit être $f d n =$

$(f-g) d m$, on aura

$$f : f - g = m l m : n l n.$$

$$\& f : g = m l m : m l m - n l n.$$

Et mettant cette proportion entre f & g , la distance du foyer de

tous les rayons sera pour les objectifs plano - convexes $D I =$

$$\frac{f g}{(m-1)g - (m-n)f}$$

XXXII. Tout revient donc à l'invention des valeurs m / m & n / n , en donnant aux lettres m & n des valeurs convenables, desorte que si l'on met $m = \frac{3}{2} \frac{1}{5} = 1,55$ & $n = 1,3333$ on trouvera les solutions précédentes. Or puisque ces valeurs ne sont pas peut-etre justes à la dernière rigueur, & afin qu'on puisse mieux faire l'application de ces formules, aussi en cas qu'on voulut employer d'autres matieres transparentes, qui ont d'autres loix de réfraction; je joindrai ici une table qui exprime les valeurs de la formule x / x , en donnant à x toutes les valeurs intermediaires entre 2, 00 & 1, 00: de laquelle il sera aisé de trouver les valeurs de m / m & n / n , en donnant à m & n des valeurs quelconques comprises entre 1 & 2.

x	x/x	x	x/x	x	x/x	x	x/x
1, 00	0,000000	1, 25	0,121138	1, 50	0,264137	1, 75	0,425316
	4365		5330		6119		6748
1, 01	0,004365	1, 26	0,126468	1, 51	0,270256	1, 76	0,432100
	4407		5364		6148		6810
1, 02	0,008772	1, 27	0,131832	1, 52	0,276404	1, 77	0,438910
	4450		5398		6175		6835
1, 03	0,013222	1, 28	0,137230	1, 53	0,282579	1, 78	0,445745
	4493		5432		6204		6860
1, 04	0,017715	1, 29	0,142662	1, 54	0,288783	1, 79	0,452605
	4534		5464		6231		6885
1, 05	0,022249	1, 30	0,148126	1, 55	0,295014	1, 80	0,459490
	4575		5497		6259		6909
1, 06	0,026824	1, 31	0,153623	1, 56	0,301273	1, 81	0,466399
	4617		5531		6288		6932
1, 07	0,031441	1, 32	0,159154	1, 57	0,307561	1, 82	0,473331
	4657		5565		6316		6956
1, 08	0,036098	1, 33	0,164719	1, 58	0,313877	1, 83	0,480287
	4697		5599		6344		6979
1, 09	0,040795	1, 34	0,170318	1, 59	0,320221	1, 84	0,487266
	4737		5632		6371		7002
1, 10	0,045532	1, 35	0,175950	1, 60	0,326592	1, 85	0,494268
	4777		5663		6398		7026
1, 11	0,050309	1, 36	0,181613	1, 61	0,332990	1, 86	0,501294
	4815		5695		6425		7049
1, 12	0,055124	1, 37	0,187308	1, 62	0,339415	1, 87	0,508343
	4854		5726		6451		7073
1, 13	0,059978	1, 38	0,193034	1, 63	0,345866	1, 88	0,515416
	4893		5757		6478		7096
1, 14	0,064871	1, 39	0,198791	1, 64	0,352344	1, 89	0,522512
	4931		5788		6504		7120
1, 15	0,069802	1, 40	0,204579	1, 65	0,358848	1, 90	0,529632
	4969		5820		6530		7143
1, 16	0,074771	1, 41	0,210399	1, 66	0,365378	1, 91	0,536775
	5006		5850		6557		7165
1, 17	0,079777	1, 42	0,216249	1, 67	0,371935	1, 92	0,543940
	5044		5881		6583		7187
1, 18	0,084821	1, 43	0,222130	1, 68	0,378518	1, 93	0,551127
	5080		5912		6610		7209
1, 19	0,089901	1, 44	0,228042	1, 69	0,385128	1, 94	0,558336
	5116		5942		6637		7231
1, 20	0,095017	1, 45	0,233984	1, 70	0,391765	1, 95	0,565567
	5153		5971		6662		7254
1, 21	0,100170	1, 46	0,239955	1, 71	0,398427	1, 96	0,572821
	5189		6001		6686		7277
1, 22	0,105359	1, 47	0,245956	1, 72	0,405113	1, 97	0,580098
	5224		6031		6710		7299
1, 23	0,110583	1, 48	0,251987	1, 73	0,411823	1, 98	0,587397
	5260		6060		6734		7321
1, 24	0,115843	1, 49	0,258047	1, 74	0,418557	1, 99	0,594718
	5295		6090		6759		7342
1, 25	0,121138	1, 50	0,264137	1, 75	0,425316	2, 00	0,602060

XXXIII. Cette Table servira donc à trouver d'abord le rapport entre les rayons des courbures f & g , quelle que soit la loi de réfraction de l'air dans les deux milieux, dont on veut composer l'objectif: & cette proportion entre f & g sera propre, tant pour les objectifs plans d'un côté, que pour ceux qui sont composés de deux pièces semblables. La raison moyenne de réfraction de l'air dans le verre semble assez exactement établie comme 31 à 20, de sorte que $m = 1,55$ & $m \mid m = 0,295014$. Pour la réfraction de l'air dans l'eau, Mr.

Newton a aussi trouvé cette valeur $n = \frac{529}{396} = 1,3358$, d'où l'on

tire par interpolation $n \mid n = 0,167955$, & partant on aura $f : g = 295014 : 127059$, dont les raisons les plus approchantes sont en moindres nombres

$$\frac{f}{g} = \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{16}{7}, \frac{23}{10}, \frac{30}{13}, \frac{37}{16}, \frac{44}{19}, \frac{51}{22}, \frac{58}{25}, \frac{65}{28}, \frac{72}{31}, \frac{79}{34}$$

d'où l'on voit que la raison 10 : 23 pourra être employée aussi bien dans cette hypothèse que dans la précédente. Donc si $f = \frac{23}{10} g$, nous aurons pour les objectifs plano-convexes la distance du foyer =

$$\frac{23}{0,5734} g = 40 \frac{1}{5} g \text{ \& pour les convexes elle sera } = 20 \frac{1}{8} g.$$

XXXIV. On pourra bien négliger cette petite fraction $\frac{1}{8}$, de sorte que la distance du foyer devienne = $20 g$ pour les objectifs convexo-convexes; & réciproquement la distance du foyer étant donné = c , on en trouvera aisément le rayon des deux convexités

$$f, \text{ \& le rayon des deux concavités } g; \text{ car il y aura } g = \frac{c}{20} \text{ \& } f =$$

$\frac{23}{10} c$, d'où j'ai formé la Table suivante, qui exprime ces rayons f & g pour chaque distance de foyer donnée en pouces, où je suppose le pouce divisé en 100 parties égales.

Table des Objectifs convexo-convexes Fig 6. la distance du foyer étant donnée.

Distance du Foyer en Pouces	Rayon des Convexités MAM, PDP	Rayon des Concavités NBN, NCN	Distance du Foyer en Pouces	Rayon des Convexités MAM, PDP	Rayon des Concavités NBN, NCN
1	0, 11½	0, 05	50	5, 75	2, 50
2	0, 23	0, 10	55	6, 31½	2, 75
3	0, 34½	0, 15	60	6, 90	3, 00
4	0, 46	0, 20	65	7, 47½	3, 25
5	0, 57½	0, 25	70	8, 05	3, 50
6	0, 69	0, 30	75	8, 62½	3, 75
7	0, 80½	0, 35	80	9, 20	4, 00
8	0, 92	0, 40	85	9, 77½	4, 25
9	1, 03½	0, 45	90	10, 35	4, 50
10	1, 15	0, 50	95	10, 92½	4, 75
11	1, 26½	0, 55	100	11, 50	5, 00
12	1, 38	0, 60	110	12, 65	5, 50
13	1, 49½	0, 65	120	13, 80	6, 00
14	1, 61	0, 70	130	14, 95	6, 50
15	1, 72½	0, 75	140	16, 10	7, 00
16	1, 84	0, 80	150	17, 25	7, 50
17	1, 95½	0, 85	160	18, 40	8, 00
18	2, 07	0, 90	170	19, 55	8, 50
19	2, 18½	0, 95	180	20, 70	9, 00
20	2, 30	1, 00	190	21, 85	9, 50
22	2, 53	1, 10	200	23, 00	10, 00
24	2, 76	1, 20	220	25, 30	11, 00
26	2, 99	1, 30	240	27, 60	12, 00
28	3, 22	1, 40	260	29, 90	13, 00
30	3, 45	1, 50	280	32, 20	14, 00
35	4, 02½	1, 75	300	34, 50	15, 00
40	4, 60	2, 00	350	46, 00	17, 50
45	5, 17½	2, 25	400	51, 75	20, 00

XXXV. En employant ces objectifs au lieu des ordinaires, le premier & le principal avantage qu'on en tirera, sera, que tous les objets en seront représentés beaucoup plus distinctement; puisque toutes les images formées par les rayons de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soient, se réunissent dans une seule, de sorte que toute la confusion, à laquelle les lunettes ordinaires sont assujetties, doit évanouir tout à fait. En second lieu, ces objectifs pourront être travaillés avec moins de peine que les ordinaires, puisque les rayons des courbures sont beaucoup plus petits. Car pour former un objectif ordinaire de 400 pouces de foyer, il faut que le rayon de ses deux convexités soit à peu près de 400 pouces; au lieu que pour un objectif de notre façon de la même distance de foyer, on n'a besoin que de deux courbures, dont les rayons sont de $51\frac{1}{2}$ & de 20 pouces. Outre cela, quand on joint un tel menisque avec un verre plan des deux côtés on aura un objectif, dont la distance du foyer sera de 800 pouces.

XXXVI. Mais le plus grand avantage de ces nouveaux objectifs consistera en ce qu'on les pourra combiner avec de beaucoup plus petits oculaires, & par ce moyen on obtiendra une multiplication si grande qui surpasse bien loin celle dont les plus grandes lunettes ordinaires sont capables. C'est de ce point que dépend le principal avantage des tubes Newtoniens & Gregoriens, dans lesquels on est en état de combiner avec un miroir de plusieurs pieds un oculaire d'une ou de deux lignes. De là je conclus, que si un objectif, dont je viens de donner la description, sera bien exécuté, on y pourra joindre des aussi petits oculaires, qui seront capables de produire une augmentation de la grandeur apparente de l'objet, plus de mille fois plus grande; car notre objectif de 200 pouces, étant joint à un oculaire d' $\frac{1}{15}$ pouce augmentera les objets deux mille fois. Ici je suppose, qu'il n'y ait la moindre diffusion dans le foyer de l'objectif, & que l'image y soit si nette que celle d'un miroir de métal; mais quand même la figure des verres ne seroit pas exécutée à la dernière rigueur, & que même tous les foyers des différens rayons ne tomberoient pas dans un seul point, la diffusion sera pourtant toujours beaucoup plus petite qu'à l'ordinaire, & par conséquent on y pourra employer des oculaires assez petits, pour produire une augmentation considérablement plus grande.

OBSER-