



REFLEXIONS
SUR LA DERNIERE ECLIPSE DU SOLEIL :
DU 25 JUILLET A. 1748.
PAR MR. EULER.



I.

quoique cette Eclipsé ait assés exactement répondu à mon calcul, qui se trouve dans notre Almanac Astronomique; il ne sera pas inutile de repeter le même calcul, & d'en développer tous les elements, pour voir de quoi pourroit dépendre la petite différence, qui a été remarquée dans la grandeur & la durée de l'anneau. Cet examen servira principalement à fixer plus exactement la véritable grandeur de la parallaxe de la Lune, dont les Auteurs sont si peu d'accord, que la différence devient très remarquable dans la détermination des momens principaux de cette Eclipsé. Mr. Casini suppose la plus petite parallaxe horizontale de la Lune de $54'$, $33''$, & la plus grande de $62'$, $11''$, lorsque la Lune se trouve dans l'opposition ou conjonction avec le Soleil. Dans ces mêmes saisons Mr. Leadbetter paroît fort incertain sur cet article; car dans ses Tables Astronomiques des Planetes il met la plus petite parallaxe de $54'$, $59''$ & la plus grande de $61'$, $24''$; Or dans son Astronomie des Satellites il fait la plus petite parallaxe de $54'$, $29''$, & la plus grande de $60'$, $51''$
Enfin

Enfin dans son Uranoscopie, la plus petite parallaxe se trouve de $53'$, $28''$ & la plus grande de $61'$ $7''$. Il est donc clair que parmi ces diverses tables il y a une différence de plus d'une minute.

II. Je dois aussi remarquer, que suivant la theorie de gravitation, en supposant que depuis la surface de la Terre jusqu'à la Lune la gravité décroisse en raison doublée des distances, la parallaxe de la Lune devroit être plus d'une minute moindre. Cependant quelle que soit la parallaxe moyenne de la Lune, la theorie nous fournit une regle seure pour trouver la parallaxe, qui répond à chaque anomalie de la Lune. Car posant π pour la parallaxe moyenne, & v pour l'anomalie excentrique de la Lune, la parallaxe vraie horizontale sera $= \pi - 222'' \cos v + 8'' \cos 2v$; dans les oppositions & conjonctions. De plus la theorie nous enseigne, que la parallaxe dans les conjonctions est environ de $3''$ plus petite, que dans les oppositions. Donc la plus petite parallaxe sera $\pi - 214'' = \pi - 3'$, $34''$ & la plus grande $= \pi + 230'' = \pi + 3'$, $50''$. Si nous comparons ces valeurs avec celles de Mr. Casini, la plus petite donne $\pi = 58'$, $7''$ & la plus grande $\pi = 58'$, $21''$, entre lesquelles prenant un milieu on aura $\pi = 58'$, $14''$. Or la comparaison avec les trois hypotheses de Leadbetter donnera

	I. hyp.	II. hyp.	III. hyp.
par la plus petite $\pi =$	$58', 33''$	$58', 3''$	$57', 2''$
par la plus grande $\pi =$	$57, 34$	$57, 1$	$57, 17$
prenant un milieu $\pi =$	$58, 4$	$57, 32$	$57, 10$

dont la dernière paroît la plus conforme à la theorie. Mais voyons laquelle des ces hypotheses répondra le mieux aux phenomenes de la dernière Eclipsé du Soleil, puisqu'ils dépendent principalement de la parallaxe de la Lune.

III. Pour cet effet, & afin qu'on puisse mieux juger de l'accord de cette Eclipsé avec mes tables, je mettrai ici le calcul tout au long, & d'abord je commencerai par chercher le tems de la conjonction moyenne vers le 25 Juillet, dont le calcul suivant mes tables fera:

à Paris t. m.	☽	☾	Long. m. ☽	An. m. ☽	An. m. ☽	Long. m. ☽
A. 1741. 1j, 20 ^b , 44', 15"	6'	9 ^s , 12 ^o , 1', 38"	6 ^s , 3 ^o , 25', 46'	9 ^s , 27 ^o , 15', 46"	3 ^s , 4 ^o , 9', 52'	
7, 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2'	
Juill. 10, 22, 46, 19	6	6, 9, 11, 37	6, 9, 11, 5	11, 17, 48, 33	10, 9, 52	
Juill. 25, 23, 23, 2	0	4, 3, 30, 26	0, 24, 46, 42	0, 11, 7, 58	4, 26, 13, 54	
A. 1748.		Long. m. ☽	f. 23, 51	f. 34, 36	10, 7, 55, 58	
			0, 24, 22, 51	0, 10, 33, 22	Long. m. ☽	
			An. exc. ☽	An. exc. ☽		

Donc la conjonction moyenne auroit du arriver à Paris A. 1748. Juill. 25j, 23^b, 23', 2'', t. m. si l'année étoit commune, mais comme elle est bissextile, & que ce tems arrive après le mois de Fevrier, il en faut retrancher un jour, de sorte que la conjonction moyenne est arrivée à Paris.

A. 1748. Juill. 24j, 23^b, 23', 2'' tems moyen, où à cause de l'équation du tems 5', 56'' à soustraire.

A. 1748. Juill. 24j, 23^b, 17', 6'' tems vrai.

Or la difference des meridiens entre Paris & Berlin etant 44', 36'', cette conjonction moyenne sera arrivée ici à Berlin

A. 1748. Juill. 25j, 0^b, 1', 42'' tems vrai.

Pour ce tems j'ai d'abord calculé les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune, en y appliquant les équations, que mes tables fournissent.

IV. Le tems de la vraie conjonction dans l'orbite sera déterminé par ces anomalies excentriques, en cherchant les six équations de mes tables.



Table	Argument	Eq. à ajouter	Eq. à soustraire
I	0, 10°, 33', 22"	2', 3', 40"	
II	9, 24, 22, 51	— — —	1', 42', 54"
III	1, 4, 56, 13	— — —	5, 14
IV	11, 16, 10, 31	— — —	2, 35
ajout.	0, 10, 33, 22		
V	1, 15, 29, 35	— — —	— 42
VI	11, 26, 43, 53	— — —	— 9
		2, 3, 40	1, 51, 34
		1, 51, 34	

Eq. 0, 12, 6 à ajouter
à A. 1748. Juill. 25j, 0, 1, 42

A. 1748. Juill. 25j, 0^b, 13', 48" tems vrai à Berlin: ce qui est le tems de la conjonction vraie du Soleil & de la Lune dans son orbite, ou dans ce tems le vrai lieu de la Lune dans son orbite a été le même que le vrai lieu du Soleil dans l'ecliptique. Ce moment, auquel mes tables se rapportent principalement, nous servira d'époque, pour en conter les momens, qui regardent l'Eclipse.

V. Cherchons maintenant pour cette époque le vrai lieu du Soleil, & celui du noeud.

	Long. m. ☉	An. m. ☉	An. moy. ☽	Long. m. ☾
A. 1748. Juil. 25j, 0 ^b , 1', 42"	4, 3°, 30', 26"	0, 24, 46, 42	0, 11, 7, 58	10, 7, 54, 58
Ajoutes	12', 6"	+ 30	+ 30	+ 6, 35
Juill. 25, 0, 13, 48	4, 3, 30, 56	0, 24, 47, 30	0, 11, 14, 33	10, 7, 56 56
Eq.	— 0, 47, 30	— 0, 23, 49	— 0, 34, 57	Eq. I. + 3, 56
Vrai lieu du ☉	4, 2, 43, 26	0, 24, 23, 23	0, 10, 39, 36	Eq. II. - 0, 19
Vrai lieu de la ☽	4, 2 43, 26	An. exc. ☉	An. exc. ☽	10, 8, 0, 33
Soutr. long. ☾	10, 8, 0, 33			Eq. III. — 17 22
	5, 24, 42, 53		Vrai lieu du ☾	10, 7, 43, 11
	+ 17, 22			
Arg. Latir.	5, 25, 0, 15	Inclinaison:		5, 16, 53

Eq. 2', 39" qu'il faut retrancher du tems de la conjonction dans l'orbite, pour avoir le moment de la vraie Nouvelle Lune; de sorte que la conjonction dans l'ecliptique est arrivée.

A. 1748. Juil. 25j, 0h, 11', 9" à Berlin tems vrai, le vrai lieu du Soleil étant alors 4', 2°, 43', 20" & la longitude de la Lune également 4', 2°, 43', 20". Mais pour notre époque nous venons de trouver la longitude vraie du nœud Ω 10', 7°, 43', 11" & l'inclinaison de l'orbite à l'ecliptique 5, 16, 53

VI. L'anomalie excentrique du Soleil étant 0', 24°, 23' 23" & celle de la Lune 0', 10°, 39', 36", je trouve par mes tables le diametre apparent du Soleil 31', 44" = 1904" le mouvement horaire du Soleil 2', 23" = 143" & pour la parallaxe, je la suppose 12".

Ensuite pour la Lune nous aurons
 le diametre apparent horizontal 29', 34" = 1774"
 la parallaxe horizontale 53, 41 = 3221
 le mouvement horaire 29, 36 = 1776

où il faut remarquer, qu'on ne doit pas trop se fier sur la parallaxe de la Lune, & qu'elle pourroit bien differer de la veritable d'une minute, ce que les phenomenes observés de l'Eclipse nous feront voir d'autant plus seurement, puisque dans les autres elemens il ne sauroit y avoir des erreurs considerables.

VII. Le mouvement horaire de la Lune étant 29' 36" nous en pourrons assigner la place de la Lune tant une heure avant, qu'une heure apres notre époque; & connoissant le lieu du nœud avec l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'ecliptique, je calculerai pour ces trois momens la longitude & la latitude de la Lune.

	1 heure avant	Epoque	1 heure apres
Lieu de la ☾	4, 2, 13, 50	4, 2, 43, 26	4, 3, 13, 2
Lieu du Ω	10, 7, 43, 19	10, 7, 43, 11	10, 7, 44, 3
Arg. lat.	5, 24, 30, 31	5, 25, 0, 15	5, 25, 29, 59
du \oslash	0, 5, 29, 29	0, 4, 59, 45	0, 4, 30, 1

De là nous tirerons :

	1 h. avant	Epoque	1 h. apres
La long. de la ☾	4, 2, 15, 13	4, 2, 44, 42	4, 3, 14, 11
Latitude Boreale	30', 17"	27, 33½	24, 50
donc le mouvement horaire en longitude	29', 29"		
& le mouvement horaire en latitude	2', 45½		

VIII. Puisque l'un & l'autre de ces mouvemens est uniforme, nous en pourrons déterminer les vrais lieux de la Lune de quart d'heure en quart d'heure : car on verra dans la suite, qu'il est absolument nécessaire de considerer de si petits intervalles de tems. Soit donc QF l'ecliptique, S le lieu du Soleil à l'instant de notre époque, L celui de la lune, & L⁻¹, L⁻², L⁻³, L⁻⁴ les lieux de la Lune une, deux, trois, & quatre quart d'heures avant cette époque, & L¹, L², L³, L⁴ les lieux 1, 2, 3, 4 quart d'heures après. Desquels tirant à l'ecliptique les perpendiculaires, & prenant une seconde pour l'unité de leurs mesures, nous aurons

Fig. 1.

$$\begin{aligned}
 P S &= 76; P^{-4} P^{-3} = P^{-3} P^{-2} = P^{-2} P^{-1} \text{ \&c.} = 442\frac{1}{4} \\
 P^{-4} L^{-4} &= 1817, P^{-3} L^{-3} = 1776\frac{1}{8}; P^{-2} L^{-2} = 1735\frac{1}{4} \\
 P^{-1} L^{-1} &= 1694\frac{3}{8}; P L = 1653\frac{1}{2}; P^1 L^1 = 1612\frac{5}{8} \\
 P^2 L^2 &= 1571\frac{3}{4}; P^3 L^3 = 1530\frac{7}{8}; P^4 L^4 = 1490
 \end{aligned}$$

IX. Maintenant pour trouver l'orbite apparente à Berlin, il faut chercher les parallaxes de la Lune en longitude & latitude, ce qui se fera le plus aisément par le calcul du *nonagesime*. Pour cet effet le lieu du Soleil à notre époque étant 4°, 20', 43", 26"; son ascension droite sera 125°, 0', 55", & le tems depuis midi étant 13', 48", ce qui donne en parties de l'équateur 3°, 27', le point de l'équateur qui passe alors par le meridien sera 128°, 28', en negligéant les 5", qui font une différence insensible. De plus, puisque pendant une heure il passe par le meridien 15°, 2', 30", une heure avant notre époque il se trouva dans le meridien le point de l'équateur 113°, 25', 30", & une heure après 143°, 30', 30"

De là supposant l'elevation du pole à Berlin 52°, 30½' on trouvera

	1 heure avant	Epoque	1 heure après
Le nonagesime	3°, 16', 16", 50'''	3°, 26', 41", 0'''	4°, 7', 3', 40'''
Sa dist. au Zenith	30, 22, 10	32, 33, 0	35, 43, 0
Son azimuth vers l'Oüest	10, 34, 40	17, 6, 0	23, 14, 0

X. Par le moyen de l'interpolation on en déterminera le nonagesime de quart d'heure en quart d'heure.

	¼heur. avant	¾heur. avant	¾heur. avant	¼heur. avant	Epoque
Le nonagesime	3, 16, 16, 50	3, 18, 53, 7	3, 21, 29, 14	3, 24, 5, 12	3, 26, 41, 0
Sa dist. au Zenith	30, 22	30, 48	31, 20	31, 55	32, 33,
	Epoque	¼heur. après	¾heur. après	¾heur. après	¼heur. après
Le nonagesime	3, 26, 41, 0	3, 29, 16, 40	4, 1, 52, 10	4, 4, 27, 30	4, 7, 2, 40
Sa dist. au Zenith	32, 33	33, 15	34, 1	34, 50	35, 43

Il n'est pas besoin d'avoir la distance du nonagesime au Zenith plus exactement, puisqu'une différence meme d'une minute ne produiroit aucune erreur sensible.

Fig. 2. XI. Ayant trouvé le nonagesime pour ces tems, soit EN l'ecliptique, EP la longitude de la Lune & PL sa latitude, N le nonagesime, Z le zenith & π le pole de l'ecliptique. Qu'on tire l'arc vertical ZL, & le lieu apparent de la Lune sera en l, prenant L l = à la parallaxe de la hauteur: donc à cause de la parallaxe, tant la longitude que la latitude sera diminuée. Pour trouver ces diminutions, nommons les quantités connues: la longitude du nonagesime = N, sa distance au Zenith ZN = M; la longitude de la Lune = f, & sa latitude PL = g. Ensuite soient les inconnues: la distance de la Lune au Zenith LZ = z, les angles π ZL = x & π LZ = y; & nous trouverons

$$\text{tang } \frac{x-y}{2} = \frac{\text{fin } \frac{M-g}{2}}{\text{tang } \frac{N-f}{2} \text{ cof } \frac{M+g}{2}}; \text{ tang } \frac{x+y}{2} = \frac{\text{cof } \frac{M-g}{2}}{\text{tang } \frac{N-f}{2} \text{ si } \frac{M+g}{2}}$$

$$\& \text{ fin } z = \frac{\text{cof } M. \text{ si } (N-f)}{\text{fin } y}.$$

XII.

XII. Soit π la parallaxe horizontale de la Lune, & la distance vraie au Zenith étant $= z$, si la distance apparente au Zenith étoit $= v$, il y auroit $z = v - \pi \sin v$. Soit $v = z + \omega$, & puisque ω est un angle très petit, il y aura si $v = z + \omega$ $\cos z$, & partant $z = z + \omega - \pi \sin z - \pi \omega \cos z$, & par conséquent $\omega =$

$$\frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} = L.$$

Cette parallaxe de la hauteur étant trouvée,

je dis que la longitude apparente de la Lune sera $= f - \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z}$.

$\frac{\sin y}{\cos g}$, & la latitude $= g - \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} \cos y$. De plus, posant

le diamètre horizontal de la Lune $= \beta$, son véritable diamètre apparent sera $= \frac{\beta}{1 - \pi \cos z}$.

XIII. Nous aurons donc pour nos neuf moments.

	$\frac{1}{2}$ h. avant	$\frac{3}{4}$ h. avant	$\frac{2}{3}$ h. avant	$\frac{1}{3}$ h. avant	Epoque
N	3, 16°, 17'	3, 18, 53	3, 21, 29	3, 24, 5	3, 26, 41
M	30, 22	30, 48	31, 20	31, 55	32, 33
f	4, 2, 15	4, 2, 22	4, 2, 30	4, 2, 37	4, 2, 45
g	30	29	29	28	27
α	209, 54	205, 25	200, 48	196, 3	191, 19
γ	-25, 28	-21, 38	-17, 39	-13, 34	-9, 31
z	33, 30	32, 54	32, 54	32, 28	32, 36 $\frac{1}{2}$
	Epoque	$\frac{1}{3}$ h. après	$\frac{2}{3}$ h. après	$\frac{3}{4}$ h. après	$\frac{1}{2}$ h. après
N	3, 26°, 41'	3, 29, 17	4, 1, 52	4, 4, 28	4, 7, 3
M	32, 33	33, 15	34, 1	34, 50	35, 43
f	4, 2, 45	4, 2, 52	4, 3, 0	4, 3, 7	4, 3, 14
g	27	27	26	25	25
α	191, 19	186, 36	182, 3	177, 37	173, 25
γ	-9, 31	-5, 31	-1, 42	+1, 58	+5, 20 $\frac{1}{2}$
z	32, 36 $\frac{1}{2}$	32, 58	33, 36	34, 27	35, 28

XIV. Comme nous venons de 'poser la parallaxe horizontale $\pi = 3221''$, nous en trouverons les parallaxes en longitude & latitude.

	$\frac{1}{4}$ h. avant	$\frac{1}{2}$ h. avant	$\frac{3}{4}$ h. avant	$\frac{1}{4}$ h. avant	Epoque
Parall. en Longit.	+ 774''	+ 654''	+ 533''	+ 411''	+ 291''
Parall. en Lat.	- 1626	- 1648	- 1674	- 1703	- 1734
	Epoque	$\frac{1}{4}$ h. après	$\frac{1}{2}$ h. après	$\frac{3}{4}$ h. après	$\frac{1}{4}$ h. après
Parall. en Longit.	+ 291''	+ 171''	+ 53''	- 63''	- 176''
Parall. en Latit.	- 1734	- 1768	- 1805	- 1845	- 1885

Fig. 3.

XV. Maintenant on pourra dresser une figure, qui représentera la route apparente de la Lune. Soit E F l'ecliptique, & S le lieu du centre du Soleil pour le tems de notre époque A. 1748. Juill. 25j. $0^h. 13'. 48''$. & nous aurons

à $\frac{1}{4}$ heures avant	$Sp^{-4} = 1693'' - 774'' = +919''$;	$p^{-4}l^{-4} = 1817'' - 1626'' = +191''$
à $\frac{1}{2}$ heures avant	$Sp^{-3} = 1251 - 654 = +597''$;	$p^{-3}l^{-3} = 1776 - 1648 = +128$
à $\frac{3}{4}$ heures avant	$Sp^{-2} = 809 - 533 = +276$;	$p^{-2}l^{-2} = 1735 - 1674 = +61$
à $\frac{1}{4}$ heures avant	$Sp^{-1} = 366 - 411 = -45$;	$p^{-1}l^{-1} = 1694 - 1703 = -9$
dans l'époque même	$Sp = -76 - 291 = -367$;	$p l = 1653 - 1734 = -81$
à $\frac{1}{4}$ heures après	$Sp^1 = -518 - 171 = -689$;	$p^1 l^1 = 1613 - 1768 = -155$
à $\frac{1}{2}$ heures après	$Sp^2 = -960 - 53 = -1013$;	$p^2 l^2 = 1572 - 1805 = -233$
à $\frac{3}{4}$ heures après	$Sp^3 = -1402 + 63 = -1339$;	$p^3 l^3 = 1531 - 1845 = -314$
à $\frac{1}{4}$ heures après	$Sp^4 = -1645 + 176 = -1669$;	$p^4 l^4 = 1490 - 1885 = -395$

XVI. De là il est aisé de conclure, que t quart d'heures avant notre époque il y aura

$$S P = - 367 + 322 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3$$

$$P L = - 81 + 72 t - \frac{9}{7} t t + \frac{1}{30} t^3$$

Or le mouvement du Soleil pendant un quart d'heure étant $36''$, le Soleil t quart-heures avant l'époque aura été en \odot de sorte que $S \odot = 36t$, & partant

$$\odot P = - 367 + 286 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3$$

D'où l'on pourra trouver la distance des centres du Soleil & de la Lune à ce moment.

XVII Mais

XVII. Mais parceque nous ne sommes par trop furs de la grandeur de la parallaxe, supposons que la parallaxe soit d'une cinquantieme partie plus petite, & nous aurons

$$\begin{aligned} S P &= - 362 + 324 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \\ P L &= - 46 + 71\frac{1}{2} t - \frac{2}{7} t t + \frac{1}{38} t^3 \quad \& \\ \odot P &= - 362 + 288 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \end{aligned}$$

XVIII. Cherchons premierement la plus petite distance des centres du Soleil & de la Lune, & puisque nous savons que cela est arrivé entre $\frac{1}{4}$ h. & $\frac{2}{4}$ h. avant l'epoque, supposons d'abord $t = 1 + u$ & nous aurons

Pour la parallaxe tabulaire $\odot P = - 81 + 282 u$ $P L = - 10 + 70 u$ Soit pour abreger $\odot P =$	}	Pour cette parallaxe diminuée de sa 50 ^{me} partie $- 74 + 287 u$ $+ 24 + 69 u$ $\alpha + \beta u; P L = \gamma + \delta u, \&$
il y aura $\odot L = \sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma + 2(\alpha\beta + \gamma\delta)u + (\beta\beta + \delta\delta)uu)}$		

qui fera un minimum si $u = - \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\beta\beta + \delta\delta}, \&$ alors

la plus petite distance sera $\odot L = \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\sqrt{(\beta\beta + \delta\delta)}}$

d'où nous obtiendrons

Pour la I. hypoth. $u = \frac{23785}{86125} = 0, 276$ $\odot L = - \frac{2820}{293} = 9'', 37'''$	}	Pour la II. hypoth. $u = \frac{19582}{87130} = 0, 225$ $\odot L = \frac{11994}{295} = 40'', 39'''$
---	---	--

ce qui seroit arrivé

à $11^h, 54', 40''$

| à $11^h, 55', 26''$

XIX. Pour ce tems là nous aurons

<p>I. hypoth.</p> <p>☉ P = — 2''</p> <p>P L = + 9</p>		<p>II. hypoth.</p> <p>☉ P = — 9''</p> <p>P L = + 39½</p>
---	--	--

Fig. 5. d'où il est clair, que la ligne, qui joignit les centres du Soleil & de la Lune, ☉ L, étoit inclinée à l'ecliptique vers l'Orient, comme il est representé dans la fig. 5, & la ligne verticale Z ☉ faisoit vers l'Occident un angle = 76°, 26'. Donc l'angle de la ligne ☉ L avec l'ecliptique vers l'Orient, étoit

<p>I. hypoth.</p> <p>Or. ☉ L = 77°, 30'</p> <p>le Compl. = 12°, 30</p> <p>Occ. ☉ Z = 76, 26</p> <p>le Compl. = 13, 34</p> <p>l'angle Z ☉ L = 26, 4</p>		<p>II. hypoth.</p> <p>77°, 1'</p> <p>12, 59</p> <p>76, 26</p> <p>13, 34</p> <p>26, 33</p>
--	--	---

Par rapport à cet angle l'une & l'autre de ces hypothèses se trouve allés d'accord avec l'observation, mais par rapport à la distance des centres, la seconde hypothese convient beaucoup plus exactement que la premiere, puisque de la figure de l'anneau on a estimé la distance des centres près de 50''.

XX. Mais la plus grande difference entre ces calculs & l'observation meme, se trouve dans le tems, où les centres du Soleil & de la Lune estoient à leur moindre distance; car le commencement de l'anneau ayant été observé à 11^h, 52' 51" & la fin à 11', 54, 13, la plus petite distance des centres doit être arrivée à 11^h, 53', 32''. Or il est clair, que cette difference ne sauroit être causée par quelque erreur commise dans la parallaxe, & on s'assurera aisément que ni quelque petite erreur dans le lieu du noeud, ni dans l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'ecliptique, en pourroit être la cause. Il ne reste donc pour expliquer cette difference que de dire, que le tems de la conjonction est arrivé un peu plutot, que j'ai trouvé par mes tables. Il n'est pas meme nécessaire de reculer ce tems de tant de minutes, que l'observation precede le calcul: car puisqu'en changeant ce

tems,

tems, les parallaxes de la Lune souffrent aussi quelque changement, une très petite variation pourra être suffisante de reculer de quelques minutes le moment de la plus grande proximité des centres. Or je n'aurai garde de soutenir, que mes tables soient parfaites au dernier point, j'avoué plutôt, qu'elles peuvent quelquefois produire une erreur de plus d'une minute dans le tems des conjonctions & oppositions.

XXI. Il est donc bien certain que la Lune ait parcouru la route $L^{-4} L L^4$ dans les mêmes intervalles de tems, que j'ai marqués là haut : & il ne reste que cette question ; si dans le moment où la Lune a passé par le point L , le centre du Soleil ait été précisément en S , ou un peu plus en arrière vers E . Car puisqu'on peut supposer, que les tables du Soleil sont tout à fait exactes, si le Soleil avoit été de $36''$ plus en arrière, ce qui est son mouvement pour un quart d'heure, la Lune auroit passé par L un quart d'heure plutôt, & comme la différence entre les points L & L^{-1} est très petite, la Lune étant en L auroit souffert la même parallaxe, que j'ai trouvée pour le point L^{-1} : & par la même raison la Lune étant en L^{-1} auroit souffert la même parallaxe, qui a été trouvée pour le point L^{-2} . D'où il est clair, que pour peu qu'on recule le lieu du Soleil, le calcul des parallaxes en devient changé très considérablement.

Fig. 1.

XXII. Je supposerai donc que la Lune ait passé par le point L une minute plutôt, que selon mes tables, & notre époque sera dans cette hypothèse

A. 1748. Juill. 25^j, 0^h, 12', 48''

Donc le Soleil n'a pas été alors en S , mais de $\frac{36}{7}''$ ou $2''$, 24''' plus en arrière vers E , & partant il faudra diminuer les espaces SP^{-4} SP^{-3} &c. de $2\frac{1}{2}''$. Ensuite la parallaxe de la Lune en L ne sera plus celle que nous avons marquée ci-dessus, mais elle approchera de celle qui a été trouvée pour le point L^{-1} d'une quinzième partie. Suivant ces remarques nous aurons pour l'orbite apparente de la Lune ces déterminations dans l'hypothèse de la parallaxe tabulaire.

Fig. 3.

à $\frac{1}{4}$ h. avant	$Sp^{-4} = 1690\frac{1}{2}'' - 782 = + 908\frac{1}{2}$	$p^{-4}l^{-4} = 1817 - 1625 = + 192$
à $\frac{1}{2}$ h. avant	$Sp^{-3} = 1248\frac{1}{2} - 662 = + 586\frac{1}{2}$	$p^{-3}l^{-3} = 1776 - 1646\frac{1}{2} = + 129\frac{1}{2}$
à $\frac{3}{4}$ h. avant	$Sp^{-2} = 806\frac{1}{2} - 541 = + 265\frac{1}{2}$	$p^{-2}l^{-2} = 1735 - 1672\frac{1}{2} = + 62\frac{1}{2}$
à $\frac{1}{2}$ h. avant	$Sp^{-1} = 363\frac{1}{2} - 419 = - 55\frac{1}{2}$	$p^{-1}l^{-1} = 1694 - 1701 = - 7$
à l'Epoque	$Sp = - 78\frac{1}{2} - 299 = - 377\frac{1}{2}$	$p l = 1653 - 1732 = - 79$
à $\frac{1}{4}$ h. après	$Sp^1 = - 520\frac{1}{2} - 179 = - 699\frac{1}{2}$	$p^1 l^1 = 1613 - 1766 = - 153$
à $\frac{1}{2}$ h. après	$Sp^2 = - 962\frac{1}{2} - 61 = - 1023\frac{1}{2}$	$p^2 l^2 = 1572 - 1802\frac{1}{2} = - 230\frac{1}{2}$
à $\frac{3}{4}$ h. après	$Sp^3 = - 1404\frac{1}{2} + 55 = - 1349\frac{1}{2}$	$p^3 l^3 = 1531 - 1842\frac{1}{2} = - 311\frac{1}{2}$
à $\frac{1}{2}$ h. après	$Sp^4 = - 1847\frac{1}{2} + 168 = - 1679\frac{1}{2}$	$p^4 l^4 = 1490 - 1882\frac{1}{2} = - 392\frac{1}{2}$

XXIII. De là nous obtiendrons en général pour un tems qui

précède de t quart-heures notre nouvelle époque

$$\begin{aligned}
 S P &= - 377\frac{1}{2} + 322 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \\
 P L &= - 79 + 72\frac{1}{2} t - \frac{4}{3} t t + \frac{1}{10} t^3 \quad \& \\
 \odot P &= - 377\frac{1}{2} + 286 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3
 \end{aligned}$$

Mais si nous diminuons la parallaxe de sa 50^{me} partie nous aurons

$$\begin{aligned}
 S P &= - 372\frac{1}{2} + 324 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3 \\
 P L &= - 44 + 72 t - \frac{4}{3} t t + \frac{1}{10} t^3 \\
 \odot P &= - 372\frac{1}{2} + 288 t - \frac{5}{7} t t + \frac{1}{12} t^3
 \end{aligned}$$

XXIV. Pour trouver la plus petite distance des centres, posons comme auparavant $t = 1 + u$, & nous aurons

pour la parallaxe tabulaire.

$$\begin{aligned}
 \odot P &= - 92 + 285 u \\
 P L &= - 8 + 70 u
 \end{aligned}$$

& ensuite nous trouverons pour la I. hypoth.

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{26780}{86125} = 0,311 \\
 \odot L &= \frac{4160}{293} = 14'', 12''' \\
 t &= 19', 40'' \\
 \text{à} & 11^h, 53', 8''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \odot P &= 4 \\
 P L &= 14
 \end{aligned}$$

pour cette parallaxe diminuée d'un $\frac{1}{50}$.

$$\begin{aligned}
 \odot P &= - 85 + 287 u \\
 P L &= + 26\frac{1}{2} + 69\frac{1}{2} u
 \end{aligned}$$

pour la II. hypoth.

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{22566}{87130} = 0,259 \\
 \odot L &= \frac{13470}{295} = 45'', 40'' \\
 t &= 18', 53'' \\
 \text{à} & 11^h, 53', 55''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \odot P &= 11 \\
 P L &= 44 \quad \text{Dans}
 \end{aligned}$$

Fig. 5.

Dans l'une & l'autre hypothese l'angle $Z \odot L$ devient plus grand, qu'au-
paravant, ce qui semble encore mieux convenir avec l'observa-
tion.

XXV. De là je tire cette conclusion générale, que si l'on di-
minuoit la parallaxe tabulaire de x parties cinquantiemes, & qu'on
reculât le tems de y minutes, la moindre distance des centres seroit
 $\odot L = 9'' + 5y'' + 31x''$ & le tems où cela est arrivé seroit

$$\text{à } 11^h, 54', 40'' + 46x'' - 92y''$$

Suivant les observations de cette Eclipsé l'anneau s'étoit formé à $11^h,$
 $52', 51''$, & avoit duré jusqu' à $11^h, 54', 13''$, dont le milieu $11^h, 53',$
 $32''$ donne le tems de la plus petite distance des centres: d'où nous
obtiendrons cette équation

$$68 + 46x - 92y = 0$$

& supposant la plus petite distance des centres $= 50''$, nous aurons
encore cette équation $42 = 31x + 5y$, d'où nous tirerons les valeurs
suivantes

$$y = 1, 33 \text{ \& } x = 1, 04$$

XXVI. Il paroît donc assez probable, qu'il faut reculer le
tems, où la Lune s'est trouvée au point L de $1', 20''$, pour lequel le
lieu du Soleil doit être reculé de $3''$, & la vraie époque, où la Lune
a passé par L sera

Fig. 1.

A. 1748. Juill. 25j, $0^h, 12', 28''$

Or pour la parallaxe il ne reste plus presque aucun doute, qu'elle ne
doive être diminuée de sa cinquantieme partie, puisque nous venons
de trouver assez exactement $x = 1$. Par conséquent pour un mo-
ment qui precede de t quart-heures cette nouvelle époque, nous
aurons

$$\odot P = - 376'' + 288t - \frac{5}{7}tt + \frac{1}{12}t^3$$

$$P L = - 43 + 27t - \frac{5}{4}tt + \frac{1}{56}t^3$$

XXVII. Pour trouver maintenant les tems, tant du commen-
cement & de la fin de l'éclipsé, que de l'entrée du disque de la Lune
dans celui du Soleil & de sa sortie, il faut avoir égard aux diametres
apparens du Soleil & de la Lune. Le diametre du Soleil a été trouvé

1904'',

1904'', & le diametre horizontal de la Lune 1774'', qui étant divisé par $1 - \pi \cos 2$, ou multiplié par $\frac{78}{77}$ donnera le vrai diametre apparent de la Lune au tems de l'Eclipse de 1797'', La difference des diametres étant 107'', la difference des rayons fera $= 53\frac{1}{2}''$: & il est clair que l'anneau a du commencer & finir, lorsque la distance des centres étoit $= 53\frac{1}{2}''$.

XXVIII. Comme nous savons que cela est arrivé entre une & deux quart d'heures avant notre époque, faisons $t = 1 + u$, & nous aurons:

$$\odot P = - 88\frac{1}{2} + 287 u; \quad P L = 28 + 69\frac{1}{2} u$$

$$\text{soit } \odot P = - a + \beta u \quad \& \quad P L = \gamma + \delta u$$

& la distance des centres fera

$$V(a a + \gamma \gamma - 2(a \beta - \gamma \delta) u + (\beta \beta + \delta \delta) u u) = 53\frac{1}{2} = \varepsilon$$

d'où nous tirerons

$$u = \frac{a \beta - \gamma \delta + V(\varepsilon \varepsilon (\beta \beta + \delta \delta) - (a \delta + \beta \gamma)^2)}{\beta \beta + \delta \delta}$$

& en nombres $u = \frac{23454 + 6951}{87199}$, dont les deux valeurs

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } u = 0,348 \\ \text{II. } u = 0,182 \end{array} \right\} \quad \& \quad \text{en tems } \left\{ \begin{array}{l} t = 1 + u = 20', 13'' \\ t = 1 + u = 17', 44'' \end{array} \right.$$

Donc la durée de l'anneau auroit été 2', 29'': mais pour peu qu'on eut diminué le nombre $53\frac{1}{2}$, dont on ne peut pas être sûr à une seconde près, la durée de l'anneau seroit provenue d'une demiminute moindre; ou si nous avons supposé cy-dessus la plus petite distance observée de 51'' au lieu de 50'', desorte que de ce côté là il n'en résulte aucun changement considerable dans les elemens de cette Eclipse. Ainsi selon ce calcul

l'anneau auroit dû commencer à $11^h, 52', 15''$
 — — & finir à $11^h, 54', 44''$

XXIX. Pour le commencement de l'Eclipse, comme nous savons, qu'il est arrivé presque deux heures ou 8 quart d'heures avant notre époque, supposons $t = 7 + u$, & nous aurons:

$$\odot P =$$

☉ P = 1633 + 290 u, & P L = 409 + 59 u
 soit ☉ P = α + β u & P L = γ + δ u

& la distance des centres sera

$V(\alpha\alpha + \gamma\gamma + 2(\alpha\beta + \gamma\delta)u + (\beta\beta + \delta\delta)uu)$
 qui doit être égalée à la somme des rayons du Soleil & de la Lune, = 1850 = ε, d'où nous obtiendrons

$$u = - \frac{\alpha\beta - \gamma\delta + V(\epsilon\epsilon(\beta\beta + \delta\delta) - (\alpha\delta - \beta\gamma)^2)}{\beta\beta + \delta\delta}$$

& en nombres u = 0, 5498 = 8', 15"

& ε = 7 + u = 1, 53, 15

tems de l'Epoque	12, 12, 28
Reste	10, 19, 13

Par conséquent le commencement de cette Eclipe est arrivé à Berlin.

A. 1748. Juill. 24^j, 22^h, 19', 13"
 ce qui est fort bien d'accord avec l'observation. Car quoique le commencement n'ait pas été observé ici; à 10^h, 20' le Soleil parut déjà éclipsé presque d'un quart de pouce, d'où l'on est assés sûr, que le commencement a pu être arrivé à 10^h, 19'.

XXX. Pour la fin de l'Eclipe, elle arriva plus d'une heure après notre époque, je mettrai donc ε = - 4 - u & il y aura.

☉ P = - 1545 - 298 u & P L = - 353 - 83 u
 soit ☉ P = - α - β u & P L = - γ - δ u

& posant la somme des rayons 1850 = ε, nous aurons comme auparavant

$$u = - \frac{\alpha\beta - \gamma\delta + V(\epsilon\epsilon(\beta\beta + \delta\delta) - (\alpha\delta - \beta\gamma)^2)}{\beta\beta + \delta\delta}$$

Pour faire plus facilement le calcul de cette formule, je cherche les angles η & ζ, de sorte que tang η = $\frac{\alpha}{\gamma}$ & tang ζ = $\frac{\beta}{\delta}$, depuis je

cherche un troisième angle θ, que sin θ = $\frac{\alpha \sin(\zeta - \eta)}{\epsilon \sin \eta}$, & il sera

$$u = \frac{\alpha \sin \zeta}{\beta \sin \eta} \cdot \frac{\sin (\zeta - \eta - \theta)}{\text{tang } \theta}.$$

Tout ce calcul se fera donc aisément par les seules tables des logarithmes: & on trouvera $u = 0,8568 = 12', 51''$, & puis $z = -1^h, 12', 51''$. Il faut donc ajouter à notre époque 25 Juil. $0^h, 12', 28''$ cette valeur $1^h, 12', 51''$ & la fin de l'eclipse se trouvera.

A. 1748. Juill. 25j, $1^h, 25', 19''$
 Or la fin a été observée $1^h, 25', 9''$

XXXI. Puisque ce calcul est à présent parfaitement d'accord avec l'observation à l'exception de la durée de l'anneau, on n'aura qu'à supposer la plus petite distance des centres $= 52''$ pour rendre la durée de l'anneau plus courte, & alors on trouvera pour x & y les valeurs suivantes.

$$x = 1, 14 \text{ \& } y = 1, 33 = 1', 20''$$

Il faut donc reculer de $1', 20''$ le tems, où la Lune s'est trouvée au point L, & partant le lieu du Soleil de $3''$. La Lune aura donc été en L

A. 1748. Juill. 25j, $0^h, 12', 28''$
 & alors le Soleil a été non en S, point, qui repond à la conjonction dans l'orbite avec le point L, mais en s , de sorte que $Ss = 3''$. Par conséquent le tems de la vraie conjonction dans l'orbite aura encore précédé ce tems, que nous venons de trouver: que ce soit arrivé z heures avant ce tems, & que la ligne joignante les centres du Soleil & de la Lune ait été $\sigma\lambda$, il faudra qu'il soit $S\sigma = L\lambda$. Or par les moments horaires nous aurons $L\lambda = 1776z$ & $S\sigma = 3 + 143z$, de

sorte que $z = \frac{3}{1633}$ heur. $= \frac{180'}{1633} = \frac{10800}{1633}'' = 6''$. Donc la véritable conjonction dans l'orbite est arrivée

A. 1748 Juil. 25j, $0^h, 12', 22''$

XXXII. Puisque donc mes tables ont marqué ce tems à $0^h, 12', 48''$, elles ont trop avancé ce tems de $1', 26''$: & partant l'équation à ajouter $0^h, 12', 6''$, que mes tables ont fournie, étoit trop grande, & elle ne devoit être que $0^h, 10', 40$. De là il s'ensuit

ou

ou que l'équation à ajouter a été trop grande, ou les équations à soustraire trop petites. Il n'est pas probable que cette erreur se trouve tout entière dans une seule table, d'où il paroît que les équations de la première table, qui dépendent de l'anomalie de la Lune, sont un peu trop grandes, & les équations de la seconde table & des suivantes un peu trop petites. Ou il faudra les équations

	Par l'Eclipse du Soleil			par l'Eclipse de la Lune.
de la I. Table	—	—	diminuer	diminuer
de la II. Table	—	—	augmenter	diminuer
de la III. Table	—	—	augmenter	augmenter
de la IV. Table	—	—	augmenter	augmenter
de la V. Table	—	—	augmenter	diminuer
de la VI. Table	—	—	augmenter	augmenter

XXXIII. Comme la vraie conjonction est arrivée plutôt, que selon mes tables, il semble qu'il se trouve une erreur contraire dans l'Eclipse de la Lune, & que la véritable opposition est arrivée plus tard que suivant mes tables. Mais il est difficile de déterminer exactement cette aberration, puisqu'on n'est pas assez sûr des moments dans l'observation. Peut-être que cette aberration est environ d'une minute, dont le tems de l'opposition trouvé par mes tables doit être augmenté. Cette erreur demanderoit aussi une diminution dans les équations de la première table, & une augmentation dans celles de la III. & IV. Tabl. comme j'ai remarqué dans le §. précédent; d'où l'on voit, qu'on ne peut soupçonner de là aucune faute dans la II. Table: puisque l'erreur de la conjonction en demanderoit une augmentation, & celle de l'opposition une diminution.

XXXIV. Comme les équations de la III. & IV. tables sont fort petites, il est très probable que ces erreurs ne se trouvent que dans la première table. Or puisque pour la conjonction l'argument de cette table ou l'anomalie excentrique de la Lune étoit $0^s, 10^{\circ}, 33'$, & pour l'opposition $6^s, 25^{\circ}, 23'$, si l'on diminueoit l'équation qui répond à $0^s, 10^{\circ}$ de $1', 26''$ la plus grande équation de cette table

devoit être diminuée de plus de 6'. Or il est bien certain, qu'une si grande erreur ne sauroit avoir lieu, puisqu'ayant établi ces tables sur un grand nombre d'Eclipses, les erreurs n'ont jamais surpassé 3 minutes. Il faut donc chercher une autre source de ces petites erreurs, que je viens de découvrir dans les deux Eclipses de cette année, & je remarque que si l'on diminueoit l'anomalie excentrique, & par conséquent l'anomalie moyenne de mes tables environ de 7', le calcul deviendroit d'accord avec les observations. Car si l'on suppose l'anomalie moyenne de la Lune de 7' plus petite, que mes tables marquent, l'équation pour la conjonction deviendroit diminuée de 1', 21", & pour l'opposition de 1', 0", ce qui reviendroit parfaitement aux tems observés.

XXXV. Quoique deux cas ne soyent pas suffisans de déterminer la correction, qu'il faut apporter aux tables, il me paroît pourtant très vraisemblable, qu'il en faut diminuer les anomalies moyennes, & cela à peu près de 7'. Car d'un côté on satisfait par ce moyen à nos deux Eclipses tout ensemble, & d'un autre côté on ne fait pas un tel changement dans les tables, d'où il pourroit résulter de plus grandes différences en d'autres occasions: car plus la Lune sera éloignée de son apogée ou perigée, moins cette correction deviendra sensible; & partant mes tables ne s'écarteront pas trop des Eclipses, sur lesquelles je les ai fondées. Or un petit éloignement des Eclipses de la Lune, que j'avois employées pour cette fin, doit être admis, si l'on fait attention au peu de précision, dont on peut déterminer les moments. Mais ce qui me confirme le plus dans ce sentiment, que les anomalies moyennes de mes tables demandent une diminution, c'est que dans les tables, que Mr. le Monnier a publiées dans ses Institutions d'Astronomie, les anomalies moyennes de la Lune sont de 13' plus petites que les miennes: & comme ces tables sont établies sur un beaucoup plus grand nombre d'observations, il est très naturel, que le lieu de l'apogée y est marqué aussi exactement que dans les miennes. Ainsi je me crois assez autorisé de conseiller à ceux qui voudront se servir de mes tables, de retrancher toujours 7' des anomalies moyennes, qu'ils en auront tirées. Et par une semblable comparai-
son

fon du calcul avec d'autres Eclipses observées exactement, on découvrira les autres corrections, dont mes tables auront encore besoin. C'est donc le premier usage, que l'observation des Eclipses m'a fourni.

XXXVI. L'autre usage, qui paroît très important dans l'Astronomie, c'est la véritable détermination de la parallaxe de la Lune dans les conjonctions & oppositions. La table des parallaxes, que j'ai donnée dans notre Almanac Astronomique pour l'Année 1749. est fondée sur cette formule, qui nommant v l'anomalie excentrique de la Lune, exprime la parallaxe horizontale de la Lune pour les conjonctions $= 3432'' - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$; & partant au tems de notre Eclipe du Soleil, la parallaxe de la Lune aura été suivant cette formule $= 3432'' - 211'' = 3221''$. Or ayant trouvé que cette

parallaxe doit être diminuée de $\frac{x}{50} = \frac{1049}{50000}$; la véritable parallaxe

horizontale n'a été que $3221'' - 67'' = 3154'' = 52', 34''$. Donc puisque les coefficients 222 & 8, comme fondés dans la théorie, ne souffrent aucun changement, il faut diminuer le seul premier terme 3432 de $67''$. Mais comme dans tout le calcul je n'ai pas fait attention à la parallaxe du Soleil, la parallaxe que j'ai attribuée à la Lune, sera la différence entre les parallaxes de la Lune & du Soleil. Donc la parallaxe horizontale de la Lune, moins celle du Soleil, sera $= 3221'' - 67''$, & puisque la parallaxe du Soleil est $= 12''$, la parallaxe horizontale de la Lune a été $= 3221 - 67 + 12$.

Par conséquent le nombre 3432 ne doit être diminué que de $55''$, de sorte que dans les conjonctions la parallaxe horizontale de la

Lune sera $\underline{\hspace{2cm}} = 3377'' - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$
 & pour les oppositions $\underline{\hspace{2cm}} = 3380 - 222 \cos v + 8 \cos 2 v$

Donc si la Lune est dans son apogée

la parallaxe horizontale sera — Mais la Lune étant dans son perigée la parallaxe horizontale sera — Donc la moyenne sera —	dans les δ dans les δ 52', 43'' 52', 46'' 60, 7 60, 10 56, 25 56, 28 XXXVII.
--	---

XXXVII. Je remarque premièrement que cette quantité de la parallaxe est fort bien d'accord avec la theorie, laquelle donne pour la moyenne distance de la Lune à la Terre 61, 0837 demi-diametres de la Terre, à laquelle répond une parallaxe de $56', 17'' = 3377''$ tout comme je viens de trouver pour les conjonctions. Cependant supposant la distance moyenne $= 100000$, & l'anomalie excentrique de la Lune $= v$, la distance vraie au Soleil dans les conjonctions se trouve par la theorie $= 99332 + 6428 \cos v - 22 \cos 2v$, d'où il s'ensuit, que lorsque la Lune se trouve dans son apogée, la parallaxe sera $= 53', 13''$ & dans son perigée $= 60', 36''$, l'une & l'autre étant de $30''$ encore plus grande, que je viens de conclure de l'observation de l'Éclipse du Soleil. Mais il faut remarquer que dans la theorie j'ai supposé, que la gravité de la Lune est à la gravité réelle sur la surface de la Terre dans nos contrées, où on a fait des expériences sur les pendules, en raison doublée du rayon de la Terre à la distance de la Lune. Or nous savons que chez nous, nous ne sentons pas toute la force de la gravité, celle-cy étant déjà diminuée de la force centrifuge de la Terre, qui ne s'étend pas jusqu'à la Lune. Donc la véritable gravité chez nous étant plus grande que je n'ai supposé, la gravité de la Lune le sera aussi, & partant pour que la Lune fasse ses revolutions dans le même tems, il faut qu'elle soit plus éloignée de la Terre; par cette raison donc la parallaxe sera encore diminuée. Il est bien vrai, que cette diminution ne montera qu'à $5''$ environ: mais aussi ne prétens-je point que la détermination, que j'ai tirée de la theorie, soit juste à quelque secondes près.

XXXVIII. Il s'enfuivroit donc, que la parallaxe horizontale que j'ai concluë de l'observation de l'Éclipse, seroit trop petite seulement de $25''$. Mais si nous augmentions cette parallaxe, le centre de la Lune tomberoit trop vers le Sud, & les phases de l'Éclipse auroient dû être tout à fait différentes de celles qui ont été observées, à moins que nous ne supposions, que la latitude de la Lune ait été un peu plus grande que le calcul ne l'a donnée. Or si la parallaxe horizontale étoit de $25''$ plus grande, la parallaxe à la hauteur de la Lune au tems de l'observation deviendroit trop grande de $12''$,
 & par-

& partant on devoit changer les tables, enforte que pour ce tems la latitude fût augmentée de 12'', par conféquent il faudroit d'un coté augmenter l'inclinaifon de l'orbite lunaire, & d'un autre coté avancer la longitude du noeud. On voit bien qu'on devoit trop changer l'inclinaifon pour obtenir une augmentation de 12'' dans la latitude, à caufe de la petiteffe de l'argument de la latitude. Mais on n'aura qu'à avancer le noeud de 2', 12'' pour rendre la latitude de 12'' plus grande. Donc fupposant la formule pour la parallaxe horizontale $3402'' - 222 \cos v + 8 \cos 2v$ dans les conjonctions & $3405'' - 222 \cos v + 8 \cos 2v$ dans les oppositions, on fera obligé d'ajouter à la longitude du noeud, que mes tables donnent, 2', 12'' : & fi l'on vouloit augmenter la longitude du noeud de 3', pour rendre mes tables d'accord avec celles de Mr. le Monnier par rapport à la longitude du noeud; les formules pour la parallaxe

horizontale feroient $\left. \begin{array}{l} \delta \ 3411 \\ \rho \ 3414 \end{array} \right\} - 222 \cos v + 8 \cos 2v :$

mais alors il faudroit dire, que la Lune etoit moins éloignée de la Terre, que la theorie ne l'exige.

XXXIX. Ces corrections me paroiffent d'autant mieux fondées qu'elles approchent d'avantage mes tables de celles de Mr. le Monnier. Car fi j'ajoute constamment 2', 20'' à la longitude moyenne du noeud de mes tables, elle ne differera plus que de 40'' de celle de Mr. le Monnier: car la longitude moyenne etant augmentée de 2', 20'' produira dans la longitude vraie une augmentation de 2', 12'', comme j'ai trouvé. De plus pour les conjonctions on aura la plus petite parallaxe de $3188 = 53', 8''$ & la plus grande de $3632 = 60', 32''$, & dans les oppositions ces parallaxes feront plus grandes de 3''. Or Mr. le Monnier fuppose la plus grande parallaxe de la Lune $61', 8''$ & la plus petite $53', 29''$, lesquelles, à ce qu'il dit, paroiffent confirmées par les grandes latitudes Australes & Boreales de la Lune, qui ont été obfervées très foigneufement en France. Il est vrai que la difference est encore affés remarquable, quoiqu'elle ne foit pas fi grande, que par rapport aux autres tables: cependant j'ai



la theorie de mon coté; & si l'on vouloit soutenir que la theorie pourroit etre assujettie à quelque aberration, comme cela arrive effectivement dans le mouvement de l'apogée, je pourrai en m'éloignant un peu de la theorie, approcher mes tables de celles de Mr. le Monnier, tant par rapport à la longitude du nœud, qu'à la parallaxe même. Car si j'ajoute à la longitude moyenne du nœud 3', pour les rendre tout à fait d'accord avec celles de Mr. le Monnier, j'aurai pour la parallaxe horizontale

dans les conjonctions	—	3410 — 222	$\cos v + 8 \cos 2 v$
dans les oppositions	—	3413 — 222	$\cos v + 8 \cos 2 v$
d'où résulte la plus petite	=		53', 18" δ & 53, 21 δ
& la plus grande	=		60, 40 δ & 60, 43 δ

& prenant les milieux de ces de Mr. le Monnier, la difference ne sera plus remarquable. Mais on pourra décider, laquelle de ces hypotheses conviendra mieux avec la verité, si l'on fera le même examen sur une Eclipse du Soleil, qui sera arrivée apres le nœud ascendant.

XL. Or ayant diminué si considérablement la parallaxe horizontale de la Lune, on comprendra aisément, que dans les Eclipses de la Lune le demi-diametre de l'ombre, qu'on trouve en retranchant le demi-diametre du Soleil de la somme des parallaxes de la Lune & du Soleil, sera trop petit. En effet Mr. Casini, quoiqu'il suppose la parallaxe de la Lune d'une minute plus grande, que je viens de la déterminer, veut qu'on ajoute encore 20'' au demi-diametre de l'ombre; trouvé par la regle mentionnée, au lieu que ceux qui supposent les parallaxes plus grandes, n'y ajoutent rien. Donc puisque la vraie parallaxe est environ d'1', 20'' plus petite, que celle de Mr. Casini, pour obtenir le même demi-diametre de l'ombre, que lui, on sera obligé d'ajouter 1', 40'' au demi-diametre trouvé par la regle. Mr. le Monnier, qui se sert des parallaxes autant diminuées n'y ajoute qu'1': mais il semble que cette augmentation n'est pas assez certaine dans sa nature. Car comme c'est l'Atmosphere de la Terre, qui en est la cause, puisqu'elle doit paroître dans une si grande



grande distance presque comme un corps opaque, les changemens, auxquels cette Atmosphere est continuellement assujettie, ne manqueront pas d'augmenter l'ombre dans un tems beaucoup plus que dans un autre. Cependant si le demi-diametre de l'ombre, étant $= 45'$, requiert une augmentation de $1'$, on en conclurra, que notre Atmosphere, entant qu'elle paroît dans la Lune sous la forme d'un corps opaque, s'étend à une hauteur de 19 milles d'Allemagne, d'où l'on comprendra aisément que le défaut de transparence à une si grande hauteur doit être extrêmement variable.

XLI. Voici donc plusieurs avantages, que l'examen de la dernière Eclipsé du Soleil m'a fournis, & qui me paroissent de la plus grande importance par rapport aux tables des vrais moments des pleines & nouvelles Lunes, que j'ai inferés dans l'Almanac Astronomique de l'Academie. Le premier avantage consiste dans la correction de l'anomalie moyenne de la Lune, & il est déjà très probable qu'on doit toujours soustraire $7'$ de l'anomalie moyenne, qu'on aura trouvée par ces tables. En second lieu, la détermination de la place du nœud de la Lune doit porter ces tables à une plus grande précision, & pour cet effet on n'aura qu'à se souvenir, qu'il faut toujours ajouter $2'$, $20''$ à la longitude moyenne du nœud, trouvée par mes tables. Enfin on doit diminuer de $30''$ les parallaxes de la Lune qu'on aura tirées de ces tables, si l'on veut suivre la theorie. Ou bien, si l'on aime mieux de préférer la détermination des parallaxes, que Mr. le Monnier a données, on n'aura qu'à ajouter constamment $3'$ à la longitude moyenne du nœud de mes tables, & de n'en diminuer les parallaxes que de $22''$. L'une & l'autre de ces deux dernières corrections est également d'accord avec l'observation de l'Eclipsé du Soleil de cette année. D'autres Eclipsés du Soleil calculées suivant cette methode, serviront à nous faire connoître les autres corrections, dont mes tables auront besoin.

