)o(

Cap. VII.

DE ACTIONE REMORVM.

§. 552.

In libro ſuperiori, atque etiam in huius praecedentibus capitibus ſatis ſuperque oſtendimus, quantum effectum datae vires nauem ſollicitantes tam ratione motus progreſſiui, quam rotatorii circa axem ſiue horizontalem ſiue verticalem per centrum grauitatis ductum producere debeant. Vires autem naui immediate applicatas eſſe aſſumſimus, ita vt ex earum magnitudine et directione effectus, quem in naui producunt, determinari queat. Quanquam vero remi in ipſis nauibus applicantur, tamen quanta vis ex eorum agitatione reſultet ad nauem propellendam, minime liquet; neque enim vis remigum, neque ea vis, quam hypomochlium ſuſtinet, ad nauem propellendam tantummodo impenditur. Quo igitur veram vim, quae ex remigatione oritur ad nauem mouendam, inueſtigemus, a caſibus ſimplicioribus ordiri debemus, qui tandem ad caſum remigationis ſatis complicatum manuducant.

§. 553. Praecipua vis remorum autem a reſiſtentia aquae, quam, dum agitantur, ſentiunt, proficiſcitur; ſi enim aqua ipſorum motui non reluctaretur, vel ſi remi in aere agitarentur, tum perſpicuum eſt nullam vel inſenſibilem vim eſſe orituram ad nauem propellendam. Sin autem aqua maius obſtaculum agitationi remorum offerret, nullum eſt dubium, quin nauis celerius propellatur. Caſus iſte poſterior locum habet, ſi remi non aquae ſed obſtaculo inuincibili innitantur, veluti ripae, vel fundo

maris

maris ſeu fluuii, vbi experientia teſtatur hoc modo naues citius moueri, quam ſi remi per aquam ſtringantur. Quocirca antequam effectum remorum contra obſtaculum mobile cuius modi eſt aqua, definiamus, conueniet in effectum inquirere, quem remi contra obicem immobilem innitentes producere valeant; hoc enim modo nauem movendi, quoties occaſio permittit, nautae vtuntur, ex quo per ſe etiam euolui meretur.

§. 554. Ponamus igitur in ripa vel fundo maris fixum eſſe palum PQ, cui vel funes alligando vel perticas vncosue applicando naues ad motum cieri queant. Si ſcilicet funis SR palo ſit alligatus, isque in R ab hominibus in naui trahatur, nauis vtique ad palum accedet in directione AS. Idem accidet ſi pertica vnco inſtructa palo infigatur, ſimilique vi in directione AR trahatur; ſubit enim pertica hoc caſu vicem funis, atque vſurpatur, cum nauis iam tam prope ad palum acceſſerit, vt vnco apprehendi queat, funium autem vſus ad longiora interualla extenditur, quos lintris ope praemitti paloque alligari vel etiam ancora firmari oportet: hocque modo naues in portubus, fluuiis, et vbicunque occaſio poſtulat, hominum viribus protrahi ſolent. Homines ſcilicet funem apprehenſum omni qua valent vi verſus puppim B ducunt, ſicque nauem ad palum PQ admouent, hac ergo operatione curſus a prora ad puppim toties eſt repetendus, quoad nauis ad locum PQ fuerit perducta.

§. 555. Ad effectum iſtius hominum vis, qua funem SAR verſus puppim protrahunt, inueſtigandum, probe notari oportet, vim hominum trahentium eſſe maiorem, ſi homines quieſcunt, quam ſi progrediuntur; hoc

enim posteriori casu portio illius vis, quam homines impendunt, in ipsorum cursu consumitur. Homo namque progredi vel currere nequit, quin ad hoc vim insumat, et si tanta celeritate, qua potest, currit, nullam omnino vim ad quicquam trahendum vel trudendum impendere potest. Ponamus maximam celeritatem, quam homo libere currens sustinere potest, debitam esse altitudini α, qua si currat nullam vim in tractionem vel trusionem impendere queat. Sit autem vis, qua quiescens trahere valet, aequalis ponderi p; veri simile est eundem hominem celeritate altitudini v debita progredientem trahere posse $vi = p(1-\frac{v}{\alpha})$: haec saltem hypothesis a veritate tam parum aberrabit, vt error nullius in praxi sit momenti.

§. 556. Cum homo interuallo vnius horae circiter milliare germanicum vnum currens absoluere queat, habebit hoc cursu celeritatem, quanta lapsu grauis ex vno pede Rhenano acquiritur; ita vt futurum sit $\alpha = 1$ pedi. Homo porro quiescens trahendo horizontaliter ingens pondus sustinere potest: quoniam vero in opere continuo indesinenter eandem vim exerere debet, loco vis p non nimis magnum pondus assumere licet; ad summum ergo pro p pondus 50 librarum accipiemus, quod autem iam nimis est magnum, si homo laborem continuo perpeti debeat, conueniet ergo, si opus sine interruptione durare debeat, pro p non maius pondus quam 30 vel 40 librarum substitui: quo in negotio autem diligenter perpendendum est, vtrum homines sint robusti, ac labori adsueti, an debiles. Interim perpetuo tutius est vires hominum nimis paruas existimare.

§. 557.

§ 557. His de viribus hominum aestimandis propositis, ponamus in naui ACDB funem SAR in S fixum a ψ hominibus protrahi, quorum singuli quiescentes horizontaliter trahendo pondus p sustinere valeant. Principio igitur quo omnes trahere incipiunt eorum vis aequiualebit ponderi ψp. Ponamus autem nauem iam esse motum aequabilem consecutam, cuius celeritas debita sit altitudini v; eadem ergo celeritate operarii versus puppim migrabunt, eritque adeo ipsorum vis ad nauem protrahendam non amplius ψp sed $\psi p(1-\frac{v}{\alpha})$; huic igitur vi aequalis erit resistentia quam nauis in isto motu offendit: quae cum sit quadrato celeritatis hoc est ipsi altitudini v proportionalis, ponatur ea $= Rv$, eritque itaque $Rv = \psi p - \frac{\psi p v}{\alpha}$, vnde nascitur $v = \frac{\alpha\psi p}{R\alpha + \psi p}$, quae est altitudo debita celeritati, qua nauis a ψ hominibus tracta promovetur.

§. 558. Ponamus nauem tantam sufferre resistentiam, quantam pateretur superficies plana hh in aqua directe promota; eritque Rv aequale ponderi voluminis aquae hhv, atque si pondus nauis ponatur $= M$ et volumen carinae $= V$, erit vis resistentia $Rv = \frac{Mhhv}{V}$, ideoque $R = \frac{Mhh}{V}$. Hoc valore substituto inuenietur $v = \frac{V\alpha\psi p}{Mhh\alpha + V\psi p}$; cuius radix quadrata exhibebit celeritatem qua nauis progreditur. Cum α sit altitudo vnius pedis, altitudo v in pedibus exprimatur; eritque $250\sqrt{1000v}$ spatium, quod nauis vno minuto secundo conficiet in partibus millesimis pedis expressum. Vno minuto primo ergo nauis conficiet spatium $15\sqrt{1000v}$ pedum Rhenanorum. Per milliare ergo germanicum quod continet 24000 pedes nauis protrahetur tempore $\frac{1600}{\sqrt{1000v}}$ minutorum primorum.

§. 559. Vt hunc motum exemplo illustremus sit pondus nauis $M = 640000$ librarum erit $V = 10000$ pedum cubicorum. Sumatur $bb = 100$ pedum quadratorum, positisque $\alpha = 1$ pedi, et $p = 40$ librarum, fiet $v = \frac{\psi}{160+\psi}$ pedum, atque nauis vno minuto primo trahetur per spatium $15\sqrt{\frac{1000\psi}{160+\psi}}$ pedum. Sit numerus hominum trahentium $\psi = 10$, atque nauis vno minuto primo protrahetur per spatium $= 15\sqrt{\frac{1000}{17}} = 115$ ped. proxime. Decem igitur homines impendent tres horas cum semisse ad nauem per spatium vnius milliaris germanici protrahendam. Quadraginta autem homines eandem nauem vno minuto secundo protrahent per spatium $= 15\sqrt{200}$ pedum, 212 pedum, et vnum milliare germanicum conficient tempore vnuis horae cum 53 minutis.

§. 560. Ex hoc exemplo apparet, in nauibus grandioribus fore $\frac{Mbb\alpha}{Vp}$ numerum admodum magnum, quodsi ergo numerus hominum trahentium ψ respectu huius numeri sit valde paruus, tum proxime erit $v = \frac{V\psi p}{Mbb}$. Celeritas ergo nauis, si numerus operariorum ψ fuerit valde paruus respectu numeri $\frac{Mbb\alpha}{Vp}$, tenebit rationem subduplicatam numeri operariorum, ita vt quadruplo plures operarii nauem tantum duplo celerius promouere valeant. Quodsi autem numerus operariorum ψ propius ad numerum $\frac{Mbb\alpha}{V}$ accedat, vel ipsum etiam superet, tum in minori proportione celeritas nauis augebitur quam duplicata operariorum. Si enim numerus operariorum in infinitum vsque augeatur, fiet tantum $v = \alpha$ seu vnius pedis, atque nauis aeque celeriter progredietur, ac homo vacuus nihil gerens migrare valet. Perspicuum enim est nauti maiorem celeritatem a hominibus trahenti-

bus

bus induci non posse, quam est ea, qua nullum onus vrgentes liberi ambulare valent.

§. 561. Haec ita se habent, si operarii funem SR simpliciter nuda manu prehendentes protrahant; verum quandoque ad hoc opus machinis vtuntur, quibus quantum proficiatur, inquiramus. Ponamus igitur in naui constitutum esse axem in peritrochio mobilem circa axem C, quo circumacto funis S*a* circa cylindrum *a*C convoluatur, nauisque versus S propellatur. Vires autem hominum applicentur axi in data distantia AC, dum machinam circa axem horizontalem C mobilem ope alius funis AR quem trahunt, circumagunt. Vel quod perinde est, si axis machinae C verticaliter fuerit constitutus, eiusmodi machina in grandioribus nauibus vsurpari solet ad ancoras eleuandas, nauem mouebunt, dum machinam ope vectium CA in A prehensorum in gyrum agunt. Vterque enim modus eodem redit, quoniam operarii celeritatem vectis in A sequi, ac proinde eadem celeritate ambulare debent. Tab. VII. fig. 4.

§. 562. Si igitur, cum nauis iam ope huius machinae aψ operariis agitatae motum aequabilem in directione *a*S fuerit nacta, celeritas nauis ponatur debita altitudini v, erit vti vidimus resistentia aquae superanda $= \frac{Mbbv}{V}$, tanta igitur vi funem S*a* tendi oportet, quare si ratio radiorum AC : *a*C ponatur $= m:n$, vis funem AR trahens debebit esse $= \frac{Mnbbv}{Vm}$; et quoniam punctum *a* circumuoluitur celeritate, nauis celeritati aequali $\sqrt{v}$, celeritas puncti A, qua operarii incedere debent erit $= \frac{m\sqrt{v}}{n}$, seu celeritas operariorum debita erit altitudini $\frac{mmv}{nn}$. Hinc eorum

rum vis erit $= \psi p(1 - \frac{mmv}{nn\alpha})$ quae id circo aequalis esse debet vi $\frac{Mnbbv}{Vm}$, quae ad tensionem funis AR requiritur. Ex quo habebitur aequatio $\frac{Mnbbv}{Vm} = \psi p - \frac{mm\psi pv}{nn\alpha}$, quae praebebit $v = \frac{Vmnn\alpha\psi p}{Mn^3\alpha bb + Vm^3\psi p}$.

§. 563. Ex hac expressione intelligitur rationem inter $m:n$ nimis magnam aeque esse damnosam celeri navis promotioni, ac rationem nimis paruam; siue enim sit $\frac{m}{n} = 0$, siui $\frac{m}{n} = \infty$, vtroque casu celeritas nauis euanescit. Ex quo perspicuum est dari rationem inter m et n finitam, quae naui maximam celeritatem inducat. Ad eam inueniendam ponamus $\frac{m}{n} = z$, atque oportebit hanc expressionem $\frac{V\alpha\psi pz}{M\alpha bb + V\psi pz^3}$ maximam fieri, id quod euenit, si sumatur $z^3 = \frac{M\alpha bb}{2V\psi p}$ siue $\frac{m}{n} = \sqrt[3]{\frac{M\alpha bb}{2V\psi p}}$. Qui valor in expressione ipsius v substitutus dat $v = \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{4V^2\alpha\psi^2p^2}{M^2b^4}}$, vnde erit celeritas ipsa $\sqrt{v} = \sqrt[3]{\frac{2V\psi p\sqrt{\alpha}}{3Mbb\sqrt{3}}}$, ex qua formula spatium, per quod nauis dato tempore protrahetur, assignari potest.

§. 564. Si volumen V in pedibus cubicis exprimatur erit $M = 64$ V librarum: vnde prodit $v = \frac{mnn\alpha\psi p}{64n^3abb + m^3\psi p}$. Sumatur pro p pondus 32 librarum, et cum sit α vnius pedis, exprimatur superficies bb in pedibus quadratis, eritque $v = \frac{mnn\psi}{2n^3mbb + m^3\psi}$ pedum. Quamobrem nauis vno minuto primo protrahetur per spatium $15\sqrt{\frac{1000mnn\psi}{2n^3bb + m^3\psi}}$ pedum; in qua expressione tantum tres insunt quantitates a circumstantiis pendentes, nempe numerus hominum ψ; ratio inter radios machinae seu ergatae $AC : aC = m : n$; ac planum bb, quod in aqua, directe motum,

parem

parem cum naui ſuffert celeritatem, Erit ergo hh minor quam ſectio carinae transuerſa, quoniam conuergentia laterum reſiſtentia diminuitur. Satis prope ergo valor hh aeſtimando colligi poterit, qui in noſtra expreſſione ſecundum pedes quadratos determinari debet.

§. 565. Quod ad quantitates ψ et hh attinet, perſpicitur celeritatem nauis ab aucto numero operariorum ψ augeri, contra vero ab aucta reſiſtentia ſeu valore hh diminui. Ratio autem $m : n$ vti vidimns celeritatem aeque augere ac diminuere valet, nauis enim promtiſſime protrahetur, ſi ſtatuatur $\frac{m}{n} = \sqrt[3]{\frac{hh}{\psi}}$, ſubſtitutis valoribus, quos modo aſſumſimus, veritati ſatis conſentaneis. Iſta autem ratione inter m et n obſeruata celeritas nauis debita erit altitudini $\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{\psi\psi}{b^4}}$ ped. atque ipſa celeritas iſta maxima erit $= \sqrt[3]{\frac{\psi}{3hh\sqrt{3}}}$, ſiue nauis hoc modo vnius minuti primi ſpatio promouebitur per $15\sqrt{333}\,\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{\psi\psi}{b^4}}$ pedes ſeu per $273\,\frac{861}{1000}\sqrt[3]{\frac{\psi}{hh}}$ pedes, ſi quidem ſuperficies hh in pedibus quadratis exprimatur.

§. 566. Cum ſit $\frac{m}{n} = \sqrt[3]{\frac{hh}{\psi}}$, intelligitur ſi numerus hominum operantium ψ aequalis fuerit numero pedum quadratorum in plano hh contentorum, tum ob $\frac{m}{n} = 1$ nauem ſine ergatae miniſterio celerrime protractum iri; hocque caſu operarii cum maximo lucro vires ſuas impendunt, ſi funem Sa immediate prehendant ac protrahant. Reliquis caſibus expediet machina, ſeu ergata vti: Si enim, quod ſemper vſu venire ſolet, numerus hominum ψ minor fuerit quam hh, tum prodit $m > n$, ita

ita vt his casibus ergata commodissime vti liceat; cuius ope promtissimus adeo exeretur effectus, si statuatur CA : Ca = $\sqrt[3]{hh} : \sqrt[3]{\psi}$. Atque si ista dispositio maxime lucrosa obseruetur, erit pro diuerso operariorum numero eandem navem trahentium celeritas naui inducta in ratione subtriplicata numeri operariorum.

§. 567. Si nulla machina adhibeatur seu sit $\frac{m}{n} = 1$, erit $v = \frac{\psi}{2hh+\psi}$, sin autem ergata maxime idonea quam descripsimus vsurpetur, erit $v = \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{\psi\psi}{h^4}}$ quae expressio semper maior est quam illa, nisi sit $\psi = hh$. Illo autem casu nauis vno minuto primo per spatium $15\sqrt{\frac{1000\psi}{2hh+\psi}}$ pedum, hoc vero per spatium $273\frac{861}{1000}\sqrt[3]{\frac{\psi}{hh}}$ pedum promouetur. Vt discrimen clarius percipiatur, ponamus esse $hh = 100$. ped. quadr. atque numerum operariorum $\psi = 10$; nauis igitur sine machina protrahetur per spatium 103. pedum. Sin autem ergata maxime idonea adhibeatur in qua sit CA : Ca = $\sqrt[3]{10} : 1 = 21544 : 10000$, tum nauis vno minuto primo protrahetur per spatium 127. pedum. Ope machinae igitur nauis vno minuto per spatium 24. pedibus maius; et vna hora per spatium 1440. pedibus maius protrahetur quam sine machina, quod discrimen satis est notabile.

Tab. XVII. fig. 3. §. 568. Quae hic de promotione nauis, dum funis SR ab hominibus in R versus puppim B protrahitur, dicta sunt, eadem quoque valent, si loco funis pertica vnco instructa adhibeatur; dum enim vnco palo PQ infixo pertica trahitur, nauis pariter ad palum admouebitur, ac si

ſi funis fuiſſet adhibitus. Quodſi autem pertica RS contra palum applicata in directione RS protrudatur, tum nauis a palo remouebitur, idque eadem celeritate ac ſi aequali ope funis ad palum admota eſſet. Cum enim palus omni motui reſiſtat, vis qua pertica in directione RS truditur eundem praeſtabit effectum, ac ſi nauis pari vi in directione SR propelleretur. Atque ſi numerus hominum perticam trudentium ſit $= \psi$, atque hh ſit planum motu directo eandem reſiſtentiam, quam nauis patiens, idque in pedibus quadratis exprimatur, erit celeritas, qua nauis in directione AR a palo remouebitur, debita altitudini $\frac{\psi}{hh+\psi}$ pedum.

§. 569. Quando nautae ad fundum aquae pertingere poſſunt, perticam RS ipſi in S oblique infigunt, et contra R huic perticae innitendo nauem in directione ba promouent. Quanta enim vi homo in naui conſtitutus perticae RS incumbit, eamque contra fundum S vrget, tanta vi ipſe homo in directione Rr repellitur. Quatenus autem ab hac vi ſurſum in directione Rt eleuatur, iſte effectus in ſolum hominem redundat, neque nauis alium effectum hinc ſentit, niſi quod eius pondus ea hominis parte, quam pertica ſuſtinet, minuatur. Altera autem vis in directione horizontali Ru tota ad nauem propellendam impenditur, ſiquidem homo contra pauimentum nauis innitendo pedibus hanc vim in nauem transferat. Ad hanc vim determinandam ſit vis, qua homo virgae RS incumbit, $=$ ponderi p, atque anguli REa, quo inclinatio perticae ad horizontem indicatur, ſinus ſit $= m$ coſinus $= n$; hinc per reſolutionem fit vis in directione R$t = mp$, qua pondus hominis ipſiusque nauis ſubleuatur, Tab. XVII. fig. 5.

altera autem vis R u qua nauis promouetur erit $=$ np.

§. 570. Vim autem, qua homo perticae in directione RS inniti valet, hoc modo colligere poterimus. Sit pondus hominis proprium $= q$, ac manifestum est, si pertica haberet situm verticalem, tum hominem toto hoc pondere q perticae incumbere posse; perticae ergo inclinatae RS ponderis tantum sui parte mq inniti poterit. At praeter pondus proprium homo pollet vi horizontaliter vel trahendi vel trudendi, quae, si sit in quiete, ponatur $= p$, pro quo pondere ante 30 vel 40 libras assumsimus, sin autem progrediatur celeritate altitudini v debita, erit ea vis $= p(1-\frac{v}{\alpha})$ denotante $\sqrt{\alpha}$ maximam celeritatem, qua homo vacuus currere valet, vbi α est altitudo vnius circiter pedis. Quoniam vero hac vi in perticam oblique agit, eius portionem $np(1-\frac{v}{\alpha})$ in directione RS impendit. Vtraque ergo vi homo perticam in directione RS vrgebit vi $= mq + np(1-\frac{v}{\alpha})$; ac tanta vi homo in directione Rr vrgebitur, si quidem v sit altitudo debita celeritati, qua homo progreditur.

§ 571. Quia autem homo incumbens perticae RS tanta vi, eadem celeritate, qua nauis progreditur, ambulare debet, ponamus v esse altitudinem celeritati nauis iam acquisitae debitam; qua vniformiter iam procedat; atque superficies nauis tantam patiatur resistentiam, quantam superficies plana hh eadem celeritate directe in aqua mota; erit ergo vis ad nauem promouendam requisita $= \frac{Mhhv}{V}$. Nauis autem in directione horizontali Ru propellitur vi $= mnq + nnp(1-\frac{v}{\alpha})$; ex quo habebitur ista aequatio

quatio $\frac{Mhhv}{V} = mnq + nnp - \frac{nnpv}{\alpha}$; quae ergo dat $v = \frac{V\alpha(mnq+nnp)}{Mhh\alpha + Vnnp}$. Cum α ſit vnius pedis, ſi hh in pedibus quadratis exprimamus, ponamusque $p = 32$ libr. et $q = 128$ libr. (conueniet enim pondera nimis parua accipere) fiet $v = \frac{4mn+nn}{2hh+nn}$ pedibus, atque $15\sqrt{\frac{1000(4mn+nn)}{2hh+nn}}$ dabit numerum pedum vno minuto percurſorum.

§. 572. Si plures homines ſimili modo perticis innitantur tum nauem vtique celerius propellent; ponamus numerum hominum eſſe $= \psi$, atque omnes perticis aequaliter ad horizontem inclinatis incumbere; prodibit celeritas nauis vniformis debita altitudini $v = \frac{(4mn+nn)\psi}{2hh+nn\psi}$ ped. Quoniam maximus valor ipſius nn eſt $= 1$, patet numerum $nn\psi$ ſemper fore valde paruum reſpectu numeri $2hh$; ex quo erit proxime $v = \frac{(4mn+nn)\psi}{2hh}$: ex cuius conſideratione intelligitur, dari certum quendam angulum REa, ſub quo vis hominum maximam celeritatem naui inducat. Fit enim ob $nn + mm = 1$ haec formula $4mn + nn$ maximum ſi ſumatur $\frac{m}{n} = \frac{\sqrt{17}-1}{4}$, quae dat angulum REa $= 37°, 59'$; eritque $m = \frac{\sqrt{17}-1}{\sqrt{(34-2\sqrt{17})}}$ et $n = \frac{4}{\sqrt{(34-2\sqrt{17})}}$; vnde oritur $v = \frac{(\sqrt{17}+1)}{4hh} = 1,2808.\frac{\psi}{hh}$, ita vt hoc modo nauis vno minuto propelli debeat per ſpatium $536,82\sqrt{\frac{\psi}{hh}}$ pedum. Celerius igitur hoc pacto nauis propellitur quam per tractionem funis horizontalis, quippe qua ſub iisdem conditionibus nauis propellitur per ſpatium $335,40\sqrt{\frac{\psi}{hh}}$ pedum.

§. 573. Hactenus autem non attendimus vires hominum verticales et horizontales ita inter ſe comparatas eſſe oportere, vt per eas perticae eadem obliquitas conſerue-

tur; cum enim pertica circa S sit mobilis, nisi virium momenta respectu S se destruant, ipsa pertica circa S mouebitur, quo fieret, vt minor pars ad motum nauis impenderetur. Hancobrem debebit esse $nq = mp$; quoniam igitur q ipsum hominis pondus excedere nequit, quod tantum 128 librarum assumsimus; atque vis horizontalis p vltra 40 aut 50 libras accipi nequit, necesse est vt tam $\frac{mp}{n}$ non excedat q, quam $\frac{nq}{m}$ non excedat p. Scilicet si angulus REa fuerit semirectus et $m = n$, fit $q = p$; hoc ergo casu maior ponderis hominis pars, quam quae aequalis est vi p impendi nequit; eritque adeo tam q quam p tantum 40 circiter librarum. His obseruatis ob $nq = mp$ fiet $mq + np = \frac{p}{n}$; hincque oritur $v = \frac{V\alpha p}{Mbb\alpha + Vnnp}$, ita vt obliquitas perticae motum nauis eatenus tantum acceleret, quatenus in denominatore terminus $Vnnp$ ob $nn < 1$ minor redditur.

Tab. XVII. fig. 3. §. 574. Proficiscitur vtique iste effectus, quo nauis tam ope funis tracti, quam perticae trusae propellitur, a reactione, quae actioni perpetuo est aequalis. Quanta enim vi funis SR in S fixus trahitur, in directione SR, tanta vi ipse funis retrahit in directione RS, hacque vi nauis, quia est mobilis versus palum PQ vrgetur. Similique modo si RS fuerit virga seu pertica rigida, quae in S applicata trudatur secundum directionem RS, tum eadem tanta vi in directione contraria SR repellet, nauemque a palo remouebit. Quantumuis autem hoc principium reactionis sit certum, tamen genuina ac propria vis nauem immediate mouens in actione pedum hominis trahentis seu trudentis, est sita. Dum enim homo manibus

funem

funem in R prehensum versus puppim B trahit, tum pedibus proram versus renititur, quae vis cum immediate naui sit applicata, eam propellit. Manifestum autem est, vtrouis modo actio consideretur, eandem vim resultare nauem mouentem, ita vt alter modus alterum confirmet, atque effectum actionis, quem determinauimus, magis corroboret.

§. 575. Accedamus iam propius ad institutum huius capitis quo actionem remorum in aqua vibratorum inuestigare proposuimus: et ne mobilitas aquae nimiam initio pariat difficultatem, remum ROS non aquae sed obici firmo MN inniti ponamus. Repraesentetur igitur remus linea recta RS quae primum mobilis sit circa punctum fixum S, tum vero etiam hypomochlium O in ora navis sit positum, circa quod, etsi est mobile, ipsa nauis conuerti potest; ita vt primo nauis cum remo motum communem circa S; deinde vero sola nauis motum proprium circa O recipere queat. Trahat remex in R remum in directione RP manibus vi quapiam, atque manifestum est, remigem aequali vi pedibus nauem in directione contraria PR repellere debere. Hoc igitur casu remus in directione RP certa quadam vi ea scilicet quam remex exercet, sollicitabitur. Simul vero nauis in directione contraria PR eadem vi repelletur: quantus igitur effectus ab his duabus viribus ad motum nauis resultet, inuestigari oportet. Tab. XVII. fig. 6.

§. 576. Perspicuum iam primum est, si nauis cum remo vnum corpus inflexile constitueret, ita vt circa O nullus nauis motus oriri queat, quod euenieret si remi pars OR in naui firmiter affigeretur, hoc casu inquam

perſpicuum eſt, quantacunque vis a remige impendatur, nullum omnino motum oriri poſſe. Alius enim motus tum locum habere nequit praeter rotatorium circa punctum fixum S; at reſpectu huius puncti S momenta duarum illarum virium, inter ſe aequalium et contrariarum, ſe penitus deſtruunt, ita vt ab illis nullus motus circa S oriri queat. Quodſi autem remum tantum loco ſuo fixum ponamus, ita vt alius motus oriri nequeat, niſi rotatorius nauis circa hypomochlium O, tum vis remigis manu remum in directione RP trahentis, ob remum immobilem, nullum omnino effectum producet, vis autem contraria, qua pedibus renititur, nauem circa O ſecundum plagam AEB conuertet, qui motus cognoſcetur ex momento vis PR reſpectu puncti fixi O. Hoc ergo caſu nauis, cuius prora in A, regredietur potius quam progredietur.

§. 577. Dum autem hoc caſu nauis circa punctum fixum O conuertitur in plagam AEO, neceſſe eſt vt punctum O vim ſuſtineat, qnae id prorſum trudere conetur, vti euenit in omni motu rotatorio circa axem fixum. Hancobrem ſi remo mobilitas circa S iterum concedatur, ita vt punctum O fiat mobile, tum illa vis effectum ſuum actu exeret, punctumque O vna cum naui circa S in directione RP circumaget. Inducetur ergo hoc pacto naui duplex motus, primum nempe rotatorius circa hypomochium O in plagam AEB; ac deinde inſuper motus circa punctum fixum S in plagam contrariam BEA, quo duplici motu nauis omnino promouebitur. Cum igitur iſte motus ex duplici motu angulari ſit compoſitus, biniquè ſint axes in S et O circa quos motus exiſtere queat, inueſtigatio motus nauis hinc oriundi altioris eſt inda-

indaginis, neque ope principiorum hactenus ad motum nauium a datis viribus ortum determinandum adhibitorum definiri poterit: ex quo maiori cura huic inquisitioni erit incumbendum.

§. 578. Sit ergo virga rigida RS mobilis circa axem fixum S, quem perpendicularem ad planum figurae concipiamus, cum hac autem virga in O ita connexvm sit corpus AB, vt id circa axem ad planum figurae pariter normalem, qui per O transeat, libere gyrari queat: perspicuum enim est casum nauis, quem finximus, huc redire. Iam antequam vires, quibus corpus actu sollicitatur, atque ad motum incitatur, perpendamus, inquiramus generatim in motum, qui in corpus cadere queat. Ac primo quidem virga RS alium motum praeter angularem circa axem S recipere nequit, perueniat itaque angulo RS*r* confecto in situm S*or*, si igitur corpus AB non esset mobile circa O, motum virgae perfectissime sequi deberet, ita vt totum corpus aequali motu angulari circa axem S feratur: puncta scilicet O, R, V, quae hoc casu aeque ad corpus ac virgam pertinent transferentur in *o*, *r*, *v*, ita vt sit S*o* = SO; S*r* = SR; et et S*v* = SV. Tab. XVIII. fig. 1.

§. 579. Tribuamus nunc corpori AB mobilitatem circa axem O, qui, quia virgae motum necessario sequitur, priori motu translatus est in *o*. Gyretur ergo interea, dum virga RS motu angulari RS*r* in situm proximum RS*r* peruenit, corpus AB angulo quocunque circa axem *o*; ita vt linea *ov*, quatenus ad corpus refertur, confecto angulo *vo*V circa axem *o* perueniat in situm *o*V. Haecque itaque recta *o*V alicubi secabit rectam SR productam

ductam in puncto V, hocque punctum V, quatenus ad corpus AB refertur, situm suum prorsus non mutabit; etsi enim motu angulari circa axem S transfertur in *v*, tamen motu angulari corporis circa axem O iterum in pristinum locum V restituitur. Cum igitur in hoc motu generali, qui omnes motus possibiles in se complectitur punctum corporis V quiescat, punctumque O in *o* transferatur, perspicuum est corporis AB motum eundem omnino fore, ac si corpus circa axem fixum V motu angulari OV*o* ferretur interea, dum virga RS motu angulari RS*r* circa axem fixum S promouetur.

§. 580. Quoniam igitur corpus AB circa axem fixum V motu angulari OV*o* transfertur, videamus quanta vi opus sit ad motum hunc in corpore AB generandum. Dum autem corporis punctum O spatiolum O*o* percurrit, assignari poterit spatiolum, quod quaevis corporis particula interea absoluere debet; atque hinc vis acceleratrix ex eaque porro vis motrix ad quamuis particulam movendam determinatur. Erit scilicet vis acceleratrix cuiusvis particulae proportionalis spatiolo percurrendo seu ipsi distantiae ab axe V, eiusque directio normalis erit ad hanc distantiam. Vis acceleratrix autem in massam cuiusque particulae ducta dabit vim motricem. Quodsi ergo singulae istae vires colligantur resultabit vis ipsis omnibus aequiualens, cuius tam quantitas quam directio debet determinari; quae inuestigatio etsi ex principiis staticis potest expediri, tamen ea succinctius absoluetur ex iis, quae supra de motu angulari cuiusuis corporis circa axem fixum tradidimus.

§. 581

§. 581. Quod primum ad directionem istius vis ad motum angularem circa axem fixum V producendum requisitae attinet, ea perpetuo eadem deprehenditur, siue motus sit incitatior siue remissior. Ad eam definiendam considerari debet corporis centrum grauitatis, quod sit in G, ex quo ad axem V ducatur normalis GV, eritque directio illius vis quaesita normalis ad hanc rectam VG productam. Sit massa seu pondus totius corporis AB = M, eiusque momentum inertiae respectu axis per centrum grauitatis G ducti = M*bb*: quo cognito sumatur in VG producta $GT = \frac{bb}{VG}$; eritque T punctum applicationis vis illius quaesitae; ideoque si ducatur TQ normalis ad VT, erit TQ directio vis, quae in corpore AB motum angularem circa axem V producere valet. Quantitas autem huius vis ex effectu debet colligi, qui cum sit etiamnunc incognitus, ponamus vim istam in directione TQ sollicitantem = Q.

§. 582. Cum autem quantitas huius motus angularis a viribus, quibus corpus actu sollicitatur pendeat, necesse est, vt vis ista Q in directione TQ sollicitans aequiualeat viribus corpus actu sollicitantibus; Quamobrem si loco huius vis Q corpori applicata concipiatur vis aequalis at in contrariam plagam sollicitans, ista vis cum viribus corpus actu sollicitantibus in aequilibrio consistet, seu corpus in perfecta quiete conseruabit; vnde tam quantitas huius vis Q, quam positio axis V, a qua punctum T pendet, determinabitur. Assumo hic autem virgam RS inertiae expertem, ita vt ad eam circa axem S mouendam nulla vi opus sit: si enim inertia remi RS quoque in computum duci debeat, quod deinceps faciemus, etiam vis ad eum

eum in ſitum Sr promouendum requiſita conſiderari debet, cuius opoſita ſimul cum ea, quae vi Q opponitur effectum virium actu ſollicitantium deſtruet.

§. 583. Quoniam igitur duplex motus rotatorius poſſibilis eſt, nempe circa axes S et O, neceſſe eſt vt momenta virium actu ſollicitantium reſpectu horum axium aequalia ſint momentis ex vi $TQ = Q$ oriundis reſpectu eorundem axium. At vis $TQ = Q$ momentum reſpectu axis O eſt $= Q . OQ . \sin. A . OQT = \frac{Q . OQ . HV}{GV}$; atque momentum reſpectu axis S eſt $= Q . QS . \sin. A . TQS = \frac{Q . QS . HV}{GV}$. Illud momentum ergo tendet ad corpus AB circa axem O in ſenſum AVB conuertendum, hoc vero momentum impendetur ad corpus cum remo circa S in ſenſum Vv rotandum. Vterque autem effectus reducitur ad rotationem corporis circa axem imaginarium V: atque cognita vi Q et puncto V, motus corporis perinde ex regulis datis definietur, ac ſi axis V eſſet fixus. Etſi enim hic axis reuera non eſt fixus, tamen vis Q corpus ita movebit, vt punctum V in quiete perſeueret. Ideoque corpus ab hac vi pari modo mouebitur, quo moueretur, ſi omnino eſſet liberum.

§. 584. Sit iam vis, quam remex exercet ad remum RS in directione RP protrahendum $= p$: atque remex vi aequali et contraria nauem AB pedibus ſeu ea corporis parte, qua naui inhaeret, retrourgebit, vi ſcilicet p in directione PR. Harum virium poſterior tantum impendetur ad nauem circa axem O rotandam; pro axe autem S ambae ſimul effectum ſuum exerent. Cum autem hae duae vires ſint aequales et oppoſitae, ſe mutuo deſtruent, ita vt reſpectu axis S momentum inde oriatur nullum.

nullum. Quamobrem momentum ex vi Q respectu huius axis ortum debet nihilo aequari, vnde fit $\frac{Q.QS.HV}{GV}=0$. Ex vi autem p nauem in directione PR vrgente oritur momentum respectu axis $O=p.RO$ tendens in sensum AVB, vnde ista resultat aequatio $p.RO=\frac{Q.OQ.HV}{GV}$ ex quibus duabus aequationibus tam punctum V quam vis ipsa Q cognoscetur.

§. 585. Ex priori aequatione intelligitur vel Q, vel QS, vel HV esse oportere $=0$, at secunda docet nec Q nec HV nihilo aequales esse posse; eritque igitur $QS=0$; atque recta TQ ad rectam VGT normaliter ducta per ipsum punctum S transibit. Hinc porro erit $OQ=SO$; ideoque $p.RO=\frac{Q.SO.HV}{GV}$. Quia duae habentur incognitae, quantitas vis Q nimirum, et positio puncti V, ponamus $HV=z$; erit $VG=\sqrt{(z^2+GH^2)}$ et $GT=\frac{bb}{\sqrt{(z^2+GH^2)}}$: ergo $VT=\frac{z^2+bb+GH^2}{\sqrt{(zz+GH^2)}}$; hincque $VQ=\frac{zz+bb+GH^2}{z}=VS$ $=z+SH$: ex qua aequatione elicitur $HV=z=\frac{bb+GH^2}{SH}$ indeque $GV=\frac{\sqrt{(b^4+2b^2.GH^2+(GH^2+SH^2)\,GH^2)}}{SH}$. His valoribus inventis vis Q ita definietur vt sit $Q=\frac{p.RO}{SO}.\frac{GV}{HV}$, vnde totus effectus, quem vis remigis producit, absolute potest definiri.

§. 586. Vis remigis ergo eundem in naui producet effectum, ac si, remota axium consideratione, sola nauis sollicitaretur vi $=\frac{p.RO}{SO}.\frac{GV}{HV}$ in directione SL, ita vt producta RS in N angulus LSN aequalis sit angulo HGV. Quare si haec vis SL resoluatur in laterales SM et SN, quarum illa sit ad directionem remi RS normalis, haec vero in directionem remi incidat, fiet vis $SM=\frac{p.RO}{SO}$,

et vis $SN = \frac{p.RO}{SO} \cdot \frac{GH}{HV} = \frac{p.RO}{SO} \cdot \frac{GH.SH}{bb+GH^2}$. Illa iam vis SM est ipsa illa vis, qua remus contra obicem S apprimitur indeque propter reactionem repellitur; quoniam est vis SM ad vim RP vti RO ad SO, vti natura vectis hypomochlio O incumbentis postulat. Altera autem vis SN retrahet nauem versus S; ex quo intelligitur, nisi ea adesset, per vim remigis nauem AB ab obice S retractum iri, vel si remus in S firmiter inhaereat, hypomochlium O de loco suo mutatum iri, nisi punctum remi O nauis sit firmiter affixum.

§. 587. Ponamus autem nunc remum inertia ac pondere praeditum, ita vt is sine detrimento virium circa S moueri nequeat. Sit pondus remi $= K$, eius centrum gravitatis in I, atque momentum inertiae $= Kkk$. Sumatur $IK = \frac{kk}{SI}$, ita vt K sit centrum oscillationis remi axi suspensionis S conueniens; ac requiretur vis quaedam R remo in K normaliter puta in directione KF applicanda, quae in ipso motum angularem circa axem S producat. Momentum ergo huius vis erit $= R.KS$, quod diuisum per momentum inertiae respectu axis S nempe per $K(kk+SI^2)$ dabit vim acceleratricem remi angularem $= \frac{R.KS}{K(kk+SI^2)}$. Vis autem acceleratrix angularis nauis circa axem V erit $= \frac{Q.TV}{M(Cbb+GV^2)}$, quae vires angulares cum sint in ratione angulorum OSo et OVo simul describendorum, seu vt VO ad SO dabunt hanc aequationem $\frac{R.KS.SO}{K(k^2+SI^2)} = \frac{Q.TV.VO}{M(b^2+GV^2)}$ siue $\frac{R.SO}{K.SI} = \frac{Q.VO}{M.GV}$ ob $IK = \frac{kk}{SI}$ et $ST = \frac{bb}{GV}$.

§. 588. Quoniam ex hac vi remo applicata nullum nascitur momentum ad axem O relatum; manebit superior aequatio pro isto axe quae erat $p.RO = \frac{Q.OQ.HV}{GV}$.

At

At respectu axis S, pro quo a vi remigis nullum momentum resultat, momenta virium assumtarum Q et R se mutuo destruere debent, quae cum in figura ad eandem partem vergant, erit $R.KS + \frac{Q.QS.HV}{GV} = 0$. Cum autem in aequatione paragraphi praeced: sit $Q : R = \frac{SO}{K.SI} : \frac{VO}{M.GV}$ erit $\frac{KS.VO}{M.GV} + \frac{QS.SO.HV}{K.SI.GV} = 0$, seu $K.SI.KS.VO - M.QS.SO.HV = 0$. Sit vt ante $HV = z$; erit $VO = z + HO$; $VQ = \frac{zz + bb + GH^2}{z}$; et $QS = z + SH - VQ = \frac{z.SH - bb - GH^2}{z}$ quibus substitutis emergit ista aequatio $K.SI.KS(z + HO) + M.SO(z.SH - bb - GH^2) = 0$, quae praebet $z = HV = \frac{M.SO(bb + GH^2) - K.SI.KS.HO}{K.SI.KS + M.SO.SH}$; vnde erit $Q : R = \frac{SO}{K.SI} : \frac{z + HO}{M\sqrt{(zz + HG^2)}} = (K.SI.KS + M.SO\ SH)\sqrt{(zz + HG^2)} : K.SI(bb + HG^2 + SH.HO)$.

§. 589. Ex valore ipsius $HV = z$ inuento reperietur $QS = \frac{-K.SI.KS(bb + GH^2 + SH.HO)}{M.SO(bb + GH^2) - K.SI.KS.HO}$; quae expressio, si fuerit affirmatiua, punctum Q citra S cadet, vti figura repraesentat, hincque cognoscitur locus applicationis vis Q navem ad motum sollicitantis. Resoluatur haec vis, vt ante fecimus in laterales, ac prodibit vis $QW = \frac{Q.HV}{GV} = \frac{p.RO}{OQ}$. At est $OQ = OS - SQ = \frac{M.SO^2(bb + GH^2) + K.SI.KS(bb + GH^2 + HO^2)}{M.SO(bb + GH^2) - K.SI.KS.HO}$ vnde vis $QW = \frac{p.M.RO.SO(bb + GH^2) - p.K.RO.SI.KS.HO}{M.SO^2(bb + GH^2) + K.SI.KS(bb + GH^2 + HO^2)}$ et vis $QN = \frac{p.M.RO.SO.GH.SH + p.K.RO.GH.SI.KS}{M.SO^2(bb + GH^2) + K.SI.KS(bb + GH^2 + HO^2)}$.

§. 590. Ex his formulis intelligitur, si pondus remi K valde sit paruum respectu ponderis nauis M, tum terminos, in quibus inest K satis tuto negligi posse: atque etiamsi plures remi adhibeantur, tamen omnium simul sumtorum pondus adeo prae pondere nauis M quasi infinite paruum spectari potest. Hancobrem sine sensibili

errore formulis prius inuentis vti poterimus, nauisque motus is erit, qui producitur a duabus viribus SM et SN in puncto S applicatis, quarum huius directio SN in directionem remi incidit, illius vero ad hanc est normalis, erit autem vis $SM = \frac{p \cdot RO}{SO}$ et vis $SN = \frac{p \cdot RO}{SO} \cdot \frac{GH \cdot SH}{bb + GH^2}$. Quae vires cum in nauem aeque agant, ac si esset libera saltem minimo temporis puncto, duplicem motum in naui generabunt, primo nempe motum progressiuum, quo centrum grauitatis in directione ipsi SL parallela promovetur; ac deinde motum rotatorium circa axem verticalem per centrum grauitatis G transeuntem, quo nauis in sensum AVB conuertetur.

§. 591. Si ex altera nauis parte alius remus similiter contra obicem firmum applicetur, atque aequali vi a remige vrgeatur, manifestum est, nauem in directione spinae BA esse progressuram. Acceleratio enim secundum hanc directionem duplicabitur, verum acceleratio in latera vtrinque destruetur. Sit anguli GYH, quem remus cum spina nauis constituit, sinus $= m$, cosinus $= n$; ex vi $SM = \frac{p \cdot RO}{SO}$ orietur vis nauem in directione spinae GA propellens $= \frac{mp \cdot RO}{SO}$; et vis in directione GE ad spinam normali $= \frac{np \cdot RO}{O}$; praeterea vero inde oritur momentum nauem in sensum AVB conuertens $= \frac{p \cdot RO \cdot SH}{SO}$. Simili modo ex vi $SN = \frac{p \cdot RO}{SO} \cdot \frac{GH \cdot SH}{bb + GH^2}$ prodit vis nauem in directione GA propellens $= \frac{-np \cdot RO}{SO} \cdot \frac{GH \cdot SH}{bb + GH^2}$ in directione GE vis $= \frac{mp \cdot RO}{SO} \cdot \frac{GH \cdot SH}{bb + GH^2}$. Denique indidem nascitur momentum nauem in sensum BVA conuertere conans $= \frac{p \cdot RO \cdot GH}{SO} \cdot \frac{GH \cdot SH}{bb + GH^2}$.

§. 592. Quodsi autem ex altera nauis parte aequalis remus aequaliter contra obicem immobilem fuerit applicatus,

tus, ita vt ambo cum obicibus S firmiter ſint affixi, tum etiam ſuper hypomochliis in O repere omnino nequeant manifeſtum eſt, in naui nullum omnino motum produci poſſe; margines enim nauis vel propius ad ſe inuicem compeli, vel diduci deberent. Quare vt motus exiſtere queat, remos vel in obicibus S non firmiter affixos eſſe opertet, vel ſpatium ipſis eſt concedendum per quod remi ſuper hypomochlia O repere queant. Ad hoc autem vti vidimus impendetur vis illa SN; ita vt haec vis iam non amplius in computum duci debeat. Ex quo a duobus iſtiusmodi remis nauis in directione GA propelletur vi $= \frac{2mp \cdot RO}{SO}$. Vires ad latera autem GE tendentes pariter ac momenta motum rotatorium generantia vtrinque ſe deſtruent.

§ 593. Acquiſierit iam nauis a duobus huiusmodi remis ſollicitata motum in directione ſpinae BA, ſitque eius celeritas debita altitudini v. Progrediatur hac celeritate temporis elemento centrum grauitatis G per ſpatiolum $Gg = dx$; atque interea hypomochlium ſeu punctum remi O transferetur in o, vt ſit $Oo = \frac{GH\,dx}{GY} = m\,dx$; ex quo punctum R circa S conficiet ſpatium $Rr = \frac{m \cdot SR \cdot dx}{OS}$; circa O igitur motu relatiuo in naui abſoluet ſpatiolum $= \frac{m \cdot RO \cdot dx}{SO}$, ideoque circa O angulum $= \frac{m\,dx}{SO}$ abſoluet: quo angulo angulus GYO diminuetur. Cum igitur huius anguli diminuti ſinus ſit $= m + dm$ et coſinus $= n + dn$ fiet $dm = -\frac{mn\,dx}{SO}$ et $dn = \frac{mm\,dx}{SO}$; vnde erit $\frac{dn}{mm} = \frac{dx}{SO} = \frac{dn}{1-nn}$, et integrando $\frac{x}{SO} = \frac{1}{2} l \frac{1+n}{1-n} + C$. erit ergo $\frac{1+n}{1-n} = e^{\frac{2(x-c)}{SO}}$ et $n = \frac{e^{\frac{2(x-c)}{SO}} - 1}{e^{\frac{2(x-c)}{SO}} + 1}$; et

$m =$

$m = \frac{2e^{(x-c):SO}}{e^{2(x-c):SO}+1}$. Motus ergo initio, vbi erat $x = 0$, ſitus remi reſpectu nauis ita erat comparatus vt eſſet $m = \frac{2e^{c:SO}}{1+e^{2c:SO}}$ et $n = \frac{1-e^{2c:SO}}{1+e^{2c:SO}}$.

Tab. XVIII. fig. 2. §. 594. Ponamus nauem AB initio, vbi remi RS et rs agitari coeperunt ſitum tenuiſſe, quem figura repraeſentat; euaneſcente ſpatio x. Sit anguli BYS ſinus $= \mu$ coſinus $= \nu$, fiet $\nu = \frac{1-e^{2c:SO}}{1+e^{2c:SO}}$, hincque $e^{2c:SO} = \frac{1-\nu}{1+\nu} = \frac{\mu\mu}{(1+\nu)^2}$ ita vt ſit $e^{c:SO} = \frac{\mu}{1+\nu}$. Cum igitur prora nauis A abſoluerit ſpatium $AX = x$, poſitio remorum conſtanter ad obices S et s applicatorum reſpectu nauis ita immutabitur vt ſit $m = \frac{2\mu e^{x:SO}}{e^{2x:SO}(1+\nu)+(1-\nu)}$ et $n = \frac{e^{2x.SO}(1-\nu)-(1-\nu)}{e^{2x:SO}(1+\nu)+(1-\nu)}$ vnde quouis loco obliquitas remorum cognoſcitur, donec tandem fiat tanta, vt amplius agere nequeat. Ponamus remos ſub ſimili obliquitate ceſſare, qua coeperant; ceſſabunt ergo ſi fiat $m = \mu$ et $n = -\nu$. Hinc erit $(1-\nu)^2 = e^{2x:SO}(1+\nu)^2$; ideoque $e^{x:SO} = \frac{1-\nu}{1+\nu}$ et $x = SO\, l\frac{1-\nu}{1+\nu}$. Deberet autem vtique eſſe $x = 2\nu.SO$, cuius erroris cauſa in hoc verſatur, quod quantitatem SO tanquam conſtantem aſſumſimus, quae reuera variatur, ſi punctum S maneat fixum.

§. 595. Sit igitur $SO = y$; erit $dy : Oo = YH : GH$ fig. 1. $= n : m$ hincque $dy = n\,dx$. Cum igitur ſit $dm = \frac{-m\,ndx}{SO}$ fig. 2. $= \frac{-m\,dy}{y}$ fiet $m = \frac{C}{y}$. Sit motus initio $SO = a$; fiet $\mu = \frac{C}{a}$, ideoque $C = \mu a$, ita vt prodeat $m = \frac{\mu a}{y}$ et $n = \sqrt{(yy-}$

$\frac{\sqrt{(yy-\mu^2aa)}}{y}$). Habetur ergo $\frac{ydy}{\sqrt{(yy-\mu^2\alpha^2)}}=dx$, et $x=\sqrt{(yy-\mu^2\alpha^2)}C$, + quoniam si $x=0$ fit $y=a$, erit $x=\sqrt{(yy-\mu^2a^2)}+\sqrt{a}$; quia cosinus anguli BYO seu ν est negativus. Quo circa erit $SO=y=\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)}$; hincque $m=\frac{\mu a}{\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)}}$ et $n=\frac{\nu a+x}{\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)}}$. Remus ergo agere cessabit, quando fit $m=\mu$ et $n=-\nu$, hoc est percurso spatio $x=2\nu a$ vti rei natura postulat. Ceterum prior valor $x=al\frac{1-\nu}{1+\nu}$ ab hoc parum differt, si quidem obliquitas remi fuerit valde parua.

§. 596. Cum igitur vis remorum ad nauem mouendam inuenta esset $=\frac{2mp.RO}{SO}$; si ponatur tota remi RS longitudo $RS=c$, erit $RO=c-y=c-\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)}$ ob $SO=\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)}$ durante motu, quoniam remos in S fixos super margine nauis repere assumimus. Hinc erit vis illa $=\frac{2\mu ap(c-\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)})}{aa-2\nu ax+xx}$, si quidem remiges constanter eandem vim p exerant. At quoniam si remus ipse respectu nauis mouetur, remex, nisi se ipsum moueat, remum agitare nequit, minorem vim remex in remum exeret, quam si quiesceret. Cum igitur remi punctum R in naui circa O feratur per spatiolum $=\frac{m.ROdx}{SO}$ dum nauis celeritate $\sqrt{v}$ percurrit spatiolum dx, erit celeritas remigis debita altitudini $=\frac{mm.RO^2.v}{SO^2}=\frac{\mu\mu aav(c-\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)})^2}{(aa-2\nu ax+xx)^2}$.

§. 597. Si ergo p denotet vim remigis quiescentis atque α sit altitudo debita celeritati, qua motus nullam amplius vim exerere potest, vis remigis praesenti statu aestimanda est $=p\left(1-\frac{\mu\mu aav(c-\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)})^2}{\alpha(aa-2\nu ax+xx)^2}\right)$, quae in superiori expressione loco p debet substitui. Offendat iam nauis in motu suo tantam resistentiam, quantam super-

ficies plana $= ff$ aequali celeritate directe mota; erit resistentia $= \frac{Mffv}{V}$; ex his resultabit nauis acceleratio $Mdv = \frac{2\mu apdx(c-\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)})}{aa-2\nu ax+xx} - \frac{2\mu^3 a^3 pvdx(c-\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)})^3}{\alpha(a^2-2\nu ax+xx)^3} - \frac{Mffvdx}{V}$. Quodsi autem variationem partis remi SO tanquam infinite paruam spectemus vt sit $\sqrt{(aa-2\nu ax+xx)} = a$ erit $Mdv = \frac{2\mu pdx(c-a)}{a} - \frac{2\mu^3 pvdx(c-a)^3}{\alpha a^3} - \frac{Mffvdx}{V}$.

§. 598. Quo ista hypothesis, qua longitudinem SO $= a$ constantem assumimus, propius ad veritatem accedat, obliquitatem remi BYS ab angulo recto tam parum discrepantem accipi oportet, vt sit $\mu = 1$. Cui hypothesi satisfit, si remi continuo contra nouos obices immobiles applicentur. Quoniam vero, dum remi ad nouos obices applicantur, non agunt, bina remorum paria considerentur, ita vt dum vnum par nauem propellit, alterum par motum sese ad nouos obices applicandi conficiat. Quatuor itaque huiusmodi remi alternatim agentes nauem non magis sollicitabunt, quam si duo continuo agerent; hincque quatuor remigum hoc pacto nitentium effectus in hoc consistet, vt sit $Mdv = \frac{2bpdx}{a} - \frac{2b^3 pvdx}{\alpha a^3} - \frac{Mffvdx}{V}$ posito breuitatis gratia $RO = c - a = b$, existente $SO = a$. Sic igitur ob vires continuo aequabiliter durantes motus nauis quasi vniformiter continuabitur.

§. 599. Hoc pacto, etiamsi nauis motum a quiete inceperit, mox ad motus vniformitatem perueniet; ita vt fiat $dv = 0$. Erit ergo celeritatis, quae a quatuor istiusmodi remis naui inducetur, altitudo debita $v = \frac{2Va^2 b\alpha p}{2Vb^3 p + Ma^3 ff\alpha}$. Ad quam quantitatem cognoscendam notari oportet esse p circiter 40 libr. sumamus autem tantum $p = 32$ libr. α $=$ vni pedi; et si longitudines in pedibus rhenanis expri-

primantur fore $M = 64$ V librarum: ex quibus fiet $v = \frac{a^2 b}{b^3 + a^3 ff}$ ped. Hinc si a, b, et f, in pedibus rhenanis exprimantur, ex iis quae supra tradita sunt, patet, nauem a quatuor remigibus hoc modo propulsam tempore vnius minuti primi confecturam esse spatium $15 \sqrt{\frac{1000 a^2 b}{b^3 + a^3 ff}}$ pedum.

§. 600. Casus iste, quo remos obicibus immobilibus applicari ponimus, locum obtineret, si aqua remis omnino non cederet, sed, quasi esset conglatiata, vbique obstacula inuincibilia obiiceret; ita tamen vt ipsa nauis in motu suo consuetam resistentiam offendat. Quodsi ergo aqua remis nequicquam cederet, tum quatuor remiges, quorum quisque quiescens vi 32 librarum remum vrgere valeat, nauem tanta celeritate promouebunt, vt vno minuto primo percurrat spatium $15 \sqrt{\frac{1000 a^2 b}{b^3 + a^3 ff}}$ pedum, si quidem remiges per aequalia temporis interualla alternatim remos vrgeant, et nouis obstaculis applicent. Sin autem moram duplo longiorem inter sollicitationes remorum interponant, vti fere in remigatione fieri solet, tum effectus repertus non quatuor sed sex remigibus debebitur. Hincque duodecim remiges vno minuto nauem propellent per spatium $15 \sqrt{\frac{2000 a^2 b}{2b^3 + a^3 ff}}$; et generatim 6ψ remiges per spatium $15 \sqrt{\frac{1000 \psi a^2 b}{b^3 \psi + a^3 ff}}$ pedum.

§. 601. Sit P vis immaterialis, quae nauem directe in directione AX trahendo aeque celeriter promoueat, ac 6ψ remiges, eritque $M dv = P dx - \frac{M ff v dx}{V}$; ideoque motu ad vniformitatem composito $v = \frac{PV}{Mff} = \frac{P}{64 ff}$ ped. si vis P in libris, et superficies ff in pedibus quadratis exprimatur. At a 6ψ remigibus oritur $v = \frac{a^2 b \psi}{b^3 \psi + a^3 ff}$, vn-

de erit $P = \frac{64a^2bff\psi}{b^3\psi + a^3ff}$ librarum. Vnus ergo remex censendus est ad nauis propulsionem conferre vim $= \frac{32a^2bff}{3b^3\psi + 3a^3ff}$ librarum. Quo plures ergo remiges adhibentur eo minor vis a singulis ad nauem propellendam nascitur. Sin autem superficies ff tanta fuerit vt terminus $b^3\psi$ prae a^3ff euanescat, tum vis vnius remigis aestimanda erit $\frac{32b}{3a}$ librarum; alias autem adhuc erit minor.

§. 602. Quod ad celeritatem nauis a 6ψ remigibus ipsi impressam, qua vno minuto primo absoluit spatium $= 15\sqrt{\frac{1000\psi a^2b}{\psi b^3 + a^3ff}}$ pedum; primo apparet celeritatem vtique augeri multiplicato remigum numero; attamen in minore ratione celeritas crescit, quam subduplicata numeri remigum. Deinde quia ff exhibet resistentiam nauis absolutam, perspicuum est celeritatem fere esse in ratione reciproca subduplicata resistentiae, quamdiu terminus ψb^3 valde est paruus respectu termini a^3ff; at nisi hoc fuerit celeritas in minore ratione crescet; ita vt diminutio resistentiae celeritatem in minore quam subduplicata ratione augeat. Tum vero celeritas nauis plurimum pendet a ratione $a : b$ seu SO : RO, neque vero longitudo remi ipsa quicquam ad celeritatem confert; ex quo remos tam breues fieri expedit, quam circumstantiae ceterae permittunt, quo minor virium portio ad ipsos mouendos impendatur.

§. 603. Si ponamus $\frac{SO}{RO} = \frac{a}{b} = z$, erit altitudo celeritati nauis debita $v = \frac{\psi zz}{\psi + ffz^3}$, vnde intelligitur nimis magnum valorem pro z celeritatem aeque diminuere, ac nimis paruum. Dabitur ergo valor definitus pro z substituendus, qui naui maximam celeritatem conciliet; quique continetur in hac aequatione $2\psi = ffz^3$, ita vt sit z

$= \frac{a}{b}$

$= \frac{a}{b} = \frac{SO}{RO} = \sqrt[3]{\frac{2\psi}{ff}}$. Quare ſi haec ratio inter partes remi RO et SO conſtituatur, nauis celerrime promouebitur, atque vno minuto primo conficiet $15\sqrt{\frac{1000aa}{3bb}}$ pedes $=$ $273,86 . \frac{a}{b}$ ped. Quando igitur $2\psi < ff$, tum remi pars SO minor capi debet quam pars RO, ſin $2\psi = ff$ fiet $SO = RO$, atque ſi numerus remigum tantopere augeatur, vt fiat $2\psi > ff$, tum remi pars SO ſuperare debet partem RO quo magis ſcilicet numerus remigum augetur, eo maior ſtatui debet ratio inter SO:RO idque in ratione ſubtriplicata.

§. 604. Cum igitur ſumta $\frac{SO}{RO} = \sqrt[3]{\frac{2\psi}{ff}}$, nauis a 6ψ remigibus celerrime promoueatur et vno minuto primo ſpatium $273,86 . \sqrt[3]{\frac{2\psi}{ff}}$ pedum abſoluat, erit eius celeritas vt $\sqrt[3]{\frac{\psi}{f}}$ hoc eſt celeritas erit in ratione ſubtriplicata directa numeri remigum et ſubtriplicata inuerſa reſiſtentiae abſolutae ff. Quamobrem quo naui eidem duplo maior celeritas imprimatur numerus remigum octuplo maior ſtatui debet, manente eadem reſiſtentia; ſimul vero ratio $\frac{SO}{RO}$ duplo maior eſt capienda. Per diminutionem porro reſiſtentiae celeritas nauis quoque augetur; vt autem ex hoc capite celeritas duplo maior reddatur oporteret reſiſtentiam octuplo fieri minorem; tanta autem diminutio non eſt in noſtra poteſtate. Si profunditas carinae ſit C pedum, latitudo carinae, vti ſupra oſtendimus maior eſſe debet quam 2C; ſit ea vt ſtabilitas reſpectu axis longitudinalis eo maior euadat, $= 3C$, erit ſectio carinae transuerſa maxima circiter $= 2CC$, atque ſi reſiſtentia multum diminuatur, fiet propemodum $ff = CC$.

§. 605. Si igitur $\frac{SO}{RO} = \frac{a}{b}$ eam habeat rationem quam nauis celerrimus motus postulat, ex hac sola ratione celeritas nauis absoluta definietur: percurret enim nauis vno minuto primo 273, 86. $\frac{a}{b}$ pedes; atque vna hora 16431, 6. $\frac{a}{b}$ ped. Quare cum milliare germanicum contineat 23627 ped, seu vt nauis vna hora milliare germanicum absoluere queat, debet esse $\frac{a}{b} = \frac{23627}{16431} = \frac{10}{7}$ proxime. Hinc fiet $\frac{2\psi}{ff} = \frac{1000}{343}$, et $2\psi = \frac{1000}{343} \cdot ff$, hincque numerus remigum ad hoc requisitorum $6\psi = \frac{3000}{343} ff = 8\frac{3}{4} ff$. Quodsi ergo profunditas carinae sit vnius pedis, remiges 9 vna hora milliare germanicum conficient; sin profunditas carinae f sit duorum pedum, remiges 35 requirentur ad vnum milliare vna hora absoluendum. Et, si sit $ff = 16$, vt fere in triremibus euenire solet, remiges 140 valebunt nauem vna hora per milliare germanicum promouere: remiges autem 18 eandem nauem vna hora per semissem vnius milliaris propellent.

§. 606. In instituto igitur nostro hoc iam sumus consecuti, vt motum nauis ab actione remorum oriundum determinare valeamus, si aqua remis obstaculum immobile obiiceret, quod eueniret, si vel aqua vtrinque circa nauem esset congelata, vel series palorum vtrinque firmiter esset constituta, quibus remi applicari queant. Quae hypothesis etsi a veritate abhorret, tamen ad motum nauium a vibratione remorum in aqua ortum determinandum maxime est accommodata atque viam dilucide sternit; dum enim aqua motui remorum cedit, effectum a cessione oriundum facillime cognoscemus, si ante effectum remota penitus cessione inuestigauerimus. Ceterum hypothesis

thesis, quam hactenus tractauimus, etiam in se spectata non omni caret vtilitate; saepenumero enim euenit, vt remos contra obices firmos applicare liceat; hisque ideo casibus quantus naui motus imprimatur, operae pretium erat inuestigare: ne vllus nauium propellendarum modus esset praetermissus.

§. 607 His igitur praeparatis progrediamur ad effectum remorum more solito in aqua vibratorum determinandum, qui etsi in motu naui impresso consumitur, tamen initio nauem a vi quacunque externa in eodem situ firmiter detineri ponamus. Contineatur itaque nauis A B constanter in quiete, ita vt vis a remis orta ipsi nullum motum inducere valeat; sitque COD remus mobilis circa hypomochlium in naui fixum O, qui a remige in naui sedente ac secundum directionem CR ad remum continuo normalem ita vibretur, vt extremitates C et D circa O arcus circulares CR et DS describant. Versetur autem portio quaedam remi DE in aqua, cuius planities in situ verticali contra aquam impellatur atque cum vis aquae normaliter agat ad superficiem remi, erit directo vis aquae a remo exceptae horizontalis, quae vtique ad nauem promouendam maxime est accommodata. Assumimus autem superficiem remi, qua aquam stringit, planam, ita vt per lineam rectam COD repraesentari queat. Tab. XVIII. fig. 3.

§. 608. Perductus sit remus iam in situm ROS, ibique sit eius motus, quo in situm proximum rOs promouetur tantus, vt celeritas puncti R per spatiolum Rr debita sit altitudini u, ex qua cuiusuis remi puncti celeritas cognoscetur. Nempe si dicatur $OS = a$, $OR = b$; et interuallum quodcunque $OX = x$, erit celeritas puncti

S =

$S = \frac{x\sqrt{u}}{b}$, et celeritas puncti $X = \frac{x\sqrt{u}}{b}$. Quo autem investigatio haec latius pateat, atque ad nauem motam facile traduci queat, aquam non quiescentem sed motam ponemus, ita vt in directione HX spinae nauis AB parallela fluat celeritate debita altitudini v; tantam enim celeritatem aqua habere censenda est, si nauis in directione spinae BA progrediatur celeritate altitudini v debita. Quodsi autem aqua euanescente v quiesceret, remi particula $Xx = dx$ contra aquam directe impingeret celeritate $\frac{x\sqrt{u}}{b}$, ex qua vis resistentiae aquae determinari deberet.

§. 609. Quoniam vero aqua ipsa mouetur in directione HX celeritate $\sqrt{v}$, atque remi elementum Xx in directione KN normali ad OX celeritate $\frac{x\sqrt{u}}{b}$, quaeri debet celeritas aquae relatiua, qua in remum impingit. Ad hoc capiatur XM ad XN vt $\sqrt{v}$ ad $\frac{x\sqrt{u}}{b}$, et compleatur parallelogrammum XNLM: cuius diagonalis LX exhibebit tam directionem quam celeritatem, qua aqua in remi particulam Xx irruet. Si enim remus tanquam quiescens consideretur, eiusque motus in aquam transferatur: tum si aqua nullum haberet motum proprium, particula aquae L moueri censenda esset in directione LM normali ad remum, celeritate $\frac{x\sqrt{u}}{b}$, ob motum autem proprium eadem aquae particula L progredietur in directione LN parallela ipsi AB celeritate $\sqrt{v}$. Quare vtroque motu particula L describet diagonalem LX, et remi elementum Xx percutiet secundum hanc directionem celeritate quae erit ad $\sqrt{v}$ vel $\frac{x\sqrt{u}}{b}$ vti est LX ad LN vel LM.

§. 610. Sit anguli BYO quem directio remi RS cum directione spinae nauis AB constituit sinus $= m$,

cosinus

cosinus $= n$ posito sinu toto $= 1$, erit anguli LNX sinus $= n$ cosinus $= m$. Hinc cum sit $NX = \frac{x\sqrt{u}}{b}$ et $NL = \sqrt{v}$ reperietur $LX^2 = v + \frac{xxu}{bb} - \frac{2mx\sqrt{uv}}{b}$, quae exprimet quadratum celeritatis, qua aqua in remi elementum Xx incurrit. Incurrit autem sub angulo LXO, cuius sinus aequatur cosinui anguli LXN. At anguli LXN sinus est $= \frac{n.LN}{LX} = \frac{n\sqrt{v}}{\sqrt{(v - \frac{2m.x\sqrt{uv}}{b} + \frac{xxu}{bb})}}$; eiusque ergo cosinus seu sinus anguli incidentiae $LXO = \frac{\frac{x\sqrt{u}}{b} - m\sqrt{v}}{\sqrt{(v - \frac{2mx\sqrt{uv}}{b} + \frac{xxu}{bb})}}$. Cum igitur vis aquae impellentis est vt quadratum celeritatis, atque vt quadratum sinus anguli incidentiae coniunctim, erit ea vt $(\frac{x\sqrt{u}}{b} - m\sqrt{v})^2$; quae quantitas ducta in remi elementum in quod agit, dabit volumen aquae; cuius pondus aequatur vi aquae impingentis.

§. 611. Ponatur latitudo remi in loco X, qua aquam percutit $= y$, erit elementum remi illam vim sentiens $= ydx$; vnde vis, quam hoc remi elementum ab aqua suffert, aequiualebit ponderi aquae, cuius volumen est $= ydx(\frac{x\sqrt{u}}{b} - m\sqrt{v})^2$. Huiusque vis directio ad remum est normalis. Notari autem oportet, vbique esse debere $\frac{x\sqrt{u}}{b} > m\sqrt{v}$, alioquin enim remus non parte anteriori aquam percuteret, sed aqua in parte postica in ipsum irrueret. Quoniam vero alicubi angulus BYO existit rectus, ideoque $m = 1$, necesse est vt sit $\frac{x\sqrt{u}}{b} > \sqrt{v}$; hincque $x > \frac{b\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$. Initium ergo remi X quo aquae immergi incipit magis ab O remotum esse oportet, quam interuallo $\frac{b\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$; si quidem directio RS sit horizontalis; sin autem RS, vti necessario euenit, ad horizontalem

 sit

ſit inclinata, tum iſte terminus $\frac{b\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$ inſuper in ratione coſinus anguli inclinationis remi ad ſinum totum augeri debet.

Tab. XVIII. fig. 4.

§. 612. Conſideremus remum hoc modo agitatum ſeorſim, ſitque EEFF eius planities verticalis, qua aquam percutit, ponatur $OC = f$; $CD = h$; $EE = g$, $OX = x$, et $YY = y$, erit vis, quam elementum $YyyY$ ab aqua ſuſtinet $= y\,dx\,(\frac{x\sqrt{u}}{b} - m\sqrt{v})^2$, exiſtente $OC = f > \frac{b\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$. Quoniam iam omnium harum virium directiones ſunt inter ſe parallelae, ad planum nempe EF normales, vis ipſis omnibus aequiualens aequabitur ſummae omnium. Ponamus, vt hanc ſummam inuenire queamus, EF eſſe lineas rectas, atque $FF = k$, erit $k - g : h = y - g : x - f$, hincque $y = g + \frac{(k-g)(x-f)}{h} = g - \frac{f(k-g)}{h} + \frac{x(k-g)}{h}$. Quod ductum in $dx\,(\frac{xxu}{bb} - \frac{2mx\sqrt{uv}}{b} + mmv)$ et integratum dabit $\frac{(gh - fk + fg)}{h}(\frac{x^3u}{3bb} - \frac{mxx\sqrt{uv}}{b} + mmvx) + \frac{(k-g)}{h}(\frac{x^4u}{4bb} - \frac{2mx^3\sqrt{uv}}{3b} + \frac{m^2vxx}{2}) - \frac{(gh - fk + fg)}{h}(\frac{f^3u}{3bb} - \frac{mff\sqrt{uv}}{b} + m^2fv) - \frac{(k-g)}{h}(\frac{f^4u}{4bb} - \frac{2mf^3\sqrt{uv}}{3b} + \frac{m^2ffv}{2})$. Ponatur iam $x = f + h$ ac prodibit vis totalis.

§. 613. Ne expreſſio tantopere prolixa prodeat, ponamus $k = g$, ita vt figura remi EEFF ſit parallelogrammum rectangulum, eritque vis a remo excepta $= gh\,((ff + g + \frac{1}{3}hh)\frac{u}{bb} - m\,(2f + h)\frac{\sqrt{vu}}{b} + mmv)$. Quoniam vero neceſſe eſt, vt ſit $f > \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$, ponatur $f = \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}} + i$, atque reperietur vis illa remi $= \frac{ghu}{bb}\,(ii + ih + \frac{1}{3}hh)$. Ad cuius mediam directionem inueniendam, quae ſit in S, quaeratur momentum reſpectu O, quod erit $= \int yx\,dx\,(\frac{xxu}{bb} - \frac{2mx\sqrt{vu}}{b} + mmv)$, cuius integrale ob $y = g$ eſt $= \frac{gx^4u}{4bb} - \frac{2mgx^3\sqrt{vu}}{3b} + \frac{mmgx^2v}{2}$ ac pro toto remo $= gh((f^3 + \frac{3}{2}f^2h + fhh + \frac{1}{4}h^3)\frac{u}{bb} - \frac{2m}{b}(ff + fh + \frac{1}{3}hh)\sqrt{vu} + mmv(f + \frac{1}{2}h))$

$= gh$

$$= gh\left(\left(ii + ih + \tfrac{1}{3}hh\right)\frac{m\sqrt{vu}}{b} + \left(i^3 + \tfrac{3}{3}i^2h + ihh + \tfrac{1}{4}h^3\right)\frac{u}{bb}\right)$$

vnde fit $OS = \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}} + \frac{i^3 + \frac{3}{2}i^2h + ihh + \frac{1}{4}h^3}{ii + ih + \frac{1}{3}hh} = f + \frac{\frac{1}{2}i^2h + \frac{2}{3}ihh + \frac{1}{4}h^3}{ii + ih + \frac{1}{3}hh}$

§. 614. Ponamus remum eousque nempe in C aquae immergi, vt ſit $OC = \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$, atque erit $i = 0$; vis igitur a remo excepta aequabitur ponderi aquae, cuius volumen eſt $= \frac{gh^3u}{3bb}$, huiusque vis media directio erit in puncto S ſumto $OS = f + \frac{3}{4}h$, ſeu $CS = \frac{3}{4}CD$. Quamobrem ſi tota remi vltra hypomochlium O longitudo OD ponatur $= a$, et remi latitudo ſit $= g$, tum erit $f = \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$ et $h = a - \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$. Hinc erit vis remi RS in aqua vibrati $= \frac{gu}{3bb}\left(a - \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}\right)^3$; ſeu ſi pondus huic vi aequale deſideretur erit $id = \frac{Mgu}{3Vbb}\left(a - \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}\right)^3$ denotante M pondus nauis, et V volumen partis eius in aqua verſantis; quae vis remum in directione ad ipſum normali ST vrgebit, ſumta $OS = \frac{3}{4}a + \frac{mb\sqrt{v}}{4\sqrt{u}}$. Debet autem ante omnia eſſe $a > \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}$, alioquin ſecundum hypotheſin nulla eius pars aquam vibraret. Tab. XVIII. fig. 3.

§. 615. Sit iam vis, quam remex quieſcens ad remum trahendum exercere valet $= p$, erit vis, qua remum RS iam motum ſollicitabit $= p\left(1 - \frac{u}{\alpha}\right)$, exiſtente α altitudine vnius pedis circiter, vti ſupra notauimus, et p pondere, pro quo 32 libras accepimus. Quod ſi nunc remex remum motu vniformi trahat, ad quam vniformitatem remum mox a principio perducet, niſi pondus remi ſit valde magnum, fiet $pb\left(1 - \frac{u}{\alpha}\right) = \frac{Mgu}{3Vbb}\left(a - \frac{mb\sqrt{v}}{\sqrt{u}}\right)^3\left(\frac{3}{4}a + \frac{mb\sqrt{v}}{4\sqrt{u}}\right)$. Quamobrem ſi angulus BYO fuerit rectus, vel ab eo non multum diſcrepet, vti in motu remorum vulgo fieri ſolet, erit $pb\left(1 - \frac{u}{\alpha}\right) = \frac{Mgu}{3Vbb}\left(a - \frac{b\sqrt{v}}{\sqrt{u}}\right)\left(\frac{3}{4}a + \frac{b\sqrt{v}}{4\sqrt{u}}\right.$