vis, qua nauis in directione MN vrgebitur $= \frac{Mhhv(mu+ns)^2}{V}$, haecque adeo expressio locum habebit si fuerit $mu < ns$.

§. 504. Quo autem nauis hanc vim, quam aqua in gubernaculum Bc exerit, sentiat, necesse est vt gubernaculum in isto situ tanta vi detineatur, quae sufficiat ad vim aquae sustinendam. Si enim gubernaculum non teneretur, maxima vis aquae pars impenderetur ad gubernaculum circa axem B rotandum, quoad quiesceret in situ BC, hocque motus ipsius nauis parum afficeretur. Quamobrem ad gubernaculum in situ Bc detinendum tanta vis a gubernatore, qui clauum tenet, est applicanda, cuius momentum respectu axis B, circa quem gubernaculum mobile existit, aequale sit momento vis aquae respectu eiusdem axis. Hoc est si ponatur axis iste B circa quem gubernaculum mobile est, verticalis, et distantia MB $= k$, debebit esse momentum vis, quod ad gubernaculum in situ Bc retinendum requiritur, $= \frac{4Mmnsubhvk}{V}$ casu quo $mu > ns$, altero vero casu quo $ns > mu$, debebit illud momentum esse $= \frac{M(mu+ns)^2 hhv}{V} k$.

§. 505. Gubernaculum autem dirigi atque detineri solet ope temonis, qui est vectis heterodromus mobilis circa axem B, quem axem adhuc verticalem ponimus, postea inuestigaturi, quantum obliquitas huius axis discriminis afferat: reuera enim iste axis in nauibus oblique ad horizontem constitui solet. Quodsi ergo huius vectis seu temonis brachium interius quod gubernator tenet, habeat longitudinem $= f$. atque vis, quam gubernator adhibere debet ad gubernaculum in situ Bc conseruandum ponatur $=$ P, erit momentum huius vis ex natura vectis $=$ Pf. Quare casu quo $mu > ns$ debet esse $Pf = \frac{4Mmnsubhv}{V} k$, altero

tero vero caſu, quo habetur $CBc > BCp$ ſeu $mu < ns$ oportet eſſe $Pf = \frac{M(mu+ns)^2 bbv}{V} k$.

§. 506. Si ergo gubernaculum in ſitu Bc a gubernatore firmiter detineatur, vi, quam modo definiuimus, nauis ipſa ſollicitabitur in directione MN, vi vel $= \frac{4Mmnsubbv}{V}$ vel $= \frac{M(mu+ns)^2 bbv}{V}$; illa ſcilicet ſi $mu < ns$, hac ſi $mu < ns$. Atque quia axem B, circa quem gubernaculum mobile exiſtit, ponimus verticalem, erit directio media ex vi aquae orta MN horizontalis. Quodſi autum vim P, qua gubernator clauum tenet in computum ducere velimus, ambo illi caſus, quibus eſt vel $mu > ns$ vel $mu < ns$ in vnum recident; fietque vtroque caſu vis, qua nauis inclinatione horizontali MN ſollicitabitur $= \frac{Pf}{k}$. Atque ſic ex vi a gubernatore impendenda P, ex longitudine temonis f, et ex diſtantia centri grauitatis gubernaculi M ab axe B quae eſt k, innoteſcit perpetuo vis, quam nauis ſuſtinet, eiusque directio MN.

§. 507. Ab hac ergo vi, quia eius directio eſt horizontalis, primum motus nauis progreſſiuus afficietur, idque pari modo, ac ſi eadem vis in directione ipſi MN parallela naui in ipſo centro grauitatis eſſet applicata: hincque ſi ante curſus nauis fuerit directus ſecundum directionem BAa, per vim gubernaculi naui curſus aliquantulum obliquus inducetur, haecque obliquitas pendebit cum a nauis celeritate tum a viribus nauem in directione Aa propellentibus. Praeterea ſi punctum M vel altius vel humilius fuerit poſitum quam centrum grauitatis nauis, nauis quoque inclinabitur circa axem horizontalem Et quia punctum M potiſſimum infra centrum grauitatis nauis cadit, latus nauis EA deprimetur, contra vero latus FB eleuabitur pro ratione ſtabilitatis.

§. 508.

§. 508. Tandem autem ab hac vi nauis circa axem verticalem per centrum grauitatis transeuntem conuertetur, in quo principalis gubernaculi scopus versatur, et ad quem hic nobis potissimum est respiciendum. Quoniam igitur ipsa vis est $= \frac{Pf}{k}$, eiusque directio horizontalis MN, si axis verticalis nauis hanc sectionem horizontalem AEBF in G traiicere ponatur, erit istius vis momentum ad nauem circa axem verticalem conuertendam $= \frac{Pf}{k}(BG + BN)\frac{BM}{BN}$; eoque prora nauis A in regionem $A\alpha$ detorquebitur, ita vt directio nauis, quae ante erat BA, versus α inflectatur. Ponatur $BG = a$, ob sinum $CBc = s$ et cosinum $= u$ erit $\frac{BM}{BN} = u$, et $BN = \frac{k}{u}$, ex quo momentum vis nauem conuertentis erit $= \frac{Pf}{k}(a + \frac{k}{u})u = \frac{Pf(au+k)}{k}$.

§. 509. Ceteris paribus igitur est vis gubernaculi nauem conuertens, vt vis P, quam gubernator adhibere debet ad gubernaculum in situ suo conseruandum. Ex quo intelligitur, tum demum gubernaculum nihil valere ad nauem conuertendam, si nulla vi opus fuerit ad gubernaculum continendum. Euenit hoc autem si gubernaculum in situ BC fuerit constitutum, vbi ob $s = 0$ fit etiam vis $P = 0$. (§. 505); quo in loco gubernaculum in situ aequilibrii versatur. At cum in hoc situ aqua vtrinque in gubernaculum irruat sub angulo BCp, hic aequilibrii situs erit violentus, eo quod vires contrariae se multo destruunt. Quare si gubernaculum casu de hoc situ declinetur; vel subinde, quod ob summam circumstantiarum mutabilitatem facile euenire potest, vires illae contrariae non inter se sint perfecte aequales, gubernaculum in situ BC non erit in aequilibrio absoluto sed vel in hanc vel illam plagam vrgebitur.

§. 510.

§. 510. His igitur caſibus ſi gubernator voluerit gubernaculum in ſitu directo BC conſeruare, vim adhibere debebit, ideoque nauis, etſi gubernaculum ſitum tenet directum BC, tamen conuertetur. Quamobrem, ſi nauis directio non debeat inflecti, gubernaculum non tam in ſitu directo BC erit detinendum, quam eo in ſitu, in quo ſine vi manebit; curſusque nauis invariatus reſtabit, ſi clauo nulla vis inferatur, quemcunque ſitum teneat gubernaculum. Cum igitur ob aquam vtrinque ad gubernaculum BC oblique impingentem vtraque vis non perpetuo ſit aeque vehemens, vtique eueniet vt gubernaculi ſitus aequilibrii, a quo nauis nullam vim ſuffert, non perpetuo in ſitum directum CB incidat, ſed modo in hanc modo illam regionem deflectat. Hancque ob cauſam gubernaculo ſpatium aliquod concedi debet, in quo libere fluctuare poſſit, ſi quidem nauis directionem inflecti non oporteat.

§. 511. In tali ergo libero ſpatio, quod gubernaculo conceditur, gubernaculum circa axem B oſcillationes peraget, quas inueſtigare operae praetium erit. Ad hoc ponamus gubernaculi cum temone, quippe qui ſimul movetur, reſpectu axis B momentum inertiae eſſe $= G$ et quia momentum virium aquae, quae gubernaculum in ſitu obliquo Bc, quem minime a ſitu directo BC diſcrepare ponimus, conſtitutum in ſitum BC redigere conantur eſt $= \frac{4Mmnsubbvk}{V}$, vbi eſt s ſinus anguli CBc percurrendi, quem minimum aſſumimus, ideoque erit coſinus $u = 1$. Cum igitur ſpatium percurrendum ſit vt s, erit longitudo penduli ſimplicis iſochroni cum oſcillationibus gubernaculi, $= \frac{GV}{4Mmnbbkv}$. His igitur oſcil-

latio-

lationibus nisi omnis libertas concedatur, nauis directionem suam conseruare non poterit.

§. 512. Hae ergo gubernaculi vibrationes celeriores erunt eoque vehementiores, quo minor fuerit in numeratore valor ipsius G, in denominatore autem quo maior fuerit valor ipsius $mnbbkv$, ob valorem $\frac{V}{4M}$ constantem. Ob denominatorem ergo, qui maximae variabilitatis est capax, primum erunt oscillationes eo vehementiores, quo propius angulus obliquitatis BCp, secundum quem aqua circa puppim mouetur, ad angulum semirectum accesserit. Deinde etiam oscillationum vehementia crescet, quo maior fuerit altitudo v, hoc est quo celerius nauis in aqua progreditur. His igitur casibus nisi gubernaculum perfecte liberum relinquatur vt motum oscillatorium recipere possit, nauis directionem suam conseruare non poterit, verum modo in hanc modo in illam plagam deflectetur. Hancque cautelam nautae probe obseruare solent, dum gubernaculo in turbidis potissimum tempestatibus spatium satis amplum concedere iubent, in quo libere agitetur.

§. 513. Quo autem ipsam vim gyratoriam, qua nauis a gubernaculo circa axem verticalem conuertetur, curatius determinemus, sit momentum inertiae totius nauis respectu axis verticalis per centrum grauitatis transeuntis $=$ S; erit acceleratio nauis circa hunc axem orta vt $\frac{Pf(au+k)}{Sk}$. Ex qua expressione intelligitur nauem ceteris paribus eo facilius actioni gubernaculi obedire, quo minor fuerit valor momenti S; hoc est quo propius moles nauis ad istum axem verticalem admoueatur. Supra quidem vidimus oscillationum nauis tranquillitatem obtineri, si omnia onera quantum fieri potest ab axibus horizontalibus

per

per centrum grauitatis ductis, maxime remoueantur: quare vt ſimul per onerationem nauis gubernatu facilis reddatur, maxima onerum copia ab ipſo centro grauitatis nauis quidem maxime debebit remoueri; verum tamen ita, vt ab axe verticali per centrum grauitatis ducto quam minime remoueatur. Ex quo intelligitur per onerationem tam oſcillationum tranquillitatem, quam effectum gubernaculi facilem obtineri poſſe.

§. 514. Acceleratio porro autem conuerſionis nauis circa axem verticalem potiſſimum pendet a quantitate momenti virium ſollicitantium quod eſt $= \frac{Pf(au+k)}{k}$, quod quo fuerit maius, eo facilius effectus gubernaculi conſequetur. Ponamus autem gubernaculum in tali ſitu Bc detineri, cuius declinatio a ſitu directo BC ſeu angulus CBc maior ſit, quam obliquitas curſus aquae BCp; eritque $\frac{Pf}{k} = \frac{M(mu+ns)^2 bbv}{V}$, ideoque momentum virium nauem conuertentium $= \frac{M(mu+ns)^2 bbv(au+k)}{V}$ ſeu ob rationem $\frac{M}{V}$ conſtantem, erit momentum hoc vt $(mu+ns)^2 bbv(au+k)$. Ex qua formula primum colligitur effectum gubernaculi eo eſſe fortiorem, quo maior fuerit gubernaculi ſuperficies bb, et quo celerius aqua in gubernaculum irruat, ceteris paribus. Ad hoc ergo praeſtaret gubernacula ampliſſima conficere, niſi aliae rationes hoc diſſuaderent.

§. 515. Quoſi iam ſuperficies gubernaculi bb iam fuerit determinata, ac celeritas aquae ſeu v non ab arbitrio noſtro pendeat, erit vis gyratoria vt $(mu+ns)^2(au+k)$, ex qua cognoſcere licet, quantum declinatio gubernaculi ſeu angulus CBc ad nauem conuertendam conferat. Notandum autem eſt hanc formulam non valere niſi ſit mu

$< ns$ seu $CBc > BCp$; At facile intelligitur valorem illius expressionis non continuo euadere maiorem, quo maior constituatur angulus CBc; etsi enim augendo angulum CBc crescit factor $(mu + ns)^2$; tamen contra ob cosinum anguli CBc, qui est $= u$, decrescentem tota expressio $(mu + ns)^2 (au + k)$ diminui poterit. Hincque perspicuum est angulum dari definitum CBc, pro quo expressio illa maximum induat valorem.

§. 516. Inuestigemus ergo angulum declinationis CBc, quae expressioni $(mu + ns)^2 (au + k)$ maximum valorem conciliet; ideoque eam expressionem differentiemus ponendo u et s variabiles fietque $(mu + ns)^2 adu + 2(au + k)(mu + ns)(mdu + nds) = 0$. Cum autem sit $uu + ss = 1$ erit $du = -\frac{sds}{u}$, vnde orietur sequens aequatio diuisione per $mu + ns$ instituta: $(mu + ns) as = 2(au + k)(nu - ms)$ seu $3masu + nass = 2nauu + 2nku - 2mks$. Quoniam vero interuallum $BM = k$ est valde paruum prae distantia $BG = a$, erit vtique proxime $3masu + nass = 2nauu$, atque posita tangente anguli $CBc = \frac{s}{u} = t$, erit $ntt + 3mt = 2n$, hincque $t = \frac{-3m + \sqrt{(9 - nn)}}{2n}$; et secans anguli $CBc = \sqrt{(1 + tt)} = \frac{\sqrt{(9 + 6n - 3nn)} - \sqrt{(9 - 6n - 3nn)}}{2n}$. Vnde fit $s = \frac{t}{\sqrt{(1 + tt)}} = \frac{\sqrt{3(1 + n)(3 + n)} - \sqrt{3(1 - n)(3 - n)}}{6}$ atque $= u = \frac{\sqrt{3(1 + n)(3 - n)} + \sqrt{3(1 - n)(3 + n)}}{6}$.

§. 517. Sin autem hos valores propius habere velimus, ita vt etiam interualli $BM = k$ etsi admodum parui respectu $BG = a$, ratio habeatur, ponatur verus ipsius anguli CBc sinus valor $= s'$, eiusque cosinus $= u'$; atque fingatur $s' = s + \frac{kzu}{a}$ et $u' = u \frac{kzs}{a}$; denotantibus s et u valores iam inuentos. His autem in aequatione proposita substitutis reperietur $z = \frac{2}{3} \cdot \frac{nu - ms}{muu - mss + 2nsu}$. Quodsi

iam

iam loco s et u valores inuenti ſubſtituantur, obtinebitur ſin. CBc $= \frac{\sqrt{3(1+n)(3+n)} - \sqrt{3(1-n)(3-n)}}{6} + \frac{k}{3a} \cdot \frac{2n}{\sqrt{(9-nn)}}$ coſ. CBc $= \frac{\sqrt{3(1+n)(3-n)} + \sqrt{3(1-n)(3+n)}}{6} - \frac{k}{3a} \cdot \frac{\sqrt{(9-nn)} - 3\sqrt{(1-nn)}}{\sqrt{(9-nn)}}$.

§. 518. Quoniam autem aſſumſimus angulum CBc maiorem eſſe angulo BCp, ſub cuius obliquitate aqua in gubernaculum irruit; expreſſio anguli CBc inuenta, quo gubernaculum maxime efficax exiſtit, locum habere non poterit, niſi ſit angulus CBc maior angulo CBp, hoc eſt, ſumendis tangentibus, niſi ſit $\frac{s}{u}$ ſeu $t > \frac{m}{n}$. Inuenimus autem neglecta quantitate BM $= k$ prae maiore BG $= a$, eſſe $t = \frac{-3m + \sqrt{(9-nn)}}{2n}$; quae cum ſuperare debeat tangentem $\frac{m}{n}$, oportebit eſſe $-3m + \sqrt{(9-nn)} > 2m$ ſeu $\sqrt{(9-nn)} > 5m$ hoc eſt $\sqrt{(8+mm)} > 5m$ ob $nn = 1 - m^2$, ſumantur quadrata fiet $Q + mm > 25mm$ hincque $8 > 24mm$ ideoque $m < \frac{1}{\sqrt{3}}$ Ex quo colligitur angulum obliquitatis aquae BCp minorem eſſe debere quam 35°. 16′, ſi quidem angulus CBc inuentus gubernaculo maximum effectum praebere debeat.

§. 519. Hinc manifeſtum eſt, ſi angulus BCp maior fuerit 35°, 16′, tum valorem inuentum pro angulo CBc non amplius gubernaculo maximum effectum eſſe daturum, eo quod tum hypotheſis calculo aduerſetur. Quodſi autem angulus BCp exacte aequetur 35°, 16′, ita vt eius ſinus ſit $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ ſeu tangens $= \frac{1}{\sqrt{2}}$; tum angulus CBc gubernaculo maximam vim tribuens accurate aequabitur angulo BCp, fietque directio gubernaculi Bc parallela directioni aquae pC in parte oppoſita ad puppim affluente. Sin autem angulus BCp maior euaderet, tum minor prodituros eſſet angulus CBc ex calculo, ideoque vtrinque gubernaculum vim aquae ſentiret, dum tamen in calculo vnam tantum gubernaculi ſuperficiem aquae allidentem ponimus.

§. 520. Ponamus obliquitatem aquae BCp omnino euaneſcere, atque aquam ſecundum directionem ſpinae nauis ad puppim impingere, vt angulum obtineamus, ſub quo gubernaculum maximum effectum praeſtare iam pridem eſt inuentum. Qui enim adhuc iſtum angulum maximae efficaciae determinauerunt, non ſolum aquam directe circa puppim alluere poſuerunt, verum etiam interuallum $BM = k$ prae longitudine $BG = a$ negligendum cenſuerunt. Hanc obrem in formulis pro angulo CBc inuentis ponamus $m = 0$ et $n = 1$, prodibitque anguli CBc tangens $t = \frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}$, hincque eius ſinus $= \sqrt{\frac{2}{3}}$ et coſinus $= \sqrt{\frac{1}{3}}$: ex quo angulus CBc, ad quem gubernaculum inclinatum promtiſſimum effectum edit, erit $54°, 44'$, omnino vti ab aliis iam pridem eſt inuentum. Creſcente ergo obliquitate aquae BCp angulus CBc continuo decreſcit, donec tandem euadat $35°, 16'$, facto angulo BCp pariter $= 35°, 16'$.

§. 521. Maneat directio aquae pC ſpinae nauis parallela ſeu $m = 0$ et $n = 1$, verum interualli $BM = k$ rationem quoque habeamus in definiendo angulo CBc gubernaculo citiſſimum effectum conciliante. Habebimus ergo hanc aequationem quaeſito noſtro ſatis facientem: $ass = 2auu + 2ku$, ſeu $a = 3auu + 2ku$; ideoque $uu = \frac{-2ku}{3a} + \frac{1}{3}$. Hinc fit $u = \frac{-k}{3a} + \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{kk}{9aa}\right)} = \frac{-k + \sqrt{(3aa + kk)}}{3a}$. Sit iam k multo minor quam a, eritque proxime coſinus anguli $CBc = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{k}{3a} + \frac{kk}{6a^2\sqrt{3}}$. Sit $\frac{k}{a} = \frac{1}{20}$ vt fere fieri ſolet, prodibit coſinus anguli $CBc = 0,5609239$, atque

que ideo ipſe angulus CBc arit $= 55°, 53'$, et conſequenter maior, quam ſi interuallum BM $= k$ prae longitudine BG $= a$ neglexiſſemus.

§ 522. Vt nunc de ipſa celeritate, qua nauis a gubernaculo conuertitur quicquam definiamus, ſupra §. 486. vidimus in nauibus, quarum corpora ſint ſimilia, denotante c latus homologum puta profunditatem carinae, ſi momentum vis conuertentis fuerit $=$ P, fore celeritatem angularem genitam vt $\frac{\sqrt{PV}}{cc\sqrt{Mc}}$. At noſtro caſu momentum gubernaculi eſt $= \frac{M(mu+ns)^2 bbv(au+k)}{V}$, ſeu neglecto k prae a $= \frac{Mau(mu+ns)^2 bbv}{V}$. Hoc ergo valore loco P ſubſtituto prodibit celeritas nauis angularis vt $\frac{\sqrt{bbu(mu+ns)^2 v}}{cc}$ ob a ipſi c proportionalem, ſeu poſita gubernaculi declinatione eadem erit celeritas angularis vt $\frac{\sqrt{bbv}}{cc}$. In nauibus ergo, quarum corpora praeter gubernacula ſint ſimilia pro ſimili gubernaculorum declinatione erunt celeritates angulares in ratione compoſita ex directa velocitatis nauis et ſubduplicata ſuperficiei gubernaculi; atque ex inuerſa duplicata laterum homologorum.

§. 523. Si naues habeant quoque gubernacula ſimilia, vt ſit bb vti cc, tum celeritas angularis a gubernaculo oriunda erit vt $\frac{\sqrt{v}}{c}$ hoc eſt directe vt celeritas nauis, et inuerſe vt latera homologa: ex quo maiores naues tardius conuertentur quam minores idque in ratione laterum homologorum. At in maioribus nauibus gubernacula minora confici ſolent, quam ſimilitudo requireret; ac fere tota gubernaculi ſuperficies bb ſtatui ſolet lateri homologo c proportionalis: in hac ergo conſuetudine celeritates angulares diuerſarum nauium erunt vti $\frac{\sqrt{v}}{c\sqrt{c}}$, hoc eſt directe

vti

vti celeritates ipſae nauium, et reciproce tenebunt rationem ſeſquiplicatam laterum homologorum; nauis dcirco quadruplo longior et 64 vicibus grauior octies tardius conuertetur a gubernaculo ceteris paribus.

§. 524. Vt autem diuerſae naues ceterum ſimiles aequali celeritate angulari gubernaculi ope conuerti poſſent, gubernacula adhuc maiora confici deberent, quam pro ſimilitudinis ratione. In diuerſis ſclicet nauibus ſuperficies gubernaculi conſtitui deberet quadrato quadrato laterum homologorum proportionalis, ita vt eſſet bb vti c^4. Verum tum ob motum angularem eundem ipſe motus conuerſionis in nauibus maioribus, qui in ratione longitudinis creſcit, nimium fieret vehemens atque impetuoſus, vt tantae molis naues eiusmodi concitatum motum ſuſtinere nequeant. Quam ob cauſam iure nequidem poſtulari poteſt, vt naves maiores eodem tempore ſeſe in gyrum agi patiantur quam minores; hincque etiam multo minoribus gubernaculis, quam iſte effectus requireret, inſtrui ſolent, ita vt etiam minora conſtitui ſoleant, quam ſimilitudinis ratio requirit.

§. 525. Cur autem gubernacula in maioribus nauibus adhuc minora quam pro ſimilitudinis ratione conficere conſueuerint; cauſa non tam facile aſſignari poteſt, praecipue cum promtitudo gubernaculi in omnibus nauibus ſummo ſtudio deſiderari ſoleat. Reſpondent vero ad hoc artis nauticae periti, tanta gubernacula, quanta ſimilitudo requirit, in magnis nauibus cum nimis difficulter contineri, tum etiam tanti roboris pro ceteris circumſtantiis fabricari non poſſe, vt viribus aquae ſuſtinendis paria eſſent. Praecipua vero ratio in hoc poſita eſſe videtur, quod vſus,

variique

variique caſus quibus naues exponuntur, a nauibus maioribus non tam promptam gyrationem poſtulent, quam a minoribus; ita vt conſuetae magnitudinis gubernacula etiam in maximis nauibus ſufficere queant.

§. 526. Supra vidimus, ſi temonis, quo gubernaculum regitur et continetur, longitudo fuerit $= f$, fore vim a nauclero adhibendam, vt gubernaculum in dato obliquitatis ſitu conſeruet, vti $\frac{bbkv}{f}$, ſeu celeritate poſita eadem vti $\frac{bbk}{f}$. Quodſi ergo gubernaculum ſit ad ſimilitudinem in nauibus diuerſae magnitudinis confectum, vt ſint b et k itemque f vt latera homologa c, erit vis a gubernatore adhibenda tamen in duplicata ratione laterum homologorum; atque in naui duplo longiori quadruplo maior vis requireretur, ad gubernaculum in dato ſitu continendum. Sin autem gubernacula in maioribus nauibus adhuc maiora, quam pro ſimilitudinis ratione conficiantur, vt motus angularis prodeat idem qui in minoribus, quia tum eſſe debent bb vt c^4 et k vt c^3 ob longitudinem gubernaculi vti c, prodiret vis a gubernatore impendenda vt $\frac{c^7}{f}$. Quare ſi f capiatur vt c foret vis gubernatoris in ratione ſextuplicata laterum homologorum, quae omnino admitti non poteſt.

§. 527. In hoc autem ſtatu maxime cauendum eſt, ne gubernaculum abrumpatur, cuius robur ruptioni reſiſtens eſt in craſſitiei gubernaculi ratione duplicata. Poſita ergo craſſitie gubernaculi $= s$ erit eius robur vt css; denotante c longitudinem ſeu latitudinem gubernaculi: momentum autem vis aquae, quae gubernaculum abrumpere conatur, eſt vt bbk, ex quo craſſities s conſtitui deberet proportionalis ipſi $\sqrt{\frac{bbk}{c}}$. Ponatur altitudo nauis, quae ſimul latus homologum exprimat, $= c$, et latitudo gubernaculi $= t$ erit $bb = ct$ et $k = \frac{1}{2}t$, vnde fiet s vt t. Si ergo gubernaculum ad ſimilitudinem nauium fabricatur, vt ſit t vti c, oporteret craſſitiem gubernaculi s quoque eſſe vti c, ideoque tantam, quantam ſimilitudo requirit. Quamobrem ſi craſſities ſumatur lateribus homologis proportionalis, tum poſſet latitudo etiam conſtitui lateribus homologis proportionalis.

§. 528. Quodſi ergo in nauibus diuerſae molis ſimilibus etiam gubernacula tam ratione craſſitiei quam latitudinis fiant ſimilia, tum quidem aeque ruptioni reſiſterent; at motus angularis ideo non fieret aequalis, verum proportionalis exiſteret inuerſe lateribus homologis, eoque tardior euaderet, quo maiores eſſent naues. Sin autem motus angularis deſideretur idem in omnibus nauibus, tum $bb = ct$ debet eſſe vt c^4 ideoque latitudo t deberet eſſe vt c^3 cui ſimul craſſities s fieret proportionalis. In naui ergo duplo longiore tam craſſities quam latitudo conſtitui deberet octuplo maior, quae ratio in maximis nauibus tantopere augeretur, vt gubernaculi craſſities tandem totam nauis latitudinem adaequaret. Quod cum minime admitti queat, manifeſtum eſt effici omnino non poſſe, vt naues maiores aeque celeriter ac minores ope gubernaculi circumagi queant.

§. 529. Neque vero reliquae circumſtantiae permittunt, vt craſſities gubernaculi in ratione laterum homologorum creſcat; namque craſſities gubernaculi excedere nequit craſſitiem ligni mortui, cui adaptatur, quia alias reſiſtentiam pareret motui nauis admodum noxiam, verum

aliae

aliae rationes impediunt; quominus craſſities ligni mortui ſimilitudinem nauium ſequatur, quippe quae in nauibus maioribus minor ſtatuitur, quam ſimilitudinis lex poſtulat. Quam ob cauſam in nauibus maioribus tam craſſities quam latitudo gubernaculi in minori quam ſimilitudinis ratione creſcere debebit, ex quo eius effectus minor fiat neceſſe eſt. Vnde celeritas angularis in nauibus maioribus adhuc minor exiſtet, quam ratio inuerſa laterum homologorum requirit; hoc eſt in naui duplo longiori plus quam duplo erit tardior. Ex quibus abunde perſpicitur, quo maiores fuerint naues, eo minus eas effectum gubernaculi ſentire poſſe, quam naues minores cetera ſimili modo conſtructas, quod phaenomenon experientia manifeſto declarat.

§. 530. Ex his igitur quantitas gubernaculi ſecundum omnes dimenſiones perfecte determinatur. Primum enim eius longitudo ſeu altitudo aequalis eſt profunditati ad quam nauis aquae immergitur: eminet quidem inſuper extra aquam ad temonem vsque, haec autem pars in computum non ingreditur. Deinde craſſities gubernaculi aequalis conſtitui debet craſſitiei parietis nauis, cui adaptatur; maior enim ob rationes allegatas eſſe nequit, minorem autem confici non conuenit, cum quod aqua in id non libere allaberetur, tum vero potiſſimum, quia latitudinem minui oporteret, quam tamen maximam eſſe expedit. Debet autem latitudo ſumi craſſitiei proportionalis, ita vt ſi in vna naui ratio inter latitudinem et craſſitiem per experimenta fuerit determinata, eadem ratio in omnibus nauibus locum habeat. Interim gubernaculo in infima parte maior latitudo tribuitur, quam in ſuperiori, eo quod hic foret inutilis, et gubernationem difficiliorem redderet.

§. 531. Expoſita hac gubernaculi determinatione atque efficacia in motu nauis directo, inueſtigandus eſt eius effectus, quem in curſu obliquo exerit; quo nauis non ſecundum axis longitudinalis directionem progreditur, ſed ab ea parumper declinat; qui curſus, ſi nauis velorum ope aduerſus ventum propellitur, maxime eſt frequens. Haec vero declinatio vulgo angulum 15° excedere non ſolet, niſi forte vndarum impetus a latere venientium hanc declinationem maiorem reddit. Eiusmodi igitur motu obliquo aqua non in directione ſpinae ad gubernaculum allidit, ſed in directione fere contraria ei, quam nauis tenet. Atque hoc caſu latera nauis aquam ex ea regione in quam nauis declinat, minus iſtam directionem perturbant, quam in motu directo, contra autem in altera regione perturbatio fit eo maior.

Tab. XIII. fig. 1. §. 532. Ponamus igitur nauem in aqua curſu obliquo ferri in directione GP, ſeu quod eodem redit, aquam contra nauem quieſcentem $AEBf$ impingere in directione PG. Ducantur rectae Qe et Rf latera nauis ſtringentes in e et f, ac parallelae directioni PG erit eAf portio ſuperficiei nauis impulſum aquae ſuſtinens. Quamobrem vt nauis in quiete perſiſtere queat, neceſſe eſt, vt a vi aequali et contraria ei, qua aqua impingit, ſollicitetur. Cum autem vis aquae non ſolum nauem propellere, ſed etiam circa axem verticalem conuertere conetur, niſi eius media directio per hunc ipſum axem verticalem G in centro grauitatis G traiectum tranſeat, vis quoque nauem in quiete conſeruans iſtam aquae vim reſpectu vtriusque effectus deſtruere debet. Haecque ſimiliter ſe habent, ſi nauis in aqua quieſcente ſecundum directionem obliquam GP progredia-

gredia-

grediatur; retineamus autem ideam nauis quiescentis in aqua mota.

§. 533. Vrgeatur itaque nauis ab eiusmodi vi, vt in perfecta quiete conseruetur; atque consideremus gubernaculum BC in situ directo detentum. A parte igitur f, in quam aquae cursus obliquus vergit, aqua in gubernaculum BC irruet secundum directionem pC fere parallelam directioni Rf seu PG, neque angulus BCp multum excedet angulum AGP, quoniam directio laterum nauis fB, quam cursus aquae versus puppim sequitur, multo minus a directione Rf deflectit, quam in cursu directo fieri solet. Quodsi ergo haec vis gubernaculum agitans sola adesset, tum ea gubernaculum BC versus plagam d conuerteret, donec eius directio parallela fieret directioni pC. Sin autem gubernaculum BC in situ hoc directo firmiter detineretur, tum ab ista vi aquae resultaret momentum totam nauim circa axem verticalem per eius centrum grauitatis G transeuntem conuertens, quo prora A versus r gyraretur, nauisque ad cursum directum impelleretur.

§. 534. Respiciamus nunc autem ad motum aquae ex altera parte e ad gubernaculum allabentis. Ac primo quidem perspicuum est, propter nimiam laterum nauis eB a cursu aquae deflexionem, motum aquae haec latera sequi non posse. Relinquetur ergo prope gubernaculum in B copia aquae stagnantis: et, si haec aqua gubernaculum BC stringat, eius vis erit valde exigua, cum propter obliquitatem, tum etiam ob tarditatem. Ex quibus colligitur, aquam ex parte eL allabentem multo fore debiliorem, quam quae ex parte opposita f impingit, ideoque gubernaculum hoc caſu ſibi relictum in ſitu directo BC non perſiſtet, ſed declinabit in ſitum Bc, in quo vires vtrinque vrgentes ſeſe in aequilibrio teneant. Quo minor itaque fuerit vis aquae ex parte e venientis, eo propius ſitus aequilibrii Bc ad parallelismum cum directione pC accedet: denotet autem eLd fluxum aquae a parte e puppim verſus currentis.

§. 535. Quando igitur vires nauem ſollicitantes in aequilibrio fuerint cum vi aquae in partem anticam eAf irruentis, nauis in quiete manere nequit, niſi gubernaculum in ſitu obliquo Bc detineatur, vbi vires id ſollicitantes vel ſunt nullae, vel ſe inuicem deſtruunt. In hoc ſcilicet ſitu ad gubernaculum detinendum nulla omnino opus erit vi, hincque ſponte in eo permanebit. Perpetuo enim obſeruandum eſt, vim gubernaculi ad nauem conuertendam proportionalem eſſe illi vi, quae ad gubernaculum in ſitu conſeruandum requiritur; quae ſi fuerit nulla, ita vt gubernaculum ſponte in ſitu ſuo perſiſtat, nulla in naui rotatio oriri poteſt. Sit igitur Bc ſtatus aequilibrii gubernaculi pro curſus obliquitate PG propoſita, in quo gubernaculum relinquendum eſt, ſi quidem nauis curſum ſuum inuariatum conſeruare debeat, translatis ſcilicet iſtis ad nauem in aqua quieſcente oblique motam.

§. 536. Cum igitur ſit Bc gubernaculi ſitus aequilibrii, ſi proram A verſus r conuertere velimus, gubernaculum in eandem plagam verſus D eſt conuertendum: atque hac conuerſione actio ſatis efficax oriri debet. Ponamus enim gubernaculum in ſitu BD detineri, ac primo quidem conſtat ex regione L nullam affore vim in gubernaculum agentem, quae proinde vim ex altera parte te *p* allidentem imminuat. Hinc autem vis aquae in directione *p*M affluentis minime impeditur, cum in hac parte non ſolum nulla ſit aqua mortua ſed etiam fluuius R*f* pleno curſu in gubernaculum irruat. Leuiori igitur opera in eiusmodi curſu obliquo nauis per A*r* conuertitur, quam in curſu directo, vbi tam aqua mortua prope puppim, quam curſus aquae ob laterum nauis conuergentiam multum declinatus ac debilitatus effectum gubernaculi lentiorem reddit.

§. 537. Viciſſim autem perſpicuum eſt, ſi gubernaculum in oppoſitum ſitum puta in B*d* dirigatur, tum eius effectum multo fore debiliorem, ac non nunquam prorſus nullum. Quanqnam enim aqua ex parte *p*C fluens gubernaculum non ſtringit, eo, quod ſitus B*c* directioni *p*C iam fere eſt parallelus, tamen vis aquae *e*L*d*, ſiquidem in gubernaculum impingit, vehementer erit exigua, quoniam in regione B aqua maximam partem eſt tranquilla, et, ſi aqua *e*L*d* vllum habet curſum, eum admodum lentum eſſe oportebit. Quo magis enim curſus aquae a curſu naturali Q*e* deflectit, eo erit tardior, atque ad gubernaculum agitandum debilior. Quin etiam euenire poteſt, vt gubernaculum quantumuis in regionem B*d* inclinetur, nullam omnino ab aqua vim ſuſtineat, ſed in aqua tranquilla verſetur. Hanc ob rem igitur in curſu obliquo nauis difficulter in regionem A*q* vertetur; hoc eſt curſus obliquitas ope gubernaculi non tam facile augetur, quam diminuitur.

§. 538. Quando igitur nauis in fluuio oblique poſita abripitur, ad quem caſum ratiocinium potiſſimum accommodauimus, tum nauis quidem hanc obliquitatem AGP conſtanter ſine gubernaculi actione conſeruabit, ſi media

directio

directio impetus aquae in partem eAf facti per axem verticalem per centrum grauitatis nauis G ductum transeat: etiamsi interim ad ripam versus q sitam appellatur. At vero nauis facillime hanc obliquitatem vel augendo vel diminuendo amittet, ita vt ad eius restitutionem gubernaculo sit opus. Ex praecedentibus autem manifestum est, si obliquitas casu maior fuerit facta, tum gubernaculi ope eam facillime minorem reddi, atque in pristinum situm restitui posse. Sin autem casu nauis propius ad situm directum sese applicuerit, tum difficulter ea ab hoc situ remouebitur, ac versus q declinabitur, vt pristinam obliquitatem recuperet. Aliter vero res se habet, si media impetus aquae directio non per axem verticalem centrum grauitatis G traiicientem transeat.

§. 539. Si enim media directo impetus aquae propius ad proram A per sectionem verticalem nauis secundum longitudinem AB factam transeat, tum ipsa aquae vis conabitur nauem versus q conuertere, quae ergo vis, nisi sit nimis magna, ope gubernaculi in situm BD directi reprimi poterit. Sin autem media directio impetus aquae in partem eAf allabentis pone centrum grauitatis puppim versus planum diametrale nauis, traiiciat, tum eius vis tendet ad nauem versus Ar conuentendam, qui adeo effectus ope gubernaculi multo minus compesci poterit. Hoc igitur casu nauis mox ad situm directum redigetur, e quo difficulter gubernaculo ad pristinam obliquitatem declinabitur. Si nauis praeterea viribus externis ad motum sollicitetur, tum in hoc iudicio insuper ratio est habenda mediae directionis harum virium atque ipsius motus naui iam impressi; qua de re consuli possunt,

quae

quae in ſuperiori libro de motu nauium propulſarum tradita ſunt.

§. 540. Maxime autem eiusmodi curſus obliquus inſtitui ſolet, ſi naues aduerſus ventum velorum ope propelli debent, eiusmodi enim curſus naui induci nequit, niſi ſimul nauis oblique ſcilicet ſecundum directionem GP progrediatur. Ponamus ergo ventum ex plaga VG ſpirare, et nauem in directione GP progredi, ita vt impetus ſeu reſiſtentia aquae in partem eAf exeratur, cuius mediam directionem primum per ipſum axem G tranſire ponamus. Quodſi ergo vis venti a velis exceptae media directio per eundem axem tranſeat, omnis nauis conuerſio a gubernaculo pendebit. Facile igitur nauis in plagam Ar conuertetur, hoc eſt curſus a vento remouetur; difficillime autem in directionem Aq aduerſus ventum applicatur. Haecque pariter locum habent, ſi mediae directiones tam virium propellentium, quam reſiſtentiae aquae per alium quemcunque axem verticalem ſimul tranſeunt, tum enim earum momentum ad nauem conuertendam euaneſcit, totumque conuerſionis negotium gubernaculo relinquitur.

§. 541. Ponamus iam mediam directionem virium propellentium ad proram A propius incidere, quam mediam directionem reſiſtentiae aquae. Propter aequalitatem igitur harum virium, quae in motu vniformi locum obtinet, nauis in directione Ar conuertetur, qui effectus, quamuis ſit exiguus, per gubernaculum impediri nequit: oporteret enim gubernaculum in ſitum BL declinari, in quo eius effectus eſt vehementer debilis. Euenit hoc incommodum ſi vela anteriora praeualeant poſterioribus, hocque caſu nauis continuo magis a directione venti VG repelletur, aucto angulo VGA; neque gubernaculi ope iſta depulſio a vento impediri poterit. Hoc ergo incommodum aliter tolli non poterit, niſi velis poſterioribus maiorem vim tribuendo, vt virium a vento exceptarum media directio propius verſus puppim transferatur.

§. 542. Tantopere ergo vel vela poſteriora augeantur vel anteriora diminuantur, vt media directio vis venti magis puppim verſus vergat, quam media directio reſiſtentiae aquae. Orietur itaque hinc momentum tendens ad nauem in directione A*q* ad ventum conuertendam: quae vis, niſi ſit nimis magna ope gubernaculi deſtrui poterit, dum id in ſitu BD detinetur. Quodſi autem ab vndis alioue accidente prora A, a vento puta, *r* verſus detorqueatur; quoniam gubernaculum per ſe ineptum eſt ad hanc remotionem tollendam, id per ipſam vim venti fiet, dummodo gubernaculum in ſitu aequilibrii B*c* relinquatur. Tantum igitur abeſt, vt iſta velorum diſpoſitio, qua poſteriora anterioribus praeualent, damnum afferat, vt per eam potius inertiae gubernaculi, ſeu difficultati nauem ad verſus ventum dirigendi maxime conuenienter occuratur.

§. 543. Incommodum hoc gubernaculi in curſu obliquo, pariter ac eius remedium probe cognitum eſt nautis; qui bene cauent, ne velis anterioribus nimiam venti vim concedant. Experientia enim ipſos docuit, ſi velis anterioribus plus iuſto vtantur, nauem a vento depelli, neque gubernaculum ſufficere ad nauem in debita directione continendam. Eousque igitur vela puppis multiplicant, ſeu prae his vela prorae contrahunt, donec vim obtineant nauem aduerſus ventum dirigentem, quae ſi caſu nauis a vento detrudatur, ipſa par ſit naui in debitum ſi-

ſitum reſtituendae ; deficiente hoc caſu gubernaculi miniſterio. Neque tamen nimis vela poſteriora velis anterioribus praeualere debent, ne vis nauem aduerſus ventum vertens tantopere augeatur, vt a gubernaculo eius actio impediri nequeat. Expediet autem hanc praeualentiam quam minimam ſtatui, quae tantum ſufficiat ad gubernaculi defectum emendandum.

§. 544. Quanquam hactenus axem, circa quem gubernaculum conuertitur, verticalem aſſumſimus, tamen facile perſpicitur, eadem valere, tam quae de actione gubernaculi in curſu directo propoſuimus, quam in curſu obliquo, ſiquidem axis ille ſitus non enormiter a ſitu verticali diſcrepat. Atque ſi vllum deprehendetur diſcrimen, id totum in quantitate actionis gubernaculi ad datum angulum declinati verſabitur; hocque nomine alius quoque angulus declinationis reſultabit, ſub quo gubernaculum promtiſſimum exeret effectum. Quamobrem ne hanc partem praetermittamus, in effectum, quem gubernaculum mobile circa axem ad horizontem inclinatum producit diligentius inquiremus; atque in hoc negotio, quo facilius abſolui poſſit, curſum nauis directum aſſumemus, ſimulque aquam in directione ſpinae nauis contra gubernaculum irruere ponemus.

§. 545. Repraeſentet igitur planum chartae ſectionem nauis verticalem ſecundum ſpinam factam, ſitque recta AC horizontalis a prora ad puppim ducta, que ſimul exhibeat directionem aquae in gubernaculum allidentis. Sit recta BD axis ille obliquus, circa quem gubernaculum BHID mobile exiſtat, faciens cum horizontali AC angulum ACB ſuperne obtuſum, infra autem ACD Tab. XVII. fig. 2.

 acutum

acutum; Sit porro gubernaculum BHID in eodem plano verticali ſitum, ita vt hoc ſtatu ſit in ſitu aequilibrii vtrinque ab aqua nullam vim ſentiens; ex qua momentum ad nauem conuertendam naſcatur. Eiusmodi autem ſitus inclinatus gubernaculo in nauibus actu tribui ſolet, propterea quod ſuperior nauium pars multum in puppi vltra ſpinam prominet, ex quo neceſſe eſt, vt axis BD deorſum ad proram vergat, atque exterior gubernaculi margo HI fere fiat verticalis, quoniam gubernaculum inferius latius eſt quam ſuperius. Quando autem in curſu prora nauis magis demergitur quam puppis, inclinatio illa axis BD fit minor.

§. 546. Conuertatur iam gubernaculum BHID ex ſitu aequilibrii in ſitum B*hid*, atque ſi ante termini gubernaculi BH et DI fuerunt horizontales, nunc erunt B*h* et D*i* ad horizontem inclinati, dum extremitates *h* et *i* aſcenderunt. Cum igitur temo, quo gubernaculum dirigitur, directionem HB productam ſequatur, eius manubrium in naui deſcendit, dum gubernaculum conuertitur, ex quo neceſſe eſt, vt ſuper pauimento fornicato moueatur, cuius medium altius ſit, quam latera. Quoniam vero propter alias rationes pauimentum nauis in puppi tam verſus proram quam verſus latera efficitur decliue, vti motus temonis poſtulat, veri ſimile videtur, ob hanc potiſſimum rationem axem gubernaculi ad horizontem inclinari, quo motus temonis decliuitatem ſuperioris nauis ſuperficiei ſequi poſſit. Debebit ergo iſta ſuprema ſuperficies, ſuper qua temo gyratur, eſſe ſuperficies coni, cuius axis ſit BD.

§. 547. Ad angulum, per quem gubernaculum ex ſitu aequilibrii eſt conuerſum, metiendum ducantur ex puncto

puncto quocunque axis C in vtroque plano BHID et B*hi*D rectae CG et C*g* ad axem BD normales, comprehendent eae angulum GC*g* declinationi gubernaculi B*hi*D a statu aequilibrii aequalem. Cum enim recta GC sit normalis ad BD, motu rotatorio punctum G in *g* transfertur atque inclinatio duorum planorum mensuratur angulo, quem duae rectae in vtroque plano ad inter sectionem communem normaliter ductae inter se constituunt. Si igitur ex puncto G ducatur recta horizontalis GMN ipsi AC parallela, erunt lineae AC, GC, et GN in eodem plano verticali; fietque angulus CGM, aequalis angulo quo axis BD a situ verticali distat, cuius anguli igitur sinus erit $= \frac{CM}{GM}$, et cosinus $= \frac{CG}{GM}$ posito sinu toto $= 1$; vel anguli ACB seu ACD sinus erit $= \frac{CG}{GM}$.

§. 548. Est vero porro GC*g* planum ad axem BD normale et G*g* arcus circuli centro C descriptus, ex quo erit C*g* $=$ CG. Deinde est etiam planum GCg in vtrumque gubernaculi situm BHLD et B*hi*D normale, quia normale est ad rectam BC vtrique plano communem. Quodsi ergo in hoc plano GC*g* ex G in C*g* ducatur perpendiculum GL erit haec GL normalis in planum B*hi* D; simul vero $\frac{GL}{CG}$ exprimet sinum anguli GC*g*, quo gubernaculum ex situ suo aequilibrii est remotum. Cum nunc recta GN sit parallela directioni aquae in gubernaculum incurrentis, angulus sub quo aqua in gubernaculum B*hi*D incidit, aequalis erit angulo quem recta MG cum plano B*hi*D constituit; qui angulus aequalis erit angulo CML, ducta ex L ad M recta LM. Cum enim GL sit normalis ad planum B*hi*D angulus GML exprimet inclinationem rectae GM ad planum B*hi*D.

 §. 549.

§. 549. Quoniam recta LM in plano $Bbi D$ existit erit quoque GL ad ML perpendicularis, ideoque triangulum GLM rectangulum ad L. Hinc anguli GML, sub quo aqua in gubernaculum $Bbi D$ incurrit, sinus erit $= \frac{LG}{GH}$, cuius quadrato tota vis, quam aqua in gubernaculum exerit est proportionalis. Cum autem sit $\frac{LG}{GM} = \frac{LG}{CG} \cdot \frac{CG}{GM}$, aequabitur ille sinus producto ex sinibus angulorum GCg et ACD, quorum ille declinationem gubernaculi a statu aequilibrii, hic vero inclinationem axis BD ad horizontem denotat. Vtique igitur minor est effectus gubernaculi circa axem obliquum mobilis, quam circa axem verticalem, idque in ratione sinus totius ad sinum anguli ACD. Ex quo colligitur axem BD a situ verticali admodum parum declinare debere; parua autem inclinatio parum diminuit effectum, quia angulorum a recto non multum discrepantium sinus a sinu toto sensibiliter non differt.

§. 550. Si ergo sinum anguli ACB, quo axis gubernaculi ad horizontem inclinatur ponatur $= r$, et sinus anguli GCg per quem gubernaculum de situ aequilibrii est traductum, sit $= s$, erit sinus anguli, sub quo aqua in gubernaculum $Bbi D$ irruit $= rs$: ex quo vis aquae irruentis erit vt $rrss$: scilicet si superficies gubernaculi aquam excipiens ponatur $= bb$, et altitudo debita celeritati aquae $= v$, aequabitur vis aquae ponderi voluminis aquae $= bbrrssv$. Cum autem volumen aquae V aequiponderet ponderi nauis M, erit vis ista aquae $= \frac{Mbbrrssv}{V}$ cuius media directio transit per centrum grauitatis gubernaculi, atque ad eius superficiem est normalis. Sumamus punctum L pro centro grauitatis superficiei gubernaculi, quia recta

LG

LG eſt normalis ad iſtam ſuperficiem, exprimet ea mediam directionem vis aquae gubernaculum vrgentis.

§. 551. Demittatur ex L in CG perpendiculum LP, quod cum futurum ſit normale in planum verticale BHID erit ipſum horizontale. Reſoluatur ergo vis $\frac{Mbbrrssv}{V}$ in laterales ſecundum directiones LP et GP, erit vis in directione horizontali LP, ſi quidem in puncto G applicetur $= \frac{LP}{GL} \cdot \frac{Mbbrrssv}{V} = \frac{Mbbrrssv\surd(1-ss)}{V}$. ob $\frac{LP}{GL}$ = coſinui anguli LCG. Sit $CL = k$, erit $CG = \frac{k}{\surd(1-ss)}$; ac, ſi diſtantia puncti C ab axe verticali per centrum grauitatis nauis tranſeunte ponatur $= a$, erit diſtantia puncti G ab eodem axe $= a + \frac{kr}{\surd(1-ss)}$; vnde momentum vis gubernaculi ad nauem convertendam erit $= \frac{Mbbrrssv\surd(1-ss)}{V}\left(a + \frac{kr}{\surd(1-ss)}\right)$; quod itaque eo minus eſt, quo angulus ACD magis a recto diſcrepat atque ſi angulus ACD fuerit ſemirectus, momentum hoc duplo fit minus. Haecque igitur ad effectum gubernaculi circa axem obliquum mobilis cognoſcendum ſufficiunt.

Cap.