Cap. VI.

DE ACTIONE GVBERNACVLI.

§. 470.

Quanquam gubernaculum eſt pars nauis externa, nec a nauis indole et figura pendere videtur, tamen eius actio ab intima nauium natura ac onerationis ratione ita pendet, vt ſine his rebus cognitis, determinari nullo modo queat. Eſt autem gubernaculum pars nauis maxime neceſſaria, quippe cuius ope directio curſus non ſolum conſeruatur, verum etiam pro lubitu immutatur, adeo vt ſine gubernaculo nullus curſus certus inſtitui poſſit. Plurimum igitur intereſt, naues ita eſſe comparatas, vt propoſitus curſus gubernaculi beneficio facile teneri, atque, ſi opus fuerit, celeriter transmutari queat; in hocque conſiſtit vna ex primariis proprietatibus, quae in nauibus poſtulari ſolent.

§. 471. Actio gubernaculi autem in productione motus rotatorii circa axem verticalem per nauis centrum grauitatis tranſeuntem conſiſtit. Per huiusmodi motum rotatorium enim nauis, quando ab vndis aliisue viribus de curſu ſuo declinatur, ſtatim in ſitum debitum reducitur, hocque pacto eius curſus, quem ſequi debet, conſeruatur. Simili vero modo, quando curſus immutari, atque in aliam plagam inſtitui debet, quod ſaepe vſu venire ſolet, ita immutatio ope gubernaculi efficitur, nauique ea directio, quam curſus inſtituendus requirit, conciliatur. Quamobrem antequam gubernaculi actionem examini ſubiiciamus, necesse erit ad vsum nostrum colligere, quae in parte superiori de motu nauium rotatorio circa axem verticalem exposuimus; eo quod in tali motu non solum actio gubernaculi constet, sed etiam omnes vires externae eiusmodi motum rotatorium producentes sese actioni gubernaculi immisceant.

§. 472. Motus rotatorius, quo nauis circa axem verticalem per centrum grauitatis transeuntem, determinatur, partim ex momento virium sollicitantum ad istum axem collecto, partim ex momento inertiae, quod tota nauis respectu eiusdem axis praebet, ac reperitur, si omnes nauis particulae per quadrata distantiarnm suarum ab hoc axe multiplicentur, omniaque haec producta in vnam summam coniiciantur. Quod autem ad vires attinet, quibus eiusmodi motus rotatorius in naui produci potest, primum notandum est, a nulla vi, cuius directio est verticalis, motum rotatorium circa axem verticalem generari posse. Quotiescunque enim directio vis sollicitantis parallela est axi, circa quem vel motus vel inclinatio produci potest, toties eius vis momentum respectu huius axis erit nullum; ex eoque ideo nullus siue motus siue inclinatio nasci poterit.

§. 473. Cum igitur hinc excludendae sint vires omnes, quae in directionibus verticalibus nauem sollicitant, videamus, quid vires in directionibus obliquis agentes efficere valeant. Ac primo quidem huiusmodi vires semper resoluere licet, in binas, quarum alterius directio sit verticalis, alterius horizontalis; harumque ideo sola posterior horizontalis scilicet, in computum veniet, si quidem in motum rotatorium circa axem verticalem inde oriundum

inqui-

inquirere velimus. Virium vero horizontalium eae quoque ineptae ſunt ad motum rotatorium generandum, quarum directiones per ipſum axem verticalem tranſeunt. Ex quibus perſpicuum eſt motum rotatorium in naui oriri non poſſe, niſi ex viribus, quarum directiones ſunt horizontales, et quae per ipſum axem verticalem non tranſeunt.

§. 474. Quodſi ergo vis ſollicitantis directio non fuerit verticalis, ea reſoluatur in binas, alteram verticalem alteram horizontalem, haecque ſola conſideretur. Vt autem motus rotatorius cognoſcatur ex ea vi horizontali oriundus, eius momentum reſpectu axis verticalis inueſtigari oportet. Quod commodiſſime fiet, ſi per directionem eius vis concipiatur ſectio nauis horizontalis, in eaque punctum, vbi ab axe verticali transfigitur, notetur. Tum enim, ſi ex iſto puncto recta normalis ad directionem vis ſollicitantis ducatur, dabit productum ex ipſa vi in rectam illam normalem ortum huius ipſius vis momentum, quod in motu rotatorio producendo conſumetur.

§. 475. Repraeſentet planum chartae ſectionem nauis horizontalem, in qua poſita ſit directio MP vis nauem ſollicitantis, quae ſit $= p$. Axis autem verticalis, qui per centrum grauitatis nauis ductus concipitur, iſtam ſectionem horizontalem in G traiiciat. Si iam ex G in rectam MP ducatur normalis GM, erit productum $p . GM$ ipſum momentum ex vi ſollicitanti p ortum, ex quo motus rotatorius naſcetur; Poteſt vero etiam momentum huius vis p colligi ex alia quacunque recta ex G ad directionem vis MP ducta. Sit enim ex G ad MP ducta recta quaecunque GN, erit momentum $= p . GN . \text{ſin. } GNP$ poſito ſinu Tab. XVI. fig. 1.

toto

toto $= 1$: eſt namque GN. ſin. GNP $=$ GM. Hinc intelligitur momentum rotationem generans duplici modo poſſe augeri; primo enim aucta ipſa vi p momentum in eadem ratione augetur, tum vero quo magis directio diſtet a puncto G, momentum tanto fiet maius.

§. 476. Si ergo nauis vnica vi ſollicitatur hoc modo eius momentum ad motum rotatorium generandum elicietur, atque ſi plures vires vrgeant, ex ſingulis ſimili modo momenta deducantur; quae vel addita vel ſubtracta inuicem, prouti erunt vel conſpirantia vel aduerſantia, dabunt momentum totale, ex quo motus rotatorius ex illis omnibus viribus coniunctis oriundus determinari poterit. Sit iſtud momentum totale $= P$; atque ponatur momentum inertiae totius nauis reſpectu axis verticalis per centrum grauitatis ducti $= S$, prodibit vis accelerans motum rotatorium $= \frac{P}{S}$. Scilicet motus angularis, ſi quis iam fuerit generatus tempuſculo dt incrementum capiet $= \frac{Pdt}{S}$ niſi reſiſtentia aquae aduerſaretur; vel poſita celeritate angulari iam acquiſita $= u$, fiet $du = \frac{Pdt}{S}$.

§. 477. Noſtrum autem inſtitutum non poſtulat, vt ipſum motum rotatorium, quemadmodum generetur, atque increſcat, definiamus; cum hoc pendeat a reſiſtentia aquae parumque interſit exactiſſime tempus noſſe, quo motus rotatorius per datum angulum abſoluatur. Sufficiet nempe comparatiue definiuiſſe, quibus caſibus celeritas angularis proditura ſit maior minorue. Hocque ſimpliciter cognoſcetur ex formula $\frac{P}{S}$; quae quo fuerit maior, eo incitatior erit motus rotatorius, contra vero quo minor ſit fractio $\frac{P}{S}$, motus rotatorius eo fiet lentior. Quamobrem

vt

vt motus rotatorius producatur maxime velox, efficiendum eſt, vt expreſſio $\frac{P}{S}$ fiat, quam fieri poteſt maxima.

§. 478. Motus rotatorius igitur eo fiet celerior, quo maior reddatur valor fractionis $\frac{P}{S}$. Quare ad motum rotatorium maxime accelerandum requiritur primum vt numerator P hoc eſt momentum reſpectu axis verticalis maxime augeatur, quod fiet cum augendo ipſam vim ſollicitantem, tum eius diſtantiam ab axe verticali. Deinde vero etiam valor fractionis $\frac{P}{S}$ creſcet, ſi diminuatur eius denominator S, qui exprimit nauis momentum inertiae reſpectu axis verticalis per centrum grauitatis ducti. Hoc ergo efficietur, ſi in oneratione nauis grauiſſima onera quam fieri poteſt proxime ad axem iſtum verticalem collocentur. Contrario autem modo motus rotatorius fiet exiguus, ſi valor fractionis $\frac{P}{S}$ maxime diminuatur.

§. 479. Si duae naues concipiantur perfecte ſimiles, ſimiliterque oneratae, tenebunt earum momenta inertiae S rationem quintuplicatam laterum homologorum. Quodſi iam vires ſollicitantes etiam fuerint ſimiles, vt teneant rationem duplicatam laterum homologorum, quod euenit, ſi vires vel a vento vel ab aqua ad nauem irruente proficiſcantur, vbi ſuperficies has vires excipientes hincque ipſae vires quadratis laterum homologorum fient proportionales. Momenta ergo harum virium erunt in ratione triplicata laterum homologorum; ex quo motus rotatorii in nauibus ſimilibus a viribus ſimilibus orti tenebunt inter ſe rationem reciprocam duplicatam laterum homologorum; ita vt nauis duplo longior et octuplo ponderoſior receptura ſit motum rotatorium quadruplo tardiorem.

§. 480. Poterit autem ipſe motus rotatorius hoc eſt eius celeritas angularis ad quoduis temporis momentum ex principiis in libro ſuperiori ſtabilitis accurate definiri; fierique hoc poterit tam reſiſtentiae aquae ratione habita quam ea neglecta. Ponamus igitur primo nauem, dum a virium momento P circa axem verticalem rotatur nullam ab aqua perpeti reſiſtentiam; ſitque celeritas quam nauis durante motu rotatorio iam eſt nacta tanta, vt punctum nauis, quod ab axe illo verticali diſtat interuallo $= f$, habeat celeritatem debitam altitudini v hacque celeritate nunc quidem iſtud nauis punctum circa axem verticalem motu circulari circumferatur. His poſitis, ſi puncto temporis illud nauis punctum progrediatur per arculum $= ds$, interea motus rotatorius ita accelerabitur, vt fiat $dv = \frac{Pfds}{S}$; vnde ſi virium momentum P maneat conſtans erit integrando $v = \frac{Pfs}{S}$.

§. 481. Quodſi iam tempus, quo punctum nauis aſſumtum, ab axe verticali diſtans interuallo f, circumfertur per arcum circuli s, ponatur $= t$, erit $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}} = \frac{ds\sqrt{S}}{\sqrt{Pfs}}$ hincque integrando $t = \frac{2\sqrt{Ss}}{\sqrt{Pf}}$. Denotat hic autem $\frac{s}{f}$ angulum, quem nauis iam circa axem verticalem motu rotatorio abſoluit, qui angulus ſi ponatur $= \alpha$, isque datae magnitudinis puta vel rectus vel dati numeri graduum accipiatur, erit tempus quo nauis motum rotatorium per iſtum angulum abſoluit vt $\sqrt{\frac{S}{P}}$. In caſu ergo, quo tam nauis quam vires ſollicitantes ſimiles accipiuntur, erunt tempora, quibus naues per aequales angulos rotantur, in ratione ſimplici directa laterum homologorum. Ipſe autem motus ob reſiſtentiam neglectam erit vniformiter acceleratus.

§. 482.

§. 482. Vt autem nunc, quantum resistentia aquae hunc motum rotatorium perturbet, perpendamus; ponamus aquae sectionem esse figuram $aabb$, latera ab et ab habentem parallela, quae autem ad aa et bb terminetur arcubus circularibus aAa et bBb, centrum habentibus in axe verticali G, sintque huic figurae omnes sectiones horizontales nauis per totam carinam similes et aequales, et carinae profunditas sit $=c$, semilatitudo $MP = NQ = b$, et semilongitudo $AG = BG = a$. Licebit enim ad calculi commoditatem figuram nauium aliquantum a veritate abhorrentem fingere, cum aberratio in nauibus similibus, quas hic potissimum contemplamur similis sit futura, ita vt in ratione, quae inter motus rotatorios nauium similium intercedit, error nullus sit oriturus, quantumuis vera nauium figura ab hac assumta discrepet. Tab. XVI. fig. 2.

§. 483. Habeat nauis iam motum rotatorium tantum, vt punctum nauis, ab axe verticali G distans intervallo $=f$, circumferatur celeritate altitudini v debita, atque consideretur particula Mm, quae contra aquam irruet in directione Mp normali ad MG, sit $GM = z$; et $GP = x$; erit $Mm = dx = \frac{zdz}{x}$ ob $zz = bb + xx$. Altitudo iam debita celeritati, qua elementum Mm circa G rotatur, erit $= \frac{zzv}{ff}$, et cum eius directio sit Mp normalis ad MG, resistentia erit quadrato sinus anguli pMb, quod est $= \frac{xx}{zz}$, proportionalis, vnde resistentia, quam patitur particula Mm ab aqua, erit $= dx.\frac{zzv}{ff}.\frac{xx}{zz} = \frac{vxxdx}{ff}$. In computum ducatur tota carinae profunditas c, erit resistentia, quam carinae elementum ipsi Mm respondens patitur $= \frac{cvxxdx}{ff}$.

§. 484. Tota ergo reſiſtentia, quam nauis latus aE patitur erit, $= \frac{cvx^3}{3ff}$, facto $x = G\alpha = V(aa-bb)$, et quia latus oppoſitum bF ſimili modo in aquam impingit, erit eius reſiſtentia pariter $= \frac{cv(aa-bb)^{\frac{3}{2}}}{3ff}$, ita vt reſiſtentia nauis totalis motui rotatorio reluctans futura ſit $= \frac{2cv(aa-bb)^{\frac{3}{2}}}{3ff}$. Huius autem reſiſtentiae quantitas, vt cum viribus ſollicitantibus comparari poſſit, ad pondus eſt reducenda, id quod facile fit, cum reſiſtentia hoc modo expreſſa aequalis ſit ponderi voluminis aquae, cuius capacitas eſt $= \frac{2cv(aa-bb)^{\frac{3}{2}}}{3ff}$. Quare cum voluminis aquae, quod aequale eſt portioni nauis aquae ſubmerſae V, pondus habeat aequale nauis ponderi M, fiet reſiſtentia = ponderi $\frac{2Mc(aa-bb)^{\frac{3}{2}}v}{3Vff}$.

§. 485. Quantum autem iſta reſiſtentia motum rotatorium afficiat, ex eius momento colligi poterit. Vis autem quam portiuncula Mm ſuſtinet, quae eſt $= \frac{cvxxdx}{ff}$, directionem habet MP normalem ad ſuperficiem aE, eiusque adeo momentum reſpectu axis verticalis G erit $= \frac{cvx^3dx}{ff}$; vnde momentum reſiſtentiae, quam latus aE, patitur erit $= \frac{cvx^4}{4ff} = \frac{(aa-bb)^2cv}{4ff}$ poſito $x = G\alpha = V(aa-bb)$. Quia iam tantam quoque reſiſtentiam latus bF patitur, erit momentum totalis reſiſtentiae ad motum rotatotatorium impediendum $= \frac{(aa-bb)^2 cv}{2ff}$. In quod, quia pondus introduci debet, vt fiat momento virium P homogeneum, habebitur volumine nauis aquae submerso V et pondere nauis P in subsidium vocatis momentum ex resistentia ortum $= \frac{M(aa-bb)^2 cv}{2Vff}$.

§. 486. Quodsi iam ponamus nauis punctum, quod ab axe G distat interuallo $= f$, conuerti tempusculo dt per arculum circularem ds atque celeritatem interea ita augeri, vt altitudo debita v incrementum capiat dv, propter momentum virium et resistentiae, quo nauis actu vrgetur $= P - \frac{M(aa-bb)^2 cv}{2Vff}$ erit $\frac{dv}{f} = \frac{P\,ds}{S} - \frac{M(aa-bb)^2 cv\,ds}{2SVff}$; ex qua aequatione celeritas rotationis ad quoduis temporis momentum poterit definiri. Quoniam autem motus rotatorius ob resistentiam mox fiet aequabilis, et $dv = 0$, statim habebimus celeritatem illam, qua nauis continuo ab motus initio aequabiliter rotari perget, quae definietur per hanc aequationem $\frac{v}{ff} = \frac{2PV}{M(aa-bb)^2 c}$ ex qua ipsa celeritas angularis, quae est $= \frac{\sqrt{v}}{f}$ prodit $= \frac{\sqrt{2PV}}{(aa-bb)\sqrt{Mc}}$.

§. 487. Concipiamus iam duas naues perfecte similes, quae etiam a viribus similibus circa axes verticales circumagantur, sit maioris profunditas carinae $= C$ minoris $= c$, quae laterum homologorum vicem sustineant. Pertineat formula inuenta pro celeritate angulari ad nauem minorem; erit P vt c^3; V vt c^3; $aa-bb$ vt cc et Mc vt c^4; ex quibus orietur celeritas angularis vt $\frac{c^3}{c^4}$ seu vt $\frac{1}{c}$. Ex quo colligitur nauium similium a viribus similibus ad motum rotatorium incitatorum celeritates angulares, quas circa axem verticalem adipiscuntur, esse in ratione simplici inversa laterum homologorum.

§. 488. His igitur praeparatis poterimus actionem gubernaculi tam explicare quam determinare. Ac primo quidem in examen venit vis externa gubernaculum vrgens, quae ex allapſu aquae contra gubernaculi ſuperficiem oritur: de qua vi iam ergo conſtat, eius quantitatem tenere rationem compoſitam ex ſimplici ſuperficiei gubernaculi, in quam aqua illidit, ex ratione duplicata ſinus anguli, ſub quo fit alliſio atque in ratione duplicata celeritatis, qua aqua impingit. Harum rerum, quibus vis a gubernaculo excepta determinatur, vnica tantum, nempe angulus, ſub quo aqua gubernaculum impellit, ab arbitratu naucleri pendet, binae reliquae vero cum per figuram nauis, tum per motum relatiuum nauis in aqua determinantur, ita vt iis, prout occaſio tulerit, vti oporteat; neque eas pro lubitu moderari liceat.

§. 489. Praecipua autem cauſa, a qua gubernaculum vim accipit idoneam ad nauem circa axem verticalem conuertendam, poſita eſt in motu aquae aduerſus gubernaculum. Talis ergo vis exiſtit in aqua quiescente, quando nauis quomodocunque mouetur, tum enim aqua reſpectu gubernaculi motum habebit, quo in gubernaculum incurrens illi vim inferet. Quando autem aqua ipſa mouetur, tum gubernaculum ab aqua vim ſentiet, dummodo nauis non eodem motu, quo aqua mouetur. Quodſi enim vel nauis in aqua quiescente quieſcat, vel in aqua mota parem habeat motum ſecundum eandem directionem; gubernaculum, in quocunque ſitu detineatur, nullam vim ab aqua ſentire poterit. Quare vt gubernaculum vim exerere queat, neceſſe eſt, vt aut nauis in aqua quiescente moueatur, aut in aqua mota vel quieſcat, vel motu ab aquae motu diuerſo promoueatur.

§. 490.

§. 490. Siue autem sola nauis mouetur siue tam aqua quam nauis simul diuerso motu ferantur, totus motus per regulas cognitas vel in solam aquam vel in solam nauem transferri poterit; quo ipso repraesentatio non parum adiuuabitur. Ponamus ergo aquam quiescere, quia vniuersam theoriam ad hunc casum potissimum accommodari conuenit, atque nauem in aqua moueri. Hic vero statim occurrunt duo casus, qui seorsim tractari debent; primus scilicet si nauis cursu directo secundum spinae directionem progrediatur; alter vero obtinet, si nauis motu obliquo secundum directionem a spinae directione diuersam feratur. Ad hosque duos casus referri poterunt omnes, qui in aqua mota seu fluuio siue nauis quiescat siue moueatur locum habere possunt.

§. 491. Sit AEBF sectio nauis horizontalis vel in superficie aquae vel infra eam facta, nauisque progrediatur cursu directo secundum directionem BA, ita vt A sit prora, B puppis. Repraesentet vero BC gubernaculum mobile circa axem B, et videamus cuiusmodi effectus ex quouis situ gubernaculi, vti si in situ Bc detineatur, in motu nauis vel eius directione nasci debeat. Iste autem effectus ante omnia deduci debet, ex motu, quo aqua in regione posteriori BMC respectu nauis agitabitur; ex eiusque cum quantitate tum directione concludi poterit, quanta vi gubernaculum in situ quocunque Bc detentum vrgeatur. Primo quidem perspicuum est, si nauis omni latitudine EF careret, tum aquam penitus in quiete esse permansuram, vel respectu nauis motum esse habituram aequalem illi, quo nauis progreditur, at in directione contraria, nempe in regione BcC aqua motum habitura est in directione QM parallela ipsi AB et celeritate ipsi nauis celeritati aequali. Tab. XVI. fig. 3.

§. 492.

§. 492. Quodſi autem latitudo nauis EF in computum ducatur, mox apparebit aquam in regione BC*c* non in directione QM affluere poſſe, cum ob nauis corpus non detur ſpatium, vnde aqua in directione QM venire poſſit. Dum quidem nauis, poſtquam corpore ſuo ſpatium BC*c* occupauit, hoc ſpatium relinquit, id vacuum non manet, ſed continuo aqua repletur. Vnde autem aqua veniat, quae continuo ſpatia poſt nauem relicta occupet et adimpleat, tam accurate definiri non poteſt, veriſimile autem eſt, hanc aquam vndequaque confluere, maxime autem eam aquam ſubingredi, quae circa latera nauis E et F verſatur. Quia enim nauis aquam praeſe propellit, haec ipſa magis locum vacuum, quo ſe recipiat, affectabit.

§. 493. Planiora haec fient, ſi naui perfectam quietem tribuamus, contra vero ponamus vniuerſam aquam inſtar fluuii in directione contraria *a*A eadem celeritate, quam ante naui affinximus; perſpicuum enim eſt, in hac hypoteſi eadem phaenomena ſequi debere, quae in antecedenti, vbi naui in aqua quieſcente motum in directione A*a* adiudicauimus. Aqua igitur in directione *a*A adveniens in proram impinget, atque ad latera vtrinque deflectet, ex quo in regione K mouebitur in directione KL; cum autem ad L pertigit, vbi latitudo nauis non multum variatur, naturalem ſequetur directionem LP, donec latera nauis retrorſum conuergant; tum autem motum ſuum iterum inflectet iuxta nauis latera, vt tandem in directione obliqua PM in gubernaculum incurrat. Inflexionem autem hanc aquae iuxta nauis latera ope calculi definire haud licet, propter defectum principiorum hydraulicorum

licorum huc ſpectantium, ex quo acquieſcere debemus concluſionibus generalibus, quas experientia ducti formare valebimus.

§. 494. Inflexus iſte curſus aquae iuxta nauis latera eueniet eo facilius, quo minor fuerit nauis curuatura; hoc eſt quo minor fuerit nauis latitudo EF prae longitudine AB, et quo lentius latera vbique verſus B conuergant. Cum enim motus aquae inſitus teneat directionem AB, hanc directionem vi propria conſeruare conatur, eoque magis declinationi ab hoc curſu reſiſtet, quo ea fuerit maior. Quia etiam, ſi latera nauis verſus puppim vehementer conuergant, nauique prope puppim magna tribuatur latitudo, fieri poteſt, vt aqua in ſuo curſu latera nauis penitus deſerat, atque poſt nauem ſpatium aqua tranquilla repletum relinquat, quam perpetuo praeterfluat. Quia enim hoc caſu latera nauis ſubito inflectuntur puppimque claudunt, aqua tantopere et tam ſubito curſum ſuum inflectere non valet.

§. 495. Sic, ſi AEBF fuerit ſectio nauis horizontalis in aqua facta, eaque puppim B verſus ſubito conuergat, aqua latera nauis in S et T vsque alluens curſum ſuum iuxta latera SB et TB inflectere non poterit, ſed latera deſerendo motum ſuum in directionibus SV et TV continuabit. Quo fiet, vt poſt nauem ſpatium VSBT maneat aqua tranquilla repletum, in quo adeo gubernaculum BC nullam vim ſentire poterit. Idem phaenomenon euenire oportet, ſi nauis in directione BA progrediatur in aqua quieſcente, vbi etiam poſt nauem portio aquae perpetuo eadem nauem comitabitur, in qua gubernaculum nullum effectum exerere poterit. Hoc probatur quotidiana expe-

rientia

rientia, qua constat naues post se plerumque secum ducere quampiam aquae portionem, quae nauem per longissima interualla sequatur; haecque aqua vocari solet aqua mortua, eo quod in nauem nullam vim exercere potest.

§. 496. Quando ergo nauem eiusmodi aquae mortuae copia sequitur, gubernaculo nullus agendi locus relinquitur, id quod maximum est vitium, quod in naues cadere potest. Quamobrem maxime cauendum est, ne naues puppim versus nimis latae construantur, lateraque ad puppim B nimis cito et subito conuergant. Hocque praeceptum constructores nauium experientia edocti satis diligenter obseruare solent, dum partem nauium sub aqua versantem puppem versus lentissime conuergentem constituunt, vt copia aquae mortuae quam maxime diminuatur. In suprema aquae superficie quidem puppi tam acuta cuspis ob alias circumstantias conciliari non potest; contra autem sub aqua nauis sectiones horizontales maxime cuspidari solent, donec in imo loco omni latitudine carent.

§. 497. Hanc igitur ob rem in suprema aquae superficie gubernaculum nullum edere potest effectum, atque suprema aquae superficies pone nauem respectu nauis stagnabit eritque aqua mortua. Sub aqua vero, vbi carina versus puppim incipit esse satis gracilis, aqua in gubernaculum incurret, et aqua mortua cessabit; hicque affluxus continuo descendendo crescet, quoad in imo loco, vbi tota nauis in spinam desinit, aqua secundum ipsius spinae directionem moueatur, eandemque habeat celeritatem respectu nauis quiescentis, quam habet nauis respectu aquae quiescentis. Maximum ergo effectum gubernaculum praestabit in imo loco, ita vt eius pars superior immedia diate ſub aqua ſita propemodum nullius ſit vſus. Quamobrem conuenit gubernaculo in infima parte maximam tribui latitudinem BC, quia ab ea potiſſimum omnis gubernaculi effectus proficiſcitur.

§. 498. Quoniam, ſi puppis ſubito clauditur, aqua in ſpatium aliquod poſt nauem omnino non affluit, ſed ſpatium SVT aqua quieſcente repletum relinquit, manifeſtum eſt, ſi puppis magis fiat cuſpidata, tum portionem aquae quieſcentis diminui tandemque penitus ceſſare; vt in figura 3. Interim tamen etiam tum aqua non pleno curſu in Tab. XVI. fig. 3.
ſpatium BCc irruet, ſed tam in directione obliqua PM, quam etiam minori celeritate, quam eſt ea, qua aduerſus proram ſecundum aA impingere ponitur. Quamobrem cum vtrinque effectus gubernaculi infringatur, maximi momenti hoc eſt praeceptum, vt naues puppim verſus, in parte aquae ſubmerſa, quantum fieri poteſt, graciles efficiantur, et capacitas diminuatur. Quemadmodum etiam in praxi his in locis cauitas nauium omnino adimitur, ſolusque paries, qui lignum mortuum vocatur, relinquitur.

§. 499. His expoſitis videamus, quantam vim aqua iuxta puppim in gubernaculum impingens exerat. Ac primo quidem perſpicuum eſt, ſi gubernaculum BC in directum cum ſpina nauis fuerit conſtitutum, tum vires, quas vtrinque ab aqua allabente ſuſtinet, ſe mutuo deſtruere. Quia enim ponimus curſum aquae fieri in directione aA, is verſus puppim vtrinque aequaliter inflectetur, ideoque eadem vi in vtramque gubernaculi BC ſuperficiem impinget, ex quo aequilibrium oriatur neceſſe eſt. Quodſi autem gubernaculum BC in ſitum obliquum Bc redigatur, angulusque CBb minor fuerit quam angulus BCp, quem

 curſus

aquae p C cum spina ABC facit, tum quidem etiamnum aqua in vtramque superficiem gubernaculi vim exeret, at impetus in superficie Bc ab allapsu aquae PM maior erit quam in parte opposita, hincque vis resultabit gubernaculum in directione MN vrgens, quae nauem circa axem verticalem rotare conabitur.

§. 500. Sin autem angulus CBc maior fuerit quam angulus BCp, tum aqua in parte pBc cessabit vllum effectum in gubernaculum Bc exerere, hincque gubernaculum omnem actionem aquae PM ex altera parte allabentis sustinebit, ex qua vim definiri conueniet, qua navis circa axem verticalem circumagetur. Sunt itaque hi duo casus, quibus angulus CBc vel minor est vel maior quam angulus BCp, penitus a se inuicem disiuncti, neque lege continuitatis inter se connexi, ita vt vtrumque seorsim calculo expediri oporteat. Deinde etiam notandum est obliquitatem aquae allabentis, seu angulum BCp per totam profunditatem variari, eumque in vna nauis regione prope spinam prorsus euanescere; quae varietas calculum redderet insuperabilem. Hanc ob rem obliquitatem BCp mediam statuemus inter maximam et minimam eamque toti profunditati tribuemus.

§. 501. Ponamus igitur per totam gubernaculi altitudinem aquam incurrere vtrinque in directione PM et p C, angulique PMQ vel pCB sinum esse $= m$ cosinum n, existente, id quod semper assumimus, sinu toto $= 1$, ita vt sit $mm + nn = 1$. Ac primo quidem sit angulus CBc minor angulo BCp, quo casu aqua vtrinque in gubernaculum impetum faciet: sitque anguli CBc sinus $= s$, cosinus $= u$. His positis, angulus PMB sub quo aqua in parte PM impinget,

pinget, erit aequalis summae angulorum $CBc + pCB$, eiusque ideo sinus erit $= mu + ns$. Contra vero ex altera parte aqua pC irruet in gubernaculum sub angulo $pCB - CBc$, cuius sinus est $mu - ns$. Quum igitur alter impetus alteri sit contrarius, ex excessu, quo alter alterum superat, effectus aquae in gubernaculum colligi debet.

§. 502. Cum igitur sub istis angulis aqua vtrinque in gubernaculum impingat, sit superficies gubernaculi, quae vtrinque impetum aquae excipit $= bb$, atque M sit istius vtriusque superficiei centrum grauitatis, in quo tota vis aquae collecta est aestimanda, quippe per quod media directio impetus aquae transit, et ad superficiem est normalis. Quodsi ergo velocitas aquae in regione puppis ponatur debita altitudini v. Vis aquae ex parte PM impingentis aequivalet ponderi voluminis aquae, quod est $= bbv(mu + ns)^2$. Ex parte opposita autem vis aequiualebit ponderi voluminis aquae, quod est $= bbv(mu - ns)^2$, quae vis, quia illi est contraria, remanebit vis ex plaga PM proueniens $= 4mnsubbv$. Quae, vt ad pondus reducatur, positis pondere nauis $= M$ et volumine sub aqua versante $= V$, erit ea $= \frac{4Mmnsubbv}{V}$.

§. 503. Huius iam vis media directio erit recta MN, per centrum grauitatis M superficiei gubernaculi, quae quidem sub aqua versatur, ducta et ad superficiem Bc normalis. Hanc ob rem ab ista aquae in gubernaculum actione nauis vrgebitur in directione MN vi $= \frac{4Mmnsubbv}{V}$, si quidem angulus CBc fuerit minor quam angulus BCp seu $mu > ns$. Quodsi autem angulus CBc maior fuerit angulo BCp, tum ob euanescentem alteram vim $bbu(mu - ns)^2$ in calculo nascetur formula longe diuersa, fietque