

Cap. IV.

DE MOTV NAVIVM OSCIL- LATORIO.

§. 288.

Omnes motus, quos nauis aquae commissa recipere vallet, commodissime ad duas classes reuocantur, quarum prima eos complectitur motus, quibus stabilitas nauis reluctatur, et qui ita sunt comparati, ut iis status nauis aequilibrii continuo perturbetur. Huiusmodi motus oscillationum sunt similes, cum enim nauis a vi quacunque ex situ aequilibrii fuerit depulsa, ob stabilitatem sese in situ aequilibrii restituere conabitur, propter motum autem conceptum in situ aequilibrii, quando eum attigerit acquiescere non poterit, verum in plagam oppositam ex eo declinabitur, quoad motus fuerit consumtus; atque hoc modo circa statum aequilibrii eundo ac redeundo oscillationes absoluuntur. Motus vero, qui ad alteram classem pertinent, statum aequilibrii non perturbant, sed falso situ aequilibrii absoluuntur, cuiusmodi sunt motus nauis progressius, ac rotatorius circa axem verticalem, qui vi gubernaculi produci solet:

§. 289. In capitibus praecedentibus naues in quiete adhuc constitutas considerauimus, ac primo quidem definiuimus, quomodo naues comparatas esse oporteat, ut in situ erecto aequilibrium teneant, tum vero quomodo efficiendum sit docuimus, ut situs aequilibrii sufficienti stabilitate simul sit praeditus: atque in utroque negotio expo-

150 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

suimus, quomodo tam constructio nauium quam oneratio dirigi debeant, vt his requisitis maxime satisfiat. Nunc igitur pergitus ad naues in motu positas considerandas, inuestigatur, quales regulae inde cum ad constructionem tum ad operationem consequantur, vt naues ad motum recipiendum maxime idoneae reddantur. Cum enim hoc libro in formam nauium perfectissimam inquiramus, singulos status, quibus naues exponi solent, ordine percurrere, regulasque perscrutari conuenit, quibus obseruatis navis in quolibet statu secundum intentionem atque ad usum maxime accommodate versetur.

§. 290. In praesenti igitur capite motum nauium oscillatorium examini subiicere constituimus, eo quod is sine potentibus sollicitantibus, de quibus demum postea tractabitur, cognosci queat. A quacunque enim causa nauis ex situ suo aequilibrii depellitur, vi sua propria se restituere couabitur oscillationesque peraget, ex quo praeципua oscillationum causa in vi nauium propria non externa est sita. Contra autem res se habet in motibus alterius classis, qui sine potentibus sollicitantibus externis nec perseverare nec commode pertractari possunt, quamobrem eos motus postea euoluemus. Circa motum igitur nauium oscillatorium hoc praecepue requiri solet, vt is sit maxime tranquillus, qui enim sibi ideam nauis omnibus numeris absolutae fingeat, huius proprietatis non obliuiscetur, vt oscillationes minime sint impetuosae, sed quantum fieri potest tranquillae. Cuicquidem requisito satisfieri palam est, si oscillationes redundantur maxime tardae, perspicuum enim est, quo oscillationes sint tardiores, eo minus eas fore vehementes atque tales quales a perfecta nauis requiruntur.

§. 291 Cum autem naues dupli modo ex situ aequilibrii depelli queant, altero scilicet si nauis vel magis vel minus aquae immergitur, quam situs aequilibrii postulat, altero vero si nauis circa axem quempiam horizontalem inclinetur, duo quoque genera oscillationum omnis nauis recipiet. Oscillationes nimium primi generis orientur, si nauis ex aqua attollatur vel deorsum deprimitur; hinc enim nauis alternatim in aqua descendet et ascendet, donec omnis motus fuerit consumtus, hasque oscillationes vocabimus verticales. Alterius vero generis oscillationes oriuntur, si nauis vi quacunque circa axem horizontalem fuerit inclinata, tum enim nauis ob stabilitatem, quae est vis sepe in aequilibrium restituendi, motu pariter oscillatorio agitabitur, donec tandem in situ aequilibrii acquiescat. Hae ergo oscillationes fiunt circa axem aliquem horizontalem, eumque vel fixum vel variabilem, prout inclinatio est facta, priori casu oscillationes existunt satis regulares, posteriori vero confusae, quemadmodum haec fusi in superiori libro sunt exposita.

§. 292. Oscillationes has tam verticales, quam eas, quae fiunt circa axem aliquem horizontalem, hic vehementer exiguae et quasi infinite paruas contemplabimur. Nam vti in omni oscillationum genere, ita etiam in hoc oscillationes maiores plerumque fiunt admodum irregulares, neque inter se isochronae deprehenduntur, cum contra minimae oscillationes non solum constantiorem legem sequantur, sed etiam multo facilius definiri queant. Ad nostrum praeterea institutum sufficit oscillationes tantum minimas considerare, quodsi enim hae fuerint factae tardissimae seu maxime tranquillae, nullum est dubium, quin etiam oscillationes

152 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

tiones maiores futurae sint minime impetuosae. Positis igitur oscillationibus infinite paruis, sectio aquae neque quantitate neque figura mutabitur, ex quo tam calculus oscillationumque dimensio facilior euadet, quam ipsae oscillationes simpliciorem magisque uniformem legem sequentur; quod fieri non posset, si variabilitas sectionis aquae in computum duci deberet.

§. 293. Quemadmodum autem ad aequilibrium constituendum duae res requiruntur, primum nempe tantum nauis volumen aquae submersum, cuius si ex aqua constaret, pondus aequale esset ponderi nauis; ac deinde ut centrum grauitatis nauis et centrum magnitudinis partis submersae vtrumque in eadem linea recta verticali sit positum; ita etiam dum nauis oscillationibus peragendis in statum aequilibrii tandem peruenit, vel quantitas voluminis submersi tantum mutatur, vel positio rectae lineae centra grauitatis ac magnitudinis iungentis, vel vtrumque. Oscillationes illas, quibus alterutrum tantum mutatur, vocabimus puras, illas autem quibus vtrumque mutatur mixtas. Ita oscillationes verticales erunt purae, quando inter oscillandum tantum mox maius mox minus volumen aquae immersitur, perpetuo autem recta iungens centra grauitatis et magnitudinis manet verticalis. Similique modo oscillationes alterius generis erunt purae, si continuo aequem magnum nauis volumen in aqua versatur, solaque recta iungens centra grauitatis ac magnitudinis situm suum permuteat.

§. 294. Ponamus iam, ut initium ab oscillationibus verticalibus faciamus, nauem aquae vel profundius immerge, vel ex aqua extrahi, ita tamen ut sectio aquae de novo orta

orta priori sit parallelia; nisi enim nauis tali motu ex statu aequilibrii deturbetur, oscillationes verticales oriri non poterunt. Quodsi autem nauis motu verticali vel magis vel minus immergatur, quam ad aequilibrium requiritur, tum ob volumen aequilibrio non conueniens aquae submersum orientur quidem oscillationes verticales; at si simul voluminis aquae submersi centrum magnitudinis extra rectam verticalem per centrum grauitatis transeuntem exceedat, tum etiam nauis circa axem quendam horizontalem inclinabitur simulque oscillationes alterius generis conficiet. Cum igitur tali duplii motu oscillatorio tranquillitas nauis vehementer destruatur, nauem perfectam ita comparatam esse oportebit, ut vtriusque generis oscillationes puras absoluere queat.

§. 295. Quodsi enim neque oscillationes verticales perfici queant, quin simul oscillationes circa axem horizontalem eueniant, nec hae sine illis existere possint, quaelibet causa nauem ex situ aequilibrii declinans duplum motum oscillatorium producit; ex quo motus parum tranquillus nascitur. Neque vero tantum ob motum duplum oscillationes magis sunt violentae, sed quod praecipuum est inaequalitas temporum oscillationum, qua fit, ut motus vtriusque generis modo magis modo minus conspicient, motum maxime perturbatum atque impetuosum producit. Quamobrem hoc tanquam praecipuum huius capitatis requisitum est stabiliendum, quo nauis ita fabricatas esse oportet, ut ad ambo oscillationum genera seorsim suscipienda sint aptae: hocque requisitum obtinetur si centrum grauitatis sectionis aquae in eadem recta verticali fuerit situm, in qua cum centrum grauitatis nauis tum

154 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

centrum magnitudinis carinae iacent, quam proprietatem nauis iam supra cap. II. induximus.

§ 296. Perspicuum autem est, si nauis motu verticali aquae vel magis immergatur, vel ex aqua aliquantulum extrahatur, centrum magnitudinis partis submersae in recta verticali per centrum grauitatis totius nauis transeunte non manere, nisi centrum grauitatis sectionis aquae in eadem recta sit positum. Hanc itaque ob rem in constructione nauium haec regula minime est negligenda, quae postulat, ut centrum grauitatis sectionis aquae, centrum grauitatis nauis, et centrum magnitudinis carinae in una eademque recta verticali contineantur. Quemadmodum autem huic requisito per nauium figuram satisfieri queat iam supra in capite secundo fuisus exposuimus, vbi omnes species, ad quas nauium figurae reduci queant, euoluimus. Eo maioris vero momenti est hoc requisitum, quod sine eo non solum oscillationes verticales purae existere nequeant, sed etiam oscillationes, quae fiunt circa axem aliquem horizontalem.

§. 297. Haec vero regula eatenus tantum est observanda, quatenus aliis regulis maioris momenti non aduersatur. Quoniam enim haec regula ex tranquillitate motus oscillatorii originem traxit, facile intelligitur, eam postponi debere aliis regulis, quae vel ex stabilitate, vel cursus celeritate, vel diminutione declinationis a cursu directo consequuntur. Ante omnia enim incolumitas nauis maxime est spectanda, atque efficiendum ut nauis tuto ac sine periculo in vndis versari queat; tum sequitur cursus nauis, ut is quantum fieri potest celer reddatur, atque si nauis vento propellatur, aduersus plagam venti maxime dirigi possit.

possit. His nimirum primariis requisitis cum fuerit satisfactum , videndum est , quantum reliquis , quae incolumitatem et cursus celeritatem minus respiciunt , sed commoditatis gratia desiderantur , satisfieri queat. Neque enim conueniret requisita maioris momenti in gratiam aliorum , quae non absolute sunt necessaria , neglegi.

§. 298. Repraesentet igitur figura A E D F B nauem aquae in aequilibrio insidentem , cuius sectio aquae E F ita <sup>tab. XL
fig. 4.</sup> sit comparata ; vt eius centrum grauitatis C in illa ipsa recta verticali C D sit positum , in qua cum centrum grauitatis nauis tum centrum magnitudinis partis submersae est constitutum. Immergatur iam haec nauis motu verticali aquae profundius , vt abeat in situm *aedfb* , in quo etiamnum recta iungens centra grauitatis nauis et magnitudinis partis submersae E d F erit verticalis. In hunc ergo situm peruenit nauis descendendo per spatium C c , ex hocque situ in statum aequilibrii reuertetur ascendendo per idem spatium C c . Quoniam enim in hoc situ *aedfb* centra gravitatis et magnitudinis in recta verticali sunt constituta , aliam vim nauis non patietur ab aqua , nisi qua verticaliter sursum in situm aequilibrii pellatur. Quia vero oscillationes tantum infinite paruas contemplamur , omnes sectiones aquae , quas nauis durante motu per spatium C c successiue induet , inter se aequales erunt.

§. 299. Ponamus totius nauis pondus = M , volumen partis submersae , cum tenet situm aequilibrii , E D F = V , amplitudinem sectionis aquae seu aream eius = ω D , et spatium C c = x , quo nauis aquae profundius est immersa. Hoc igitur situ *aedfb* aquae submersa est nauis volumen = $V + \omega D x$, maius , quam status aequilibrii

156 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

requirit, ex quo vis aquae nauem sursum vrgens erit $= M + \frac{2MDx}{v}$. Cum igitur nauis proprio pondere deorsum nitatur $vi = M$, nunc actu sursum sollicitabitur $vi = \frac{2MDx}{v}$; quae ergo vis proportionalis est spatio x , quod navi est absoluendum, donec situm aequilibrii attingat. Ex quo intelligitur, oscillationes, quas nauis ascendendo ac descendendo alternatim perficiet, inter se esse isochronas. Quodsi nunc ponamus longitudinem penduli simplicis isochroni esse $= L$, debebit sollicitatio qua nauis in situ *adb* constituta sursum vrgetur esse $= \frac{Mx}{L}$, quae cum sit $= \frac{2MDx}{v}$ erit $L = \frac{v}{2D}$. Longitudo igitur penduli isochroni aequalis est altitudini cylindri, cuius basis est sectio aquae, et soliditas aequalis volumini partis aquae submersae in statu aequilibrii.

§. 300. Tempus igitur quo nauis huiusmodi oscillationes absoluens ex situ imo ad summum vel contra pertingit aequale erit tempori vnius oscillationis seu itus reditus penduli simplicis, cuius longitudo est $= \frac{v}{2D}$. Cum ergo in omni naui proxime soleat esse $V = D \cdot CD$ ut supra animaduertimus, erit longitudo penduli simplicis isochroni $= \frac{CD}{2}$, ex quo semissis profunditatis CD ad quam nauis aquae immergitur proxime dabit longitudinem penduli isochroni: si quidem carina deorsum ita conuergat, ut volumen ipsius aequale sit cylindro cuius basis est sectio aquae et altitudo semissis profunditatis CD , ut fere fieri solet. Quare cum naues ad summum immersi soleant aquae ad profunditatem circiter 24 pedum, erit longitudo penduli simplicis isochroni 12 pedum, hincque maxime naues suas oscillationes verticales absoluunt binis prope-

mo-

modum minutis secundis. Diuersarum vero nauium tempora oscillationum verticalium tenebunt rationem subduplicatam profunditatum, ad quas naues aquae immerguntur.

§. 301. Si oscillationes has quam tardissimas efficere velimus, quantitatem $\frac{V}{2D}$ maximam reddi oportet. Quoniam autem volumen carinae V per pondus nauis, quod datum esse ponitur, determinatur, idque propterea immutari nequit, sectionem aquae $2D$ minimam fieri oportet. Quoniam autem stabilitas nauium requirit, ut sectio aquae quam fiat amplissima, tarditas oscillationum verticalium obtineri non poterit, nisi stabilitas diminuatur. Neque vero stabilitati parum detraxisse sufficeret ad oscillationes tardiores reddendas, sed si eas vel uno minuto secundo lentiores reddere vellemus, stabilitas omnino euaneſceret, situsque aequilibrii labilis fieret. Quamobrem minime erit consultum harum oscillationum verticalium rationem tantum habere in constructione nauium, sed potius praestabit eas maxime celeres admittere, ut stabilitas eo maior efficiatur. Accedit ad hoc, quod hae oscillationes parum durent, moxque euaneſcant, ob ingentem resistentiam quam nauis in descensu offendit; ex quo celeritas harum oscillationum ne in considerationem quidem duci meretur.

§. 302. Huius de oscillationibus nauium verticalibus tractationis, quae in libro primo erat praetermissa, commonefactus sum a Viro Celeb. Ioh. Bernoulli, cum ipsi meditationes meas de oscillationibus, quae circa axem horizontalem fiunt, et quae in nauigatione maxime sunt spectandae, perscripsisse. Arbitratur autem Vir Celeb. harum oscillationum verticalium insignem usum esse posse

158 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

ad pondera nauium per experientiam inuestiganda. Quodsi enim cognita sit area sectionis aquae , quam posuimus = $2D$, atque nauis ad oscillationes huiusmodi verticales perficiendas impellatur , obseruari debet duratio harum oscillationum , ex iisque longitudo penduli simplicis isochroni definiri ; quae si reperta fuerit = L , erit volumen carinae $V = 2DL$, ex quo simul pondus nauis M innotescit. Verum ista ponderis nauis determinatio non satis exacta videtur , primo quod sectionis aquae centrum grauitatis in ipsa illa recta verticali centra grauitatis nauis et magnitudinis carinae iungente situm assumitur ; deinde quod hae oscillationes non tam diu durant , vt longitudo penduli simplicis isochronii satis exquisite definiri possit.

§. 303. Quanquam ista penduli simplicis isochroni determinatio tantum ad oscillationes minimas atque adeo infinite paruas spectare videtur , tamen etiam pro maioribus oscillationibus valere potest , si quidem circumstantiae hypothesibus assumtis non aduersentur. Posuimus enim inter oscillandum semper aequa magnam nauis sectionem horizontalem in superficie aquae esse positam , quodsi igitur idem in oscillationibus maioribus eueniat , eae oscillationes eandem tenebunt legem , minimisque erunt isochronae. Haec autem proprietas locum habebit , si nauis circa sectionem aquae per satis notabile interuallum tam supra quam infra eam fuerit cylindriforme , seu omnes sectiones horizontales per hoc interuallum habeat inter se aequales , hoc enim si acciderit , oscillationes etiam maiores erunt isochronae , dummodo inter oscillandum portio nauis in hoc interuallo contenta perpetuo in superficie aquae versetur. Pro oscillationibus autem verticalibus cor
porum

porum omnino cylindricorum ista regula sine vlla exceptione valebit.

§. 304. Expositis oscillationibus nauium verticalibus peruenimus ad alterum oscillationum genus, quae circa axem aliquem horizontalem absoluuntur; in quibus iterum discrimen ante omnia obseruari meretur, vtrum eae sint purae an oscillationibus verticalibus contaminatae. Purae scilicet erunt istiusmodi oscillationes, quando inter oscillandum centrum grauitatis nauis immotum persistit, hoc est neque ascendit neque descendit, contra vero oscillationes erunt impurae, seu oscillationibus verticalibus mixtae, si inter oscillandum centrum grauitatis nauis vel ascendat vel descendat. Hoc enim casu ab alia vi diuersa centrum grauitatis in situm debitum redigetur, ab alia autem conversio circa axem horizontalem producetur, ex quo motus orietur mixtus ex oscillatorio verticali, et oscillatorio circa axem horizontalem; atque hinc motus ex utroque compositus eo magis erit irregularis et succussionibus refertus, quo magis ambo illi motus oscillatorii a se inuicem discrepabunt.

§. 305. Discrimen autem horum duorum oscillationum generum non solum in ipsa motus diuersitate est positum, sed etiam vires, quibus eae oscillationes producuntur maxime inter se differunt. Cum enim nauis ex situ aequilibrii deturbatur, restitutio oritur a duabus viribus, quarum altera est ipsum nauis pondus cuius directio deorsum tendit ac per centrum grauitatis nauis transit, altera vero ex pressione aquae resultat, verticaliter sursum est directa, atque per centrum magnitudinis partis submersae transit. Nisi igitur hae duae vires se mutuo destruant, id
quod

quod in statu aequilibrii accidit, vel eae inter se erunt inaequales vel tantum directiones non in eandem rectam incident, vel utrumque. Ex inaequalitate virium istarum oriuntur oscillationes verticales purae, si quidem directiones incident in eandem rectam; sin autem vires fuerint quidem aequales, at directiones discrepant, orientur oscillationes circa axem quempiam horizontalem purae. At si nec vires fuerint aequales, nec directiones coincidunt, tum oscillationes orientur mixtae ex verticalibus, atque alteris, quae circa axem quendam horizontalem perficiuntur.

§. 306. Quoniam igitur ad eas oscillationes, quae circa axem horizontalem fiunt, puras producendas requiritur, ut centrum gravitatis quiescat, vel saltem a superficie aquae aequaliter maneat remotum, axis ille horizontalis, circa quem oscillationes peraguntur, per ipsum centrum gravitatis transire debet. Hoc vero etiam natura motus postulat; omnes enim vires, quae corpori cuiquam motum gyroriorum imprimere valent, id circa axem per centrum gravitatis transeuntem conuertunt; vti in libro praecedente cumulate est ostensum. Ut igitur istae oscillationes purae existant, necesse est, ut, dum nauis aliquantillum circa axem horizontalem per centrum gravitatis transeuntem conuertitur, volumen nauis, quod in aqua versatur neque maius fiat neque minus, quam erat in statu aequilibrii. Si enim vel maius volumen nauis vel minus durante conversione aquam subiret, tum aequalitas inter pondus nauis et vim ex pressionibus aquae resultantem cefaret, atque oscillationes simul verticales orirentur.

§. 307. Dum autem nauis circa axem quemcunque horizontalem per centrum grauitatis transfeunter aliquantum conuertitur seu infinite parum (hic enim tantum oscillationes infinite paruas consideramus) volumen perpetuo nauis aequale in aqua versabitur, si centrum gravitatis sectionis aquae centro grauitatis verticaliter immineat. Quamobrem si situs nauis aequilibrii ita fuerit comparatus, vt recta verticalis, in qua cum centrum gravitatis nauis, tum centrum magnitudinis partis submersae est situm, simul per centrum grauitatis sectionis aquae transeat, tum nauis apta erit ad oscillationes circa axem horizontalem puras suscipiendas. Supra autem vidimus eandem hanc proprietatem requiri ad oscillationes verticales puras producendas: ex quo haec proprietas eo maiori cura nauibus induci debet. Atque hanc ob rem in capite secundo circa inuentionem figurarum idonearum, ad quas carinae nauium formentur, in hoc praecipue sumus occupati, vt centrum grauitatis sectionis aquae verticaliter immineat centro magnitudinis carinae; huiusque praeccepti usus in hoc potissimum constat, vt oscillationes nauium maxime tranquillae reddantur.

§. 308. Quodsi igitur nauis eiusmodi figura tribuitur, vt in statu aequilibrii centrum grauitatis sectionis aquae in eandem rectam verticalem incidat, in qua posita sunt centrum grauitatis nauis et centrum magnitudinis carinae, tum nauis non solum apta erit ad oscillationes verticales puras absoluendas, sed etiam ad oscillationes circa axem quemcunque horizontalem puras peragendas. Si autem centrum grauitatis sectionis aquae extra rectam illam verticalem cadat, tum nauis neutrius generis oscillationes

162 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

lationes suscipere poterit, quin simul alterius generis oscillationes sint permixtae. Nauis scilicet, a quacunque vi ex statu aequilibrii declinetur, duplarem statim motum oscillatorium recipiet, alterum verticalem, alterum circa axem quempiam horizontalem, neque vlo modo effici poterit, vt alterius tantum generis oscillationes puras perficiat.

§. 309. Ut ilitas autem huius requisiiti, quo volumus, vt centrum grauitatis sectionis aquae verticaliter immineat cum centro grauitatis nauis, tum centro magnitudinis partis submersae, per se quidem satis perspicua, cum eae naues ad oscillationes utriusque generis puras absoluendas accommodentur, quo ipso motu oscillatorius magis erit tranquillus minusque turbulentus. Magis vero ilitas eluccebit, si consideremus oscillationes verticales per breve admodum tempus durare, alteras vero, quia resistentia minus obest, diutius manere. Quodsi igitur oscillationes verticales purae effici nequeant, eae non solum magis erunt impetuosa quam purae, sed etiam diutius durabunt, ob oscillationes horizontales cum iis permixtas. Deinde oscillationes circa axem horizontalem frequentissime occurruant ab appulso vndarum ad latera nauis; ex quo si eae semper coniunctae essent cum oscillationibus verticalibus, multo violentioribus succussionibus nauis perpetuo foret exposita. Has igitur ob rationes iure nobis postulare vide-
mur, vt sectionis aquae centrum grauitatis in eam ipsam rectam verticalem, in qua posita sunt centra grauitatis nauis et magnitudinis carinae, incidat.

§. 310. Assumamus igitur naues ita fabricatas ut capite secundo exposuimus, atque oscillationes quae oriun-

sur a vi quacunque horizontali , qua centrum grauitatis nauis neque attollitur nec deprimitur, sicut circa axem horizontalem , eruntque purae , neque ascensiue descensiue centri grauitatis perturbatae. Huiusmodi ergo oscillationibus durantibus centrum grauitatis nauis vel penitus quiescat vel mouebitur secundum directionem horizontalem uniformiter in directum. In superiori enim libro ostendimus huiusmodi motus gyratorios in quolibet corpore perinde se habere , siue corporis centrum grauitatis quiescat , siue progrederiatur uniformiter in directum. Quocirca ad oscillationes nauium definiendas non habemus necesse ad motum eius progressuum attendere, sed vtcunque nauis motu progressivo feratur, poterimus tuto centrum grauitatis tanquam quiescens considerare.

§. 311. Constituto igitur nauis centro grauitatis in quiete oscillationes perficiuntur circa axem quendam horizontalem per ipsum centrum grauitatis transeuntem. Quare cum istiusmodi axes horizontales numero infiniti per centrum grauitatis nauis duci queant , innumerabiles orientur species huius oscillationum generis. Supra vero in precedente libro ostendimus harum oscillationum alias esse regulares alias irregulares ; regulares scilicet appellamus eas, quae quamdiu durant , circa eundem axem fixum et immobilem absoluuntur ; irregulares vero , in quibus axis ipse circa quem motus fit , perpetuo permutatur , ita ut initium cuiusque oscillationis circa alium instituatur axem , medium circa alium , finisque circa alium. Harum ideo circa oscillationum irregularium determinatio maxime est difficultis , ob ipsius axis mutabilitatem , eamque propterea nequidem suscepimus ; verum tamen eae ; si oscillationes

164 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

regulares fuerint cognitae, satis prope ex istis colligi poterunt.

§. 312. In omni autem nauि duae dantur species oscillationum regularium, quarum altera axem habet longitudinalem per centrum gravitatis nauis a puppi ad proram porrectum; altera vero circa axem latitudinalem per centrum gravitatis nauis pariter ductum absoluitur: haec binae oscillationum species, quia in nauibus maxime conspicuntur, prae reliquis imprimis considerari merentur. Oscillationes igitur, quae circa axem longitudinalem absoluuntur ita sunt comparatae, ut quiescentibus prora et puppi latera nauis alternatim eleuentur atque deprimantur; hicque oscillatorius motus a Gallis *le Roulis* appellari solet. In altera vero oscillationum specie, circa axem latitudinalem fixum facta, alterno motu prora ac puppis eleuantur et deprimuntur, hicque motus Gallis voce *le Tangage* insignitur. Vtriusque autem motus oscillatorii cognitio in navigatione maximi momenti esse iure censetur.

§. 313. Antequam autem vtrumque hunc motum oscillatorium seorsim fusiis prosequamur quid vtrique commune sit videamus. Ac primum quidem se offert isochronismus vtriusque harum oscillationum speciei, quo oscillationes minimae instar penduli aequalibus temporibus absoluuntur. Non quidem oscillationes, quae circa axem longitudinalem fiunt, et eae, quae circa axem latitudinalem peraguntur, aequalibus temporibus absoluuntur, sed in eadem nauि oscillationes omnes circa axem longitudinalem inter se sunt isochronae, dummodo sint minimae; et si inter se sunt inaequales. Pari modo oscillationes circa axem latitudinalem minimae inter se sunt isochronae. Ac

prae-

praeterea eadem proprietas competit in oscillationes irregulares quae circa alios axes mutabiles perficiuntur, quamquam istae oscillationes ob axem mutabilem non facile distincte obseruari possunt.

§. 314. Deinde utriusque speciei oscillationes simili modo definiuntur; cum enim sint isochronae motus earum commodissime cognoscetur, si longitudo penduli simplicis assignetur, quod suas oscillationes aequalibus temporibus absoluat. Longitudo autem penduli simplicis isochroni pro vtraque oscillationum specie similiter inuenitur. Scilicet ad oscillationes circa axem longitudinalis determinandas, totius nauis momentum respectu huius axis quaeri oportet, quod per stabilitatem nauis respectu eiusdem axis longitudinalis diuisum praebebit longitudinem penduli simplicis isochroni. Pari modo si momentum nauis respectu axis latitudinalis per centrum gravitatis ductii diuidatur per stabilitatem nauis respectu eiusdem axis latitudinalis, prodibit longitudo penduli simplicis, cuius motus oscillatorius congruet, cum oscillationibus nauis, quae circa axem latitudinalem peraguntur.

§. 315. Ut igitur motum oscillatorium, qui fit ad latera nauis circa axem longitudinalis per centrum gravitatis nauis transversum definiamus, ante omnia stabilitatem nauis respectu axis longitudinalis nosse oportebit: quae cum sit productum ex pondere nauis M in rectam quamplam lineam quae sit $= f$, erit ea $= Mf$. Deinde momentum totius nauis respectu eiusdem axis longitudinalis obtinebit, si singulae nauis particulae multiplicentur per quadrata distantiarum suarum ab illo axe longitudinali atque omnia haec producta in unam summam colligantur:

166 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

ex quo momentum totius nauis erit productum ex tota nauis pondere M in quadratum rectae cuiusdam lineae, quae sit $= g$, ideoque $= Mg^2$. Ex his longitudo penduli simplicis isochroni oscillationibus, quae fiunt circa axem longitudinalis erit $= \frac{g^2}{f}$.

§. 316. Quodsi ergo stabilitas nauis respectu huius axis longitudinalis fuerit nulla, seu $f = 0$, oscillationes erunt infinite lentae, hoc est nullae, id quod ipsa stabilitatis natura declarat. Namque si nauis nullam habeat stabilitatem respectu axis longitudinalis atque aliquantillum ad alterutrum latus inclinetur, nulla fiet restitutio, hincque nullus motus oscillatorius, quod ipsum longitudo penduli simplicis infinitate magna indicat. Quo maior autem fuerit stabilitas nauis, eo minus prodit pendulum isochronum, *ex quo* aucta stabilitate oscillationes celeriores euadunt, si quidem momentum totius nauis Mg^2 maneat idem. Quanquam autem oscillationes lentae celerioribus anteferendae sunt, tamen ideo stabilitatem nauis diminui non conuenit, stabilitas enim est requisitum nauis essentiale, sine quo subsistere omnino nequit, et hanc ob rem minime est consilium stabilitatem imminuere, vt oscillationes tantum tardios obtineantur.

§. 317. Stabilitate autem nauis illaesca oscillationes tardios effici possunt, si longitudo rectae g seu momentum totius nauis respectu axis longitudinalis augeatur. Pendet vero haec quantitas g plurimum ab oneratione nauis, cum Mg^2 sit summa omnium productorum, quae oriuntur si singula ponduscula ex quibus nauis constat, per quadrata distantiarum suarum ab axe longitudinali multiplicentur. Quamobrem oscillationes tardiores reddentur, si one-

ra quantum fieri potest ab axe hoc longitudinali rembuerantur. Atque hinc noua nascitur regula pro oneratione nauium, quam obseruare eatenus iuuabit, quatenus cum aliis regulis consistere potest. Minime enim conduceret alias regulas in gratiam huius infringere, cum haec tantum commoditatem navigationis habeat propositam.

§. 318. Praeterea autem usus, cui nauis destinatur, ac reliquae regulae, secundum quas onerationem dirigi oportet, parum admodum quantitatem g augeri permittunt. Quodsi enim omnia ortera per interuallum unius pedis ab axe longitudinali magis remoueantur, atque adeo quantitas g uno pede maior reddatur, id quod tamen ne in maximis quidem nauibus praestari queat, tamen vix sensibilis retardatio oscillationum exinde oriaretur, saltem non tanta, ob quam mereantur tot translocationes fuscipi. Sunt enim manente stabilitate oscillationum tempora ut interualla g , quare si iam ante fuerit g aliquot pedum, atque remotione onerum g augeatur unitate, oscillationes cardiores fierent sui parte $\frac{g}{g}$, quae retardatio in vastis navibus, ubi g complures pedes denotat non est sensibilis, in minoribus autem augmentum unius pedis obtineri nequit.

§. 319. Haec omnia, quae circa oscillationes laterales ad axem longitudinalem relatas notauiimus, valent quoque pro oscillationibus, quae circa axem latitudinalem peraguntur, neque id circa pro his oscillationibus easdem animaduersiones repeti necesse est. Quodsi enim stabilitas nauis respectu axis latitudinalis ponatur $= M b$, ac momentum nauis respectu axis eiusdem latitudinalis per centrum grauitatis nauis ducti ponatur $= Mk$, erit longitudine penduli simplicis oscillationibus nisi iochroni $= \frac{k}{b}$.

Quodsi

Quod ergo in casu praecedenti erat g , hic nobis est k , et quod ibi erat f , hic est b ; vnde factis his substitutionibus, locoque vocis longitudinalis posita voce latitudinalis, observationes factae circa piorem oscillationum speciem traducentur ad oscillationes, quae sunt circa axem latitudinalem.

§. 320. Vnum tamen discrimen inter oscillationes circa axem longitudinalis et latitudinalis intercedit, cuius ratio est habenda. Quoniam nempe omnes naues ita fabricari solent, ut si vlla sit stabilitas respectu axis longitudinalis, stabilitas respectu axis latitudinalis per se fiat vehementer magna; quemadmodum etiam supra ostendimus stabilitatem respectu axis latitudinalis multis vicibus excedere stabilitatem respectu axis longitudinalis seu quantitatem b multum excedere quantitatem f . Ob hanc igitur rationem oscillationes circa axem latitudinalem fierent multo celeriores; at ex altera parte momentum nautis respectu axis latitudinalis multo fit maius quam momentum respectu axis longitudinalis, ob onera in puppi ac prora collocata, quae ab axe latitudinali valde distant, hancque ob rationem in tarditate oscillationum per momentum compensabitur, quod per stabilitatem detrahitur.

§. 321. Definiamus paulisper quantum circumstan-
tiarum incertitudo permittit, ipsam penduli simplicis iso-
chroni longitudinem, vt quodammodo duratio oscillatio-
num quae tam circa axem longitudinalis quam latitudi-
nalem sunt, praeter propter innoteat. Ac contemple-
mur quidem naues maximas bellicas, in quibus si carinae
profunditas ponatur $\frac{1}{2} c$, latitudo solet esse $\frac{1}{2} c$ et lon-
gitudine $10 c$. Ex praecedente autem capite constat
huius-

huiusmodi nauium stabilitatem respectu axis longitudinalis circiter fore $= \frac{1}{4} Mc$, stabilitatem vero respectu axis latitudinalis $= 10 Mc$; quarum expressionum illa data opera ita est assumta, vt sit iusto minor. Ibi enim ad securitatem nauium potissimum respeximus, cum praestaret stabilitatem actu maiorem deprehendi, quam calculus suppeditaret. Nunc igitur, quoniam incolumitas nauium nobis non amplius est proposita, quippe quae in praecedente capite iam satis est confirmata, tuto stabilitatem maiorem assumere poterimus, non tam vt veritatem proprius accedamus, quam vt oscillationes potius celeriores reperiamus quam reuera sunt. Pariter enim expedit si oscillationes actu tardiores deprehendantur, quam calculus eas ostenderit.

§. 322. Ponamus igitur stabilitatem respectu axis longitudinalis esse $= \frac{1}{4} Mc$, qui valor fere ex §. 250. prodit si pro v non 10 sed 8 ponamus; similique modo sit stabilitas respectu axis latitudinalis $= 12 Mc$, ita vt sit $f = \frac{1}{4} c$ et $b = 12 c$. Iam ad momentum nauis respectu axis longitudinalis inueniendum, notandum est onera quae maxime ab hoc axe distent et ad latera nauis sint posita, distare ab hoc axe interuallo semilatitudinis nauis $= \frac{5}{4} c$; cum autem maxima onerum copia proprius ad hunc axem sit sita, media quaedam distantia pro quantitate g debebit accipi, maior tamen quam semissis $\frac{5}{4} c$, cum spatia magis remota sint ampliora, atque quadrata harum distantiarum capi debeant, quo sit vt maiores distantiae magis praeualeant minoribus; sumamus igitur c pro hac distantia media, ita vt sit $g = c$; ex quo longitudo penduli simplicis oscillationibus circa axem longitudinalem factis iso-

Pars II.

Y

chro-

chroni erit $= 4 c$. Quare si c sit 20 pedum circiter pro maximis nauibus, oscillationes hae absoluuntur tempore circiter 5 minitorum secundorum.

§. 323. Ad tempora oscillationum, quae circa axem latitudinalem peraguntur, cognoscenda, aestimandum est momentum nauis respectu axis latitudinalis. Ab hoc autem si omnia onera maxime essent remota, distarent interuerso semilongitudinis nauis, quae est $= 5 c$, cuius quantitatis ob rationes modo allegatas pars semisse maior loco k substitui debet. Ponamus igitur $k = 3 c$, eritque longitudo penduli simplicis isochroni $= \frac{k^2}{b} = \frac{9}{4} c$, quae plusquam quadruplo minor est, quam longitudo penduli simplicis pro oscillationibus circa axem longitudinalem inventa. In nauibus itaque maximis quae habent $c = 20$ ped. oscillationes circa axem latitudinalem circiter absoluuntur duobus minutis secundis. Hinc in qualibet naui, nisi eius figura maxime abhorreat a consueta, oscillationes circa axem latitudinalem multo erunt celeriores, quam eae quae fiunt circa axem longitudinalem.

§. 324. Expediamus hanc oscillationum determinacionem generalius, ponamusque, si carinae profunditas sit $= c$, latitudinem carinae esse $= pc$ et longitudinem $= pqc$. Ponatur porro distantia inter centrum grauitatis nauis et centrum magnitudinis carinae $= \frac{1}{2} c$, ac pro numeris μ et ν sumatur 8, erit ex §. 247. stabilitas respectu axis longitudinalis $= M c (\frac{pp}{8} - \frac{1}{2})$ ac stabilitas respectu axis latitudinalis $= M c (\frac{ppqq}{8} - \frac{1}{2})$. Deinde cum maxima onerum ab axe longitudinali distantia sit $= \frac{1}{2} pc$, sumantur huius duo trientes pro distantia media, ita ut sit momentum nauis respectu axis longitudinalis $= \frac{1}{2} Mp^2 c^2$. Atque simili-

li ratione ponatur momentum nauis respectu axis latitudinalis $= \frac{1}{9} M p^2 q^2 c^2$: qui valores a veris non multum discrepabunt, dummodo carina deorsum conuergat, vti in calculo stabilitatis assumfimus.

§. 325. His positis erit pro oscillationibus circa axem longitudinalem penduli isochroni simplicis longitudo $= \frac{8ppc}{9pp-36}$, pro oscillationibus autem circa axem latitudinalem erit longitudo penduli simplicis isochroni $= \frac{8ppqqc}{9ppqq-36}$. Cum igitur sit longitudo cuiusque nauis maior latitudine seu $q > 1$, erit $\frac{8ppc}{9pp-36}$ semper maior quam $\frac{8ppqqc}{9ppqq-36}$; excessus enim illius expressionis supra hanc est $= \frac{32ppc(qq-1)}{9(pp-4)(ppqq-4)}$. Quamobrem quo magis longitudo nauis superat latitudinem, eo magis erunt celeres oscillationes circa axem latitudinalem, si cum oscillationibus circa axem longitudinalem comparentur. Vnde animaduersio ante facta latissime patet, quod in omni navi oscillationes circa axem latitudinalem celeriores sint, quam oscillationes circa axem longitudinalem.

§. 326. Intelligitur porro, quo maior latitudo nauis cum data carinae profunditate c coniungatur, quo pacto stabilitas nauis insigniter augetur, eo celeriores fieri oscillationes nauis. Cum enim longitudo penduli simplicis isochroni cum oscillationibus circa axem longitudinalem sit $= \frac{8ppc}{9pp-36}$, ea fit infinita si capiatur $p = 2$, seu latitudo nauis duplo maior quam profunditas carinae c . Tribuendis vero ipsi p , continuo maioribus valoribus sit pendulum isochronum breuius, donec tandem, si p infinitum seu saltum admodum magnum accipiatur, fiat longitudo penduli isochroni $= \frac{8}{9} c$. Hoc autem facto longitudo penduli simplicis isochroni cum oscillationibus circa axem latitudinalem

172 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

fiet quoque $= \frac{2}{3} c$. Ex quo, quo maior capiatur latitudo nauis respectu profunditatis carinae c eo magis ambae hae oscillationum species ad aequalitatem reducentur.

§. 327. Si plures naues diuersae magnitudinis cum ratione constructionis tum onerationis inter se perfecte similes concipientur, ita ut p et q in omnibus eosdem valores obtineant, solaque profunditas carinae c discrepet, longitudo pendulorum oscillationibus vel circa axem longitudinalis vel latitudinalis factis isochronorum tenebit ipsam profunditatem carinae, hoc est laterum homologorum rationem. Ex quo tempora oscillationum, quas naues hae circa homologos axes conficiunt, erunt in ratione subduplicata laterum homologorum. Nauis igitur, quae quadruplo longior est quam alia nauis oscillationes peraget duplo tardiores. Quodsi autem in minoribus nauibus ipsi p maior valor tribuatur, quam obtinebat in maioribus, etiam ob hanc rationem oscillationes in nauibus minoribus euadent celeriores. Supra scilicet obseruauimus, vt maiores et minores naues aequalibus inclinationibus sicut obnoxia stabilitatem ponderi nauis oportere esse proportionalem, seu $c(p^2 - \frac{1}{2})$ esse debere quantitatem constantem puta i ; ex quo fiet $pp - 4 = \frac{2i}{c}$ et $pp = \frac{4(2i+c)}{c}$; hinc ergo probabit longitudo penduli oscillationibus circa axem longitudinalis isochroni $= \frac{4(2i+c)c}{9i} = \frac{2}{3} c + \frac{4cc}{9i}$.

§. 328. Tanta oscillationum celeritas praesertim in minoribus nauigiis, plerisque non parum suspecta videbitur, atque adeo experientiae contraria. Quando enim cymbas aliasque minoris formae nauiculas mari vndis agitato iactari videmus, motum quidem oscillatorium deprehendimus

ingen-

ingentem ac vehementem, verum multo tardiorem quam vi theoriae nostrae esse deberet. At ad scrupulum istum eximendum notari oportet agitationem istiusmodi nauicularum ab vndis maris prorsus esse diuersam a motu oscillatorio, quem hic definiuimus. Hic enim assūsimus ac semper ponimus superficiem aquae in summa quiete; atque oscillationes determinauimus, quae oriuntur si nauis aliquantulum inclinetur ac repente dimitatur. Quando autem nauicula in mari vndis agitato versatur, tum superficies maris maxime est inaequabilis, atque oscillationes non tam a conatu nauis sese in statum aequilibrii restituendi proficiuntur, quam a continua vndarum sollicitatione, quibus eadem pars modo eleuatur modo deprimitur: quamobrem iste motus nauium quoque a motu vndarum maxime pendebit.

§. 329. Quod autem ad motum attinet quem maris agitatio nauibus imprimit, is altioris est indaginis, neque etiamnunc hydrostatica eosque est exculta, vt eius determinationem fuscipere queamus. Primum enim nosse oportet quanta vi et in quanam directione aqua, cum eius superficies non est ad libellam disposita, corpora innataitia sollicitet; ac deinde ipsum motum vndarum exploratum habere necesse est. Motum quidem vndarum vel inuenire liceret, vel ad arbitrium assumere, vt cum experientia maxime conueniat; verum aquae pressiones, quando eius superficies non est horizontalis, longe diuersas leges sequi videntur, quarum ne vestigium quidem adhuc innotuit. Observuantur enim naues, quod contra omnem expectationem videatur, per vndas ascendere motu accelerato, descendere vero motu retardato; atque si in

vase aqua ad marginem magis est eleuata quam in medio, leuia corpuscula innatantia sponte ad marginem accedunt, atque adeo sursum vrgentur; quod quam sit paradoxum, quilibet agnoscat, qui haec phaenomena per nota hydrostaticae principia explicare conatus fuerit.

§. 330. Quae igitur hic de oscillationibus exposita sunt, atque in hoc capite adhuc sequentur, ea non de agitatione nauium, quae ab vndis oriri solet, intelligi dportet, sed de illo motu reciproco, quem nauis quaque in aqua maxime tranquilla recipere potest. Orientur autem huiusmodi oscillationes si nauis a vi quacunque e situ aequilibri deducatur ac subito iterum dimitatur, tum enim ob stabilitatem sese in statum aequilibrii restituet quidem, sed, quia eum cum celeritate attingit, in plagam contrariam inclinabitur, quoad impetus omnis sit absuntus; hincque simili motu redibit, atque instar penduli oscillationes absoluet. Oscillationes vero circa axem longitudinalem conficiet, si initio circa eundem axem hoc est ad alterutrum latus inclinetur: oscillationes autem circa axem latitudinalem producentur, si circa hunc axem vel versus proram vel puppim inclinetur. Haeque oscillationes convenient cum theoria data, si modo sectionis aquae centrum grauitatis in eam ipsam rectam verticalem incidat, in qua centra grauitatis nauis, et magnitudinis carinae sunt posita.

§. 331. Quodsi igitur eiusmodi oscillationes circa axem vel longitudinem vel latitudinem actu efficiantur, ac longitudi penduli simplicis isochroni obseruetur, tum per experientiam cognoscetur relatio inter stabilitatem nauis et momentum totius nauis respectu eius axis circa quem

quem fiant oscillationes. Si enim posito nauis pondere $= M$, respectu eius axis circa quem oscillationes absolvuntur stabilitas sit $= Mf$ et momentum $= Mg^2$; dabit longitudo penduli simplicis isochroni obseruata valorem fractionis $\frac{gg}{f}$; ita vt si L exprimat longitudinem penduli isochroni futurum sit $gg = fL$. Apparet quidem in hac expressione pondus nauis M non inesse, quia cum in momento nauis tum in stabilitate aequaliter inerat, verum tamen vi propria pondus M in ea latet, cum neque momentum nauis neque stabilitas sine nauis pondere cognito determinari queat.

§. 332. Obseruandis igitur huiusmodi oscillationibus, poterit vel ex data nauis stabilitate eius momentum respectu eius axis, cuius respectu cum oscillationes fiunt, tum stabilitas cognoscitur, determinari vel contra ex momento hoc aliunde cognito stabilitas. Dabimus autem in sequente capite methodum stabilitatem respectu cuiusvis axis per experientiam definiendi; haec ergo si fuerit cognita atque aequalis Mf , denotante M pondus totius navis, ac longitudo penduli simplicis oscillationibus nauis isochroni reperta sit $= L$; sumi oportebit medium proportionalem inter f et L , quae praebet valorem ipsius g , ex qua momentum nauis innotescet, quippe quod est $= Mgg$. Vel cum sit $gg = fL$, stabilitas nauis quae iam constat et est $= Mf$ multiplicetur per longitudinem penduli obseruatam L dabitque productum MfL ipsum nauis momentum quae situm; ita vt hac via adhibenda nequidem opus sit pondus nauis seorsim nosse.

§. 333. Quodsi autem momentum nauis respectu illius axis, circa quem oscillationes peraguntur, aliunde quo-
cun-

176 DE MOTU NAVIVM OSCILLATORIO.

cunque modo fuerit compertum atque adeo valor $M gg$ inuentus, non difficulter ex cognito motu oscillatorio stabilitas nauis respectu illius axis determinabitur. Cum enim ex cognito motu oscillatorio constet longitudo penduli simplicis isochroni L , sitque $gg = fL$, erit $f = \frac{gg}{L}$, et stabilitas nauis quaesita $= Mf = \frac{Mgg}{L}$; vnde ista nascitur regula: momentum nauis iam notum diuidatur per longitudinem penduli simplicis L , isochroni cum oscillationibus nauis, et quotus resultans praebet ipsam nauis stabilitatem. Quo circa etiam haec inuestigatio institui potest, etiamsi pondus nauis absolutum ignoretur.

§. 334. Summopere autem expedit nullam praetermittere occasionem, qua eiusmodi experimenta instituere licet, ex quibus vlla cognitio nauium deduci queat. Cum enim ad omnia nauium phaenomena tam intelligenda quam prospicienda tot tamque variarum rerum ad naues pertinentium cognitio requiratur, quae a priori vel difficulter vel non satis accurrate cognosci possunt, institutio experimentorum quorumcunque hanc cognitionem magnopere promouebit ac perficiet. Sic tam oscillationum verticalium, quam harum quae fiunt circa axem aliquem horizontalem, obseruatio ingentem afferet utilitatem, ex illis enim relatio inter sectionem aquae et volumen aquae immersum; ex his vero relatio inter momentum nauis ac stabilitatem definitur; quoram vtrumque notitiam nauium plurimum promouet.

§. 335. Quoniam autem ex motu oscillatorio nauium circa axem horizontalem vel longitudinalem vel latitudinalem per obseruationes cognito definiri potest stabilitas nauis si momentum nauis respectu eiusdem axis habeatur, non

non abs re erit exponere, quo pacto ad cognitionem momenti nauis respectu dati axis horizontalis peruenire queamus. Ac primum quidem praesto est methodus a priori petita, qua singulae tam ipsius nauis particulae, quam onerum ingestorum multiplicantur per quadrata distantiarum ab axe proposito, cunctaque haec producta in unam summam colliguntur, ad quam operationem perfecta notitia cum structurae totius nauis, tum rationis operationis requiritur. Deinde vero momentum tale etiam per singularia experimenta potest determinari, quae inter notari praecipue merentur ea, quibus motus oscillatorius nauis in libero aere ex dato axe suspensae obseruatur; quo circa quemadmodum momentum nauis ex istiismodi obseruationibus colligi possit, explicabimus.

§. 336. Ponamus igitur cognitas esse oscillationes, ^{Tab. XII.} _{fig. 1.} quas nauis $aCDb$ in libero aere ex axe horizontali immobili PQ suspensa absoluit; huncque axem PQ parallellum esse illi axi horizontali AB per centrum grauitatis nauis G ducti, respectu cuius momentum nauis desideratur. Sit nauis totius pondus $= M$, eius momentum respectu axis AB quod quaerimus $= Mg^*$, et distantia centri grauitatis nauis G ab axe PQ circa quem oscillationes fiunt scilicet $OG = b$, quae distantia cognita ponitur. Obseruata iam sit longitudo penduli simplicis isochroni cum oscillationibus, quas nauis in hoc statu constituta absoluit, sitque ea longitudo $= k$: quae recepto loquendi modo distantiam centri oscillationis ab axe suspensionis PQ denotabit.

§. 337. Ex principiis autem mechanicis, quibus theoria centri oscillationis innititur, constat longitudinem pen-

Pars II.

Z

duli

duli simplicis isochroni, quae nobis est $= k$ obtineri, si momentum corporis oscillantis respectu axis suspensionis, seu summa omnium corporis particularum per quadrata distantiarum suarum ab axe suspensionis respectiue multiplicatarum diuidatur per productum totius corporis in distantiam centri gravitatis eius ab axe, ex quo corpus est suspensum: quod productum nostro casu ob OG $= b$ est $= Mb$. Quamobrem momentum totius nauis respectu axis PQ erit $= Mbk$; ac propterea ex obseruato motu oscillatorio dabitur. Quæstio itaque huc redit ut ex dato momento corporis cuiusque respectu axis cuiuscunque definiatur momentum eiusdem corporis respectu axis per centrum gravitatis ipsius ducti illique axi parallelī.

§. 338. In libro autem superiori methodus est tradita, ut ciuius ope ex dato momento corporis cuiuscunque respectu axis cuiuspiam per eius centrum gravitatis transversantis reperiri potest momentum respectu aliis cuiusvis axis, illi axi parallelī; ad hoc quippe definiendum tantum opus est, ut ad momentum respectu axis per centrum gravitatis transversantis addatur productum totius corporis per quadratum distantiae amborum memoratorum axium multiplicati. Cum igitur nostro casu sit momentum nauis respectu axis AB, quod quidem quaerimus, $= Mgg$ erit momentum eius respectu axis PQ $= Mgg + Mbb$ quod cum per obseruationes sit intentum $= Mbk$ erit $gg = bk - bb$ et $g = \sqrt{b(k-b)}$; innotescit itaque longitudo illa g , per cuius quadratum si multiplicetur massa nauis M , obtinetur momentum eius respectu axis AB.

§. 339. Pro corpore igitur quocunque circa axem horizontalem oscillationes peragente methodum nacti su-