Cap. I.
DE NAVIBVS IN GENERE.

§. 1.

Quanquam in ſuperiori libro Theoria de ſitu et motu corporum aquae innatantium tam fuſe et luculenter eſt expoſita, vt eius eximius vſus tum ad naues conſtruendas tum ad dirigendas et gubernandas non difficulter perſpiciatur: tamen accurata traditorum praeceptorum ad naues cuiusque generis accommodatio eo magis neceſſaria videtur, quo maiore doctrina nauigationis, pro vti quidem ea etiamnunc tractari ſolet, indiget emendatione. Quae enim in praecedente libro continentur, proprie ad natationem quorumque corporum generatim ſpectant, neque concluſiones ad nauigationis vſum ex iis ſunt formatae, niſi quas propoſitiones tractatae vltro ſuppeditauerunt. Quod autem potiſſimum eſt, regulae, quae quidem ſunt prolatae, non ſolum nimium ſunt diſperſae, ſed etiam quandoque inter ſe pugnant: ex quo neceſſitas huius peculiaris tractationis eo magis elucet.

§. 2. Hanc obrem in praeſenti libro omnia, quae in praecedente inuenta ſunt et demonſtrata, ad vſum nauigationis atque ad praxin accommodare conſtitui: quo in negotio ſingula, quae ad ſcientiam naualem pertinent, ſecundum certa capita diſtribui ac digeri conueniet, quo cunctae huius ſcientiae partes ordine percurri atque accurate pertractari quam commodiſſime queant. Tot enim ac tam diuerſae ſunt res, quibus ſcientia naualis continetur, vt, niſi ſingulae diligentiſſime ſeorſim perpendantur,

et deinceps ſumma circumſpectione inter ſe comparentur et coniungantur; vix quicquam ad vtilitatem publicam traduci poſſit. Ne igitur iſta tractatio vage inſtituatur, in hoc capite doctrinam de nauibus ingenere proponam, vt non ſolum quibus de rebus explicari oporteat intelligatur, ſed etiam quem ordinem, quamque operis partitionem ſequi expediat.

§. 3. Quantumuis naues, ſi in genere conſiderentur, cum ratione magnitudinis, tum figurae, tum deſtinationis etiam diſcrepent inter ſe, tamen omnes communibus aliquot proprietatibus praeditas eſſe deprehendimus. Primo enim omnes naues ad natandum aptae eſſe debent, in hocque ipſa nauium eſſentia continetur: ſecundo naues a quaque rudi mole, quae pariter aquae innatare valeat, diſcernuntur eo, quod cum hominibus tum oneribus quibusvis excipiendis et vehendis ſint pares. Tertio omnes naues etiam in hoc conueniunt, vt ex duabus partibus aequalibus et ſimilibus conſtent, ſi quidem figura externa ſpectetur, quae ambo nauium latera conſtituant, ac plano verticali per medium nauis ſecundum longitudinem tranſeunte a ſe inuicem ſecernantur. Quarto quoque omnium nauium hic ſolet eſſe finis principalis, vt a viribus quibuscunque per aquam promoueri queant. Atque his quatuor rebus natura nauium ingenere ſpectatarum aptiſſime comprehendi videtur.

§. 4. Si ergo iuxta primam proprietatem communem conſideremus nauem aquae inſidentem vel innatantem, duae partes inter ſe maxime diuerſae ſponte ſe offerunt, quarum altera complectitur portionem ſupra aquae ſuperficiem eminentem altera vero portionem ſub aqua

mer-

ſam: haecque diſtinctio in examine et diiudicatione navium maximi eſt momenti. Etſi enim eiusdem nauis prout magis minusue eſt onerata, ita etiam maior minorue pars ſub aqua verſatur, atque ipſa pars ſubmerſa mutatur, ſi nauis inclinetur; tamen hae in aequalitates non admodum ſpectari ſolent: ſed quando de parte ſubmerſa ſermo eſt, quae carina cuiusque nauis appellatur, ea nauis portio intelligitur quae infra aquae ſuperficiem abditur, cum nauis debito modo eſt onerata, ac ſitum erectum in aqua tenet.

§. 5. Eſt itaque carina ea cuiusque nauis portio, quae ſubmerſioni eſt deſtinata, et quae actu infra aquae ſuperficiem verſatur tum, quando nauis ita, vt decet, eſt onuſta, neque viribus externis ex ſitu aequilibrii declinatur. Nititur igitur magnitudo carinae onerum, quibus ferendis nauem parem eſſe oportet, quantitate et pondere. Quo plura enim onera grauioraque pondera ſunt vehenda, eo amplior eſſe debet carina atque omnino ſecundum primam hydroſtaticae regulam quantitas carinae vniuerſae nauis onustae pondere determinatur. Dato enim tam ipſius nauis quam onerum portandorum pondere, volumen carinae tantum eſſe debet, vt aequale volumen aquae tantundem ponderet, quantum nauis et onera imponenda coniunctim.

§. 6. Cum igitur quantitas totius nauis a quantitate carinae pendeat, haec vero ipſa a pondere nauis onuſtae, quantitas nauis aptiſſime definietur pondere ipſius, quando completam habet onerationem. Ita quantitas cuiusque navis commodiſſime menſuratur numero librarum vel centenarium pondus nauis debito modo oneratae experimentium. Vel quod eodem redit menſura eadem nauis habebitur, ſi definiatur

volumen carinae in pedibus cubicis. Nam cum pes aquae cubicus pendat circiter 64 libras, si numerus pedum cubicorum per 64 multiplicetur, prodibit numerus librarum ponderi totius nauis onustae respondens; qui est alter mensurandi modus. Contra vero si detur pondus nauis cum oneribus per libras expressum, numerus librarum per 64 diuisus dabit volumen carinae in pedibus cubicis.

§. 7. Intelligo hic pedes Rhenanos, librasque Parisinas sedecim vnciarum; neque vero ista relatio generatim exactissime definiri potest; cum alia aqua alia sit grauior, atque eo magis, quo plus salis in se continet. Praeterea etiam quantitas onerum non tam accurate solet definiri; sed aliquando plura onera aliquando etiam pauciora imponuntur quam destinatus onerandi modus requirit. Vnde fit vt tam ob ipsam onerum quantitatem, quam ob diuersae aquae grauitatem specificam modo aliquanto maior modo aliquanto minor nauis pars aquae immergatur, quam ea, quae carina vocatur. Interim tamen carina nobis semper erit determinata nauis portio, quae aquam subit quando nauis debitam obtinet onerationem: hocque non obstante, cum maior minorue pars aquae immergitur, eius ratio, si opus fuerit, haberi poterit.

§. 8. Duae ergo memoratae cuiusque nauis partes, quarum altera supra aquam eminet, altera in aquam immergitur, a se inuicem separatur sectione horizontali in ipsa aquae superficie facta; quam sectionem vti in priore libro sectionem aquae appellabimus. Sectio igitur aquae separat partem nauis superiorem a carina, atque est figura terminata, cuius perimeter in ipsa nauis superficie est sita. Ex quo si data fuerit nauis figura externa vna cum carina, simul

sectio

ſectio aquae atque aequatio eius naturam exprimens aſſignari poterit. Ex ſuperiore autem libro abunde intelligitur, quanti ſit momenti tam ſectionis aquae figuram quam ipſius carinae noſſe ad naues cum cognoſcendas tum diiudicandas; ita vt ſectio aquae vna ſit ex praecipuis rebus, quas circa naues contemplari oportet.

§. 9. Si porro ad motum nauium progreſſiuum in aqua attendamus, quaelibet nauis in duas partes quoque diſtingui reperietur, quarum altera prora vocari ſolet, altera puppis, quae quidem denominationes ex curſu directo originem traxerunt, ſed tamen etiam ſi curſus inſtituatur oblique, eaedem partes eadem nomina retinent. *Prora vero non tam anterior nauis pars vocatur, quam ea quae in motu cum aqua conflictatur; ſiue prora ea nauis vocatur pars, quae vel in aquam impingit, vel in quam aqua irruit. Atque hinc ſimul indoles alterius partis, quae puppis nominatur, facile perſpicitur: puppis namque ea erit nauis portio, quae dum nauis in aqua progreditur nullam aquae alliſionem patitur; ſi quidem curſus ſit directus, vti ponimus; curſus enim obliquus in his nominibus nil mutat, quamuis in re ipſa ingens pariat diſcrimen.

§. 10. Cum igitur ſuperficies nauis, quae quidem ſub aqua verſatur, impulſui aquae eatenus eſt expoſita, quatenus verſus puppim diuergit, ex hoc ipſo quantitas prorae colligi, eaque a puppi diſcerni poterit. Namque ſuperficies nauis eo vsque diuergit, quoad fiat ampliſſima, hincque iterum conuerget, vsque ad extremam puppim. Quamobrem ea nauis ſectio transuerſalis ad directionem curſus perpendicularis proram terminabit atque a puppi ſecernet, quae omnium eſt ampliſſima. Hanc igitur ſectionem

proram a puppi discernentem, cum sit maximi momenti appellabimus sectionem transuersalem amplissimam, eaque simul erit perpendicularis ad sectionem aquae, quia est ad directionem impulsus aquae normalis.

§. 11. Quanquam ratio huius diuisionis ad solam navium partem inferiorem seu carinam respicit, tamen etiam superior nauium portio supra aquam eminens simili modo distinguitur. Hanc ob rem sectio nauis transuersalis amplissima non solum carinam, sed etiam vniuersam nauem in duas partes diuidit, quarum altera prorae nomen obtinet altera puppis. Saepenumero quidem difficile est sectionem transuersalem amplissimam assignare, cum naues plerumque, vbi sunt amplissimae, per satis longum intervallum aeque amplae confici soleant. At vbi hoc accidit, vt sectio amplissima per interuallum dispersa esse videatur, perinde est quaenam sectio transuersalis pro amplissima habeatur atque error insensibilis tuto negligi potest.

§. 12. Stabilitis nunc prora et puppi in quacunque naue, quarum illa partem anticam haec posticam repraesentat, vltro se offerunt ambo latera, dextrum alterum, alterum sinistrum. Vocari autem solet latus dextrum id, quod stanti in puppi et proram intuenti ad dextram est situm, sinistrum vero quod huic ad sinistram iacet. Iam autem satis superque colligere licet, ambo haec latera inter se omnino similia esse debere: si enim ad cursum directum respiciamus, nulla foret ratio cur amborum laterum figurae essent dissimiles: eaedemque rationes, quae figuram alterius lateris determinant, simul quoque alterius lateris figurum determinabunt. Quod autem ad cursum nauium obliquum attinet, quia is in vtrumque latus aeque declina-

re

re ſolet, propter eum quoque vlla diſſimilitudo inter ambo latera intercedere nequit. Denique iſta ſimilitudine laterum venuſtati maxime conſulitur.

§. 13. Cum igitur in qualibet naui ambo latera debeant eſſe ſimilia, cunctae naues plano diametrali praeditae ſint neceſſe eſt, hoc eſt eiusmodi ſectione, qua tota navis in duas partes ſimiles et aequales diuidatur. Iſtud ergo planum diametrale erit verticale, ſi quidem vti ponimus nauis ſitum obtinet directum, quoniam in neutrum latus inclinatio eſſe poteſt: ac quia hoc planum diametrale a prora ad puppim porrigitur, ſimul erit normale ad ſectionem transuerſalem ampliſſimam. Quamobrem tam ſectio aquae quam ſectio transuerſalis ampliſſima figurae erunt diametro gaudentes; in vtraqne enim figura interſectio plani diametralis praebebit diametrum, ſimilemque ob rationem omnes ſectiones, quae vel ſunt horizontales, hoc eſt ſectioni aquae parallelae, vel ſectioni transuerſali ampliſſimae parallelae diametrum habebunt, quam pariter planum diametrale in iis deſignabit.

§. 14. Tres itaque habemus in quaque naui principales ſectiones, quarum vna eſt horizontalis ſecundum aquae ſuperficiem facta ſeu ſectio aquae, reliquae autem duae ſunt verticales, altera ſectio transuerſalis ampliſſima, altera vero ipſium planum diametrale: hisque tribus ſectionibus cognitis, ſatis prope totius nauis figura determinabitur, ſi praeter has principales ſectiones omnes ſectiones iis parallelae definiantur. Neque vero ad hoc opus eſt, vt omnium harum ſectionum figurae determinentur, ſed ſufficit, ſi vel ſolae ſectiones horizontales omnes vel alterae verticales ſolae innoteſcant, cum iſtis reliquae ſponte deter-

determinentur. Ad nauium autem conſtructionem expedit ſectiones parallelas ampliſſimae ſectioni transuerſali aſſignare, quia ſecundum has conſtructio nauium praecipue dirigi ſolet.

§. 15. Si autem ad theoriam, qua conſtructio et gubernatio nauium nititur, reſpiciamus; parum refert quamnam figuram habeat portio nauis ſuperior ex aqua eminens, cum ea neque preſſionem nec impulſum aquae excipiat; hancobrem praecipue in figura carinae inueſtiganda operam collocabimus, atque tantisper a parte ſuperiore cogitationes omnino abſtrahemus. Si enim pro quouis inſtituto forma carinae commodiſſima fuerit definita, non eſt difficile partem ſuperiorem ad circumſtantias praeſentes accommodare: qua quidem in re finis potiſſimum, cui nauis deſtinatur, eſt ſpectandus, vt tum ad onera geſtanda, tum ad operationes neceſſarias abſoluendas pars ſuperior maxime ſit accommodata: imprimis autem, cum haec pars ſola in aſpectum cadat, decori et venuſtatis ratio eſt habenda.

Tab. I. fig. 1. §. 16. Conſideremus igitur carinam cuiusuis nauis ſeorſim, cuius ſectio aquae ſit figura plana AEBF in horizonte repraeſentata, atque ADB denotet planum diametrale, ita vt recta AB ſit diameter orthogonalis ſectionis aquae: ſectio vero transuerſalis ampliſſima ſit EDF, cuius diameter erit recta verticalis CD, in qua interſecatur a plano diagonali. Huius ergo carinae prora erit portio ADEF, puppis vero reliqua pars BDEF, quae a ſe mutuo ſecernuntur per ſectionem transuerſalem ampliſſimam EDF. Quaecunque nunc ſit huius carinae figura, eius natura aptiſſime exprimetur per aequationem tres variabiles inuoluentem. Scilicet pro prora definienda, ſumto

in

in C initio abſciſſarum, ponatur abſciſſa quaecunque CX $= X$; portioque applicatae ſectionis aquae XR quaecunque $XY = y$; atque longitudo verticalis ex Y ad carinam vsque demiſſa $YZ = z$; quo facto aequatio inter x, y, et z exprimet naturam prorae, ſimilique modo puppis natura exprimetur.

§. 17. Ex aequatione autem inter x, y et z vel data vel inuenta tota carinae figura facile reperietur et ad vſum delineabitur. Primo enim ſi ponatur $z = 0$, aequatio inter x et y exprimet naturam ſectionis aquae AEBF, ita vt x ſit abſciſſa CX et y applicata XR. Deinde ſi fiat $y = 0$ punctum Z cadet in V, eritque $XV = z$: ex quo aequatio inter x et z exprimet naturam plani diametralis ADB, exiſtente x abſciſſa CX et z applicata XV. Denique ſi in aequatione propoſita trium variabilium ponatur $x = 0$, cadet Y in P et Z in M, atque aequatio inter y et z, quarum illa y exponit abſciſſam CP haec vero z applicatam PM; praebebit naturam ſectionis transuerſalis ampliſſimae EDF.

§. 18. Eadem vero aequatio naturam carinae exprimens per tres variabiles x, y et z, non ſolum tam facile praebet tres memoratas ſectiones principales, ſectionem aquae ſcilicet, planum diametrale et ſectionem transuerſam ampliſſimam, ſed etiam ſectiones quascunque his parallelas. Nam ſi ponatur variabilis x conſtans, tum aequatio inter y et z exprimet naturam ſectionis transuerſae RZVS ſectioni ampliſſimae parallelae inter eius abſciſſam $XY = y$ et applicatam $YZ = z$; quae ſectio diſtabit a principali EDF, cui eſt parallela interuallo $CX = x$. Simili modo ſi y ponatur conſtans ſectio

habebitur plano diametrali parallela ab eoque distans interuallo y; cuius natura exprimetur aequatione inter coordinatas x et z. Denique si variabilis z ponatur constans prodibit aequatio inter coordinatas x et y naturam sectionis horizontalis a sectione aquae interuallo z diffitae exponens.

§. 19. Si igitur descriptionem ad receptum naues construendi modum maxime accommodare velimus, conueniet singulas sectiones transuersales, verticales scilicet et plano diametrali normales determinari et describi. Neque vero omnes has sectiones, quarum numerus foret infinitus, repraesentare necesse est; verum sufficit aliquot earum datis interuallis a sectione amplissima tam versus proram quam versus puppim distantes describere, cum intermediae vi structurae ex his sponte determinentur. Si enim figura puppis et prorae fuerit continua, tum sectiones transversae puppim spectantes obtinebuntur tribuendis ipsi x negatiuis valoribus. Sin autem natura puppis peculiari exprimatur aequatione, tum ex hac ipsa aequatione sectiones transuersales puppis simili modo definientur, quo eae, quae in prora sunt sitae, ex aequatione naturam prorae exprimente.

§. 20. Cum igitur imprimis volumen carinae nosse oporteat, ostendendum est, quomodo quantitas huius voluminis ex aequatione inter memoratas tres variabiles commodissime determinari queat. Ad hoc autem requiritur, vt aequatio ista tres variabiles continente differentietur; ponamus ergo prodiisse hanc aequationem $Pdx + Qdy + Rdz = 0$; quae innumerabilibus formis exprimi potest, prout integralis ante differentiationem fuerit disposita.

Pona-

Ponamus nunc x constans, habebitur ob $dx = 0$ haec aequatio $Qdy + Rdz = 0$ ad sectionem RVS pertinens, quare cum sit $dy = \frac{-Rdz}{Q}$ erit area XYZV $= \int zdy = \int \frac{-Rzdz}{Q}$ integrali ita sumto vt euanescat posito $y = 0$ Si iam in hoc integrali ponatur $z = 0$, dabit $\int \frac{-Rzdz}{Q}$ aream XVR, ac $2\int \frac{-Rzdz}{Q}$ aream totius sectionis transuersae RVS; eo quod omnes hae sectiones constant ex duabus partibus aequalibus et similibus.

§. 21. Quoniam ergo in integrali $2\int \frac{-Rzdz}{Q}$ positum est $z = 0$, quo casu abit y in XR, quae est applicata sectionis aquae, ideoque per abscissam respondentem CX $= x$ determinatur ope aequationis naturam sectionis aquae continentis: expressio $2\int \frac{-Rzdz}{Q}$ erit functio ipsius x tantum, neque amplius quantitates y et z in se comprehendet. Quare si ea multiplicetur per dx, erit $2dx\int \frac{-Rzdz}{Q}$ elementum solidi EDFSRV, ex quo hoc volumen erit $= 2\int dx \int \frac{-Rzdz}{Q}$, integrali ita accepto, vt euanescat posito $x = 0$. Si igitur post integrationem hanc ponatur $x =$ CA, praebebit integrale prodiens soliditatem prorae, ad quam si addatur soliditas puppis simili modo inuenienda, habebitur integrum carinae volumen, quod quaerebatur.

§. 22. Praeter hanc expressionem plures aliae exhiberi possunt, quae pariter ac illa soliditatem propositae carinae exponent, prout alia atque alia voluminis elementa considerentur. Primo enim cum spatii XYZV elementum sit zdy, dabit $2\int zdy$ aream RVS, si ita integretur, vt euanescat posito $y = 0$; tumque ponatur $z = 0$. Simili modo eadem area exprimetur formula $2\int ydz$, integrali ita sumto, vt euanescat posito $z = 0$, tumque ponatur y

 $= 0$.

$=o$. Quare tam $2\int dx\int z\,dy$, quam $2\int dx\int y\,dz$ praebebit ſoliditatem prorae integralibus ita ſumtis vt euaneſcant poſito $x=o$, tumque ponatur $x=$AC. Expedit autem eiusmodi formulas integrales inducere, quae euaneſcant, ſi ea quantitas cuius differentiale ineſt, ponatur $=o$.

§. 23. Pari modo ſi ponatur y conſtans, expreſſio $\int z\,dx$ ita integrata vt euaneſcat poſito $x=o$, ſi tum ponatur vel $z=o$ vel $x=$AC, dabit ſectionis prorae plano diametrali parallelae per Y factae aream; hincque $2\int dy\int z\,dx$ exprimet ſoliditatem totius prorae, ſi quidem integrale ita capiatur, vt euaneſcat poſito $y=o$, tumque fiat $y=$CE. Eodem modo illa ſectio plano diametrali parallela exprimetur formula $\int x\,dz$ integrali ita ſumto vt euaneſcat poſito $z=o$, tumque fiat vel $x=o$ vel $z=$CD, vnde integrale $2\int dy\int x\,dz$ quoque ſoliditatem prorae exhibebit. Denique ſi initio z ponatur conſtans formulae $2\int y\,dx$ et $2\int x\,dy$ debito modo integratae dabunt ſectiones prorae horizontales, ideoque tam formula $2\int dz\int y\,dx$ quam $2\int dz\int x\,dy$ expriment prorae volumen: ita vt ſex diuerſae habeantur expreſſiones ad ſoliditatem prorae inueniendam.

§. 24. Cum autem haec ita late pateant, vt eorum vſus difficulter perſpici poſſit, conueniet hoc ipſum problema ſpecialius pertractari, atque ad vtilitatem conſtructionis accommodari. Hoc in negotio ſequemur methodum iam in ſuperiore libro adhibitam, qua omnes ſectiones vni ex tribus principalibus parallelas inter ſe vel ſimiles vel affines poſuimus. Ex hac tractatione id nanciſcemur commodi, vt data carina non difficulter in aequationem poſſit redigi: conſideratis enim tribus ſectionibus princi-

principalibus iisque ad aequationes reuocatis facile iudicare licebit, vtrum sectiones vni earum parallelae sint similes an affines: quorum vtrumuis si fuerit compertum aequatio localis naturam istius carinae continens exhiberi poterit. Hanc obrem modum aperiam, cuius ope cum ex similitudine tum ex affinitate sectionum parallelarum tam aequatio localis inter tres coordinatas formari quam volumen definiri queat.

§. 25. Quod primo ad similitudinem figurarum attinet, eius quidem notio ex elementis satis habetur distincta: attamen expediet eam ad nostrum vsum adaptare. Sit igitur CED semissis sectionis cuiusdam principalis, scilicet vel sectionis amplissimae vel sectionis aquae, vel etiam portio plani diametralis siue in prora siue puppi sumta; cui omnes sectiones parallelae sint similes, quarum vna sit figura *ced*. Si iam detur figura CED basin habens CE et altitudinem CD, ad aliam quamcunque basin *ce* figura similis *ced* describi poterit. Primo enim ex similitudine erit $CE : CD = ce : cd$, vnde altitudo *cd* datur. Deinde sumta abscissa quacunque *cp*, quae sit ad CP vt *ce* ad CE erit applicata *pm* ad PM pariter vt *ce* ad CE vnde constructio figurae *ced* admodum commoda consequitur. Tab. I. fig. 2.

§. 26. Deinde etiam, si detur aequatio naturam figurae CED exprimens, ex ea aequatio ad figuram quamcunque ipsi similem facile elicitur. Vocentur enim $CE = A$; $CP = X$ et $PM = Y$, dataque sit aequatio, qua relatio inter X et Y continetur: si ponatur $ce = a$, ac capiatur $cp = x = \frac{aX}{A}$, erit $pm = y = \frac{aY}{A}$. Quare cum sit $X = \frac{Ax}{a}$ et $Y = \frac{Ay}{a}$, si isti valores in aequatione inter X et Y naturam curuae CED exprimente loco X et Y sub-

ſubſtituantur prodibit aequatio inter x et y, qua natura curuae ſimilis ced ad datam baſin ce applicata exprimetur: hocque pacto aequationes pro omnibus ſectionibus ipſi CED ſimilibus reperientur.

§. 27. Si igitur figurae ſimilis ced conſtruendae propoſita fuerit ſola baſis ce, ex ea tota figura determinatur: ideoque eius altitudo cd ſponte definitur; poſita enim figurae principalis altitudine $CD = B$, ob $CD : cd = CE : ce$ erit $cd \frac{aB}{A}$. Porro quoque area cuiusuis figurae ſimilis ced ex area figurae principalis CED data aſſignari poteſt: namque poſita area $CED = E$, cum areae figurarum ſimilium teneant rationem duplicatam laterum homologorum, erit area figura $ced = \frac{a^2E}{A^2}$. Idem oſtendit calculus; cum enim ſit area $CED = \int YdX = E$, atque area $ced = \int ydx$ integralibus ad integras figuras extenſis; erit ob $y = \frac{aY}{A}$ et $x = \frac{aX}{A}$ area $ced = \int \frac{a^2YdX}{A^2} = \frac{a^2E}{A^2}$.

§. 28. Antequam figuras ſimiles relinquamus conueniet in earum centrum grauitatis inquirere, cum eius notitia abſolute ſit neceſſaria ad nauium proprietates reliquas eruendas. Ponamus itaque figurae principalis CED datum eſſe centrum grauitatis, idque ſitum eſſe in puncto G. ita vt ambo interualla GH et CH ſint cognita. Hinc ergo figurae ſimilis ced centrum grauitatis g in ſimili loco erit poſitum, atque interualla gh et ch ad interualla GH et CH rationem habebunt laterum homologorum ce ad CE: ex quo erit $gh = \frac{a.\,GH}{A}$ et $ch = \frac{a.\,CH}{A}$. Hacque proprietate calculus centri grauitatis alias perquam prolixus mirifice contrahitur ac ſimplicior redditur.

§. 29.

§. 29. Figurae, quas hic vocamus affines, multo latius patent quam ſimiles, hasque ſub ſe complectuntur. Quemadmodum enim figura ſimilis, ſi eius vnica quantitas detur, ex figura principali tota determinatur, ita ad figuram affinem determinandam duo latera protubitu affumere licet. Repraeſentet enim CED figuram principalem, cuius baſis ſit CE et altitudo CD; huic figurae affinis poterit aſſignari, quae non ſolum datam habeat baſem *ce* ſed etiam datam altitudinem *cd*. Ita autem hae figurae affines ſunt comparatae, vt ſi capiantur abſciſſae CP, *cp* baſibus CE et *ce* proportionales, applicatae PM et *pm* ſeſe ſint habiturae vti altitudines CD et *cd* ex quo ſi deſcripta ſit figura principalis CED, huius proprietatis ope ad quamuis propoſitam baſin et altitudinem figura affinis facile delineari poterit. Intelligitur ergo, ſi accidat vt ſit $cd : ce = CD : CE$ tum figuram affinem *ced* abire in ſimilem. Tab. II. fig. 1.

§. 30. Quod ſi ergo detur aequatio naturam figurae principalis CED exprimens in promtu erit aequationem pro figura quacunque affini exhibere. Poſitis enim $CE = A$, $CD = B$; abſciſſa $CP = X$ et applicata $PM = Y$, data ſit aequatio inter X et V: figurae autem affinis deſcribendae *ced* ſit baſis $ce = a$, altitudo $cd = b$, abſciſſa $cp = x$ et applicata $pm = y$. His ergo poſitis ex natura affinitatis ſequitur, ſi fuerit $A : a = X : x$ fore $B : b = Y : y$; vnde fit $x = \frac{aX}{A}$ ſeu $X = \frac{Ax}{a}$, atque $y = \frac{bY}{B}$ ſeu $Y = \frac{By}{b}$. Quamobrem ſi in aequatione in X et Y data ſcribatur $\frac{Ax}{a}$ loco X et $\frac{By}{b}$ loco Y, prodibit aequatio inter x et y pro curua affini *ced*.

§. 31.

§. 31. Quod ad areas figurarum affinium attinet eae se habebunt in ratione composita basium et altitudinum, ita vt, si area figurae principalis CED fuerit $= E$, area figurae ced futura sit $= \frac{abE}{AB}$. Namque figurae ced area est $= \int y dx$ integratione per totam figuram extensa; cum autem sit $y = \frac{bY}{B}$ et $x = \frac{aX}{A}$, erit $\int y dx = \frac{ab}{AB} \int Y dX$. At $\int Y dX$ exhibet aream figurae principalis CED quam posuimus $= E$ ita vt sit $\int Y dX = E$; quocirca area figure affinis ced erit $= \frac{abE}{AB}$. Nouo igitur calculo non erit opus ad areas figurarum affinium determinandas, sed eae pariter ac figurae similes ex data figurae principalis area definiri possunt.

§. 32. Pari facilitate locus centri grauitatis in quaque figura affini determinari poterit, si datus fuerit locus centri grauitatis in figura principali, qui sit G. Cum enim ducta ex G ad basin CE perpendiculari GH sit $GH = \frac{\int YYdX}{2\int YdX}$ atque $CH = \frac{\int YXdX}{\int YdX}$, integralibus debito modo sumtis, vt ad totam figuram pateant: si figurae affinis centrum gravitatis situm sit in g, erit pari modo $gh = \frac{\int yydx}{2\int ydx}$; et $ch = \frac{\int yxdx}{\int ydx}$. At ob $x = \frac{aX}{A}$ et $y = \frac{bY}{B}$, erit $gh = \frac{b\int YYdX}{2B\int YdX} = \frac{b.GH}{B}$, atque $ch = \frac{a\int YXdX}{A\int YdX} = \frac{a.CH}{A}$. Vnde erit $CH : ch = CE : ce$; atque $HG : hg = CD : cd$, quae analogiae punctum g praebent facillime.

§. 33. Hae autem figurae tam similes quam affines sufficere videntur ad formas omnium omnino nauium repraesentandas, saltem vero proxime; in praxi enim minutiae sunt negligendae. Hinc igitur orientur sex nauium species, quarum prima eas naues comprehendat, in quibus omnes sectiones horizontales sint sectioni aquae similes: secunda species

cies vero eas, quae habent omnes ſectiones transuerſales ſectioni ampliſſimae parallelas eidem ſimiles: ad tertiam vero eae pertineant naues, in quibus ſectiones verticales plano diametrali parallelae eidem ſint ſimiles. Pari modo ſpecies quarta, quinta et ſexta eas complectentur naues, in quibus ſectiones, quae in in prioribus ſpeciebus erant ſimiles tantum ſunt affines. Atque ad aliquam harum ſex ſpecierum cunctae naues referri poſſe videntur, quamobrem ſingulas has ſpecies percurramus praecipuasque proprietates recenſeamus.

§ 34. Sit igitur ADB carina nauis, cuius figura ad primam ſpeciem pertineat: exiſtentibus omnibus ſectionibus horizontalibus SRTQ ſectioni aquae AFBE ſimilibus, quae omnes ſimiliter ſecentur a ſectione ampliſſima EFD. Poſito plano diametrali ADB, vocetur $AC = a$, $CE = CF = b$; et $CD = c$ ac cum ſectio aquae AEBF data ſit, ponatur abſciſſa eius $CI = p$; et applicata $IK = IL = q$; dabiturque aequatio inter p et q, qua natura ſectionis aquae exprimetur. Ponamus porro datam eſſe ſectionem ampliſſimam EDF, cuius diameter eſt CD; ita vt vocatis abſciſſa $CP = r$ et applicata $PQ = s$ habeatur aequatio relationem inter r et s continens. Hisque datis duabus ſectionibus principalibus tota carinae figura determinabitur ex ſimilitudine ſectionum horizontalium. Tab. II. fig. 2.

§. 35. Concipiatur ſectio horizontalis SQTR per punctum P facta, ac cum tam portio proram ſpectans QSR ſimilis ſit portioni ſectionis aquae in prora ſitae EAF, quam portio puppis QTR portioni EBF, erit ex natura ſimilitudinis $CE : CA = PQ : PS$ vnde fit $PS = \frac{as}{b}$. Cum autem PS ſit applicata in plano diametrali ADB

 reſpon-

respondens abscissae $CP = r$, dabitur simul aequatio naturam plani diametralis exprimens ex aequatione inter r et s data. Ex quo perspicitur in hac nauium specie sectionem amplissimam et planum diametrale a se inuicem pendere, ita vt data alterius figura simul figura alterius determinetur: ideoque perinde est, vtra harum sectionum cum sectione aquae coniungatur ad totam figuram determinandam. Sunt igitur portio plani diametralis ACD et semissis sectionis amplissimae ECD figurae affines communem altitudinem CD habentes: similique modo figura CDB his erit affinis ob $CB : PT = CE : PQ$; atque omnes sectiones verticales per punctum C factae erunt figurae affines eandem habentes altitudinem CD sed diuersas bases.

§. 36. Quoniam figura QSR similis est figurae EAF sumatur in eius diametro abscissa PO similis abscissae CI, ita vt sit $b : s = p : PO$, seu $PO = \frac{ps}{b}$; erit applicata respondens $OZ = OW = \frac{qs}{b}$. Ducantur nunc rectae verticales OX et ZY, atque cum Z sit punctum in superficie carinae, eius situm ope aequationis tres variabiles involuentis definiamus. Hunc in finem vocentur $CX = x$ $XY = y$ et $YZ = z$: eritque $x = \frac{ps}{b}$ ob $CX = PO$; porro $y = \frac{qs}{p}$ ob $XY = OZ$; atque $z = r$ ob $YZ = XO = CP$. Cum autem detur aequatio inter r et s, aequabitur s functioni cuidam ipsius z, quae in aequationibus $x = \frac{ps}{b}$ et $y = \frac{qs}{b}$ substituatur. Denique ob q per p datam eruatur valor vtriusque ex aequatione $\frac{x}{y} = \frac{p}{q}$, eiusque valor in alterutra substitutus dabit aequationem inter x et y et z, qua natura superficiei propositae exprimetur.

§. 37.

§. 37. Cum igitur aequatio inter tres coordinatas orthogonales x, y et z naturam ſuperficiei cuiusuis aptiſſime exprimat, operae pretium erit inueſtigare cuiusmodi formam habitura ſit iſta aequatio, quando ad figuram huius ſpeciei pertinet: vt deinceps, ſi viciſſim aequatio proponatur, iudicare queamus, an figura per aequationem expreſſia ad primam hanc ſpeciem referenda ſit an ſecus. Cum ergo ſit $r = z$ et s per r detur, erit $s =$ functioni ipſius z, quae ſit Z: deinde cum ſit $\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$ atque q per p detur, aequabitur p functioni nullius dimenſionis ipſarum x et y. Quare ob $x = \frac{ps}{b} = \frac{pZ}{b}$, erit $Z = \frac{bx}{p}$, hoc eſt functio quaepiam ipſius z aequalis erit functioni vnius dimenſionis ipſarum x et y: haecque eſt proprietas eſſentialis aequationum figuras ad hanc primam ſpeciem pertinentes complectentium.

§. 38. Quoniam deinde ad conſtructionem nauium maxime requiritur, vt ſectiones transuerſales ſectioni ampliſſimae EDF parallelae definiantur, ponamus eiusmodi ſectionem fieri per punctum X, erit huius ſectionis abſciſſa $XY = y$ et applicata reſpondens $YZ = z$, quia vero interuallum CX pro hac ſectione eſt conſtans, ponatur $CX = x = g$; atque in ſectione aquae ducatur ordinata quaecunque KIL, exiſtente $CI = p$ et $IK = q$. Cum iam ſit $x = \frac{ps}{b}$, erit $s = \frac{bg}{p}$. In ſectione igitur ampliſſima CDE ſumatur applicata $PQ = \frac{bg}{p} = \frac{CE \cdot CX}{CI}$ cuius proinde reſpondens abſciſſa CP dabitur. Sumta ergo pro ſectione quaeſita abſciſſa $XY = \frac{qs}{b} = \frac{gq}{p} = \frac{CX \cdot IK}{CI}$; habebitur applicata reſpondens $YZ = CP$; vnde tam natura quam conſtructio ſingularum ſectionum transuerſalium cognoſcitur.

§. 39. Vt denique ſoliditatem iſtius carinae reperiamus, ſit area totius ſectionis aquae AEBF $= E$; ex qua ob ſimilitudinem habebitur area ſectionis SQTR illi ſimilis $= \frac{PQ^2 . E}{CE^2} = \frac{Es^2}{b^2}$ quae multiplicata per differentiale altitudinis $CP = \frac{r}{p}$, dabit elementum ſoliditatis $= \frac{Es^2 dr}{b^2}$. Ex quo volumen carinae inter ſectionem aquae AEBF et hanc ſectionem illi parallelam SQTR comprehenſae erit $= \frac{E}{b^2} \int s^2 dr$ integrali ita ſumto, vt euaneſcat poſito $r = o$. Quare ſi poſt integrationem formulae $\int s^2 dr$ hoc modo inſtitutam ponatur $r = CD = c$, prodibit totius carinae volumen $= \frac{E}{b^2} \int s^2 dr$, quod igitur tum ab area ſectionis aquae tum a natura ſectionis ampliſſimae pendebit.

§. 40. Ad quantitatem voluminis carinae commodius exprimendam eiusque inuentionem faciliorem reddendam ſit ſectionis ampliſſimae EDF area $= F$, atque huius ſectionis ſemiſſis CDE centrum grauitatis ſitum ſit in g, ex quo ad CD ducatur perpendicularis gG. Quibus factis erit $F = 2 \int s\, dr$, atque $Gg = \frac{\int s^2 dr}{2 \int s dr}$, his integralibus ita acceptis vt euaneſcant poſito $r = o$, tumque facto $r = CD = c$. Hinc itaque erit $\int s^2 dr = 2\, Gg . \int s\, dr = F . Gg$. Quocirca ſoliditas carinae propoſitae erit $= \frac{E.F.Gg}{b^2} = \frac{E.F\, Gg}{CE^2}$; vnde facilis regula pro inuenienda carinae ſoliditate practice emergit. Scilicet productum ex areis ſectionis aquae et ſectionis ampliſſimae multiplicetur per interuallum Gg, et quod reſultat diuidatur per quadratum CE, quotusque indicabit volumen carinae quaeſitum.

§. 41. Vt haec clarius inſpiciantur iuuabit rem exemplo illuſtraſſe, ſit igitur ſectio aquae AEBF ellipſis centrum habens in C, cuius axes ſint $AB = 2a$ et $EF = 2b$;

erit

erit ex natura ellipſis $q = \frac{b}{a}\sqrt{(a^2-p^2)}$; atque poſita ratione diametri ad peripheriam $= 1 : \pi$ erit area ſectionis aquae $= \pi ab$. Sit praeterea ſectio ampliſſima EDF parabola verticem habens in D, erit ex natura parabolae $s = b\sqrt{\frac{c-r}{c}}$. Hinc ſtatim natura plani diametralis ADB innoteſcet, quae pariter erit parabola verticem in D et axem DC habens. Nam eius applicata PS abſciſſae CP reſpondens erit $= \frac{as}{b} = a\sqrt{\frac{c-r}{c}}$. Illius quidem parabolae ſectionem ampliſſimam exhibentis parameter eſt $\frac{bb}{c}$, huius vero parameter eſt $= \frac{aa}{c}$.

§. 42. Aequatio vero inter tres variabiles $CX = x$; $XY = y$ et $YZ = z$, quae naturam huius carinae exprimat, inuenietur ex tribus hiſce aequalitatibus, $z = r$; $x = \frac{ps}{b}$ et $y = \frac{qs}{b}$. Quoniam ergo eſt $z = r$ erit $s = b\sqrt{\frac{c-z}{c}}$: atque equatio $\frac{x}{y} = \frac{p}{q} = \frac{ap}{b\sqrt{(a^2-p^2)}}$, dabit $p = \frac{abx}{\sqrt{(a^2y^2+b^2x^2)}}$. His ergo valoribus loco p et s in aequatione $x = \frac{ps}{b}$ ſubſtitutis prodibit $\sqrt{c(a^2y^2+b^2x^2)} = ab\sqrt{(c-z)}$, ſeu $a^2cy^2+b^2cx^2 = a^2b^2c-a^2b^2z$, vnde habebitur $z = \frac{(a^2b^2-a^2y^2-b^2x^2)}{a^2b^2}c$ quae eſt aequatio localis ad ſuperficiem propoſitam: in qua cum variabiles duabus plures dimenſiones non habeant, omnes ſectiones vtcunque factae erunt ſectiones conicae.

§. 43. Ex aequatione locali inuenta intelligitur omnes ſectiones transuerſales ſectioni ampliſſimae parallelas quoque eſſe parabolas, itemque omnes ſectiones plano diametrali parallelas. Quamobrem in hac figura non ſolum ſectiones horizontales omnes ſunt figurae inter ſe ſimiles, ſed etiam ſectiones verticales, quae tam ſectioni ampliſſimae quam plano diametrali ſunt parallelae, inter ſe erunt

similes, ex quo ista figura non solum ad primam speciem, sed simul ad secundam et tertiam pertinet. Soliditas autem huius figurae facile inuenitur; cum enim sit $E = \pi ab$ et $\int ssdr = \frac{bb}{c}\int dr\,(c-r) = \frac{bb}{2c}(2cr-rr)$, ponatur $r = c$ fiet $\int s^2 dr = \frac{bbc}{2}$: ex quo huius carinae volumen, quod generaliter erat $= \frac{E}{bb}\int s^2 dr$ prodibit $= \frac{\pi abc}{2}$.

§. 44. Ad nauium speciem secundam referuntur eae figurae, in quibus omnes sectiones parallelae sectioni amplissimae eidem sunt similes. Huiusmodi igitur carinam repraesentet figura AEDFB, in qua sit AEBF sectio aquae, ADB planum diametrale, atque EDF sectionem transuersalem amplissimam, cui facta sit sectio quaecunque parallela RVS, quae ideo illi erit similis. Ex quo sequitur fore CE : CD = XR : XV, atque hanc ob analogiam planum diametrale ADB et semisectio aquae AEB erunt figurae affines super eadem basi AB constitutae. Si ergo alterutra harum duarum sectionum fuerit data, altera simul determinatur. Ad totius igitur figurae determinationem sufficit assumsisse duas sectiones amplissimam scilicet EDF et sectionem aquae AEBF.

Tab. III. fig. 1.

§. 45. Maneant vt ante $AC = a$, $CE = CF = b$ et $CD = c$; et pro sectione amplissima posita abscissa $CP = p$; $PM = q$, data erit aequatio inter p et q: in sectione aquae autem sumta abscissa $CX = r$, sit applicata $XR = s$ data per r. Eidem autem abscissae $CX = r$, quatenus pertinet ad planum diametrale ACD respondebit applicata $XV = \frac{cs}{b}$ ex natura similitudinis. Capiatur iam in sectione transuersali RVS abscissa XY similis abscissae

CP,

CP, ſeu $XY = \frac{ps}{b}$ erit applicata reſpondens $YZ = \frac{qs}{b}$. Ex hac itaque ſimilitudinis conditione, ſi datae fuerint trium ſectionum principalium duae, ſectio aqnae ſcilicet et ſectio ampliſſima, omnes ſectiones iſti poſteriori parallelae facile definientur, atque adeo tota carinae figura leui negotio deſcribi poterit.

§. 46. Sequenti autem modo pro huius modi figuris ad ſecundam ſpeciem pertinentibus aequatio localis inter tres variabiles reperietur. Cum Z ſit punctum in ſuperficie carinae, ponatur $CX = x$, $XY = y$ et $YZ = z$, erit $x = r$, atque ob s datam per r, fiet s functio quaedam ipſius x, quae ſit $= X$, ita vt ſit $s = X$. Hanc ob rem erit $XY = y = \frac{pX}{b}$, et $YZ = z = \frac{qX}{b}$; ideoque $\frac{y}{z} = \frac{p}{q}$. Verum quia q per p datur, ex aequatione $\frac{y}{z} = \frac{p}{q}$ valor ipſius p ita definietur, vt fiat $p =$ functioni cuidam ipſarum y et z nullius dimenſionis; qui valor in aequatione $y = \frac{pX}{b}$ ſubſtitutus dabit $X = \frac{by}{p}$ ſeu functio quaedam ipſius X aequabitur functioni cuidam ipſarum y et z vnius dimenſionis.

§. 47. Ad ſoliditatem vero ſeu capacitatem iſtius modi carinae inueniendam ponatur area ſectionis ampliſſimae $EDF = E$, eritque ex natura ſimilitudinis area ſectionis $RVS = \frac{Es^2}{bb}$; quae ducta in dr dabit elementum voluminis $EDFSRV = \frac{Essdr}{bb}$; ex quo ipſum hoc volumen erit $= \frac{E}{bb}\int ss.dr$. Quare ſi poſt integrationem formulae $\int ssdr$ ita inſtitutam, vt ea euaneſcat poſito $r = o$, fiat $r = CA = a$, prodibit volumen totius prorae AEFD. Simili vero calculo obtinebitur volumen partis poſterioris BEFD ſeu puppis, quod ad prius volumen prorae additum dabit

totius

totius carinae volumen: ex quo deinceps totius nauis pondus innotescet.

§ 48. Soliditas igitur istiusmodi carinae partim per aream sectionis amplissimae EDF = E partim per formulam integralem $\int ssdr$, quae a natura sectionis aquae pendet, determinatur. Vt autem haec ad praxin accommodentur, notandum est $\int ssdr$ partim ex area sectionis aquae, partim ex situ centri grauitatis semissis istius sectionis aquae determinari. Posita enim area totius sectionis aquae AEBE = F, ac semissis AEB centro grauitatis in g; si ex g ad AB ducatur normalis gG, erit haec ipsa gG = $\frac{\int ssdr}{\int sdr} = \frac{\int ssdr}{F}$, ex quo fit $\int ssdr =$ F. Gg. Hanc obrem propositae carinae volumen seu soliditas erit $= \frac{E.F.Gg}{bb} = \frac{E.F.Gg}{CE^2}$. Quae expressio ab illa, qua soliditas figuram primae speciei continebatur, hoc tantum differt, quod hic distantia centri grauitatis semissis sectionis aquae AEB ab axe AB in grediatur, ibi autem distantia centri grauitatis semissis sectionis amplissimae CDE ab axe CD.

§. 49. Ad hanc ergo secundam speciem innumerabiles pertinent figurae, inter quas figurae rotundae, quae inter curuilineas fere solae adhuc sunt considerari solitae, continentur: cuiusmodi sunt eae figurae, quae reuolutione figurae AEB circa axem AB generantur. Tum enim omnes sectiones ad axem AB normaliter factae sunt semicirculi, eoque ipso sectioni amplissimae parallelae ac similes. Pro huiusmodi igitur corporibus, si ratio diametri ad peripheriam ponatur $1 : \pi$ erit sectionis amplissimae EDF area, quae posita est $= E = \frac{\pi CE^2}{2}$; ex quo totius figurae volumen prodit $= \frac{\pi F.Gg}{2}$. His igitur casibus volumen reperie-