Cap. X.
DE MALORVM CONSTITVTIONE.

§. 812.

Si nauis velorum ope, in quae ventus incurrat, propelli debeat, nauem ita inſtrui oportet, vt vela firmiter expandi, ſicque vento exponi atque pro lubitu dirigi queant. Quem in finem mali in nauibus conſtitui debent, qui cum ſupra nauem ad inſignem altitudinem asſurgant, loca praebent idonea, quibus vela alligentur, atque extendantur. Vim igitur quam ventus in vela exerit, quoniam cum malis ſunt connexa, immediate mali ſuſtinebunt, hocque modo nauis perinde promouebitur, ac ſi vis aequalis malis eſſet applicata. Quo circa neceſſe eſt, vt mali in naui firmiſſime collocentur, et cum naui, quaſi vnum corpus omnis flexionis expers conſtituant, vt ipſa nauis eandem vim ſentiat, qua mali ſollicitantur. Cum igitur primum mali in ſpina nauis ceu parte fortiſſima ſunt collocati, tum ope funium ſatis robuſtorum tam vtrinque ad latera nauis, quam proram ac puppim verſus alligantur, vt in nullam plagam inclinari queant, quin ſimul funes ad oppoſitam plagam extenſi rumpantur. Quodſi ergo funes ſint ſatis fortes, mali firmiter in ſtatu ſuo perſeuerabunt, atque ad nauem propellendam erunt accommodati.

§. 813. Quo maiorem autem vim mali ſuſtinent, eo non ſolum firmius funium robuſtorum ope alligati atque ad nauem affirmati eſſe debent, ſed etiam ipſi mali ſatis fortes eſſe, atque adeo ex valido arboris trunco confici debent, vt ne ipſi a viribus ſollicitantibus flectantur, vel adeo disrumpantur. Quamobrem in maioribus nauibus; cum ſinguli arborum trunci ſatis virium non habeant; plures ſibi inuicem ſecundum longitudinem inſeruntur, vt hoc modo mali multo maioris altitudinis, quam erant arbores, obtineantur; quin etiam ſubinde craſſities malorum duabus pluribusue arboribus coniungendis augeri ſolet. Sic in maximis nauibus mali ex ternis arboribus ſibi inuicem ſuperimpoſitis conſtant, quae arbores propterea fortiſſime inter ſe coniungi debent, vt iunctura cuiusue generis impetibus ſuſtinendis par ſit. Summa ergo cura erit adhibenda, vt mali, tam ſatis habeant roboris ipſi, quam vt ope funium firmiſſime alligentur, hocque modo quaſi cum naui vnum corpus rigidum conſtituant, adſtruantur.

§. 814. Quamuis autem ex theoria vtilia praecepta deriuari poſſent ope funium malos quam firmiſſime alligandi, tamen cum hoc argumentum, per experientiam ſatis inueſtigatum videatur, id praetermitto; atque tanquam poſtulatum hic aſſumo naues iam ita malis eſſe inſtructas, vt vires ſollicitantes malos neque inflectere, neque adeo ſubuertere valeant. Ad malos igitur vela antennarum ope alligantur atque in datam plagam extenduntur, vt ventum ſiue directe ſiue ſub data obliquitate excipiant. Velis autem quantum fieri poteſt extenſis, vt a vento quamminime incuruentur innoteſcet tam media directio quam magnitudo vis, quam ventus in ſingula vela exerit; quae vis cum a malis ſuſtineatur, ipſa nauis ab eadem vi et ſecundum eandem directionem ad motum ſollicitabitur. Quotcunque igitur fuerint vela, vires quas ſingula ſuſtinent, in vnam ſummam colligi, atque adeo vna vel duae vel ad ſummum tres vires omnibus aequiualentes exhiberi poterunt, quibus nauis ſollicitetur; hocque modo sollicitatio nauis a velorum consideratione reuocabitur atque ad vires absolutas reducetur.

§. 815. Collocentur autem mali in medio nauis, seu in plano verticali nauem secundum longitudinem in duas partes similes et aequales diuidente; hancobrem si vela vtrinque circa malum quemque aequaliter essent extensa, media directio vis venti in vela exertae per medium cuiusque mali transiret. Euenit autem plerumque in minoribus, et saepe numero etiam in maioribus nauibus, vt vela ad vnam tantum mali partem extendantur, vti figura citata indicat; quo casu media directio vis venti non per malum MN, sed per centrum grauitatis g, veli $acdb$ transibit; ad cuius superficiem erit normalis, si quidem fuerit maxime extensum. Vtroque autem casu, siue vela vtrinque aequaliter extendantur, siue ad vnam tantum partem, plerumque situm verticalem tenere solent, ita vt media directio vis venti fiat horizontalis; sic igitur quotcunque velis nauis fuerit instructa, vis totalis, qua vrgebitur, habebit directionem horizontalem; quae est maxime idonea ad nauem propellendam. Atque ob hanc causam non conuenit vela ad horizontem inclinari; quia tali situ inclinato et minor vis a vento, quippe cuius directio est horizontalis, exciperetur, et minor vis ad nauem propellandam resultaret, nisi ingens commodum inde proficiscatur.

Tab. XXIV. fig. 1.

§. 816. His notatis, quo facilius doctrinam de malis pertractare, et quicquid ex idonea malorum constitutione ad perfectionem nauigationis redundat, perscrutari queamus, conueniet seorsim vtrumque cursum nauis tam directum quam obliquum euoluere. In cursu enim obliquo praeter formam

formam nauis malorum poſitio plurimum confert, vt nauis maxime aduerſus ventum procedere queat; qui curſus, cum in nauibus vento propulſis praecipue intendatur, eo magis erit elaborandum, vt per idoneam malorum collocationem aptior reddatur ad curſum aduerſus venti plagam tum propius tum etiam celerius inſtituendum. Atque in hoc curſu imprimis gubernationem ſpectari oportet, quae per malorum poſitionem vel adiuuari vel impediri poteſt. In curſu autem directo efficiendum erit, vt nauis a dato vento quam celerrime promoueatur, idque ſine ſecuritatis detrimento; in vtroque enim curſu maxime eſt cauendum, ne a viribus, quas ventus in vela exerit, nauis nimium inclinetur. Quibus requiſitis quemadmodum maxime ſatisfieri poſſit, ex tractatione bipartita, qua primum curſum directum tum obliquum ſumus contemplaturi, commodiſſime cognoſcere poterimus.

§. 817. Ad curſum directum inſtituendum neceſſe eſt, vt directio vis ſollicitantis a puppi proram verſus tendat atque nauis axi longitudinali ſit parallela. Quare vel ſingulae velorum vires hanc directionem habere debebunt, vel ſaltem omnium media directio ita comparata eſſe debet, vt ſit axi nauis parallela. Quodſi ergo ſingula vela fuerint in planum extenſa, quia tum media directio vis venti ad ea eſt normalis, planities velorum ad axem nauis longitudinalem in curſu directo debet eſſe normalis; vel quantum alia ab hoc ſitu differant, tantundem alia in oppoſitum diſcrepare debent. Cum igitur in curſu directo tota vis nauem propellens directionem habeat axi nauis longitudinali parallelam, praeter ipſam huius vis quantitatem, contemplari oportet eius momenta

in

in axes nauis latitudinalem et verticalem per centrum grauitatis ductos; in axem enim longitudinalem eius momentum erit nullum, quia directio vis huic axi est parallela. Atque ex his momentis patebit, quantum nauis cum antrorsum inclinetur tum in gyrum agatur circa axem verticalem.

§. 818. Sit igitur vis tota a vento velorum ope excepta $= P$, cuius directio sit horizontalis atque axi nauis longitudinali parallela, huius ergo vis primus ac praecipuus effectus in nauis promotione secundum hanc eandem directionem consumetur. In huius effectus productione tantum quantitas vis *P* spectatur, et perinde est in quonam loco sit applicata, dummodo eius directio sit axi nauis longitudinali parallela. Cum igitur nauis cursum directum ab hac vi nanciscatur; considerari oportet resistentiam prorae, quae aequalis sit resistentiae plani ff, quod pari velocitate directe contra aquam impingat. Ponatur celeritas, quam nauis ab hac vi P accipit debita altitudini v, et aequabitur vis resistentiae ponderi massae aqueae, cuius volumen $= ffv$. Vnde si nauis totius pondus sit $= M$ et volumen aquae immersum $= V$, erit vis resistentiae $= \frac{Mffv}{V}$, cui cum vis propellens P sit aequalis, habebitur haec aequatio $P = \frac{Mffv}{V}$; ex qua patet celeritatem nauis acquisitam tenere rationem subduplicatam vis propellentis P.

§. 819. Ex vi igitur propellente P et resistentia nauis absoluta ff inuenitur altitudo celeritati nauis debita $v = \frac{PV}{Mff}$; ideoque ipsa celeritas. Indidem vero ex nauis celeritate et vi propellente P reperietur resistentia absoluta $ff = \frac{PV}{Mv}$; quae quidem omnia iam satis sunt manifesta. Videamus

mus igitur quomodo ex venti celeritate et directione vna cum velorum ſuperficie ipſa vis P exprimatur, quo facilius motus nauis datis velis inſtructae a dato vento oriundus determinari queat. Sit ergo BA axis nauis longitudinalis, Tab. XXIV. fig. 2. ad quem ſuperficies velorum, quam in planum extenſam aſſumo, ſit normalis; et repraeſentet recta EF velorum ſuperficies, quae ſit $= gg$. Tum vero ventus flet in directione VC celeritate debita altitudini k; atque anguli VCE, ſub quo ventus in vela incurrit, ſit ſinus $= m$ et coſinus $= n$; grauitas vero ſpecifica aeris ſit ad grauitatem ſpecificam aquae vt 1 ad i; erit quaſi $i = 800$.

§. 820. His iam poſitis, ſi nauis cum velis quieſceret foret vis venti in vela exerta aequalis ponderi maſſae aereae, cuius volumen $= mmggk$, hincque aequalis ponderi maſſae aqueae, cuius volumen $= \frac{mmggk}{i}$, ex quo vis venti foret $= \frac{Mmmggk}{iV} = P$: At quoniam nauis non quieſcit, ſed ſecundum directionem BA progreditur celeritate debita altitudini v, hoc motu ſeſe impetui venti quodammodo ſubducit, minoremque vim excipit, quam ſi quieſceret. Ad hanc vim determinandam capiatur in axe BA portio CN, quae ſit ad CV vt celeritas nauis ad celeritatem venti; nempe $CV : CN = \sqrt{k} : \sqrt{v}$: tum compleatur parallelogrammum $VCNv$ et diagonalis Cv repraeſentabit tum directionem tum celeritatem venti, quem vela in hoc motu conſtituta actu ſentient. Erit ergo vis venti in vela nauis motae exerta $P = \frac{M(\text{ſin}\, vCE)^2 gg.Cv^2.k}{iV.CV^2}$; angulus enim in ſuperiori caſu VCE abit in vCE; et cum ante altitudo venti celeritati debita eſſet $= k$ erit nunc $= \frac{Cv^2.k}{CV^2}$.

§. 821. Cum autem in triangulo CVv ſit ang. CVv coſinus $=$ ſin. $VCE = m$ erit $Cv^2 = CV^2 + Vv^2 - 2 CV.Vvm$ et ſin. $vCE = -$ coſ. $VvC = \frac{CV^2 - Vv^2 - Cv^2}{2Vv \cdot Cv} = \frac{m\,CV - Vv}{Cv}$ ideoque hoc valore loco ſin vCE ſubſtituto prodibit $P = \frac{M(mCV - Vv)^2 ggk}{iV.CV^2}$. At ob $Vv = CN$ erit $CV : Vv = \sqrt{k} : \sqrt{v}$; ideoque $P = \frac{Mgg(m\sqrt{k} - \sqrt{v})^2}{iV}$; vnde patet vim a vento exceptam P continuo fore minorem, quo celerius nauis progrediatur, atque adeo euaneſceret, ſi nauis tanta celeritate progrederetur, vt eſſet $\sqrt{v} = m\sqrt{k}$, hoc eſt ſi celeritas nauis eſſet ad celeritatem venti, vt ſinus anguli VCE ad ſinum totum. Euaneſcente autem nauis celeritate $\sqrt{v}$ fit vti ſupra iam oſtendimus $P = \frac{Mmmggk}{iV}$. Sic igitur, cum nauis iam quamcunque nacta fuerit celeritatem, vis dati venti in vela determinabitur.

§. 822. Cum igitur pro nauis celeritate habeamus aequationem $P = \frac{Mffv}{V}$ erit nunc $ffv = \frac{1}{i}\, gg(m\sqrt{k} - \sqrt{v})^2$ hincque $f\sqrt{iv} = mg\sqrt{k} - g\sqrt{v}$; et $\sqrt{v} = \frac{mg\sqrt{k}}{g + f\sqrt{i}}$, vbi erit proxime $\sqrt{i} = 28$. Si igitur ad obliquitatem directionis venti ſolum reſpiciamus, quia m eſt coſinus anguli VCB, quem directio venti cum directione nauis conſtituit, erit ceteris paribus celeritas nauis vt coſinus anguli, quem venti directio cum directione nauis comprehendit. Sin autem celeritatem venti tantum ſpectemus, erit celeritas nauis $\sqrt{v}$ celeritati venti $\sqrt{k}$ proportionalis. Quare ſi ſuperficies velorum gg et reſiſtentia nauis abſoluta ff ſeu figura prorae maneant eadem; erit celeritas nauis in ratione compoſita coſinus anguli VCB et celeritatis venti $\sqrt{k}$. Maximam ergo celeritatem nauis ab vento aeque celeri acquiret, ſi a puppi ſpiret; nullam vero habebit celeritatem,

tem, si directio venti ad directionem cursus fuerit normalis.

§. 823. Maneat nunc celeritas venti eiusque directio inuariata, et manifestum est si superficies velorum gg in infinitum augeatur, nauem tamen maiorem celeritatem adipisci non posse quam $= m\sqrt{k}$. Sin autem esset $g = f\sqrt{i} = 28f$ ideoque $gg = 784ff$, quae quidem velorum superficies esset vehementer magna, tamen nauis dimidiam tantum venti celeritatem acciperet, si quidem ventus directe in vela irrueret, vt esset $m = 1$. Posito autem $m = 1$ sit $\sqrt{v} = \frac{1}{\alpha}\sqrt{k}$ erit $\alpha g = g + 28f$, ideoque $g = \frac{28f}{\alpha - 1}$ et tota velorum superficies $gg = \frac{784ff}{(\alpha-1)^2}$. Ad datam igitur celeritatis venti partem naui imprimendam, oportet vt superficies velorum gg ad resistentiam absolutam ff datam teneat rationem: quare quo minor fuerit resistentia absoluta, eo minori opus erit copia velorum, vt nauis eandem assequatur celeritatem: aucta autem resistentia, velorum superficies in eadem ratione augeri debebit.

§. 824. Quo haec clarius illustrentur, consideremus nauem ad profunditatem 20 pedum aquae immersam, erit eius latitudo circiter 50 pedum, et sectio transuersa amplissima 800 ped. quadratorum. Quare si ponamus resistentiam absolutam ob allongationem prorae octies fieri minorem, erit $ff = 100$, et $f = 10$. Velis autem, quae ad vnum malum extenduntur, tribuamus latitudinem 80 ped. et altitudinem parem 80 ped. vt esset $gg = 1600$ ped. quadr. Quamuis enim altitudo pro hac latitudine multo maior esse soleat, tamen latitudo velorum continuo diminuitur, vt tota superficies vix sit superatura 1600 ped. quadr. Erit ergo $g = 40$. Quodsi nunc ventus directe

recte in vela impingat, erit $\sqrt{v} = \frac{40\sqrt{k}}{40+280} = \frac{1}{8}\sqrt{k}$; seu hoc casu nauis acquiret octauam partem celeritatis venti. Hinc vt haec nauis singulis horis vnum milliare germanicum conficiat, qua celeritate singulis minutis secundis 6 pedes absoluuntur, requiritur ventus, qui singulis secundis 48 ped. percurrat.

§. 825 Quae autem hic de diminutione effectus venti a motu nauis orta exponuntur, celeritatem venti absolutam spectant, non eam, quae in ipsa naui sentitur, scilicet si in loco extra nauem fixo obseruetur venti celeritas $= \sqrt{k}$, et anguli, quem directio venti cum nauis directione constituit, cosinus sit $= m$, tum erit vti vidimus $\sqrt{v} = \frac{mg\sqrt{k}}{g+f\sqrt{i}}$. At qui in naui versantur neque veram venti celeritatem neque eius directionem sentiunt, atque ipsa vexilla nauis, iam illam alteratam venti directionem monstrant, quae a motu nauis proficiscitur. Quare si $\sqrt{k}$ denotet venti celeritatem, quae in naui percipitur, et m sit sinus anguli, sub quo ventus hic apparens in vela impingit, erit vtique $\sqrt{v} = \frac{mg\sqrt{k}}{f\sqrt{i}}$. Eritque adeo celeritas nauis vt celeritas venti et sinus m coniunctim et vt radix quadrata ex superficie velorum per resistentiam absolutam ff diuisa. Haec ergo regula simplicior adhiberi debebit; si motus nauis ex vento, qualis in naui apparet, definiri debeat.

Tab. XXIV. fig. 3. §. 826. Hinc expeditum nanciscimur modum veram cuiusque venti celeritatem explorandi, ac spatium assignandi, quod quisque ventus dato tempore absoluit. Veniat enim ventus in directione VC et sit eius celeritas, quae quaeritur, $= \sqrt{k}$. Construatur machina EFG vexillo, circa axem C liberrime mobili instructa, cuiusmodi ad

venti

venti directionem explorandam fieri ſolent; haecque machina ſi in ſitu C quieſceret, ope indicis CG, cum vexillo mobilis indicaret veram venti directionem VG. Nunc autem haec machina ſecundum directionem AB ad ventum normali promoueatur data velocitate, qui motus ope inſtrumenti tractorii ad lubitum facile producetur. Sit haec celeritas machinae cognita $= \sqrt{v}$, qua vno minuto ſecundo ſpatium datum $= a$ abſoluatur; atque vexillum durante hoc motu poſteriora verſus declinabit ſitumque CM tenebit. Quare ſi durante motu index vexillo annexus ſiſtatur, eius ſitus CM innoteſcet, hincque angulus GCM. Quo cognito erit celeritas venti $\sqrt{k}$ ad celeritatem machinae $\sqrt{v}$ vt CN : MN = ſin. tot. ad tang. GCM, erit ergo $\sqrt{k} = \frac{\sqrt{v}}{tang.\,GCM}$: ventus vno minuto ſecundo abſoluet ſpatium $= \frac{a}{tang.\,GCM}$.

§. 827. Supra quidem iam modum expoſuimus venti celeritatem explorandi, ope tabulae circa axem horizontalem mobili, cuius inclinatio a ſitu verticali celeritatem venti indicabat. Quoniam vero hic modus ſupra traditus pendet a theoria reſiſtentiae, atque iſto nititur principio, quod impetus fluidi contra obſtaculum planum irruentis ſit in duplicata ratione celeritatis fluidi et ſinus anguli incidentiae; propter hanc cauſam dubius videri poteſt. Hic autem poſterior modus nulla eiusmodi hypotheſi, quae in dubium vocari queat, nititur, et hanc obrem veram celeritatem venti ita monſtrabit vt extra omne dubium collocetur. Quamobrem per hunc ipſum modum hic traditum, ille qui ſupra eſt propoſitus commode explorari, atque ex conſenſu vel diſſenſu ipſa hypotheſis, cui prior eſt ſuperſtructus, vel confirmari vel euerti poterit; quo ipſo theoria impetus fluidorum magnopere perficietur.

§. 828. Si igitur ventus fuerit borealis, ſeu a borea auſtrum verſus progrediatur, atque nauis ab occaſu in ortum moueatur, his qui in naui ſunt ventus non borealis ſed verſus ortum declinans apparebit. Contra vero ſi nauis ab ortu in occaſum currat, ventus idem occaſum verſus declinare videbitur. Quodſi ergo ſpirante aquilone duae naues ſibi occurrant, quarum altera in ortum, altera in occaſum curſum dirigat ſuum, quamuis ambae ab eodem vento impellantur, tamen putabunt ventum in eadem regione diuerſum extare: atque altera alterius ventum ſibi potius optabit quam ſuum. Quae nauis enim verſus ortum progreditur, ventum mallet ab aquilone occaſum verſus declinantem, quali alteram nauem propelli exiſtimat: ſicque viciſſim haec altera nauis ſibi ventum, quo priorem vrgeri videt, expetet. Eo maius autem hoc diſcrimen apparebit, quo celerius vtraque promouetur.

§. 829. In naue igitur mota neque vera venti celeritas neque eius vera directio percipitur, et hancobrem ipſum nauis motum ex venti tam celeritate quam directione apparente definiri conueniet. Cum autem hoc pacto motus venti relatiuus ſentiatur, qualis eſt reſpectu nauis, manifeſtum eſt ab hoc motu relatiuo eundem in naui oriri debere effectum atque in naue quieſcente a vento, cuius motus abſolutus cum iſto relatiuo conſentiat. Quamobrem ſi celeritas venti in naui aeſtimata ſit debita altitudini k, atque ſinus anguli, ſub quo ventus in vela incidere obſeruatur, ſit $= m$, erit celeritas nauis abſoluta $\sqrt{v} = \frac{mg\sqrt{k}}{f\sqrt{i}}$; ceteris ergo paribus erit celeritas nauis vt ſinus m anguli, quem directio venti cum planitie velorum

facere

facere obseruatur, seu vt cosinus anguli, quem directio venti apparens cum ipsius nauis longitudine constituit. Haec vero regula tantum locum habet, si omnia vela ad vnum malum fuerint extensa et iuxta se posita, neque vnum impediat, quominus ventus in reliqua incurrat; quod euenit, si vela per plures malos sint extensa. Hunc ergo casum seorsim euolui oportet.

§. 830. Instructa sit nauis duobus velis E F et ef, aequalibus inter se, atque ad axem nauis AB normaliter extensis, sit autem vtriusque veli figura parallelogrammum rectangulum, cuius latitudo EF $= ef = g$, et vtriusque altitudo $= a$; sitque porro distantia horum velorum $Cc = c$, et resistentia nauis absoluta ponatur $= ff$. Venti autem celeritas vera sit debita altitudini k. Veniat primum ventus directe a puppi in directione BC, atque manifestum est, velum posterius E F ventum ita esse excepturum, vt in anterius ef nulla venti portio incurrat; nauisque igitur perinde promouebitur, ac si solum velum posterius E F esset extensum, cuius superficies est $= ag$. Si igitur celeritas nauis ab hoc vento acquisita ponatur debita altitudini v, erit venti celeritas, qua in velum E F irruit $= \sqrt{k} - \sqrt{v}$, vnde fiet $ffv = \frac{1}{i} ag (\sqrt{k} - \sqrt{v})^2$ et $f\sqrt{v} = \frac{\sqrt{agk}}{\sqrt{i}} - \frac{\sqrt{agv}}{\sqrt{i}}$. Quamobrem erit celeritas venti $\sqrt{v} = \frac{\sqrt{agk}}{\sqrt{ag} + f\sqrt{i}}$, vbi valor ipsius $\sqrt{i}$ est circiter $= 28$. Fig. 4.

§ 831. Quam primum autem ventus a directione BC deflectit, praeter velum posterius E F quoque aliquam portionem veli anterioris stringet; quae portio eo maior erit, quo maior primum fuerit angulus BCV, tum vero etiam quo celerius nauis progrediatur. Si enim directio venti vera sit VC, quae cum axe nauis AB faciat angulum

gulum VCB, cuius ſinus $= n$, et coſinus $= m$; tum primo inſtanti quo nauis etiam nunc quieſcit, anterioris veli portio ek a vento ſtringetur, vt ſit anguli Eke ſinus $= m$, coſinus $= n$, ideoque $\frac{ek}{Ee} = \frac{n}{m}$, ſeu $ek = \frac{nc}{m}$. Statim vero ac nauis aliquam acquirit celeritatem directio venti relatiua mutatur, eiusque obliquitas augetur, ita vt ventus in directione vC in vela impingere cenſendus ſit. Hinc igitur ob maiorem angulum vCB cui angulus Eke eſt aequalis, maior pars ek veli anterioris ſtringetur; ideoque ob duplicem rationem impetus venti obliqui erit maior, ſi nauis duobus velis ſit inſtructa.

§. 832. Ad verum igitur venti obliqui effectum determinandum, ſumta CN, quae ſit ad VC vt celeritas nauis Vv ad celeritatem venti veram Vk, compleatur parallelogrammum $CVvN$, et diagonalis vC repraeſentabit cum directionem venti relatiuam, tum eius celeritatem. Sit anguli BCv ſinus $= \nu$; et coſinus $= \mu$; et ducta uEk ipſi vC parallela, erit ek portio veli anterioris a vento percurſa, ideoque habebitur $ek = \frac{\nu c}{\mu}$: ex quo tota velorum ſuperficies, quae impetum venti ſentiet erit $= a\left(g + \frac{\nu c}{\mu}\right)$. Cum igitur anguli incidentiae vCE ſinus ſit $= \mu$, et altitudo celeritati debita $= \frac{Cv^2 . k}{CV^2}$, erit vis venti in vela exerta $= \frac{Cv^2 . k}{CV^2} \mu\mu a \left(g + \frac{\nu c}{\mu}\right)$, quae aequalis eſt reſiſtentiae nauis $iffv$ denotante $i : 1$ rationem grauitatis ſpecificae aquae ad aerem. Vel ſi ponatur $CV = Vk$, et $CN = Vv$, quia in parallelogrammo $CVvN$ ratio tantum laterum ſpectatur erit $iffv = Cv^2 . \mu\mu a \left(g + \frac{\nu c}{\mu}\right)$; vbi valores lineae Cv et ſinuum μ, ν, in quantitatibus cognitis k, v, m et n exprimi debent.

§. 833.

§. 833. Sit $Cv = \sqrt{z}$, et quia in triangulo CNv eſt ſinus anguli $CNv = n$, et coſ. $CNv = m$; itemque ſin. $BCv = \nu$ et coſ. $BCv = \mu$; erit $n : \nu = \sqrt{z} : \sqrt{k}$. Deinde vero ex natura triangulorum erit $z = k + v - 2m\sqrt{kv}$; et $k = z + v + 2\mu\sqrt{zv}$; vnde $\mu = \frac{k-z-v}{2\sqrt{zv}} = \frac{m\sqrt{kv}-v}{\sqrt{zv}} = \frac{m\sqrt{k}-\sqrt{v}}{\sqrt{z}}$. Cum igitur ſit $iffv = \mu\mu za\left(g + \frac{\nu c}{\mu}\right)$; erit $iffv = (m\sqrt{k} - \sqrt{v})^2\, a\left(g + \frac{\nu c}{\mu}\right)$; atque ob $\nu = \frac{n\sqrt{k}}{\sqrt{z}}$ erit $\frac{\nu}{\mu} = \frac{n\sqrt{k}}{m\sqrt{k}-\sqrt{v}}$, quo valore loco $\frac{\nu}{\mu}$ ſubſtituto habebitur $ek = \frac{nc\sqrt{k}}{m\sqrt{k}-\sqrt{v}}$ et $iffv = ag(m\sqrt{k} - \sqrt{v})^2 + ac(m\sqrt{k} - \sqrt{v})\, n\sqrt{k} = mmagk - 2mag\sqrt{kv} + agv + mnack - nac\sqrt{kv}$; adeoque $v = \frac{-4mag\sqrt{kv} - 2nac\sqrt{kv} + 2mmagk + 2mnack}{2iff - 2ag}$ et $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{-2mag - nac + \sqrt{(nnaacc + 4imaff(mg+nc))}}{2iff - 2ag}$. Sin autem fuerit $ag = iff$ erit $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{m(mg+nc)}{2mg+nc}$.

§. 834. Ex caſu hoc quo $ag = iff$ intelligitur navem a vento cum quadam obliquitate incurrente celerius propelli quam a vento directo: ſi enim angulus BCV fuerit minimus $= \Phi$ erit $n = \Phi$ et $m = 1 - \frac{1}{2}\Phi\Phi$, reiectis ob paruitatem altioribus ipſius Φ poteſtatibus. Hinc erit $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{(1-\Phi\Phi)g + \Phi c}{(2-\Phi\Phi)g + \Phi c} = \frac{1}{2} + \frac{\Phi c}{4g} - \frac{\Phi\Phi(4gg+cc)}{8gg}$, quae expreſſio maior eſt, quam ſi eſſet $\Phi = 0$, foret enim tantum $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{1}{2}$. Creſcente ergo obliquitate venti creſcit celeritas nauis vsque ad datum terminum, quem cum attigerit celeritas iterum decreſcit: ideoque dabitur certus obliquitatis angulus, cui maxima celeritas nauis reſpondet, qui ex formula $\frac{mmg+mnc}{2mg+nc}$ differentiata elicitur. Prodit autem $0 = 2mmngg + 2mnncg - m^3cg + n^3cc$, vel ſi tangens anguli quaeſiti BCV ponatur $= t$ vt ſit $t = \frac{n}{m}$

erit $cct^3 + 2cgtt + 2ggt - cg = 0$, vnde fit $\frac{c}{g} = \frac{1 - 2tt \pm \sqrt{(1 - 4tt - 4t^4)}}{2t^3}$.

§. 835. Debet ergo esse $1 - 4tt - 4t^4$ quantitas positiua, quae sit $= \alpha$, vt sit $1 - 4tt - 4t^4 = \alpha$, vnde fiet $(1 + 2tt)^2 = 2 - \alpha$ et $t = \sqrt{\frac{\sqrt{(2-\alpha)} - 1}{2}}$. Patet itaque α minus esse debere quam 2, ne $\sqrt{(2-\alpha)}$ fiat imaginarium; insuper vero esse debet $\alpha < 1$, ne valor ipsius t fiat imaginarius. Cum autem t crescat, decrescente α, angulus obliquitatis BCV, cui maxima nauis celeritas respondet, erit maximus, si fiat $\alpha = v$; quo casu erit $t = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}} = 0,455089$, et angulus BCV $= 24°, 28', 11''$; maior ergo esse nequit angulus BCV, cui maxima nauis celeritas respondet, si quidem fuerit $ag = iff$. Hoc vero casu erit $\frac{c}{g} = \frac{1 - 2tt}{2t^3} = \frac{\sqrt{2}}{t} = 2\sqrt{(\sqrt{2} + 1)} = 3, 106$, nempe distantia velorum $Cc = c$ maior esse debet, quam latitudo velorum g ter sumta, sitque hoc casu $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{2} + 1)}} = \frac{1}{1,553} = 0, 643$.

§. 836. Quae cum ita se habeant casu $iff = ag$, videamus sub quonam obliquitatis angulo idem ventus naui maximam celeritatem inducat generaliter; sit itaque $iff = \delta ag$, et erit $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{-2mg - nc + \sqrt{(nncc + 4\delta mmgg + 4\delta mncg)}}{2g(\delta - 1)}$, quae differentiata posito m et n variabili, et sumto $t = \frac{n}{m}$ deducet ad hanc aequationem $(2gt - c)\sqrt{(cctt + 4\delta cgt + 4\delta gg)} = 2\delta cgtt + 4\delta ggt - cct - 2\delta cg$; hincque sumtis vtrinque quadratis habebitur $(\delta + 1)ccgt^4 + 4\delta cggt^3 + 4\delta g^3tt - 4\delta cggt + \delta ccg = 0$ ita vt
$\quad\; - c^3 \qquad\qquad\quad - 2\delta ccg$

tangens t anguli quaesiti BCV definiatur per aequationem biquadratam, quae si $\delta = 1$, diuidi potest per $2gt - c$ et depri-

deprimitur ad aequationem cubicam praecedentem. Sub hoc igitur obliquitatis angulo, cuius tangens $= t$, nauis celerrime propelletur nisi forte portio veli ek maior euadat quam tota latitudo veli g. Cum autem sit $ek = \frac{nc\sqrt{k}}{m\sqrt{k}-\sqrt{v}}$ erit pro $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}}$ valore superiori substituto, $ek = \frac{2(\delta-1)cgt}{2\delta g+ct-\sqrt{(cctt+4\delta cgt+4\delta gg)}}$ qui valor si esset $>g$, consequentia de motu celerrimo non amplius valeret.

§. 837. Ponamus ergo esse $ek = g$, quo vis venti fiat maxima, simulac totum velum anterius percutit; atque habebimus praeter superiorem aequationem inuentam, hanc $2\delta ct - 2ct = 2\delta g + ct - \sqrt{(cctt+4\delta cgt+4\delta gg)}$ seu $\sqrt{(cctt+4\delta cgt+4\delta gg)} = 2\delta g + 3ct - 2\delta ct$, qui valor rationalis loco surdi in superiori aequatione substitutus dabit $(2gt-c)(2\delta g+3ct-2\delta ct) = 4\delta ggt - 2\delta cg + 6cgtt - 3cct - 4\delta cgtt + 2\delta cct = 2\delta cgtt + 4\delta ggt - cct - 2\delta cg$, seu reducendo $6\delta cgtt - 6cgtt + 2cct - 2\delta cct = 0$, hinc per $2(\delta-1)ct$ diuidendo fit $3gt = c$, et $t = \frac{c}{3g}$. Substituatur hic valor in vna praecedentium, eritque $\sqrt{(c^4+12\delta ccgg+36\delta g^4)} = 6\delta gg - 2\delta cc + 3cc$, vnde elicitur $9\delta g^4 - 6\delta ccgg + \delta c^4 - 2c^4 = 0$ seu $(3\delta gg-\delta cc)^2 = 2\delta c^4$ et $\frac{gg}{cc} = \frac{\delta\pm\sqrt{2\delta}}{3\delta} = \frac{\sqrt{\delta}\pm\sqrt{2}}{3\sqrt{\delta}}$. Consequenter habebitur $\frac{g}{c} = \sqrt{\frac{\sqrt{\delta}\pm\sqrt{2}}{3\sqrt{\delta}}}$ et $t = \sqrt{\frac{\sqrt{\delta}}{3\sqrt{\delta}\pm 3\sqrt{2}}}$ vbi si $\delta > 2$ duplex solutio locum habet.

§. 838. Quantam autem celeritatem nauis, si vela ad hanc normam fuerint disposita, a vento obliquo sit acceptura, commodissime ex aequatione $ek = \frac{nc\sqrt{k}}{m\sqrt{k}-\sqrt{v}} = g$ colligetur; quippe quae statim praebet $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = m - \frac{nc}{g} =$

$m-$

$m - 3nt$ ob $t = \frac{c}{3g}$. Cum vero ſit $n = \frac{t}{\sqrt{(1+tt)}}$ et $m = \frac{1}{\sqrt{(1+tt)}}$ erit $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{1-3tt}{\sqrt{(1+tt)}}$, quae ob $tt = \frac{\sqrt{\delta}}{3\sqrt{\delta}+3\sqrt{2}} = \frac{\delta}{3\delta+3\sqrt{2\delta}}$, hincque $1 - 3tt = \frac{\sqrt{2\delta}}{\delta+\sqrt{2\delta}}$; et $1 + tt = \frac{4\delta+3\sqrt{2\delta}}{3\delta+3\sqrt{2\delta}}$ dabit $\frac{v}{k} = \frac{6\delta}{(\delta+\sqrt{2\delta})(4\delta+3\sqrt{2\delta})}$ et $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{(4\delta+6+7\sqrt{2\delta})}}$ Quodſi autem ventus eadem celeritate a puppi in vela incurreret foret $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{ag}}{\sqrt{ag}+f\sqrt{i}} = \frac{1}{1+\sqrt{\delta}}$; ob $iff = \delta ag$; ſeu $\frac{v}{k} = \frac{1}{\delta+1+2\sqrt{\delta}}$; pro vento vero obliquo eſt $\frac{v}{k} = \frac{1}{1+\frac{2}{3}\delta+\frac{n}{6}\sqrt{2\delta}}$ quae expreſſio ob minorem denominatorem maior eſt quam illa. Hinc itaque vera ratio patet, cur nauis a vento aliquantum obliquo celerius promoueatur, quam a vento directo; quod phaenomenon nauigantes quotidie experiuntur.

§. 839. Si ventus ſecundum directionem nauis BA in vela impingat, poſtica tantum vela EF ferit, atque anteriora ef nullam prorſus venti vim ſuſtinent, hocque igitur caſu vela anteriora ſunt inutilia, niſi forte ſint latiora. Quare ſi ventus perpetuo a puppi flaret, ſufficeret nauem vnico malo inſtrui, atque ſuperuacaneum foret vel plures malos in naui conſtituere, vel iuxta eos vela extendere. Statim vero ac ventus oblique incidit, vela anteriora quoque ad nauem propellendam vim acquirunt, quoniam eorum portio quaedam ek a vento impellitur, quae portio eo erit maior quo magis diſtet velum anterius ef a poſteriori EF. Interim tamen portio ek a vento percuſſa non vltra totam veli latitudinem creſcere poteſt; quare ſi interuallum Cc iam fuerit tantum vt totum velum ef vim venti ſentiat, tum etiamſi velum ef vlterius anteriora verſus remoueatur, tamen effectus venti

venti non augeretur. Hinc igitur pro data venti obliquitate diſtantia velorum $Cc = c$ maxime idonea definitur, quae tanta eſſe debet, vt ſit $\frac{g}{c}$ = tangenti anguli obliquitatis, ſub quo ventus flare obſeruatur.

§. 840. Si igitur fuerit VO directio, ſecundum quam ventus venire deprehenditur. Scilicet non ſit VO vera venti directio ſed ea, quam in naui habere videtur, et in qua in vela impingit. Pro hac ergo venti directione velum anterius ef ita aptiſſime conſtituetur, vt ventus id totum ſtringat, quod eueniet, ſi fuerit tangens anguli BOV ad ſinum totum vt latitudo velorum $EF = ef$ ad diſtantiam Cc. Atque ſi diſtantia haec Cc non ſit maior, inutile prorſus foret inter haec duo vela tertium $\varepsilon\sigma$ conſtituere; neque enim tale velum quicquam ad nauem celerius promouendam conferret. Ponamus namque eiusmodi velum $\varepsilon\sigma$ inter duo vela EF et ef expandi, atque manifeſtum eſt ventum quidem in eius portionem $\varepsilon\varkappa$ impingere; at hoc ipſum velum impediet quo minus ventus integrum velum anterius ef ſtringat. Sollicitabit ſcilicet tantum eius portionem ek reliqua parte kf penitus relicta intacta. Cum igitur ſit $\varepsilon\varkappa = kf$ ventus non maiorem vim ad nauem propellendam exeret, quam ſi velum intermedium $\varepsilon\sigma$ penitus abeſſet. Simul autem hinc intelligitur nullum incrementum vis venti obtineri, ſi plura vela inter extrema EF et ef extendantur. Tab. XXIV. fig. 5.

§ 841. Quemadmodum autem velis EF et ef ita ordinatis vti expoſuimus, inutile foret inter ea alia vela extendere, ita e contrario bono cum ſucceſſu vltra ea proram verſus plura vela vti $\varepsilon\sigma$ conſtituentur, quibus vis propellens non mediocriter augebitur. Sic ſi pro data Fig. 6.

 ven-

venti obliquitate VE fuerit Cc debita duorum velorum distantia ad eandem distantiam $c\gamma = Cc$ tertium velum $\varepsilon\sigma$, vlteriusque quartum et quintum vtiliter constituetur, siquidem longitudo nauis id permittat. Atque si vela hanc teneant inter se distantiam, tanta vi nauis promouebitur, quam fieri potest, et superuacaneum foret inter haec vela alia extendere; quippe quae vim a vento exceptam non augerent; nisi obliquitas venti maior euaderet. Interim tamen plura vela, quam haec regula postulat, vim venti non diminuunt; et quia aucta venti obliquitate, etiam vim propellentem adaugent, nimis magnus velorum numerus non penitus est reiiciendus.

§. 842. Hinc igitur pro data venti obliquitate, non solum interuallum inter bina vela se immediate sequentia sed etiam numerus velorum ac proinde numerus malorum determinari poterit. Sit enim anguli, quem directio venti cum directione nauis constituit, tangens $= t$; latitudo velorum quam vbique eandem assumo, $= g$, et distantia inter bina vela $Cc = c\gamma = c$; quia est $\frac{g}{c} = t$ erit haec distantia $c = \frac{g}{t}$ posito sinu toto $= 1$. Quodsi iam tota nauis longitudo, per quam vela extendere licet, quae sit $= a$ diuidatur per $c = \frac{g}{t}$, quotus $\frac{at}{g}$ ostendet quot eiusmodi interualla c secundum nauis longitudinem constituere liceat, et cum malorum numerus sit vnitate maior, erit pro data venti obliquitate numerus malorum maxime idoneus $= 1 + \frac{at}{g}$. Hinc nempe intelligitur si nauis esset paucioribus malis instructa, eius motum minus futurum esse celerem; etiamsi autem plures mali constituerentur,

tamen

tamen nauem celerius non eſſe progreſſuram ; ac propterea nauem tam velis quam malis inutiliter eſſe oneratam.

§. 843. Quoniam expreſſio $1+\frac{at}{g}$ indicat numerum malorum conuenientiſſimum pro data venti obliquitate cuius tangens eſt $=t$; manifeſtum eſt, quo maior fuerit venti obliquitas, eo plures malos vtiliter adhiberi poſſe. Conueniet autem numerum malorum ex maxima obliquitate venti, ſub qua curſum etiamnum directum conſeruare expedit, definire, propterea quod pro minori venti obliquitate idem malorum numerus, etſi nauis celeritatem non auget, eam tamen non diminuit. Expedit autem plerumque, ſi obliquitas venti maior euadat quam $60°$, curſum obliquum potius inſtituere quam directum, et hancobrem maximus ipſius t valor non ſuperabit tangentem $60°$, quae eſt $=\sqrt{3}$. Quare aptiſſimus malorum naui imponendorum numerus erit circiter $=1+\frac{a\sqrt{3}}{a}$, vel $=1+\frac{7a}{4g}$; vbi a non totam nauis longitudinem ſed diſtantiam inter malos extremos ſignificat

§. 844. Quo longior ergo eſt nauis manente eadem eius latitudine, a qua velorum latitudo g pendet, eo plures malos in ea collocari oportebit ; ideoque eo maiorem vim a vento excipiet. Cum igitur acuta nauis longitudine eius reſiſtentia non augeatur, quo longior fuerit nauis, eo celerius a vento obliquo propelletur ; quanquam a vento recto non maiorem celeritatem quam nauis breuior acquirit, hincque patet noua ratio, propter quam naues quam longiſſimas confici expedit. Solet autem fere in nauibus grandioribus longitudo a quadruplo eſſe maior quam latitudo, et velorum inferiorum latitudo prope modum duplo maior quam latitudo nauis, ita vt ſit $a=2g$;

vnde

vnde ſecundum regulam inuentam in eiusmodi nauibus $1 + 3\frac{1}{2}$ ſeu 4 mali conſtitui deberent, eo quod a ob rationem allatam minor eſt quam tota nauis longitudo $2g$. Inſtructae autem ſunt iſtae naues reuera quatuor malis, praeter tres enim malos proprie ſic dictos roſtrum quarti mali vicem ſuſtinet, quippe ex quo pariter vela extenduntur.

§. 845. Pendet autem, numerus malorum potiſſimum a latitudine velorum g, quae quo fuerit maior, eo magis numerus malorum reſtringitur, vnde naſcitur grauiſſima cauſa latitudinis velorum maxime augendae. Non ſolum autem per auctam velorum latitudinem hoc nanciſcimur commodum, vt numerus malorum diminuatur, ſed etiamſi ventus directe a puppi veniat, quo caſu anteriorum malorum vela iacent inutilia, nauis eo maiori vi propelletur, quo vela fuerint latiora; neque enim hoc caſu defectus velorum per numerum malorum compenſari poteſt. Quamuis autem inferius vela fiant latiſſima tamen ſuperiora verſus ſenſim confici debent arctiora, et hanc ob cauſam in ſublimi maiorem malorum numerum adeſſe expediret; in his igitur regionibus conueniet plura vela extendere, atque intra malos ad funes robuſtos alligare, quod ſubſidium in praxi vtiliter adhiberi ſolet.

Tab. XXV. fig. 1. §. 846. Quanquam hactenus omnia vela aeque lata poſuimus, tamen ſimili modo effectus, quem ventus in vela diuerſae latitudinis exerit, colligi poterit. Inſtructa enim ſit nauis AB duobus velis EF et ef, quorum poſterius EF latius ſit quam anterius ef. Hoc caſu manifeſtum eſt ab anteriori velo ef nullam prorſus vim a vento excipi, non ſolum ſi ventus directe a puppi veniat

niat, sed etiam si habeat obliquitatem non maiorem quam est angulus EOB, quem recta Ee per velorum terminos ducta cum axe nauis constituit. Nisi ergo obliquitas venti maior sit isto angulo, nauis non magis propelletur, quam si velum anterius ef plane abesset; atque tum demum a velo ef effectus orietur, cum obliquitas venti, seu angulus, quem eius directio cum axe nauis BA facit, fuerit maior quam angulus EOB. Prius autem totum velum anterius ef a vento non incitabitur, quam obliquitas venti superet angulum EoB, cuius anguli tangens est $= \frac{EC+ec}{Cc}$. Anguli autem EOB, sub quo velum anterius ef primum vim exerere incipit tangens est $= \frac{EC-ec}{Cc}$.

§. 847. Sin autem velum anterius ef latius sit quam posterius EF, tum si ventus directe impingat, praeter velum posterius EF totum, anterioris veli partes em et fn venti vim sentient, sicque ob $EF = mn$, nauis perinde mouebiter, ac si velum posterius EF prorsus esset sublatum, solumque velum latius ef relinqueretur. Hocque modo velum posterius quasi inutile manebit, quoad venti obliquitas non excedat angulum mEe seu nFf, qui formatur a recta Ff, velorum extremitates F, f iungente cum recta Fn axi nauis parallela; quamdiu ergo tangens obliquitatis venti minor fuerit quam $\frac{nf}{Fn} = \frac{ec-EC}{Cc}$, sine detrimento minus velum EF praetermittitur. At si venti obliquitas vltra hunc terminum augeatur, tum quidem vis propellens maior existit quam a solo velo latiori, ante vero ambo vela tota a vento non incitabuntur, quam cum venti obliquitas maior euadit angulo EoB, cuius tangens est $= \frac{EC+ec}{Cc}$. Fig. 2.

§. 848. Si igitur eiusmodi duo vela inaequalia ita disponi debeant, vt datae obliquitatis ventus ea ambo penitus perstringat, interuallum Cc tantum esse debebit, vt fiat $\frac{EC+ec}{Cc}$ = tang. obliquitatis datae pro vtroque casu: scilicet si haec dispositio requiratur pro venti obliquitate 60°, oportebit esse $Cc = \frac{EC+ec}{\sqrt{3}}$. Hinc igitur quotcunque vela per longitudinem nauis ita poterunt disponi, vt omnia si ventus datam habeat obliquitatem, pleno vento inflentur. Sint enim vela $1\alpha 1$, $2\beta 2$, $3\gamma 3$; etc. latitu-

Fig. 3. dine data per longitudinem nauis BA ita disponenda, vt cum venti obliquitas fuerit 60° aut maior omnia inflentur; initium fiat a puppi, vbi primum velum $1\alpha 1$ constituatur, cui adiungatur $1(2)$ = semissi sequentis veli $\beta 2$ ac ducatur recta $(2)b$ cum axe BA faciens angulum 60°; eritque b locus secundi veli $2b2$, cui adiungatur $2(3) = \gamma 3$, et ducta ad eundem angulum recta $(3)c$ dabit locum veli tertii $3c3$. Porro apponatur $3(4) = \delta 4$ ducaturque $(4)d$, vt angulus $(4)d\beta$ sit 60°, habebitur d locus quarti veli $4d4$, ex quo simili ratione locus veli quinti et sequentium definietur; haecque operatio erit eadem si alius quicunque angulus obliquitatis loco 60° proponatur.

§. 849. Hinc totum interuallum inter velum primum $1a1$ et vltimum $5e5$ definiri, atque cum longitudine nauis comparari poterit, quo pateat, quot vela ratione latitudinis data nauis capere possit. Sit tangens anguli obliquitatis propositae $= t$, posito sinu toto $= 1$, eritque $ab = \frac{\alpha 1+\beta 2}{t}$; $bc = \frac{\beta 2+\gamma 3}{t}$; $cd = \frac{\gamma 3+\delta 4}{t}$; et $de = \frac{\delta 4+\varepsilon 5}{t}$; vnde totum interuallum inter vela extrema erit

ae