Caput Primum.

DE
AEQVILIBRIO CORPORVM AQVAE INSIDENTIVM.

LEMMA.

1.

Pressio quam aqua in corpus submersum exercet in singulis punctis est normalis ad corporis superficiem; et vis, quam quodlibet superficiei submersae elementum sustinet, aequalis est ponderi cylindri aquei recti, cujus basis aequalis est ipsi superficiei elemento, altitudo vero aequalis profunditati elementi infra supremam aquae superficiem.

Demonstratio.

Quaelibet aquae particula deorsum premitur a cylindrulo aqueo superincumbente, et pressio aequatur ponderi huius cylindri. Quaeuis ergo particula hoc modo pressa tanta vi quaquauersum diffluere conatur, hocque ipso conatu particulas adiacentes eadem vi premit. Quare si corpus fuerit aquae submersum, id in singulis suae superficiei punctis a particulis aquae tanta vi premetur, quanta ipsae particulae premuntur, idque normaliter in superficiem. Vnde veritas lemmatis constat, quae autem plenius in hydrostatica euincitur. Q. E. D.

Coroll. 1.

2. Cum pressio, quam corpus aquae submersum patitur, sit in singulis punctis ad superficiem corporis normalis, omnes pressiones coniunctim tendent ad corpus comprimendum et in minus spatium reducendum.

Coroll. 2.

3. Nisi ergo superficies corporis satis habeat firmitatis compressioni resistendi, corpus aquae submersum revera comprimetur et in minus spatium redigetur.

Coroll. 3.

4. Cum igitur constet, quantam pressionem singula superficiei corporis submersi elementa sustineant, simulque pressionum in singulis punctis directiones sint cognitae; determinari poterit vis, quam totum corpus a singulis aquae pressionibus coniunctis suffert.

Scholion.

5. Ad pressionem totalem, quam corpus aquae submersum sustinet, determinandam, a singulis elementis incipi debet. Cum enim directio pressionum aquae in singulis punctis sit normalis ad superficiem, hae singulae pressiones seorsim resolui debebunt, antequam earum media directio et potentia aequiualens assignari queat.

PROPOSITIO 1.

Problema.

6. *Si superficiei planae verticalis* EAIBF *portio* AIB *aquae sit immersa, inuenire vim, quam portio perimetri* AIB *a pressione aquae sustinet.*

Tab. I. fig. 1.

Solutio

Solutio.

Sit AB ſuperficies aquae ideoque linea recta horizontalis, quae inſtar axis conſideretur. Ex elemento curvae ſub aqua ſitae Mm ducantur ad axem applicatae verticales MP, mp vocenturque AP, x; PM, y, erit $Pp = Mn = dx\; mn = dy$ et $Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds$. Iam preſſio, quam elementum Mm ſuſtinet aequatur rectangulo aqueo, cuius baſis eſt Mm, et altitudo aequalis PM, profunditati ſcilicet elementi Mm infra aquae ſuperficiem. Haec igitur preſſio erit $= yds$, eiusque directio eſt normalis MN in elementum Mm. Reſoluatur haec preſſio in duas laterales, quarum altera tendat verticaliter ſurſum in directione MP altera vero horizontaliter ſit directa. Erit ergo ob $MN : MP = ds : dx$, vis elementum Mm ſurſum premens, $= ydx$; vis vero elementum Mm horizontaliter pellens $= ydy$. Integrando igitur erit vis aquae totum arcum AM horizontaliter propellens $= \frac{y^2}{2}$; vnde vis totam curuam ſubmerſam AMIB horizontaliter vrgens fiet $= o$, puncto enim M in B translato evaneſcet applicata y. Vis autem quae totum arcum AM ſurſum premit, erit $= \int ydx =$ areae AMP. Quare tota curua AIB ſurſum vrgebitur vi, quae areae AIB eſt proportionalis; atque iſta vis aequalis erit ponderi aquae aream AIB occupantis. Q. E. F.

Coroll. 1.

7. Vis igitur aquae tendet figuram EIF verticaliter ſurſum ex aqua expellere, et reipſa expellet, niſi vel grauitate vel alia vi externa in hoc ſitu retineatur.

Coroll. 2.

8. Quia omnes vires horizontales, quibus elementa omnia curuae aquae ſubmerſa vrgentur ſeſe deſtruunt: apparet figuram EIF aquae immerſam neutiquam horizontaliter vrgeri. Quare etiam nulla opus eſt vi ad motum horizontalem cohibendum.

Coroll. 3.

9. Cum igitur vires horizontales ſeſe deſtruant, et ſolae verticales ſuperſint, cuiuis elemento Mm concipi poteſt vis id verticaliter ſurſum pellens applicata, quae aequalis eſt areae elemento $PMmp$.

Scholion.

10. Antequam vires, quas corpora aquae immerſa a preſſionibus aquae ſuſtineant, inveſtigare queant, neceſſe erat a ſuperficiebus ordiri, etiamſi huiusmodi caſus in mundo non detur. Sed cum caſus magis compoſiti facilius enodentur, ſi prius ſimpliciores examini ſubiiciantur, eundem ordinem etiam hic retinere conuenit. Quamobrem neminem offendi arbitror locutionibus impropriis, quibus vti coactus ſum, dum ponderis, quod rectangulum aqueum habeat, mentionem feci; hoc enim ad analogiam cum ſequentibus declarandam indicare oportuit, vbi ſimiles proprietates in ipſis corporibus detegentur.

PROPOSITIO 2.

Problema.

11. *Si figura plana verticalis aquae fuerit immerſa, inuenire mediam directionem omnium preſſionum aquae, et potentiam iis omnibus aequiualentem.*

Solutio

Solutio.

Cum, poſtquam ſingulae preſſiones aquae in elementa exertae reſolutae fuerint in verticales et horizontales, hae omnes preſſiones horizontales ſe mutuo deſtruant, ſolae verticales omnibus aquae preſſionibus aequiualebunt. Quare hoc tantum requiritur vt harum virium verticalium media directio et potentia aequiualens definiatur. Sed cum hae omnes potentiae directiones habeant parallelas, erit potentia aequiualens iis omnibus ſimul ſumtis aequalis ideoque proportionalis areae AIB. Directio porro erit quoque verticalis puta IL cuius diſtantia AK a puncto A inuenietur, diuidendo ſummam omnium momentorum ad quodpiam punctum fixum A relatorum per ipſarum potentiarum ſummam, quae eſt $=\int y\,dx$. Sed cum elementum Mm ſurſum vrgeatur vi $=y\,dx$ erit eius momentum reſpectu puncti A $=yx\,dx$. Vnde ſumma omnium momentorum erit $\int yx\,dx$, ſi poſt integrationem ponatur $x=AB$. Quare diſtantia AK erit $=\frac{\int yx\,dx}{\int y\,dx}$, poſito ſcilicet poſt vtramque integrationem $x=AB$. Puncto ergo K determinato, erit verticalis per id ducta LI media directio omnium aquae preſſionum, atque potentia ipſa aequiualens erit $=\int y\,dx$ ſeu areae AIB. Q. E. F.

Coroll. 1.

12. Si O fuerit centrum grauitatis areae AIB, et ex eo perpendicularis OK ad axem AB ducatur, erit etiam $AK=\frac{\int yx\,dx}{\int y\,dx}$, vti ex ſtaticis conſtat, quare recta verticalis, per centrum grauitatis partis ſubmerſae AIB ducta, erit media directio omnium aquae preſſionum.

Coroll. 2.

13. Loco omnium ergo aquae pressionum substitui potest vnica vis, figuram in directione IL verticaliter sursum pellens, quae aequalis est ponderi aquae aream AIB implentis.

Scholion.

14. Quae in casu, quo corpus aquae immersum ponitur tantum superficiei, circa pressionem aquae elicuimus, eadem quoque pro ipsis corporibus valent; vti mox ostendetur; scilicet quod potentiae horizontales omnes sese destruant et media directio sit linea verticalis per centrum gravitatis voluminis sub aquae mersi transiens, atque quod potentia aequiualens aequetur ponderi aquae parti submersae volumine aequali. Ceterum etiamsi hae proprietates iam satis sint cognitae, tamen eas methodo hac genuina analytice eruere ad viam ad sequentia praeparandam idoneum visum est.

PROPOSITIO 3.

Problema.

15. *Si corpus quodcunque ex aliqua parte aquae immergatur, determinare vim, quam eius pars aquae submersa a pressionibus aquae sustinet.*

Solutio.

Tab I. fig. 2. Repraesentet planum tabulae sectionem corporis mersi verticalem, sitque AEIFBL sectio corporis horizontalis in aquae superficie facta, ita vt corporis pars infra hanc sectionem sita in aqua versetur. In hac sectione sumatur recta quaecunquae AB pro axe ad eumque ducantur duae ordinatae proximae LI, *li*, quas secent aliae rectae proximae axi parallelae EF, ef; ex punctis interſectionum Q, q R, r deorſum ducantur verticales, abſcidentes in ſuperficie corporis ſub aqua elementum Mm, cuius areola ſit dS. Iam ponatur AP$=x$, PQ$=y$ et QM$=z$, erit z profunditas elementi Mm infra ſuperficiem aquae. Quare preſſio aquae, quam elementum Mm ſuſtinet, aequatur ponderi cylindri aquei cuius baſis eſt dS et altitudo z, exponatur hoc pondus per zdS. Directio autem huius vis, cum ſit normalis ad ſuperficiem ducatur ad elemetrum Mm normalis MN, quae producta plano horizontali ALB occurrat in N, erit ergo MN directio vis aquae elementum Mm prementis, ad cuius poſitionem inveniendam exprimat haec aequatio $dz = \mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy$ naturam ſuperficiei, quae ſub aqua verſatur. Ex N tam ad axem AB, quam ad applicatam LI ducantur normales NH et NK, erit ex indole normalium PH$=$Pz et QK $=$ - QZ. Ducatur recta QN, quae quia eſt horizontalis, normalis erit ad verticalem QM, eritque QN $= z\sqrt{(\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)}$ et MN$=z\sqrt{(1+\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)}$. Iam vis premens elementum Mm in directione MN, quae vis eſt $= z\,d\mathrm{S}$, reſoluatur in binas, quarum altera elementum Mm ſurſum vrgeat in directione MQ, altera vero horizontaliter in directiorne parallela ipſi QN. Cum autem ſit MN : MQ$=\sqrt{(1+\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)} : 1$ erit vis verticalis elementum Mm ſurſum pellens$=\frac{z\,d\mathrm{S}}{\sqrt{(1+\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)}}$, et vis horizontaliter iuxta parallelam ipſi QN vrgens$=\frac{z\,d\mathrm{S}\sqrt{(\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)}}{\sqrt{(1+\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)}}$ Haec autem vis, quia eius directio non eſt conſtans, reſoluatur denuo in duas ſecundum horizontales QK et QF ſollicitantes, quarum illa, quae ſecundum parallelam applicatae

catae

catae LI agit erit $= \frac{-QzdS}{\sqrt{(1+P^2+Q^2)}}$, et altera, cuius directio axi AB est parallela $= \frac{PzdS}{\sqrt{(1+P^2+Q^2)}}$. Sed cum sit rectangulum $Qr = dx\,dy$ ad areolam $Mm = dS$ vt QM ad MN, erit elementum $Mm = dxdy\sqrt{(1+P^2+Q^2)}$ quo valore loco dS substituto, prodibit vis elementum Mm sursum vrgens $= zdxdy =$ prismati RM. seu aequalis est ponderi aquae, cuius volumen est prisma RM. Tota ergo corporis superficies, quae est sub aqua, premetur sursum a vi, quae aequalis est summae omnium prismatum, hoc est, quae aequalis est ponderi aquae, cuius volumen adaequat partem corporis in aqua versantem. Vis autem quae elementum Mm horizontaliter secundum parallelam applicatae LI sollicitat erit $= -Qz\,dx\,dy$. Si nunc ponatur abscissa $AP = x$ constans, habebitur vis horizontalis, quae omnia elementa sub fascia Li posita sollicitat, in directione parallela ipsi LI sumendo integrale ipsius $-Qz\,dx\,dy$, seu ob x constans erit haec vis $= -dx\int Qz\,dy$. At si x est constans erit $dz = Q\,dy$, quare ista vis erit $= -dx\int z\,dz = -\frac{z^2dx}{2}$. Posito nunc puncto Q in I vbi est $z = o$, exprimet $-\frac{z^2dx}{2}$ vim horizontalem parallelam ipsi LI, qua portiuncula superficiei sub aqua positae respondens elemento Qq iI vrgetur. Translato ergo puncto Q in L, quo z iterum euanescit, haec vis quoque euanescet. Quare vis horizontalis, qua portio superficiei corporis sub fascia Li positae vrgetur aequalis fit nihilo. Et consequenter omnes vires horizontales parallelae applicatis LI, quibus omnia superficiei corporis sub aquae positae elementa vrgentur, sese destruunt. Deinde vis horizontalis, cuius directio axi AB est parallela, qua elementum Mm vrgetur

tur est $= Pzdxdy$ sumto nunc $y = PQ$ constante, erit vis ista horizontalis, qua superficiei portiuncula sub elemento ER posita vrgetur $= dy\int Pzdx = \frac{z^2 dy}{2}$ propter $Pdx = dz$ sumto y constante. Translato ergo puncto Q in F, vbi fit $z = 0$, tota vis horizontalis, qua portio superficiei corporis sub fascia Ef sita sollicitatur, euanescet. Ergo etiam haec vis horizontalis, cuius directio parallela est axi AB, qua tota corporis superficies sub aqua sita vrgetur, euanescit. Quocirca tota pressio, quam corpus in aqua immersum a pressionibus aquae sustinet, consistit in solis viribus verticalibus, quibus corpus sursum vrgetur, quarumque summa aequatur ponderi aquae, cuius volumen aequale est parti corporis submersae. Q. E. I.

Coroll. 1.

16. Quia vires horizontales vtriusque generis, quibus singula superficiei sub aqua mersae elementa sollicitantur, coniunctim sese destruunt; corpus a pressionibus aquae tantum sursum pellitur, neque ipsi ab his pressionibus motus horizontalis imprimi potest.

Coroll. 2.

17. Cum vis, qua corpus aquae immersum sursum pellitur, aequalis sit ponderi aquae, cuius volumen aequatur volumini partis corporis submersae, manifestum est nisum corporis, quam vi propriae grauitatis habet deorsum labendi, a pressionibus aquae diminui. Et quidem eius proprium pondus diminuetur pondere voluminis aquae, quod aequale est volumini partis corporis submersae.

Coroll. 3.

18. Quamobrem ſi tanta pars corporis aquae fuerit immerſa, vt tantum aquae volumen aequiponderet ipſi corpori, tum niſus deorſum labendi corporis euaneſcet, corpusque aquae innatabit.

Coroll. 4.

19. Ex his quoque perſpicitur, ſi minor pars, quam ad natandum requiritur, aquae fuerit immerſa, tum corpus ſibi relictum profundius immergi donec in aqua volumen occupet, cuius pondus aequale ſit ipſi corporis ponderi.

Coroll. 5

20. Contra ſi maior pars, quam ad natandum requiritur, aquae immergatur, tum vis aquae corpus ſurſum pellens maior erit, quam corporis grauitas, ideoque ſurſum eleuabitur, donec parti ſubmerſae aequale volumen aquae aequiponderans ſit ipſi corpori.

Scholion. I.

21. Haec, quae ſunt allata, pertinent potiſſimum ad corpora, quae grauitate ſpecifica leuiora ſunt quam aqua. Nam ſi corpus grauitate ſpecifica aquam ſuperet, tum ne totum quidem corpus aquae ſubmerſum tantae aquae quantitatis locum occupare poteſt, quae ipſi corpori aequiponderaret. Corpus igitur grauitate ſpecifica grauius quam aqua, etiam totum aquae ſubmerſum, conſeruabit niſum deorſum labendi, interim tamen hic niſus minor erit quam extra aquam in aere. Diminuetur ſcilicet eius pondus pondere aquae eiusdem voluminis, quod corpus habet, eius-

eiusquae ratio ex praecedentibus aeque fluit, quam eorum, quae de corporibus leuioribus aqua deduximus.

Scholion. 2.

22. Quo igitur corpus aquae innatet, oportet vt tanta pars eius aquae immergatur, vt volumen aquae illi parti aequale idem habeat pondus, quod ipſum corpus habet. Nam ſi maior vel minor pars eſſet ſubmerſa, corpus vel aſcenderet vel deſcenderet magis, ſi ſibi ipſi eſſet relictum. Hoc igitur eſt primum atque maxime neceſſarium requiſitum ad natandum, vt corpus definitae magnitudinis partem aquae habeat immerſam; haecque regula ab auctoribus ita enunciari ſolet, vt dicant, omne corpus natans tantum aquae de ſuo loco depellere, quantum pondere ipſum corpus adaequet. Hoc autem ſolum ad natandum non ſufficit, ſed inſuper alius canon requiritur, ſecundum quem corpus, quo natet et in quiete perſiſtat, diſpoſitum eſſe debet. Quanquam enim vires horizontales ſe mutuo deſtruant, et hanc obrem corpus horizontaliter non promoueatur, tamen a ſolis viribus verticalibus, ex grauitate corporis, et preſſionibus aquae ortis, etiamſi inter ſe fuerint aequales, motus poteſt generari, quo quies turbatur, vti in ſequentibus fuſius oſtendetur.

PROPOSITIO 4.

Problema.

23. *Si corpus quodcunque ex parte aquae immergatur, determinare mediam directionem omnium preſſionum aquae in partem ſubmerſam exertarum, atque potentiam omnibus illis preſſionibus aequiualentem.* Tab. II. fig. 1.

 Solutio

Solutio.

Cum vires horizontales omnes, quae ex resolutione pressionum aquae in singula partis submersae elementa oriuntur, se mutuo destruant, solae vires verticales in considerationem veniunt. Quarum directiones, cum sint inter se parallelae, erit quoque media earum directio verticalis atque potentia aequiualens aequabitur summae omnium virium verticalium. Quamobrem potentia aequiualens omnibus aquae pressionibus aequalis erit ponderi aquae, cuius volumen aequale est parti corporis submersae. Sit autem eius directio, seu media directio omnium pressionum aquae recta verticalis IK, quae sectioni corporis horizontali ABCD cum superficie aquae factae occurrat in puncto K, et ex puncto K ad axem in sectione prohibitu assumtum ducatur perpendicularis KH. Iam consideretur vt ante elementum partis submersae $Mm = dS$, indeque verticales ad planum sectionis ACBD ducantur, itemque applicatae QP, qp. Tum ponatur vt ante $AP = x$, $PQ = y$ et $QM = z$, exprimatque haec aequatio $dz = Pdx + Qdy$ naturam superficiei submersae; ita vt sit $dS = dxdy \sqrt{(1 + P^2 + Q^2)}$ Vis autem, qua elementum Mm verticaliter sursum vrgetur, aequatur ponderi aquae voluminis $= zdxdy$, cuius momentum respectu horizontalis ad AB normalis et per A ducta est $zxdxdy$. Posito igitur x constante et sumto integrali ipsius zdy, ita vt toti ordinatae perpunctum P ductae respondeat, dabit $\int xdx \int zdy$ summam omnium momentorum respectu horizontalis perpunctum A ad AB normaliter ductae. Haecque expressio si diuidatur per volumen partis submersae, quod est $\int dx \int zdy$, prodibit distantia AH.

Di-

Distantia autem KH habebitur si summa omnium momentorum respectu axis AB diuidatur per volumen partis submersae $\int dx \int z\,dy$. Momentum autem vis elementum Mm verticaliter sursum pellentis est $yz\,dx\,dy$. Posito nunc y constante et sumto intergrali $z\,dx$ ita vt omnibus applicatis y respondeat, tum dabit $\int y\,dy \int z\,dx$ summam omnium momentorum cis axem AB, simili vero modo quaeratur summa omnium momentorum vltra AB existentium, et ab hac summa illa summa subtrahatur residuumque per $\int dx \int z\,dy$ diuisum dabit distantiam HK. Cognito autem puncto K innotescit media directio quaesita IK. Q. E. I.

Coroll. 1.

24. Cum vis, qua elementum Mm sursum vrgetur, proportionalis sit prismati elementari QRM, manifestum est rectam KI hoc modo inuentam per centrum grauitatis voluminis aquae submersi, quod sit in O, transire. Eodem enim calculo, quo hic vsi sumus, centrum grauitatis solet determinari.

Coroll. 2.

25. Media ergo directio omnium aquae pressionum, quas corporis pars submersa patitur est linea verticalis, quae per centrum grauitatis partis submersae transit.

Coroll. 3.

26. Si ergo corpus aquae innatet, quo casu volumen aquae parti submersae aequale aequiponderat ipsi corpori, tum potentia omnibus pressionibus aquae aequiualens aequalis erit ponderi ipsius corporis.

Coroll. 4.

27. Corpus igitur aquae innatans ab aqua tanta vi sursum pellitur, quantum est corporis pondus. Huius vero vis corpus sursum pellentis directio est linea verticalis per centrum grauitatis partis submersae transiens.

Scholion.

28. Ex conuenientia, quam demonstrauimus inter mediam directionem pressionum aquae et rectam verticalem per centrum grauitatis partis submersae, transeuntem, facile intelligitur, hoc punctum O esse debere centrum grauitatis corporis AIB tanquam homogenei considerati. Quare vtcunqne corporis pars submersa fuerit ex heterogenea materia conflata, tamen in puncto O inuestigando haec pars submersa tanquam homogenea considerari debet. Hanc ob causam vt ambiguitatem in voce centri gravitatis evitem, in posterum istud grauitatis centrum O, quod ex consideratione corporis homogenei quaeri debet, centri magnitudinis nomine appellabo. Centrum igitur magnitudinis partis submersae inuenietur, si pars submersa tanquam ex materia homogenea constans consideretur, eiusque centrum grauitatis definiatur. Hoc itaque centrum magnitudinis partis submersae, quoque erit centrum grauitatis aquae de suo loco depulsae, vel eius aquae, quae ante quam corpus immergebatur, spatium AIB occupauerat.

LEMMA.

Tab. II. fig. 2. 29. *Corpus* ABC, *cui duae potentiae* Gg *et* Oo *in directionibus parallelis et contrariis sunt applicatae, in aequi-*

aequilibrio esse non potest, nisi illae potentiae sint inter se aequales, earumque directiones in eandem rectam incidant.

Demonstratio.

Si potentiae fuerint inaequales, manifestum est corpus in aequilibrio esse minime posse: nam etiamsi coinciderent, fortior corpus in sua directione promoueret. At si potentiae fuerint aequales, neque vero coincidant, tum eae corpus ABC secundum plagam BAC circa se ipsum conuertent. Quare quo corpus quiescat, necesse est vt potentiae G*g* et O*o* non solum sint aequales, sed etiam vt earum directiones coincidant. Q. E. D.

PROPOSITIO 5.

Theorema.

30. *Corpus aquae libere insidens in quiete seu aequilibrio esse nequit, nisi tum pars submersa volumine adaequet pondus aquae ipsi corpori aequale, tum vero nisi totius corporis centrum grauitatis atque centrum magnitudinis partis submersae in eandem rectam verticalem incidant.*

Demonstratio.

Sit EAIBF corpus aquae vtcunque insidens et AIB eius pars submersa. Cum iam corpus ponatur liberum, nullas sentiet sollicitationes ad motum, praeter suam vim grauitatis et pressiones aquae, quas eius pars submersa patitur. At vis corporis grauitatis aequatur ponderi ipsius, eiusque directio est recta verticalis transiens per ipsius centrum grauitatis. Ponatur P = ponderi totius corporis, et sit G eius centrum grauitatis; quibus positis corpus propter grauitatem deorsum vrgebitur in directione GH Tab. III. Fig. 1.

a vi

a vi P. Deinde omnibus aquae pressionibus aequiualet vis directe sursum pellens in directione OL per centrum magnitudinis O partis submersae transeunte, quae quantitate adaequat pondus aquae spatium a parte submersa occupatum implentis; posito ergo hoc pondere Q propter pressiones aquae corpus in directione OL sursum vrgebitur vi $=Q$. Corpori igitur nostro aquae hac ratione insidenti omnino duae vires P et Q sunt applicatae, quarum altera corpus in directione GH deorsum altera vero in directione OL sursum sollicitat. Per lemma itaquae praemissum corpus in aequilibrio esse nequit, nisi simul sit $Q=P$ et recta LI in rectam HK incidat. Fit autem $Q=P$, si tanta pars aquae submergatur, quae volumine adaequet pondus aquae ipsius corporis ponderi aequale, deinde vero lineae LI et HK coincident, si centrum grauitatis G totius corporis et centrum magnitudinis O partis submersae in eadem recta verticali sint sita. Q. E. D.

Coroll. 1.

31. Duo ergo requiruntur ad hoc, vt corpus aquae insidens possit esse in aequilibrio, quorum si alterutrum desit, corpus in quiete persistere nequit.

Coroll. 2.

32. Quoties ergo corpus aquae insidere videmus, tum certum est, partem eius submersam volumine aequalem esse ponderi aquae ipsius corporis ponderi aequali: Atque praeterea centrum magnitudinis partis submersae et centrum grauitatis totius corporis in eadem recta verticali esse sita.

Coroll.

Coroll. 3.

33. Quare ſi corpus aquae innatans fuerit in aequilibrio, tum recta iungens centrum grauitatis totius corporis et centrum magnitudinis partis ſubmerſae, erit normalis in ſectionem aquae AB.

Coroll. 4.

34. Cum per experimenta conſtet pondus, quo datum aquae volumen grauitat, ex dato corporis cuiusvis pondere inueniri poterit quantitas partis ſubmerſae ad aequilibrium producendum requiſita.

Scholion 1.

35. Quo in ſequentibus plures circumlocutiones euitem, loco integrarum deſcriptionum terminis conuenientibus vtar. Ita centrum grauitatis totius corporis vocabo tantum ſimpliciter centrum grauitatis; atque centrum magnitudinis partis ſubmerſae tantum centrum magnitudinis, cum hae voces nunquam alio ſenſu occurrant. Deinde etiam ſectionem, quam corpus cum ſuprema aquae ſuperficie conſtituit, vocabo ſimpliciter ſectionem aquae. Simili modo verticalis centri grauitatis nobis erit recta verticalis per centrum grauitatis totius corporis tranſiens, atque verticalis centri magnitudinis denotabit rectam verticalem per centrum magnitudinis partis ſubmerſae tranſeuntem.

Scholion 2.

36. Quando in ſequentibus ope harum regularum eos corporum ſitus determinabimus, in quibus aquae inſi-

dere possint, id ita intelligi debet, vt corpus, si in eiusmodi situ definito aquae accuratissime collocetur, tum demum in hoc situ sit quieturum. At si tantillum ex hoc situ remoueatur vel inclinetur, vtrum tum sponte sese restituat, an vero in alium situm se recipiat? alia quaestio est, quae huc nondum pertinet, sed quam in sequentibus enodabo. Si autem situs, in quo corpus aquae impositum quiescere potest, ita fuerit comparatus, vt, corpus, si tantillum ex eo situ declinetur, se non restituat, sed alium situm quaerat, in quo acquiescat, tum difficillimum est efficere, vt corpus in eo situ persistat. Etsi enim summa sollertia in eum situm collocetur, tamen leuissima vi vel aeris vel aquae statim ex eo deturbabitur, adeo vt difficillimum sit, huiusmodi casus per experimenta comprobare. Veluti nullum est dubium, quin baculus leuis aquae verticaliter ita immiti queat, vt aequilibrium obtineatur; interim tamen in hoc situ constitutus quasi sua sponte procumbet, situmque horizontalem affectabit, in quo acquiescat.

PROPOSITIO 6.

Theorema.

Tab. II. fig 3. 37. *Omne corpus, quod generatur ex rotatione cuiuscunque figurae ACFB circa axem quempiam* AB, *facta, ita aquae insidere poterit, vt eius axis* AB *teneat situm verticalem, dummodo centrum grauitatis fuerit positum in ipso axe* AB.

Demonstratio.

Recta EF ad axem AB normali abscindatur area EBF, quae circa axem conversa generet solidum, quod volumine

lumine adaequet pondus aquae totius corporis ponderi aequale, poteritque hoc solidum esse pars aquae immergenda, quo corpus in quiete permaneat, si modo alterum requisitum in hoc situ locum inueniat. At huius partis submersae, quae generatur ab area EFB, centrum magnitudinis cadit in axem AB, quare cum in eundem quoque centrum grauitatis cadere ponatur, poterit corpus ita aquae insidere, vt axis AB teneat situm verticalem. Q.E.D.

Coroll. 1.

38. Ex hac demonstratione etiam intelligitur, hoc corpus quoque inuerso situ, quo B sursum A vero deorsum dirigitur, aquae insidere posse; adeo vt iam duo constent situs, quibus huiusmodi corpora aquae insidere possunt.

Coroll. 2.

39. Hinc etiam sequitur globum, cuius centrum grauitatis in ipso centro est positum, quocunque situ aquae insidere posse. Recta enim quaelibet per centrum transiens axis AB locum sustinere potest.

Coroll. 3.

40. Ad hanc corporum classem pertinent cylindri recti itemque coni recti tam integri quam truncati. Quare etiam haec corpora aquae ita innatare poterunt, vt eorum axes teneant situm verticalem, si modo eorum centra grauitatis in ipsos axes incidant.

Scholion.

41. Corpora haec rotunda hanc habent proprietatem, vt omnes sectiones ad axem normales sint circuli,

et demonſtratio hoc nititur principio, quod axis AB per ſingularum ſectionum transuerſalium centra grauitatis tranſeat. Quare eadem propoſitio aeque valebit pro corporibus, quorum ſectiones ad axem normaliter factae ſint polygona regularia quaecunque, ac pro circulis. Quamobrem etiam huiusmodi corpora aquae ita innatare poterunt, vt axes ſitum verticalem teneant, ſi modo centrum grauitatis totius corporis in hoc ipſo axe fuerit poſitum.

Coroll. 4.

42. Si ergo huiusmodi corpora ex materia homogenea fuerint fabricata, tum vtique eorum centra grauitatis in axes ſuos incident. Quare hinc concludere licet, omnia corpora homogenea, quae eiusmodi habent figuras, aquae ita inſidere poſſe, vt eorum axes ſint verticales.

PROPOSITIO 7.

Theorema.

Tab. III. fig. 2. 43. *Corpus cylindricum* DEIH, *cuius omnes ſectiones transverſales* DE, FG, HI *ſunt inter ſe aequales et ſimiles, ſitu erecto verticali aquae inſiſtere poteſt, ſi modo eius centrum grauitatis fuerit in recta* AB *per omnium ſectionum centra grauitatis tranſeunte.*

Demonſtratio.

Ponatur portio FGIH tanta, quanta aquae immergi debet, eaque re ipſa aquae concipiatur ſubmerſa. Erit ergo huius partis ſubmerſae centrum magnitudinis in recta BC ſitum, quippe quae tranſit per omnium ſectionum transverſalium centra grauitatis ſeu magnitudinis. In eadem autem recta AB ſitum eſſe ponitur centrum grauitatis totius

tius corporis. Quare cum recta AB ad sectionem aquae FG sit normalis, corpus in hoc situ aquae insidere poterit. Q. E. D.

Coroll. 1.

44. Me non monente facile etiam intelligitur, idem corpus situ quoque inverso quo HI sursum DE vero deorsum vergit, aquae insistere posse; ita vt consequenter duo situs sint cogniti, quibus huiusmodi corpora aquae insidere possint.

Coroll. 2.

45. Si corpus DEIH fuerit ex materia homogegenea factum, centrum grauitatis per se in rectam AB incidit. Quare huiusmodi corpora semper aquae situ erecto insidere poterunt, idque duplici modo

Scholion.

46. Ad hoc corporum genus pertinent praeter cylindros vulgares rectos omnia prismata recta, quascunque etiam habeant bases siue regulares siue inregulares. Deinde etiam pariter huc referuntur omnia solida quae generantur, si figura quaecunque plana secundum ductum lineae rectae ad planum figurae perpendicularis motu sibi semper parallelo moueatur. Atque de his omnibus valet Theorema propositum.

PROPOSITIO 8.

Theorema.

47. *Corpus cylindricum* abdc, *quale in praecedente propositione considerauimus, situ horizontali* bd *aquae insidere poterit, si eius centrum grauitatis* G *in eius sectionem* Tab. III. Fig. 3.

C 3 *mediam*