



M É M O I R E

SUR L'EFFET DE LA PROPAGATION SUCCESSIVE DE LA LUMIERE DANS L'APPARITION TANT DES PLANETES QUE DES COMETES.

PAR MR. EULER.

Traduit du Latin.



LA LUMIERE aussi bien que le son, ne venant point tout à coup de l'objet lumineux jusqu'à nous, mais la propagation du rayon de lumière sorti du corps lumineux se faisant par intervalles donnés, & demandant qu'il s'écoule, pendant qu'elle dure, un certain espace de tems, il s'ensuit de là que le Corps lumineux ne doit pas nous paroître toujours dans la même direction où il paroîtroit, si les rayons de lumière parvenoient à nous tout à coup, & sans aucun retardement. Par cette raison la plupart du tems les Corps celestes ne seront point effectivement dans les endroits du Ciel où nous les contemplons, & la place de chaque Astre, après avoir été observée, a besoin d'une correction qui en détermine le véritable lieu. En effet de la même maniere que nous ne rapportons point à cause de la refraction les Astres aux points du Ciel dans lesquels ils paroissent; pareillement la propagation successive de la lumière demande une correction qui détermine le vrai lieu de chaque Astre dans le

Ciel. *Mr. Bradley* ayant découvert le premier cette correction pour les Etoiles fixes, *Mr. Clairaut* a continué de suivre ses vuës avec sa pénétration ordinaire ; & j'ai aussi proposé, il y a plusieurs années, à l'Academie de Petersbourg une Dissertation sur ce sujet, dans laquelle j'ai déterminé non seulement l'aberration des lieux observés des Etoiles fixes, mais j'ai fait voir encore, comment la même correction peut être appliquée aux Planetes. J'ai supposé dans cette Dissertation que les Planetes se mouvoient autour du Soleil dans des cercles, & d'un mouvement uniforme, tant afin de rendre le calcul moins pénible, que principalement parce que je soupçonnois que l'excentricité des orbites des Planetes ne causeroit pas une différence sensible. Cependant contre mon attente la correction pour Mercure s'est trouvée si considerable, qu'on ne fauroit douter, que l'excentricité de l'orbite de cette Planete, qui est très grande, n'y apportât beaucoup de changement. Ainsi à l'égard des Cometes qui s'approchent beaucoup plus du Soleil que Mercure, cette correction peut devenir si grande, qu'à moins que d'y avoir egard, on ne fauroit déterminer par les Observations l'orbite véritable de la Comete. C'est ce qui m'engage à traiter de nouveau le même sujet dans cette Dissertation, & à rechercher tant pour les Planetes, que pour les Cometes surtout, une correction dans laquelle l'excentricité soit comprise. Car plus les Astronomes perfectionnent l'Art d'observer, & font paroître de sagacité à demêler les moindres inegalites, & plus il est nécessaire de bien faire connoître toutes les corrections, dont les Observations ont besoin.

II. Pour exposer donc avec plus de clarté cette aberration de l'apparition des Astres causée par la propagation successive de la Lumiere, il faut considerer deux lieux de chaque Astre, dont j'appellerai

rai

rai l'un le lieu apparent, l'autre le lieu véritable. Le lieu apparent est le point du Ciel où l'on observe l'Astre actuellement placé, après avoir soustrait l'effet de la réfraction; le lieu véritable est le point du Ciel, où le même Astre paroîtroit, si les rayons en parvenoient jusqu'à nous dans un instant, & sans aucun retardement. En effet on voit aisément, que si les rayons de lumière se propageoient tout à coup jusqu'aux plus grandes distances, l'apparition des Astres ne seroit dérangée ni par leur mouvement, ni par celui de la Terre; & que tout Astre en tout tems nous seroit visible dans le même point du Ciel, où nous l'aurions vu si dans ce tems là, & l'Astre, & la Terre, avoient été en repos. Il est encore évident, que si l'Astre & la Terre étoient dans un repos effectif, avec quelque lenteur que les rayons de l'Astre arrivassent à nous, l'Astre seroit toujours visible au même endroit qui lui conviendrait, au cas que les rayons nous en fussent envoyés avec la plus grande rapidité possible. Ainsi dans le cas où l'on conçoit l'Astre & la Terre en repos, il n'y aura absolument aucune différence entre le lieu apparent de l'Astre & le véritable. Mais si la Terre, ou l'Astre, ou l'un & l'autre se meuvent, il est facile de comprendre que le lieu apparent diffère du véritable d'une manière proportionnée à la raison qu'il y a entre la vitesse de l'un ou de l'un & l'autre, & la vitesse de la lumière, & suivant que les directions des mouvemens, tant de ces Corps mêmes que des rayons de lumière, seront plus obliques entr'elles.

III. Les Observations faites sur les Eclipses des Satellites de Jupiter ont mis les Astronomes en état de conclure que la vitesse des rayons de lumière est si grande, qu'il ne leur faut qu'environ 8 minutes pour parcourir l'espace qui sépare le Soleil de la Terre. Ainsi, en concevant que la Terre décrit autour du Soleil un Cercle, dont
le

le rayon soit $= c$, & qui soit égal à la distance moyenne de la Terre au Soleil, les rayons de lumière se propagent en 8 minutes par l'espace c , & comme leur vitesse est censée perpétuellement uniforme, elles mettront environ 50 minutes à parcourir un espace égal à la circonférence de ce Cercle, ou $\frac{7}{11}\frac{2}{3} c$. Puis donc que la Terre décrit la circonférence de ce Cercle dans une année de 365; 6 & 8' ou dans un tems de 525968' la vitesse des rayons de lumière sera à la vitesse moyenne de la Terre, comme 10464 à 1. Ainsi en posant la vitesse moyenne de la Terre $= \alpha$, la vitesse des rayons de lumière sera $= 10464 \alpha$. Or les Étoiles fixes étant en repos, & les vitesses des Planètes & des Comètes pouvant être comparées avec la vitesse moyenne de la Terre; cette proportion de la vitesse de la lumière à la vitesse moyenne de la Terre suffira, pour déterminer toutes les corrections nécessaires en Astronomie, entant qu'elles naissent de cette propagation successive de la Lumière.

Fig. I.

IV. Que la Terre ou le Spectateur A soit donc mis suivant la direction Aa avec une vitesse donnée, qui soit $= u$. Que l'Astre soit en repos en S, d'où les rayons soient envoyés de tous côtés avec la vitesse sus-exprimée, que nous poserons pour abrégé $= k$, en sorte que $k = 10464 \alpha$, & étant la vitesse moyenne de la Terre dans son orbite. Les rayons partis de S frapperont donc l'œil du spectateur en A avec cette vitesse k suivant la direction SQ, mais comme l'œil lui-même n'est pas en repos, mais qu'il avance avec une vitesse $= u$ suivant la direction Aa, l'effet des rayons en sera altéré, & ils ne représenteront point l'Astre, comme étant placé dans la direction AS, mais dans quelque autre direction As, dont il faudra juger par la composition du mouvement, comme on le fait à l'égard de la direction du coup dans la collision des corps. En effet,

effet, lorsque le rayon frappe l'oeil suivant la direction $A\Sigma$, & que l'oeil avance en même tems suivant la direction Aa , le mouvement de l'oeil étant transporté au rayon dans la direction contraire $A\alpha$, le rayon affectera l'oeil, comme s'il venoit frapper cet organe en repos suivant les directions $A\Sigma$, & $A\alpha$. Qu'on prenne donc suivant les regles connües les droites $A\Sigma$ & $A\alpha$ en raison des vîtesses de la lumiere & de l'oeil, ou comme k à u , en achevant le parallelogramme $A\alpha\sigma\Sigma$, la diagonale $A\sigma$ représentera tant la direction que la vîtesse, avec laquelle les rayons partis de l'Astre S agissent sur la vue du spectateur en A . Ou bien, ce qui revient au même, qu'on prenne suivant la direction du mouvement du spectateur Aa la droite Aa qui soit à la distance AS , comme la vîtesse du spectateur u à la vîtesse de la lumiere k , en construisant le parallelogramme $ASsa$, la diagonale As donnera le lieu vû ou apparent de l'Astre. Or la direction AS représentera le lieu vrai de l'Astre, l'angle $SA s$ sera donc la difference entre le lieu apparent & le vrai.

§. V. Si le lieu vrai de l'Astre est donné, ou la direction AS , on en pourra déduire aisément le lieu apparent ou la direction As . Car qu'on suppose l'angle $SAa = p$, & qu'on exprime les lignes AS , Aa par les valeurs proportionelles k & u , à cause du cof. $ASs = -\text{cof } p$. on aura $As = \sqrt{(kk + uu + 2ku \text{ cof } p)}$ & puisque $As : Ss = \sin ASs : \sin SA s$, il en résultera $\sin SA s =$

$$\frac{u \sin p}{\sqrt{(kk + uu + 2ku \text{ cof } p)}} : \& \text{cof } SA s = \frac{k + u \text{ cof } p}{\sqrt{(k^2 + u^2 + 2ku \text{ cof } p)}}$$

& par consequent $\text{tang } SA s = \frac{u \sin p}{k + u \text{ cof } p}$. Mais la vîtesse k étant, comme nous l'avons vu, fort grande par rapport à la vîtesse u , la tangente de cet angle $SA s$ deviendra si petite qu'on pourra la

prendre avec assurance pour la mesure de l'angle même ; & par cette raison encore la fraction $\frac{u \sin p}{k}$ fournira l'indication la plus prochaine de la valeur de l'angle $SA s$. Ainsi en connoissant le lieu vrai AS de l'Astre S on trouvera son lieu apparent $A s$, par la soustraction faite à l'angle donné $SA a$ de l'angle $SA s$, dont la tangente trouvée est $= \frac{u \sin p}{k - u \cos p}$. Au contraire si le lieu apparent $A s$ de l'Astre est donné, on déterminera son lieu vrai de cette manière. Qu'on pose l'angle connu $s A a = q$, qui étant égal à l'angle $A s S$ donnera $AS : \sin q = S s : \sin SA s$, d'où résulte $\sin SA s = \frac{u \sin q}{k}$. Donc l'angle observé $s A a = q$ doit être augmenté de l'angle $SA s$, dont le sinus est $= \frac{u \sin q}{k}$, pour avoir le vrai lieu AS , ou l'Astre paroîtroit, si la vitesse de la lumière étoit infinie.

VI. LA TERRE ayant un double mouvement, le diurne & l'annuel, il faudroit par conséquent employer une double correction pour chercher le vrai lieu de chaque Astre. Mais puisque la vitesse du mouvement diurne, même sous l'équateur, est presque 60 fois plus petite que la vitesse du mouvement annuel, on s'apercevra aisément que l'aberration, qui résulte du mouvement diurne, sera si petite qu'il sera permis de la négliger par rapport à l'autre, qui vient du mouvement annuel, & ne monte que très rarement à une minute : de sorte que la première ne sauroit presque jamais monter à une seconde. Or comme dans les observations on néglige les tierces, cette correction peut être omise à bon droit. Ainsi je ne considérerai que le seul mouvement annuel de la Terre, & les formules trouvées ci-dessus

dessus fourniront aisément les lieux vrais, tant du Soleil que des Etoiles fixes. Et d'abord je chercherai la correction pour les Etoiles fixes placées dans l'Ecliptique, lesquelles n'ayant aucune latitude, & la propagation successive de la lumiere ne pouvant leur en donner, la correction se rapportera à la seule longitude. Que la Terre se

Fig. II.

meuve dans l'orbite Elliptique AT autour du Soleil placé dans l'un de ses foyers C, que A soit le perihélie, & T le lieu de la Terre d'où l'Etoile fixe S placée dans le plan de l'Ecliptique est observée. Qu'on suppose la vitesse de la Terre en T = u , par laquelle elle avance suivant la direction de la tangente T ϵ . Si donc le lieu vrai TS de l'Etoile fixe est donné, & que l'angle ST ϵ soit supposé = p ,

la tangente de l'angle ST ϵ sera = $\frac{u \sin p}{k + u \cos p}$, & ainsi il faudra ajouter cet angle ST ϵ à la vraie longitude TS de l'Etoile, pour en tirer sa longitude apparente T ϵ . Mais si c'est la longitude apparente T ϵ qui soit donnée, & que l'angle ϵ T ϵ soit supposé = q , la correction ST ϵ doit être soustraite de la longitude apparente, pour avoir la longitude vraie TS, & on aura $\sin ST\epsilon = \frac{u \sin q}{k}$. Si

donc la Terre décrivait un cercle autour du Soleil, l'angle CT ϵ seroit perpetuellement droit, & sa vitesse u deviendroit = a . Et en posant l'angle CTS = r , qui résulte si l'on soustrait la longitude de l'Etoile de la longitude du Soleil, l'angle ST ϵ sera = $p = r - 90^\circ$ & par conséquent $\sin p = -\cos r$ & $\cos p = \sin r$.

Ce qui donne la tangente de l'angle ST ϵ = $\frac{-a \cos r}{k + a \sin r}$. Mais

si r désigne l'angle apparent CT ϵ , on trouvera le sinus de la correction ou de l'angle ST ϵ = $\frac{-a \cos r}{k}$.

VII. SI LA TERRE se mouvoit donc dans un cercle autour du Soleil, il faudroit corriger de la maniere suivante les longitudes observées des Etoiles fixes qui sont placées dans l'Ecliptique. Qu'on soustraie la longitude observée Ts de l'Etoile de la longitude du Soleil, & que la différence soit supposée $= r$, laquelle étant trouvée, & le sinus de l'angle STs étant $= \frac{-\alpha \cos r}{k}$, il faut soustraire de la longitude observée Ts l'angle dont le sinus est $\frac{-\alpha \cos r}{k}$, ou, ce qui revient au même, y ajouter l'angle dont le sinus est $\frac{\alpha \cos r}{k}$. Il paroît par là que si l'angle r est ou $0'$, ou $1'$, ou $2'$, ou $9'$, ou $10'$, ou $11'$, la longitude apparente doit augmenter, mais que dans les autres signes $3'$, $4'$, $5'$, $6'$, $7'$, $8'$, elle doit diminuer. Or cette correction, puisque nous trouvons $k = 10464 \alpha$, sera toujours fort petite, en sorte que cet angle peut être censé égal au sinus même. Comme donc $\frac{\alpha \cos r}{k}$ est $= \frac{\cos r}{10464}$, il faut d'abord soustraire du logarithme du cosinus de l'angle r , $l 10464 = 4,0196977$, & l'on aura par ce moyen le logarithme du sinus de l'angle cherché, qui étant égal à l'angle même, si l'on soustrait encore $4,6855749$, le nombre qui répond au logarithme restant donnera la correction exprimée en secondes. Ou bien que du logarithme $\cos r$, on soustraie d'abord $8,7052726$, & l'on aura le logarithme du nombre des secondes, qui fournissent la correction désirée. Ainsi une Etoile fixe étant observée en conjonction avec le Soleil, de maniere que l'angle r soit $= 0$ sa longitude doit augmenter presque de $20''$. De là il s'en suit

s'enfuit que la longitude observée du Soleil fera perpétuellement moindre que la véritable, & cela de 20'', puisque le Soleil doit être regardé comme une étoile fixe. C'est pourquoi si les Tables Solaires marquoient le lieu vrai du Soleil, où cet Astre paroîtroit si les rayons parvenoient à nous sans retardement, on seroit obligé de soustraire constamment 20'' de ce lieu, pour remettre la Théorie d'accord avec les Observations. Mais si l'on observe une Etoile fixe en opposition avec le Soleil, sa longitude doit être diminuée de 20'', & par cette raison lorsqu'on voit une Etoile fixe en opposition avec le Soleil, elle fera encore éloignée de 40'' de sa vraie opposition, & ce n'est qu'au bout de quelque tems, c'est à dire, après 16' 14'' qu'elle y parviendra. Mais c'est dans la conjonction & dans l'opposition que l'aberration est la plus grande, elle devient moindre dans les autres éloignemens, & évanouît tout à fait dans les quadratures. Ce sont donc ces derniers lieux qu'il faut choisir, quand on veut rechercher la parallaxe annuelle des Etoiles fixes.

VIII. LES CHOSES iroient ainsi, si l'orbite de la Terre étoit un cercle parfait, dans le centre duquel le Soleil fut placé; mais comme l'ellipse que la Terre décrit est un peu excentrique, la correction qu'on vient de trouver en souffrira un changement à peine sensible. Cependant, afin de trouver la correction pour les Planètes & pour les Comètes, il est expédient d'accommoder ici le calcul à l'orbite elliptique de la Terre. Soit donc A le perihélie, & la distance A C = a , le demi parametre de l'orbite = b , l'anomalie vraie ou l'angle A C T = v , & la distance de la Terre au Soleil C T = y , on aura d'abord $y = \frac{a b}{a + (b - a) \cos v}$ ou $\cos v = \frac{a (b - y)}{(b - a) y}$. Par conséquent la distance de l'Aphélie au Soleil, en

posant $v = 180^\circ$ fera $= \frac{ab}{2a-b}$; de plus l'axe transverse $=$
 $\frac{2aa}{2a-b}$, & la distance des foyers $= \frac{2a(b-a)}{2a-b}$; donc la distance
 moyenne, qui est egale à la moitié de l'axe transverse fera $=$
 $\frac{aa}{2a-b}$, qui doit par consequent estre egale à la quantité c , de
 sorte que $\frac{aa}{2a-b} = c$. Si l'on se propose donc de chercher la
 correction pour les habitans des autres Planetes, alors il faudra tirer
 les valeurs des Lettres a & b de l'orbite vraie de chacune. Qu'on
 pose de plus l'angle $ATC = \phi$ on trouvera par les coniques
 $\text{tang } \phi = \frac{ab}{(b-a)y \sin v}$, & si la vitesse de la Terre dans le lieu T
 est reputée $= u$ on aura $\alpha : u = \frac{1}{Vc} : \frac{Vb}{y \sin \phi}$; & par consequent
 $u = \frac{\alpha Vbc}{y \sin \phi}$. Or $\sin \phi = \frac{\alpha Vb}{Vy(2aa - 2ay + by)}$, & ainsi la
 vitesse de la Terre en T savoir $u = \frac{\alpha Vc(2aa - 2ay + by)}{\alpha Vy}$,
 formule qui exprime egalemeut la vitesse de toute Planete dans cha-
 que point de son orbite. A l'egard de la Terre, comme $2a - b$
 est $= \frac{aa}{c}$ cela donnera $u = \frac{\alpha V(2c - y)}{Vy}$. Si l'on pose donc,
 comme auparavant, l'eloignement de l'Etoile fixe au Soleil, ou
 l'angle $CTS = r$, on aura $STs = r - 180 + \phi = p$, & par
 consequent comme le sinus de l'angle STs a été trouvé $=$
 $\frac{u \sin p}{h}$



$$\frac{n \sin p}{k}, \text{ il fera } = \frac{-u \sin (r + \Phi)}{k} = \frac{-\alpha \sqrt{bc}}{ky} \cdot \frac{\sin (r + \Phi)}{\sin \Phi}$$

$$= \frac{-\alpha \sqrt{bc}}{ky} \left(\cos r + \frac{\sin r}{\tan \Phi} \right), \text{ \& par conséquent l'angle}$$

$$STs = \frac{-\alpha \sqrt{bc}}{ky} \left(\cos r + \frac{(b-a)y \sin r \cdot \sin r}{ab} \right).$$

IX. POUR FACILITER encore davantage l'usage de cette formule, outre la distance moyenne de la Terre au Soleil $c = \frac{aa}{2a-b}$, employons l'excentricité, qui est la distance des foyers divisée par l'axe transverse $= \frac{b-a}{a}$; que l'on suppose cette fraction $\frac{b-a}{a} = n$, & l'on aura la distance du Perihélie au Soleil $a = c(1-n)$, la distance de l'aphélie au Soleil $= c(1+n)$ & le demi parametre $b = c(1-nn)$. Par conséquent si l'on suppose la distance de l'Aphélie au Soleil $= A$, on aura $b = \frac{Aa}{c}$, d'où il est facile de déduire par les tables le demi parametre b pour chaque Planete.

$$\text{De plus } y \text{ fera } = \frac{(1-nn)c}{1+n \cos v} = \frac{b}{1+n \cos v}; \text{ d'ou résulte}$$

$$\frac{\sqrt{bc}}{y} = \frac{1+n \cos v}{\sqrt{1-nn}} \quad \& \quad \frac{(b-a)y \sin v \cdot \sin r}{ab} = \frac{n \sin v \cdot \sin r}{1+n \cos v}$$

Par ce moyen on aura le sinus de la correction ou de l'angle STs

$$= \frac{-\alpha}{k\sqrt{1-nn}} \left(\cos r + n \cos (r-v) \right). \text{ Si nous tirons donc}$$

la droite CO parallèle à Ts , l'angle BCO fera $= r-v$, & ainsi $r-v$ designera la distance apparente de l'Étoile à l'aphélie de l'orbite

l'orbite B, laquelle distance, comme elle est connue, soit posée

$$= \theta, \text{ \& il en résultera } \sin STs = \frac{-a}{k\sqrt{(1-nn)}} (\cos r + n \cos \theta)$$

$$\text{ou } \sin STs = \frac{-a\sqrt{c}}{k\sqrt{b}} (\cos r + n \cos \theta) \text{ où } \frac{a}{k} \text{ est } = \frac{1}{10464}$$

$$\text{\& } \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{VAa}. \text{ Il y a donc pour orbite de la Terre } \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} =$$

0,0000125 \& n = 0,01692 \& 1n = 8,228400. Ainsi puisqu'on doit ajouter au lieu de l'Etoile observé dans l'Ecliptique l'angle

dont le sinus est = $\frac{a\sqrt{c}}{k\sqrt{b}} (\cos r + n \cos \theta)$ la correction sera la plus

grande, si les deux angles r \& \theta evanouissent, ou s'ils deviennent tous deux égaux à deux angles droits. Dans le premier cas l'Etoile sera observée dans l'Aphélie de la Terre placée dans son Perihélie, \& par conséquent en conjonction avec le Soleil; dans lequel cas on doit donc ajouter à la longitude observée l'angle dont le sinus est =

$$\frac{(1+n)\sqrt{c}}{10464\sqrt{b}}, \text{ angle qui est de } 20'' 3''', \text{ au lieu qu'auparavant on}$$

l'avoit trouvé de 19'' 43''. La difference dans la quantité de la correction qui procède de l'excentricité de l'orbite de la Terre, ne parvenant donc jamais à une seconde, on peut en toute sûreté regarder l'orbite de la Terre comme circulaire; \& par la même raison la correction fournie ci-dessus pour les Etoiles fixes observées dans l'Ecliptique pourra être employée sans erreur.

X. La formule trouvée $\frac{a\sqrt{b}}{k\sqrt{c}} (\cos r + n \cos \theta)$ met aussi en état de déterminer quelle aberration les habitans des autres Planetes \& par conséquent ceux des Cometes, doivent remarquer à cause

cause de la propagation successive de la lumiere. Car si l'on suppose que toute autre Planete du premier ordre ait la distance moyenne au Soleil = C , la vitesse moyenne = A , & le parametre = $2b$, on

trouvera le sinus de l'angle d'aberration = $\frac{AVC}{kVb} (\cos r + n \cos \theta)$.

Or, AVC est = αVc , parce que les vitesses moyennes sont en raison reciproque sousdoublee des distances moyennes. C'est pourquoi si c designe, comme il l'a fait jusqu'à present, la distance moyenne de la Terre au Soleil, qu'on expose ordinairement dans les Tables Astronomiques par 100000, & que le demi parametre de la Planete en question soit = b , & l'excentricite = n , le sinus de la correction, qui doit être ajoutée à la longitude de toute Etoile fixe observée dans le meme plan de l'Orbite de la Planete, sera =

$\frac{Vc}{10464 Vb} (\cos r + n \cos \theta)$, où r marque la distance de l'Etoile fixe au Soleil, & θ la distance du lieu de l'Aphelie. Il paroît par là que pour les Planetes superieures, dont le demi-coté droit b est plus grand que celui de la Terre, la correction doit être beaucoup moindre, & que les Planetes inferieures auront au contraire une plus grande correction. Mais la plus grande correction sera constamment, quand, la Planete étant dans son Perihélie, on observe l'Etoile fixe, ou en conjonction, ou en opposition avec le Soleil. Dans ces cas donc on aura $\cos r = \cos \theta = \pm 1$. & le sinus de la

correction sera = $\frac{(1 \pm n) Vc}{10464 Vb}$. Soit la distance du perihélie au Soleil = a , la distance de l'Aphelie = A , & la distance moyenne = C , b sera = $\frac{Aa}{C}$ & $1 \pm n = \frac{A}{C}$; lesquelles distances feront

le sinus de correction = $\frac{\sqrt{Ac}}{10464 \sqrt{aC}}$. Qu'on prenne pour exemple l'orbite de Mercure, lequel étant dans son Perihélie, & la longitude de l'Etoile fixe observée en conjonction ou en opposition avec le Soleil, différera de la vraie d'un angle qu'on determine ainsi

$\begin{array}{r} l A = 4, 669131 \\ l c = 5, 000000 \\ \hline l A c = 9, 669131 \\ l a C = 9, 075527 \\ \hline \text{div. par 2} \quad 0, 593604 \\ \quad \quad \quad 0, 296802 \\ \text{soustr.} \quad 8, 705273 \\ \hline \quad \quad \quad 1, 591529 \end{array}$	$\begin{array}{r} l a = 4, 487704 \\ l C = 4, 587823 \\ \hline 9, 075527 \end{array}$
---	---

La correction est donc 39'' 2'''

XI. A L'EGARD des Cometes, qui s'approchent beaucoup du Soleil, lorsqu'elles sont dans le Perihélie, si leurs habitans observent une Etoile fixe en conjonction ou en opposition avec le Soleil, l'aberration doit être encore plus grande. Car premièrement, comme on suppose qu'elles décrivent des Paraboles autour du Soleil, n sera = 1, ce qui donnera à l'autre facteur $1 + n$ une plus grande valeur que dans les Planetes. Outre cela le demi-parametre b qui devient = $2a$, sera fort petit. Ainsi il y aura une très grande correction, quand la Comète sera au Perihélie, & l'Etoile fixe y étant observée en opposition ou en conjonction avec le Soleil,

elle sera = $\frac{2\sqrt{c}}{10464 \sqrt{2a}} = \frac{\sqrt{2c}}{10464 \sqrt{a}}$. Donc dans la Comete

de 1680, cette correction devoit être fort considerable, puisque de
toutes

toutes les Cometes , c'est celle qui s'est le plus approchée du Soleil ; car la étoit $= 2,8172032$, ce qui donne

$$\begin{array}{r}
 l\ 2\ c \quad = \quad 5,301030 \\
 l\ a \quad \quad = \quad 2,817203 \\
 \hline
 \text{div. par } 2 \quad 2,483827 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1,241914 \\
 \quad \quad \quad 8,705273 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 2,536641
 \end{array}$$

La correction étoit donc $= 344'' = 5' 44''$.

Pour la dernière Comete de 1744. j'ai trouvé $la = 4,346783$, & ainsi l'aberration d'une l'Etoile fixe observée en conjonction ou en opposition avec le Soleil, de la Comete située dans son Perihélie, devoit être $59''$. Le lieu de la Terre observé de cette Comete dans son Perihélie devoit donc être dans la même aberration du lieu vrai, parce que dans ce tems là le Soleil, la Comete & la Terre étoient posés presque directement, & ainsi le cas rapporté ci-dessus avoit lieu. Mais cette correction ne procede que du mouvement de la Comete, & si l'on ajoute au calcul le mouvement de la Terre, cette aberration devra augmenter ou diminuer de $20''$, suivant que le mouvement de la Terre & de la Comete auront la même direction, ou une direction contraire. Dans ce cas, comme l'un & l'autre mouvement vu du Soleil est direct, il faudroit soustraire $20''$, si les deux mouvemens étoient dans le même plan ; mais lorsque cela n'a pas lieu, il y a une autre route à suivre pour trouver la correction qui résulte des deux mouvemens, comme je le montrerai dans la suite.

XII. JE N'AI considéré jusqu'à présent que les Etoiles fixes qui sont situées dans le plan de l'Ecliptique, & j'ai déterminé la différence entre leurs lieux vrais & leurs lieux apparens ; à présent je vais recher

Fig. III.

cher la correction des autres Etoiles fixes, qui sont placées hors du plan de l'Ecliptique. Comme non seulement la longitude, mais aussi la latitude des Etoiles fixes, peut être alterée par la propagation successive de la lumière, il faut examiner chacun de ces changemens à part. Pour procéder à cet examen je supposerai l'Orbite de la Terre circulaire, parce que j'ai déjà fait voir que son excentricité ne cause aucune différence sensible. Soit donc C le Soleil placé au centre de l'orbite de la Terre, & T le lieu de la Terre. Qu'on pose, comme auparavant la distance $CT = c$, la vitesse de la Terre suivant la direction $Tt = \alpha$, & la vitesse de la lumière $= k$, ou $k = 10464 \alpha$. Qu'une Etoile fixe soit hors du plan de l'Ecliptique en S, & que de ce point on fasse tomber sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire SR; si la lumière parvenoit à nous en un instant, la direction de la droite TR fourniroit la longitude vraie de l'Etoile, & l'angle STR la latitude vraie, que je supposerai septentrionale, comme la Figure la représente. Qu'on mène à présent, suivant les règles exposées ci-dessus la droite Ss parallèle à Tt , qui soit à TS comme α à k , la droite Ts fera le lieu apparent de l'Etoile. Qu'on fasse pareillement tomber de s sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire sr , & l'on aura $sr = SR$ & $Rr = Ss$. Ainsi la droite Tr fournira la longitude apparente de l'Etoile, & l'angle sTr sa latitude apparente.

XIII. Cela posé, disons l'angle $CTr = r$, qui résulte de l'opération par laquelle on soustrait la longitude de l'Etoile observée de la longitude du Soleil; & sa latitude apparente, ou l'angle $sTr = p$; alors l'angle rTt sera $= RrT = r - 90^\circ$, d'où $\sin RrT = -\cos r$ & $\cos RrT = \sin r$. Qu'on suppose $TS = kz$, on aura $Ss = Rr = \alpha z$. De plus que $Ts = y$, on aura $rs = RS = y \sin p$, & $Tr = y \cos p$.

Le

Le triangle TRS donnera $TR^2 = k^2 z^2 - y^2 \sin p^2$, & par le triangle RrT on aura $TR^2 = y^2 \cos p^2 + a^2 z^2 - 2ayz \sin r \cos p$; d'où résulte $(k^2 - a^2) z z = y^2 - 2ayz \sin r \cos p$. Comme donc

$$\sin RT r = \frac{R r \sin Tr R}{TR} = \frac{-az \cos r}{\sqrt{(k^2 z^2 - y^2 \sin p^2)}}$$

deviendra trop compliquée pour qu'on puisse s'en servir commodément dans le calcul. C'est pourquoi supposons que ce ne soit pas le lieu apparent de l'Etoile, qu'on propose, mais le lieu vrai pour en déduire l'apparent. Car comme la correction est très petite, elle ne variera point, soit qu'on la détermine par le lieu vrai, ou par le lieu apparent. Ainsi si nous savons assigner le lieu apparent de l'Etoile par son lieu vrai, nous pourrons réciproquement déduire le lieu vrai du lieu apparent. Et même cela conviendra mieux aux usages Astronomiques; car si l'on suppose que les lieux de toutes les Etoiles fixes sont rapportés de la manière la plus exacte dans les Tables, on pourra déterminer leurs lieux apparens pour quelque tems que ce soit.

XIV. Le lieu du Soleil étant donc trouvé pour le tems proposé, il n'y a qu'à en soustraire la longitude vraie de l'Etoile fixe tirée des Tables, & supposer l'angle restant $CTR = r$, l'angle $RT r$ sera $r - 90^\circ$, & par conséquent son sinus $= -\cos r$ & le cosinus $= \sin r$. Soit de plus la latitude vraie $STR = p$, en posant $TS = kz$, on aura $Sr = Rr = az$, $SR = Sr = kz \sin p$ & $TR = kz \cos p$.

Par là on trouve $\text{tang } RT r = \frac{-a \cos r}{k \cos p + a \sin r}$. Mais si on prend r & p du lieu observé de l'Etoile, il faut alors ajouter à la longitude observée l'angle, dont la tangente $= \frac{a \cos r}{k \cos p + a \sin r}$.

Ensuite dans le triangle TRr, on trouve le coté Tr = z V (k² cos p² + 2ak cos p sin r + aa) ce qui fournit la tangente de la

latitude apparente, ou tang. sTr = $\frac{k \sin p}{V(k^2 \cos p^2 + 2ak \cos p \sin r + aa)}$.

Et pour l'exprimer plus commodément, qu'on répute l'angle dont

la tangente = $\frac{a \cos r}{k \cos p + a \sin r}$ est trouvée, = φ, en sorte que φ

soit la différence entre la longitude vraie & la longitude apparente,

sin φ sera = $\frac{a \cos r}{V(k^2 \cos p^2 + 2ak \sin r \cos p + aa)}$, d'où

tang sTr = $\frac{k \sin p \sin \phi}{a \cos r}$. De cette manière donc par la corre-

ction de la longitude φ déjà connue on trouve la latitude apparente,

dont la tangente est = $\frac{k \sin p \sin \phi}{a \cos r}$. Mais comme l'angle φ est

très petit, son sinus sera presque égal à la tangente, qui a été trouvée

= $\frac{a \cos r}{k \cos p + a \sin r}$; laquelle étant substituée au sin φ, on aura

tang sTr = $\frac{k \sin p}{k \cos p + a \sin r}$. Or il paroît que ce dénomina-

teur k cos p + a sin r ne diffère pas sensiblement du précédent

V (k² cos p² + 2ak sin r cos p + aa). A moins donc que

le terme k cos p ne soit très petit, on peut en sûreté négliger cette

différence; mais s'il est presque p = 0, ce qui arrive si l'Etoile est

très prochaine d'un Pole de l'Ecliptique, alors cette erreur peut de-

venir sensible; & c'est dans ce seul cas qu'il convient de se servir de la

formu-



formule précédente $\text{tang } \angle Tr = \frac{k \sin p}{\sqrt{(k^2 \cos p^2 + 2ak \sin r \cos p + a^2)}}$.

XV. L'APPLICATION de ces formules est très difficile, si l'Etoile est fort voisine du pole de l'Ecliptique, parce qu'alors sa longitude & la distance CTR deviennent incertaines, & au Pole même tout à fait nulles. Cependant, si nous faisons attention à la nature même de la solution, les aberrations de ces Etoiles peuvent être aisément déterminées. En effet supposons que l'Etoile fixe S soit placée au Pole même de l'Ecliptique, la droite ST sera normale au Plan de l'Ecliptique, & TR évanouira; donc Rr tombera sur Tr, & ainsi cette droite Tr représentera la longitude apparente de l'Etoile. Pour avoir cette longitude, il faut perpétuellement soustraire de la longitude du Soleil trois signes ou 90° . Ensuite, puisque dans ce cas la tangente de la distance apparente de l'Etoile au Pole est exprimée par la fraction $\frac{\alpha}{k}$, cette distance sera de $20''$. Par conséquent, si l'Etoile fixe étoit toujours au Pole de l'Ecliptique, elle en paroîtroit constamment éloignée de $20''$ & ainsi on la verroit avec une longitude moindre de trois signes que la longitude du Soleil. Cette Etoile paroîtroit decrire dans l'espace d'un an autour du Pole vrai un cercle, dont le rayon seroit de $20''$. Pareillement aussi les Etoiles fixes les plus proches du Pole de l'Ecliptique paroîtront decrire de semblables cercles autour de leurs lieux vrais, de manière qu'on ne les verra jamais dans leurs lieux vrais. Ainsi s'il arrivoit qu'on observât une Etoile fixe dans le Pole même de l'Ecliptique, son lieu vrai seroit distant du Pole de $20''$, & sa longitude vraie se trouveroit en ajoutant trois signes à la longitude du Soleil. Si nous regardons donc à ce mouvement circulaire, par lequel
les

les Etoiles dans la proximité du Pole de l'Ecliptique paroissent tourner autour de leurs lieux vrais, on pourra déterminer pour un tems quelconque le lieu apparent de chacune d'elles. Mais comme il n'existe aucune Etoile remarquable qui soit si voisine du Pole de l'Ecliptique, que le terme $k \operatorname{cof} p$ evanouisse en quelque sorte, nous n'avons pas besoin de cette précaution.

XVI. JE PASSERAI donc aux Etoiles fixes un peu plus distantes du Pole de l'Ecliptique, ou dont la latitude p diffère considérablement de 90° . Comme en posant l'angle $CTR = r$, qui résulte lorsqu'on soustrait la longitude de l'Etoile de la longitude du Soleil, on doit soustraire de la longitude vraie de l'Etoile l'angle dont la tangente $= \frac{\alpha \operatorname{cof} r}{k \operatorname{cof} p + \alpha \sin r}$, pour trouver son lieu apparent; il sera aisé de rejeter dans le dénominateur le terme $\alpha \sin r$ plutôt que l'autre $k \operatorname{cof} p$, de sorte que la tangente de la correction se trouve $= \frac{\alpha \operatorname{cof} r}{k \operatorname{cof} p}$; laquelle expression étant fort petite pourra être prise pour la correction même. Réciproquement donc si p désigne la latitude observée de l'Etoile, & r l'angle observé CTR , il faudra ajouter à la longitude observée de l'Etoile l'angle $= \frac{\alpha \operatorname{cof} r}{k \operatorname{cof} p}$ pour trouver sa longitude vraie, où la valeur de la fraction $\frac{\alpha}{k}$ est $= \frac{1}{10464}$. Pour ce qui regarde la variation de la latitude, si p est la latitude vraie, la tangente de la latitude apparente sera $= \frac{k \sin p}{k \operatorname{cof} p + \alpha \sin r}$. Ainsi si la latitude apparente est dite $= p - \phi$, tang ϕ deviendra $= \frac{\alpha \sin p \sin r}{k + \alpha \sin r \operatorname{cof} p}$, & par conséquent ϕ presque

presque tout à fait $\phi = \frac{\alpha}{k}$ si p si r . On doit donc soustraire de la latitude vraie p l'angle $= \frac{\alpha}{k}$ si p si r , pour en tirer la latitude apparente. Il faut procéder de la manière suivante dans la correction du lieu apparent de chaque Etoile fixe.

Soit au tems de l'Observation la longitude du Soleil $= L$, la longitude de l'Etoile fixe observée $= M$, & sa latitude observée $= p$, qu'on suppose $L - M = r$; la longitude vraie de l'Etoile sera $= M + \frac{\cos r}{10464 \cos p}$ & sa latitude vraie $= p + \frac{\sin r \cdot \sin p}{10464}$.

XVII. LE LIEU apparent de chaque Etoile fixe etant donc toujours différent de son lieu véritable, ou à l'égard de la longitude, ou à l'égard de la latitude, ou à l'un & à l'autre ensemble, on verra chaque Etoile fixe se mouvoir dans un petit espace pendant l'intervalle d'un an. Pour représenter ce mouvement apparent de chaque Etoile fixe dans le Ciel, considerons la Terre comme etant en repos dans le point T, & que le cercle ABCD soit l'Ecliptique, suivant laquelle le Soleil semble se mouvoir, suivant l'ordre des lettres A, B, C, D, A. Sur ce cercle ABCD, comme sur une base, que l'on conçoive construit l'Hemisphère, dont le point le plus élevé P représentera l'un des Poles de l'Ecliptique; & qu'à la surface de cet Hemisphère le point O soit le lieu vrai de quelque Etoile fixe; qu'on tire par ce point du Pole B l'espece de Meridien P O B, le point B fera la longitude vraie de l'Etoile fixe, & l'arc du Meridien B O sa latitude vraie $= p$. Supposons à present que le Soleil soit en A, l'angle r fera $= -90^\circ$, si l'on conçoit le point B comme etant distant d'un angle droit des deux points cardinaux A & C.

Fig. IV.

Dans ce cas donc à cause de $\cos r = 0$, la longitude apparente ne différera pas de la véritable, mais à cause de $\sin r = -1$, il faudra ajouter à la latitude vraie p le petit arc $= \frac{\sin p}{10464}$, pour trouver la latitude apparente. En prenant donc dans le Meridien PB le petit arc $Oa = \frac{\sin p}{10464}$, a fera le lieu apparent de l'Etoile, lorsque le Soleil est au point A. Mais au bout de six mois, quand le Soleil aura atteint C, à cause de $r = +90^\circ$, la longitude apparente de l'Etoile s'accordera de nouveau avec la vraie, mais il faudra diminuer la latitude de l'angle $\frac{\sin p}{10464}$. Ainsi, en prenant le petit arc $Oc = \frac{\sin p}{10464}$, l'Etoile paroitra au point c , lorsque le Soleil est au point C. Mais si le Soleil se trouve au point B, l'Etoile étant parvenue à la conjonction suivant la longitude, on aura $r = 0$. Donc la latitude apparente s'accordera dans ce cas avec la vraie ; mais on doit soustraire de la longitude vraie l'angle $= \frac{1}{10464 \cos p}$. En prenant donc l'arc $B\beta = \frac{1}{10464 \cos p}$, en tirant le Meridien $P\beta$, & en y prenant $\beta b = BO = p$, b fera le lieu apparent de l'Etoile, lorsque le Soleil est au point B. De même en prenant $B\delta = \frac{1}{10464 \cos p}$, & en tirant le Meridien $P\delta$, si on y prend $\delta d = BO = p$, d fera le lieu apparent de l'Etoile lorsque le Soleil est en D, c'est à dire, quand il est en opposition avec l'Etoile suivant la longitude. Ainsi si l'on conçoit un cercle moindre mené par les points b, O, d , duquel cercle la portion bOd pourra être réputée une ligne droite

il

il fera, $B\beta : Ob = B\delta : Od = 1 : \cos p$, & par conséquent $Ob = Od = \frac{1}{10464}$. Ainsi l'ecart de part & d'autre Ob & Od vaudra $20''$, à quoi l'un & l'autre ecart aura suivant la latitude Oa ou Oe la même raison que $\sin p$ au sinus total. L'Etoile fixe O paroitra donc parcourir dans l'espace d'un an la circonference de l'Ellipse $abcd$, dont le plus grand Axe bd parallèle au plan de l'Ecliptique soutendra dans le Ciel un petit arc de $40''$, & le moindre axe sera au plus grand, comme le sinus de la latitude vraie au sinus total. Pendant que le Soleil avance dans l'Ecliptique suivant l'ordre des lettres $ABCD$, l'Etoile fixe O semble décrire la circonference de l'Ellipse suivant l'ordre des lettres a, b, c, d . Si donc la latitude de l'Etoile p evanouit, le moindre axe de cette Ellipse ac evanouira en même tems, & l'Etoile paroitra s'ecarter d'un coté & de l'autre de son lieu vrai dans l'Ecliptique jusqu'à $20''$. Plus la latitude de l'Etoile fixe O devient donc grande, plus le moindre axe de l'ellipse ac s'accroitra, jusqu'à ce qu'il devienne égal à l'axe transverse bd , au cas que l'Etoile fixe soit placée dans le Pole de l'Ecliptique P . Ainsi l'on verra dans ce cas l'Etoile polaire décrire autour de son lieu vrai un cercle, dont le rayon soutendra dans le Ciel un arc de $20''$. Tout cela montre qu'on ne voit jamais aucune Etoile fixe située hors du plan de l'Ecliptique dans son lieu vrai; mais que deux fois par an on voit dans son lieu vrai chacune des Etoiles fixes qui sont dans le plan de l'Ecliptique, ce qui arrive quand leur longitude est distante de 90° de la longitude du Soleil. Ces seules Etoiles fixes donc, & seulement dans ces tems, sont propres à la recherche qu'on voudroit faire de leur Parallaxe, sans avoir égard à la propagation successive de la lumiere.

XVIII. POUR RECHERCHER présentement ce qui fait mon principal objet dans ce Memoire, savoir les erreurs que la propagation successive de la lumiere répand sur les observations qui concernent les Planetes & les Cometes, je considererai d'abord la Terre, comme si elle estoit en repos, pour découvrir quelle différence le seul mouvement de l'Astre peut produire entre le lieu vrai & le lieu observé.

Fig. V. Que la Terre soit donc en repos en T, & que la Planete ou la Comete se meuve suivant la direction ΣS avec une vitesse donnée, qui soit $= u$, la vitesse de la lumiere étant comme jusqu'ici $= k$. Soit ΣT le rayon par lequel on voit l'Etoile, il est nécessaire que l'Etoile ait été en Σ , lorsque le rayon en est parti, & par conséquent la droite $T\Sigma$ donnera le lieu apparent de l'Etoile. Mais comme l'Etoile elle même se meut, chaque rayon de lumiere sera mu d'un mouvement composé, savoir de celui qui lui est propre, & du mouvement de l'Etoile, & ainsi la droite ΣT fera la diagonale de quelque Parallelogramme $\Sigma S T \Theta$, dont les cotés $\Sigma \Theta$ & ΣS seront entr'eux comme la vitesse de la lumiere à la vitesse de l'Etoile; & le coté ΣS étant placé dans la direction du mouvement de l'Etoile, cela détermine en même tems la position de l'autre coté $\Sigma \Theta$. Comme donc $\Sigma \Theta$ est à ΣS de même que k à u , le rayon $\Sigma \Theta$ que l'Etoile enverroit, si elle estoit en repos, parviendra à cause du mouvement de l'Etoile en T, & frappera l'oeil du spectateur. Mais pendant que ce rayon se propage de Σ en T, l'Etoile s'avance vers S, & ainsi lorsque le spectateur placé en T voit l'Etoile en Σ , l'Etoile est effectivement au point S, & elle y paroîtroit, si les rayons arrivoient tout d'un coup à nous. Ainsi lorsque la droite $T\Sigma$ représente le lieu apparent de l'Etoile, le lieu vrai est exprimé par la droite TS. & ainsi le lieu vrai differera du lieu apparent de l'angle $S T \Sigma$,
difference

différence que l'on infere du triangle $\Sigma T S$, dans lequel la proportion des cotés $T S : S \Sigma$ est $= k : u$, de plus l'orbite connue de l'Etoile & son mouvement donnent l'angle $T S \Sigma$, lequel étant

supposé $= \phi$, on aura $\text{tang } S T \Sigma = \frac{u \sin \phi}{k - u \cos \phi}$. Mais la

vitesse du rayon ΣT , qui nous rend l'Etoile visible ne sera plus k , elle aura à k la même raison, que la diagonale ΣT au coté $S T$, d'où la vitesse du rayon ΣT sera $= V(k^2 - 2 k u \cos \phi + u u)$.

XIX. Quand on connoit donc l'orbite de la Planete ou de la Comete & son mouvement, on peut assigner son lieu vrai S pour un tems donné, aussi bien que sa vitesse $= u$, & sa direction $S V$, par où l'on connoitra l'angle $T S \Sigma = \phi$. Ces choses étant trouvées qu'on prenne $S \Sigma : T S = u : k$, la tirée $T S$ donnera le lieu apparent de l'Etoile, qui differera du lieu vrai de l'angle $S T \Sigma$, dont la tangente est $= \frac{u \sin \phi}{k - u \cos \phi}$. Alors on verra pendant ce

tems là l'Etoile par le rayon ΣT , dont la vitesse sera $= V(k^2 - 2 k u \cos \phi + u u)$. Telle seroit donc la maniere dont l'Etoile paroîtroit, si la Terre étoit immobile en T , mais si l'on comprend aussi dans le calcul le mouvement de la Terre, la question se réduit à déterminer le lieu apparent, que representera le rayon tombant suivant la direction ΣT avec une vitesse $= V(k^2 - 2 k u \cos \phi + u u)$ sur l'oeil du spectateur mu, ce qui revient au cas que nous avons traité ci-dessus. Car soit $T t$ la direction suivant laquelle la Terre se meut, & qu'on suppose sa vitesse egale à α , en sorte que k soit $= 10464 \alpha$. Il faut conformément aux règles que nous avons fournies tirer la droite ΣS parallèle à $T t$, en sorte que ΣT

soit à ΣS , comme la vitesse du rayon tombant ΣT (qui est $= \sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu}$) à la vitesse de la Terre $= \alpha$. Par là Σs deviendra donc $= \alpha$, puisque la droite ST est représentée par k & ΣT par $\sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu}$. Par conséquent si l'on suppose l'angle $Ts s = \theta$, dont le complément à deux droits différera de l'angle STs , qu'on trouve par la Theorie de l'angle ΣTS qui est déjà trouvé auparavant, en sorte que cet angle θ soit connu. C'est pourquoi comme $T\Sigma s$ est $= \theta$, la tangente de l'angle ΣTs deviendra $= \frac{\alpha \sin \theta}{\sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu} - \alpha \cos \theta}$. On peut dé-

terminer par cette formule le lieu apparent Ts , qui résulte du mouvement de l'Etoile & de celui de la Terre. Si ces deux directions tombent sur le même plan, qu'on suppose l'angle $STs = \zeta$, que la Theorie fournit, & l'angle $ST\Sigma = \omega$, en sorte que tang

$\omega = \frac{u \sin \Phi}{k - u \cos \Phi}$, on aura $\theta = 180 - \zeta - \omega$, & par conséquent $\sin \theta = \sin(\zeta + \omega)$ & $\cos \theta = -\cos(\zeta + \omega)$. Cette substitution étant

faite, la tangente de $\Sigma Ts = \frac{\alpha \sin(\zeta + \omega)}{\sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu} + \alpha \cos(\zeta + \omega)}$
 $= \frac{\alpha \sin \zeta \cos \omega + \alpha \cos \zeta \sin \omega}{\sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu} + \alpha \cos \zeta \cos \omega - \alpha \sin \zeta \sin \omega}$. Mais

parce que la différence entre le lieu vrai TS & le lieu apparent Ts est l'angle $STs = \Sigma Ts - \omega$, on trouvera par là l'angle même

STs . Et comme tang $\omega = \frac{u \sin \Phi}{k - u \cos \Phi}$, on aura $\sin \omega =$

$\frac{u \sin \Phi}{\sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu}}$ & $\cos \omega = \frac{k - u \cos \Phi}{\sqrt{k^2 - 2ku \cos \Phi + uu}}$.
Et

Et comme il en résulte $\text{tang } ST_s = \frac{\alpha \sin \zeta - \sin \omega \sqrt{(k^2 - 2ku \cos \Phi + uu)}}{\alpha \cos \zeta + \cos \omega \sqrt{(k^2 - 2ku \cos \Phi + uu)}}$,
 on aura, en substituant au lieu de $\sin \omega$ & $\cos \omega$ les valeurs indiquées,

$$\text{tang } ST_s = \frac{\alpha \sin \zeta - u \sin \Phi}{k + \alpha \cos \zeta - u \cos \Phi}.$$

XX. SUPPOSONS à présent que la Planete ou la Comete ne *Fig. VI.*
 se meuve pas dans le plan de l'Ecliptique, & qu'ainsi les droites $S\Sigma$
 & Tt ne soient pas placées dans le même plan. On trouvera donc
 pour le tems proposé la Terre en T , où elle aura un mouvement
 suivant la direction Tt avec une vitesse $= \alpha$, la vitesse de la lu-
 miere étant $= k = 10464 \alpha$. Qu'au même moment la Planete
 ou la Comete soit au point S dans lequel elle seroit vuë en
 effet, si les rayons venoient à nous sans retardement, de sorte que
 la droite TS fourniroit son lieu vrai. Qu'on fasse tomber du point
 S sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire SR , en tirant la
 droite TR , cette droite TR representera la longitude vraie &
 geocentrique de l'Etoile, & l'angle STR sa latitude vraie, qui soit
 supposée $= p$, & ainsi la Theorie fournira tant la position de cette
 droite TR , que l'angle $STR = p$; mais en prolongeant en ar-
 riere la direction Tt , qu'on suppose l'angle $RT\Theta = q$. Ensuite
 que l'Etoile même se meuve suivant la direction $S\sigma$ avec la vitesse
 $= u$; & qu'on prolonge σS jusqu'à ce qu'elle tombe sur le plan
 de l'Ecliptique au point N , en joignant la droite RN , on aura
 par la Theorie l'angle TRN , qui soit $= r$, & l'angle SNR soit
 posé $= s$, que la Theorie montrera pareillement. La droite ST
 étant exprimée par la lettre k , si l'on prend dans la droite SN
 la portion $S\Sigma = u$, le point Σ seroit le lieu apparent de l'Etoile,
 si la Terre étoit en repos; mais comme la Terre se meut, il faut mener

ner du point Σ la parallèle à la droite Tt , $\Sigma s = a$, & l'on aura le lieu apparent de l'Etoile pour la Terre en mouvement. Si donc des points Σ & S on fait tomber sur le plan de l'Ecliptique les perpendiculaires ΣP , sr , il y aura $sr = \Sigma P$, & pareillement $Pr = \Sigma s = a$, d'où en menant Tr & Ts , la droite Tr donnera la longitude apparente de l'Etoile, & l'angle sTr la latitude apparente; en conséquence de quoi suivant la figure il faudra ajouter à la longitude vraie de l'Etoile l'angle RTr , pour en déduire la longitude apparente Tr .

XXI. Or nous avons déjà $S\Sigma = u$, & l'angle $SNR = s$, RP fera $= u \cos s$, & $SR = \Sigma P = u \sin s$. Mais à cause de $ST = k$, & de l'angle $STR = p$, SR fera $= k \sin p$ & $TR = k \cos p$, d'où résulte $\Sigma P = k \sin p - u \sin s$. Tirons à présent une parallèle à Tt , $\Sigma s = a$, Pr fera aussi $= a$ & $rs = P\Sigma = k \sin p - u \sin s$; & comme $PT\Theta$ est $= q$, Tr fera aussi $= q$, si nous supposons que les droites Tr & Pr se coupent *reciproquement* au point o . Si nous concevons donc que des points P & r on fasse tomber sur la droite TR les perpendiculaires Pp & rq & on aura, $Pp + rq = Pr \sin q$, & $pq = Pr \cos q$, où $Pp + rq = a \sin q$ & $pq = a \cos q$. Mais à cause de l'angle $PRT = r$ & $PR = u \cos s$ nous aurons $Pp = u \cos s \sin r$, & $Rp = u \cos s \cos r$, & par conséquent $rq = a \sin q - u \sin r \cos s$ & $Rq = a \cos q + u \cos r \cos s$. C'est pourquoi puisque $TR = k \cos p$, on a $Tq = k \cos p - a \cos q - u \cos r \cos s$: Mais la fraction $\frac{rq}{Tq}$ exprime la tangente de l'angle RTr , qui doit être ajouté à la longitude vraie de l'Etoile, pour en déduire sa longitude apparente. Par là donc on trouvera tang $RTr =$

$$= \frac{\alpha \sin q - u \sin r \cos s}{k \cos p - \alpha \cos q - u \cos r \cos s}$$
. De plus on trouvera $Tr =$

$\sqrt{(k^2 \cos p^2 - 2k\alpha \cos p \cos q - 2ku \cos p \cos r \cos s + \alpha^2 + 2\alpha u \cos s \cos (q+r) + u^2 \cos s^2)}$; d'où à cause de $rs = k \sin p - u \sin s$ résultera la latitude apparente, ou l'angle STr . Car $\text{tang } sTr =$

$$= \frac{k \sin p - u \sin s}{Tr}$$
. Mais si nous supposons la correction de la longitude,

ou l'angle $RT r = \omega$, à cause de $\sin \omega = \frac{\alpha \sin q - u \sin r \cos s}{Tr}$,

deviendra $\text{tang } sTr = \frac{(k \sin p - u \sin s) \sin \omega}{\alpha \sin q - u \sin r \cos s}$. Et l'angle ω étant

très petit, on peut en sûreté substituer à son sinus sa tangente trouvée auparavant; ce qui étant fait on aura $\text{tang } sTr =$

$$\frac{k \sin p - u \sin s}{k \cos p - \alpha \cos q - u \cos r \cos s}$$
. Soit $sTr = STR + \phi$,

de sorte que ϕ soit $= sTr - STR$, & ϕ fera l'angle qu'il faut ajouter à la latitude vraie, pour en déduire la latitude apparente, & l'on

trouvera $\text{tang } \phi = \frac{\alpha \sin p \cos q - u \sin s \cos p + u \sin p \cos r \cos s}{k - \alpha \cos p \cos q - u \cos p \cos r \cos s - u \sin p \sin s}$;

à la place de quoi on peut employer dans le calcul l'expression sui-

vante: $\text{tang } \phi = \frac{\alpha}{k} \sin p \cos q - \frac{u}{k} \sin s \cos p + \frac{u}{k} \sin p \cos r \cos s$.

De la même manière l'angle ω qu'il faut ajouter à la longitude vraie

pourra être désigné par cette expression; $\text{tang } \omega = \frac{\alpha \sin q}{k \cos p} -$

$\frac{u \sin r \cos s}{k \cos p}$, expression qui n'aura point d'aberration sensible du

vrai , à moins que la latitude p ne fut très prochaine de 90° ; dans lequel cas il faut remarquer les mêmes choses que nous avons enseignées ci-dessus au sujet des Etoiles fixes qui sont tout près du Pole de l'Ecliptique.

XXII. Considerons présentement une Planete ou une Comete dont l'orbite soit connue , & puisqu'on peut assigner pour un tems quelconque le point du Ciel ou ces Astres devroient être vûs, si la propagation successive de la lumiere n'apportoît aucun dérangement, la Theorie fera connoître par ce moyen le vrai lieu Geocentrique. On déduira aussi delà, conformément aux règles que nous venons de fournir, le lieu apparent, & ainsi l'on connoîtra combien tant la longitude que la latitude apparente diffèrent de la véritable. Ces différences étant très petites, il est manifeste, que, bien que l'orbite de la Comete ou de la Planete ne soit connue que par approximation, & qu'ainsi l'on ne puisse pas déterminer exactement le lieu vrai par la Theorie, cependant la différence trouvée entre le lieu vrai & le lieu apparent, sera assez près la même que si l'orbite étoit connue de la maniere la plus exacte. Pourvu donc qu'on ait déterminé à peu près l'orbite de la Planete ou de la Comete, on pourra déduire du lieu apparent observé le lieu vrai, dans lequel l'Astre seroit visible, si les rayons parvenoient à nous sans aucun retardement, & l'on corrigera par ce moyen les Observations. Ainsi au cas que l'orbite de la Planete ou de la Comete ait été déterminée avant la correction des lieux apparens, on pourra les déterminer de nouveau avec plus d'exactitude par les lieux vrais, si tant est qu'il naisse une différence sensible ; & cela étant fait, les observations elles-mêmes pourront être corrigées avec une entière précision, si on le juge nécessaire. Ainsi après avoir repeté quelques fois l'operation, en cor-

rigeant

rigeant alternativement l'orbite par les Observations, & les Observations par l'orbite, il en résultera à la fin une exactitude parfaite tant dans l'orbite que dans les Observations.

XXIII. Supposons donc que tant la Terre qu'une Planete ou Comete se meuve autour du Soleil immobile en C; & d'abord que l'on calcule pour un tems propose le lieu de la Terre T & sa distance du Soleil CT. Soit la longitude heliocentrique du Perihélie P de l'orbite terrestre = f , la distance moyenne de la Terre au Soleil = c , & la vitesse moyenne = α , l'excentricité = n , & l'anomalie vraie calculée du Perihélie, ou l'angle PCT = v , la longitude de la Terre sera = $f + u$. Alors la distance de la

Fig. VII

Terre au Soleil CT sera $\frac{(1-nn)c}{1+n \cos v}$: Ou si l'on suppose le demi parametre de l'orbite de la Terre = b , & la distance CT = q , on

aura $b = c(1-nn)$ & $y = \frac{b}{1+n \cos v}$. Par conséquent si l'angle CT Θ est supposé = r , on aura $\sin r = \frac{1+n \cos v}{V(1+2n \cos v+nn)}$,

& $\cos r = \frac{n \sin v}{V(1+2n \cos v+nn)}$; d'où $\tan r = \frac{1+n \cos v}{n \sin v}$.

De plus la vitesse de la terre suivant sa direction T r sera = $\alpha V \frac{1+2n \cos v+nn}{1-nn} = \alpha V \frac{2c-y}{y}$. Ces choses étant dé-

terminées pour le lieu de la Terre, considerons l'orbite de la Planete ou de la Comete, dont l'interfection avec l'Ecliptique soit la droite CN Ω . Que l'on suppose donc la longitude heliocentrique du noeud ascendant de l'orbite $\Omega = H$, & l'inclinaison de

Y :

l'orbite

l'orbite à l'Ecliptique = G. Soit de plus A le perihélie de la Planete ou de la Comete, & l'anomalie vraie du noeud ascendant prise du Perihélie, ou l'angle $AC\Omega = T$. Qu'alors on suppose la distance du Perihélie au Soleil $AC = A$, le demi-parametre = B, la distance moyenne au Soleil, ou le demi-axe trans-

verse de l'orbite = c, & l'excentricité $\frac{B-A}{A} = N$, & il fera $A = C$

$(1-N)$, $B = C(1-N^2)$ & la distance de l'aphélie au Soleil = $C(1+N)$. A l'égard du tems proposé, où la Terre est trouvée en T, que la Planete ou la Comete soit en S, que son anomalie vraie ou l'angle ACS soit = V, & sa distance au

Soleil $CS = Y$, on aura $Y = \frac{C(1-N^2)}{1+N \cos V} = \frac{B}{1+N \cos V}$.

Qu'on mene une tangente de l'orbite en S, qui se réunisse avec la ligne des noeuds au point N, & qu'on suppose l'angle $CSN = T$, &

on aura $\text{tang} T = \frac{1+N \cos V}{N \sin V}$, & la vitesse de la Planete ou de

la Comete, qui a été auparavant supposée = u, fera = $\frac{aVc(2C-Y)}{V CY}$,

ou bien $u = \frac{aVc}{V C} \sqrt{\frac{1+2N \cos V + N^2}{1-N N}} = \frac{aVc}{V B}$

$\sqrt{(1+2N \cos V + N^2)}$. Ensuite soit $ACN = J$,

& l'angle NCS fera = $V - J$; d'où s'ensuit qu'en menant de S sur la ligne des noeuds $C\Omega$ la perpendiculaire SQ , il fera $SQ = Y \sin(V - J)$ & $CQ = Y \cos(V - J)$. Mais SR exprime le

sinus de l'inclinaison G, d'où SR fera = $Y \sin G \sin(V - J)$, & le sinus de la latitude heliocentrique $SCR = \sin G \sin(V - J)$

& tang

& tang NCR = cof G tang (V—J). C'est pourquoi si l'angle NCR est réputé = R, de sorte que tang R soit = cof G tang (V—J), l'angle H+R fera la longitude heliocentrique de la Planete ou de la Comete : Enfin dans le triangle CSN sont donnés les angles NCS = V—J, CSN = T, & le coté CS = Y ; d'où résulte

$$SN = \frac{Y \sin (V-J)}{\sin (T+V-J)}. \text{ Donc } \sin SNR = \sin G. \sin$$

(T+V—J) lequel angle SNR étant déjà designé par la lettre *s*, nous aurons $\sin s = \sin G \sin (T+V-J) = \frac{\sin G (\cos (V-J) + N \cos J)}{\sqrt{(1+2N \cos V + N^2)}}$. Soit la latitude heliocentrique

= P, en sorte que $\sin P = \sin G \sin (V-J)$ & nous aurons CR = Y

$$\cos P \text{ \& } CN = \frac{Y \sin T}{\sin (T+V-J)} = \frac{Y (1 + N \cos V)}{\cos (V-J) + N \cos J};$$

$$\text{d'où résulte } \tan CRN = \frac{CN \sin R}{CR - CN \cos R} = \frac{\sin R \sin T}{\cos P \sin (T+V-J) - \sin T \cos R}, \text{ ou bien } \tan CRN =$$

$$\frac{\tan R \tan T}{\frac{\cos P}{\cos R} \left(\tan T \cos (V-J) + \sin (V-J) \right) - \tan T}.$$

Mais par les valeurs supérieures de P & R on trouve

$$\frac{\cos P}{\cos R} = \frac{1 - \sin G^2 \sin (V-J)^2}{\cos (V-J)}. \text{ Donc } \tan CRN =$$

$$\frac{\tan R \tan T}{\tan (V-J) (1 - \sin G^2 \sin (V-J)^2) - \tan T \sin G^2 \sin (V-J)},$$

Y ;

ou

ou tang CRN = $\frac{\text{cof } G \text{ tang } T}{1 - \text{fin } G^2 \text{ fin } (V-J)^2 - \text{tang } T \text{ fin } G^2 \text{ fin } (V-J) \text{ cof } (V-J)}$,

ou tang CRN = $\frac{\text{cof } G (1 + N \text{ cof } V)}{N \text{ fin } J \text{ cof } (V-J) + N \text{ cof } G^2 \text{ cof } J \text{ fin } (V-J) - \text{fin } G^2 \text{ fin } (V-J) \text{ cof } (V-J)}$.

Qu'on suppose cet angle CRN = Q.

XXIV. LA LONGITUDE & la latitude heliocentrique etant ainsi trouvées, favoir H + R & P avec la distance CS = Y, déterminons le lieu Geocentrique. Puisqu'il y a dans le triangle TCR, CT = y, CR = Y cof P, & l'angle TCR = f + v - H - R, qui pour abreger soit supposé = X, on aura tang CRT = $\frac{y \text{ fin } X}{Y \text{ cof } P - y \text{ cof } X}$, & tang CTR = $\frac{Y \text{ cof } P \text{ fin } X}{y - Y \text{ cof } P \text{ cof } X}$.

Qu'on suppose ces angles CTR = Θ, & CRT = Π, les angles qui estoient dans les formules précédentes se détermineront présentement ainsi RTΘ = ρ = Θ - ι; TRN = r = Q + Π. & on aura

Sin Θ : sin Π = Y cof P : y & TR = $\frac{y \text{ fin } X}{\text{fin } \Pi}$; d'où tang p =

$\frac{SR}{TR} = \frac{Y \text{ fin } G \text{ fin } (V-J) \text{ fin } \Pi}{y \text{ fin } X}$, ou tang p =

$\frac{\text{fin } G \text{ fin } \Theta \text{ fin } (V-J)}{\text{cof } P \text{ fin } X}$. Mais comme nous avons déjà fin r =

$\frac{\text{fin } G (\text{cof } (V-J) + N \text{ cof } T)}{\sqrt{(1 + 2N \text{ cof } V + N^2)}}$ & u = $\frac{a \sqrt{c}}{\sqrt{b}} \sqrt{(1 + 2N \text{ cof } V + N^2)}$

& qu'au lieu de a on doit mettre $\frac{a \sqrt{c}}{\sqrt{b}} \sqrt{(1 + 2n \text{ cof } v + n^2)}$,

les

Les formules trouvées ci-dessus pourront être déterminées ainsi

$$\text{tang } \omega = \frac{a \sin q}{k \cos p} - \frac{u \sin r \cos s}{k \cos p}$$

$$\text{tang } \phi = \frac{a}{k} \sin p \cos q - \frac{u}{k} \sin s \cos p + \frac{u}{k} \sin p \cos r \cos s.$$

La première de ces formules doit être ajoutée à la longitude vraie; & l'autre à la latitude vraie, pour en déduire le lieu apparent.

XXV. TOUS CES angles se rencontrent dans le calcul Astronomique, par lequel on a coutume de supputer par la Théorie le lieu d'une Planete ou d'une Comete pour un tems donné, excepté les angles $r, s,$ & la vitesse u . En effet étant donnés A la distance du Perihélie au Soleil, B le demi parametre, H la longitude heliocentrique du noeud Ω , J l'anomalie vraie du noeud ascendant calculée du Perihélie, G l'inclinaison de l'orbite à l'Ecliptique, & N l'ex-

centricité de l'orbite $= \frac{B-A}{A}$, on trouve pour un tems donné l'anomalie vraie V, & de là l'argument de la latitude $V-J$, qui pour abréger soit supposé $= L$. De plus la longitude heliocentrique $H+R$ & la latitude heliocentrique $= P$ avec la distance de la Planete ou de la Comete au Soleil Y, & sa distance raccourcie $= Y \cos P = CR$. Ensuite du triangle TCR, dans lequel est donné l'angle d'échange $TCR = X$, on trouvera les angles $CTR = \Theta$ & $CRT = \Pi$, & par la Théorie de la Terre on a l'angle t , puisque

$$\text{tang } t = \frac{1+n \cos v}{n \sin v}, \text{ qu'on peut réputer droit sans erreur. Alors}$$

q fera $= \Theta - t$, & la latitude geocentrique est $= p$. Pour ce qui regarde la maniere de trouver les autres angles restans, qu'on cherche
l'angle

l'angle T , en sorte que $\text{tang } T = \frac{1 + N \cos V}{N \sin V}$, lequel étant trouvé on aura $u = \frac{a \sqrt{c}}{\sqrt{B}} \cdot \frac{N \sin V}{\cos T}$, & $\sin r = \sin G \sin (L+T)$.

De plus $\cot Q = \frac{\cos P \sin (L+T)}{\sin R \sin T} - \cot R$ & $\text{tang } R = \cos G$

$\text{tang } L$. Enfin on aura $r = Q + \Pi$, lesquels étant trouvés il faudra ajouter à la longitude vraie l'angle ω , en sorte que $\text{tang } \omega =$

$\frac{a \sin q}{k \cos p} - \frac{u \sin r \cos s}{k \cos p}$; mais on doit ajouter à la latitude vraie l'angle ϕ ,

en sorte que $\text{tang } \phi = \frac{a \sin p \cos q}{k} - \frac{u \sin s \cos p}{k} + \frac{u \sin p \cos r \cos s}{k}$,

& par là on aura le lieu apparent. Réciproquement donc, si de la longitude observée on soustrait l'angle ω , & de la latitude l'angle ϕ , on aura la longitude & la latitude vraie de l'Etoile, quoique sa Theorie ne soit pas fort exactement connue. Mais si la Theorie étoit entièrement inconnue, alors on aura par l'observation l'angle $CTR = \Theta$ qui est produit lorsqu'on soustrait la longitude du Soleil de la longitude de l'Etoile, d'où résulte $q = \Theta - r$. Ensuite la latitude observée fournit l'angle p , & comme ces angles p & q diffèrent peu des vrais, ils peuvent être employés dans ce calcul à leur place; & l'on dégagera par là dans l'une & l'autre formule les premiers

termes $\frac{a \sin q}{k \cos p}$ & $\frac{a \sin p \cos q}{k}$, qui tirent leur origine du mouve-

ment de la Terre. Les autres termes de ces expressions dépendent de l'orbite de la Planete ou de la Comete, de laquelle on doit déduire les valeurs des Lettres r, s & u ; & pour celles qui restent p & q , on peut retenir les valeurs qui ont été recueillies des Observations.

XXVI. Si nous voulons suivre cette voye pour corriger les observations des Planetes, la petitesse de leurs inclinaisons & de leurs excentricités est telle qu'on peut la négliger ici sans aucune erreur sensible. Les latitudes étant très petites n'auront besoin d'aucune correction; & il ne faudra chercher que celle de la longitude seule. Soit donc la distance moyenne de la Terre au Soleil = c , la distance moyenne de la Planete au Soleil = C , CT fera = c & $CR = C$. Une Observation quelconque étant faite, qu'on soustraie le lieu du Soleil du lieu de la Planete, & qu'on suppose l'angle restant $CTR = \theta$, on aura à cause de l'excentricité négligée $q = \theta - 90$, & $\sin q = -\cos \theta$ & $\cos q = \sin \theta$.

Ensuite u fera = $\frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{C}}$: & en posant l'angle $CRT = \Pi$, on aura

$\sin \Pi = \frac{c \sin \theta}{C}$ & $CRN = Q = 90^\circ$, d'où résulte $r =$

$\Pi + 90$ & $\sin r = \cos \Pi$, & $s = \theta$: Par conséquent $\tan \omega = \frac{-a \cos \Theta}{k \cos p} - \frac{u \cos \Pi}{k \cos p}$. Il faut donc soustraire de la longitude

vraye l'angle = $\frac{a}{k \cos p} \left(\cos \Theta + \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{C}} \cos \Pi \right)$ pour trouver la longitude apparente. Reciproquement à la longitude observée doit

être ajouté l'angle $\frac{a}{k \cos p} \left(\cos \Theta + \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{C}} \cos \Pi \right)$ pour trouver

la longitude vraie; qui servira de correction pour les lieux observés des Planetes. Je n'ai pas négligé entièrement la latitude dans ce calcul, parce qu'elle influë sur la correction de la longitude, quoiqu'au fonds la correction de la latitude devienne si petite, qu'elle

ne merite presque aucune attention dans la pratique. Au reste en corrigeant de cette maniere les Observations des Planetes, il faut se souvenir que les lieux observés du Soleil doivent toujours être augmentés de 20'' pour déterminer ses lieux vrais. Il s'ensuivra de là que si une Planete superieure paroît en conjonction avec le Soleil, à cause de $\Theta = 0$ & $\Pi = 0$, on doit ajouter à la longitude observée l'angle $\frac{\alpha}{k \operatorname{cof} p} \left(1 + \frac{Vc}{VC} \right)$; mais si la Planete superieure est en opposition avec le Soleil, à cause de $\Theta = 180$ & $\Pi = 0$, il faut soustraire de sa longitude observée l'angle $\frac{\alpha}{k \operatorname{cof} p} \left(1 - \frac{Vc}{VC} \right)$. A l'égard d'une Planete inferieure, dans sa conjonction superieure avec le Soleil, la longitude observée doit être augmentée de l'angle $\frac{\alpha}{k \operatorname{cof} p} \left(1 + \frac{Vc}{VC} \right)$, mais dans sa conjonction inferieure, la longitude observée doit être diminuée de $\frac{\alpha}{k \operatorname{cof} p} \left(\frac{Vc}{VC} - 1 \right)$.

XXVII. POUR TRANSPORTER cette correction aux Cometes, comme leur mouvement est presque parabolique, N fera $= 1$. Soit donc B le demi parametre de la Comete, la longitude heliocentrique du noeud $\Omega = H$, son anomalie vraie $= J$, & l'inclinaison de l'orbite $= G$, laquelle inclinaison, si la Comete est rétrograde, doit être prise plus grande d'un angle droit. Si l'on a donc trouvé pour un tems donné l'anomalie vraie de la Comete, $= V$, Y fera $= \frac{B}{2 \operatorname{cof} \frac{1}{2} V^2}$ & $\operatorname{tang} T = \frac{1 + \operatorname{cof} V}{\sin V}$
 $= V \frac{1 + \operatorname{cof} V}{1 - \operatorname{cof} V} = \cot \frac{1}{2} V$. Donc $T = 90^\circ - \frac{1}{2} V$. Mais
 alors

alors la vitesse u sera $= \frac{2aVc}{VB} V \frac{1 + \cos V}{2} = \frac{2aVc}{VB} \cos \frac{1}{2} V$.

Outre cela en supposant l'argument de la latitude $V - T = L$, on aura $\sin r = \sin G \sin (L + 90 - \frac{1}{2} V) = \sin G \cos (L - \frac{1}{2} V) = \sin G \cos (\frac{1}{2} V - T)$. De plus en prenant $\tan R = \cos G \tan L$, & $\sin Q = \sin G \sin L$, pour avoir la longitude heliocentrique $H + R$, & la latitude heliocentrique $= P$, on aura $\cot Q$

$$= \frac{\cos P \cos (\frac{1}{2} V - J)}{\sin R \cos \frac{1}{2} V} - \cot R, \text{ ou aussi } \tan Q = \frac{\cos G \cos \frac{1}{2} V}{\sin \frac{1}{2} V - \sin G^2 \sin L \cos \frac{1}{2} (V - T)}.$$

En posant encore

$$X = f + v - H - R \text{ il sera } \tan \Theta = \frac{Y \cos P \sin X}{y - Y \cos P \cos X},$$

$$\& \tan \Pi = \frac{y \sin X}{Y \cos P - y \cos X}, \& \tan p = \frac{\sin G \sin \Theta \sin L}{\cos P \sin X}.$$

Ces choses étant trouvées, q sera $= \Theta - r$, & $r = Q + \Pi$, par où tant la longitude que la latitude vraie pourront être réduites à l'apparente.

XXVIII. POUR METTRE dans un plus grand jour l'usage de ces formules, j'ajouterai un exemple pris de la Comete observée au commencement de cette année, & je considérerai son lieu pour l'année 1744 Février 25, 5ⁱ 36^b, tems moyen de Paris; auquel tems sa longitude fut trouvée $11^{\circ} 9' 52'' 46''$ & sa latitude $14^{\circ} 39' 7'' = p$. Je vais rechercher combien ce lieu observé différoit du lieu vrai. Dans ce tems là la longitude de la terre étoit $= 5^{\circ} 6'$,

$31', 37''$, & $ly = 4,996003$. Comme donc au même tems le perihélie étoit $f = 3', 8^\circ, 28', 45''$, l'anomalie moyenne de la Terre étoit $v = 58^\circ, 2', 52''$ & $f + v = 5', 6^\circ, 31', 37''$. De plus $n = 0,01692$, & $r = 89^\circ, 11'$, & la vitesse de la terre $= \alpha \sqrt{\frac{2c-y}{y}} = 1,00921 \alpha$, lequel nombre doit être employé au lieu de α dans les formules précédentes, mais comme il n'en diffère presque point, on peut aussi se passer de ce changement. Ensuite l'anomalie vraie de la Comète fut dans ce tems la $V = -56^\circ, 44', 49''$, car la Comète étoit avant le Perihélie. De là résulte $ly = 4,457949$ & $T = 3', 28^\circ, 22', 25''$, & $l\frac{r}{\alpha} = 0,421551$. Outre cela l'anomalie vraie du noeud ascendant est $J = 6', 28^\circ, 34', 8''$. Donc $L = 3', 4^\circ, 41', 3''$; $\frac{1}{2} V - J = 4', 3^\circ, 3', 28''$ & $r = -23^\circ, 35'$, & $R = +3', 6^\circ, 53'$, & $P = 46^\circ, 58'$. Mais à cause de $H = 1', 15^\circ, 46'$, $H + R$ fera $= 4, 22, 39$ & $X = 13^\circ, 52'$, & $Q = 61^\circ, 20'$. Enfin $ly \cos P = 4,292003 = lCR$, & par conséquent $\Theta = 3^\circ, 21'$ & $\Pi = 162^\circ, 47'$, d'où résulte $q = -85^\circ, 50'$, & $r = 224^\circ, 7'$, & par l'observation p est $= 14^\circ, 39'$. Tout cela donne $\omega = 14''$, & par cette raison on doit soustraire de la longitude apparente $14''$, pour en déduire la longitude vraie géocentrique $11', 9^\circ, 52', 32''$. A l'égard de la latitude on trouve la
 cor-

correction $\phi = 12''$, & comme on doit l'ajouter à la latitude vraie, il faudra la soustraire de la latitude apparente $14^{\circ}, 39', 7''$, d'où résultera la latitude géocentrique vraie $= 14^{\circ}, 38', 55''$. En corrigeant donc de cette manière trois observations sur une Comète propres à déterminer son orbite, & en ajoutant $20''$ aux longitudes du Soleil qui y répondent, on parviendra à déterminer beaucoup plus exactement son orbite, pourvû que les observations soient faites avec tant de soin, que les erreurs qui peuvent s'y glisser soient beaucoup moindres que ces corrections; car si ces observations étoient sujettes à de plus grandes erreurs, une semblable correction seroit superflue, & le grand travail qu'elle demande seroit une peine perdue.

