DE MACHINARVM TAM SIMPLICIVM QVAM COMPOSITARVM VSV MAXIME LVCROSO.

AVCTORE
L. Eulero.

§. 1.

DE Machinis ſimplicibus, cuiusmodi ſunt Vectis, Axis in peritrochio, Trochlea, Cochlea, Cuneus et planum inclinatum, atque machinis ex his compoſitis tantum iam antiquiſſimis temporibus eſt diſputatum, vt haec doctrina iam penitus exhauſta eſſe videatur. Sed ſi rem curatius inſpiciamus, omnes fere, qui de machinis ſcripſerunt, in iis examinandis ita ſunt verſati, vt tantum aequilibrium, quod in quaque machina potentia cum onere tenet, definirent; ipſum vero motum, quo onus a potentia eleuatur prorſus neglexerunt. Quod cum in machinarum doctrina praecipuum ſit, quippe quae non tam ad aequilibrium conſeruandum, quam ad onera actu mouenda adhiberi ſolent, non parum is praeſtitiſſe cenſendus erit, qui leges, quibus machinarum motus determinatur expoſuerit atque ſtabiliuerit. Tabula VIII. et IX.

§. 2. Duobus ſcilicet iisque diuerſis modis tractationem de machinis inſtitui conuenit, quorum alter ad ſtaticam pertinet, atque ſtatum aequilibrii in omnibus machinis inueſtigat, alter vero ad mechanicam eſt referendus, quo ipſe motus machinarum, cum aequilibrium ceſſat, indagatur. Harum tractationum prior igitur iam ita eſt occupata atque exculta, vt nihil amplius in ea deſiderari queat; poſterior vero contra ita adhuc eſt derelicta atque neglecta, vt propemodum nihil eo ſpectans conſtet, nemoque in eo laborauerit. Solum fere, quod ex hac parte notum eſt, in hoc conſiſtit, vt ad onus mouendum maior potentia applicari debeat, quam quae ad aequilibrium ſufficit; et hoc quidem tam obuium eſt, vt nullum vnquam qui tantum de machinis cogitarit, fugere potuerit. Praeterea etiam iſtud principium paſſim circumfertur, quod quantum per diminutionem potentiae lucremur, tantundem ratione temporis perdamus: quod principium vtique ad tractationem mechanicam pertineret; indeque demonſtrandum fuiſſet: ſed hoc ipſum principium nullo nititur fundamento, nec niſi vehementer reſtringatur, admitti poteſt, prout ex ſequentibus fuſius apparebit.

§. 3. Mirandum quidem non eſt, praecipuam atque maxime vtilem doctrinae de machinis partem tamdiu incultam iacuiſſe. Cum enim non admodum pridem mechanica excoli coeperit, ante etiam principia latuerunt, quibus aditus ad hanc tractationem patuiſſent. Nunc vero, etiamſi in mechanica plurima capita ſint pertractata, tamen ea pars, quae motum corporum finitorum complectitur, tam parum etiamnum inueſtigata, vt nequidem de principiis adhuc ſatis conſtet. Pertinet autem vtique haec de machinis tractatio ad iſtam mechanicae partem, cum machinae ſint corpora finitae magnitudinis, quae inſtar punctorum conſiderare non licet, atque propterea motus ex

ipſarum

ipſarum ſtructura et ratione potentiae et oneris debeat determinari. Cum igitur non ita pridem vera et genuina huius mechanicae partis principia detexiſſem et demonſtraſſem, licebit eorum beneficio deſideratam illam machinarum tractationem aggredi, atque motum cuiusuis machinae determinare.

§. 4. In omni machina multiplicatio potentiae praecipue intenditur, quo minori potentia ope machinae tantum praeſtari queat, quantum maiori potentia nuda. Ante omnia igitur in quauis machina conſideranda venit ratio multiplicationis potentiae; qua indicatur quoties potentia machinae applicata multiplicetur. Pendet autem haec multiplicationis ratio a ſtructura machinae, atque ſecundum praecepta ſtatica pro quauis machina facile definitur; vnde ſimul conſtat, ſi ratio oneris ad potentiam aequalis fuerit rationi multiplicationis, tum aequilibrium adeſſe debere. Quo ergo onus a potentia ſuperetur, et actu moueatur, neceſſe eſt, vt ratio multiplicationis maior ſit, quam ratio oneris ad potentiam, ſeu, vt potentia per machinam aucta maior euadat quam onus eleuandum ſeu promouendum. Cuiusmodi igitur hoc caſu in quaque machina oriatur motus, et quanta velocitate onus promoueatur, eſt id, in quod hoc loco inquirere conſtitui, et in quo primarius machinarum vſus conſiſtit, quippe quae non ad aequilibrium ſed ad motum producendum ſunt accommodatae.

§. 5. Poſt machinarum ſtructuram diligenter perpendenda eſt tam oneris quam potentiae indoles. Potentia autem omnino eſt corpus vi praeditum machinam mouendi,

 cuius-

cuiusmodi ſunt pondera, elateres, flumina, venti, atque vires animales hominum beſtiarumue; quae diuerſitas, prout in ſtatica tractatione machinarum parui ſeu potius nullius eſt momenti, ita in tractatione mechanica inprimis eſt attendenda. In ſtatica enim ſufficit noſſe quantitatem vis ſiue trahendi, ſiue pellendi, qua quaeque potentia gaudet; haecque quantitas congrue per pondera exponitur; namque cuiuscunque etiam indolis fuerit potentia machinae applicata, ſemper pondus aſſignari poteſt, quod aequali vi machinam afficeret. Ita non ſolum vires elaterum animaliumque cum ponderibus comparari poſſunt, ſed etiam illae vires, quae ab alliſione fluminum atque ventorum cum ponderibus ſunt homogeneae, atque per pondera menſurantur. Dummodo igitur potentiae applicatae, cuiuscunque etiam fuerit naturae, pondus aequiualens conſtet, id ad ſtaticam contemplationem prorſus ſufficit.

§. 6. Ad mechanicam autem machinarum pertractionem praeter quantitatem virium ſollicitantium, quae quidem hoc etiam loco aptiſſime per pondera indicantur, ipſa potentiae indoles diligenter eſt conſideranda. In motus productione enim plurimum refert, an potentia machinam mouens ſit pondus, an elater, an flumen ventusue, an vis animalis, etiamſi omnes inter ſe quantitate conueniant, atque ratione aequilibrii nihil diſcrepent. Hic enim etiam motus ipſius potentiae, dum machinam mouet, in conſiderationem venit, qui ſine diſpendio effectus, quem potentia in machinam mouendam exerit, generari non poteſt; iſte autem potentiae motus, ſeu potius pars effectus, qui in potentia mouenda conſumitur, ex vi inertiae po-

tentiae

tentiae eſt diiudicanda. In quaque potentia igitur duas res contemplari oportet, vim ſcilicet, quae cum pondere aequiparatur, atque inertiam, quae ex quantitate materiae ipſius potentiae aeſtimari debet, quatenus ea ſimul mouetur. Hinc igitur ingens naſcitur diſcrimen inter potentias mouendas ſupra memoratas; ſi enim ponderibus machinae mouentur, inertia maſſis ponderum, hoc eſt, ipſis ponderibus eſt proportionalis. Elateres autem, etſi ingentibus ponderibus aequiualent, tamen plerumque tam paruam habent inertiam, vt cum exiguis maſſis ſint comparandae. Similis fere eſt ratio virium animalium, quibus longe minor quantitas materiae ad motum cietur, quam ſi earum loco aequiualentia pondera ſubſtituantur. In viribus autem fluuiorum et ventorum inertia plane eſt nulla, cum in aqua vel aere, dum machina mouetur, nullus nouus motus generetur.

§. 7. Pari ratione circa onera, quae machinarum ope moueri debent, duplex inquiſitio eſt inſtituenda. Primo enim videndum eſt, an onus vi quapiam inſita motui machinae renitatur et quanta vi, quae vis iterum commodiſſime cum pondere comparari poteſt. Ita ſi pondus ope machinae debeat eleuari, id vi grauitatis renititur motui machinae; ſin autem ſuper plano horizontali ſit promouendum, nullus adeſt reniſus. Perinde res ſe habet, ſi elaſtrum machinae ope ſit tendendum, quippe quod ſua vi elaſtica machinae reluctatur. Secundo loco maſſa oneris mouendi ſeu inertia eſt attendenda, qua fit, vt pars potentiae mouentis ad motum in onere generandum inſumatur, haecque inertiae vis, ſi machinae tantum ſtatice tractentur, prorſus non in computum ingreditur, ſed re-

luctatio

luctatio solum spectatur, cum qua potentia machinae applicata in aequilibrio consistit. Nisi ergo onus obluctetur, tum nequidem statica tractatio locum habet, quia sponte adest aequilibrium, nullaque opus est potentia, sed in mechanica machinarum consideratione plurimum eiusmodi onera occurrunt, quae non reluctantur, sed ad quae tantum mouenda omnis vis impenditur; sic in omnis generis molendinis nulla adest reluctantia, nilque adest, quod nisu contrario machinam sollicitaret, sed omnis vis impenditur ad inertiam solam superandam motumque generandum. Ex quo satis perspicitur in mechanica tractatione istam distinctionem maximi esse momenti, neque ea neglecta certi quicquam de effectu machinarum statui posse.

§. 8. Deinceps etiam de ipsa machina non sufficit eius structuram tantum nosse, a qua multiplicatio potentiae sollicitantis pendet, et quae sola in statica contemplatione adhibetur: sed insuper necesse est, vt eius massa et materia inspiciatur. Cum enim onus moueri nequeat, machina immota, motus quoque in machina generari debet, quod sine dispendio potentiae sollicitantis fieri nequit. Ad hunc ergo motum machinae definiendum inertia ipsius machinae in computum est ducenda, simulque ad relatiuas celeritates, quibus singulae machinae particulae mouentur, est respiciendum. In quibusdam etiam machinis partes existunt, quae non solum sunt mouendae, sed etiam eleuandae, quarum propterea non tantum inertia, sed reluctantia superari debet. Hoc scilicet euenit in vecte, nisi eius grauitatis centrum in ipso hypomochlio sit situm; atque praecipue in trochleis compositis seu polyspastis, in quibus inferiorem partem non solum moueri, sed etiam attolli

attolli opportet, ſi quidem polyſpaſta ad onera eleuanda adhibeantur: ſecus enim ſe res habet, ſi eorum ope onera horizontaliter protrahantur.

§. 9. Frictio denique praecipue eſt attendenda ſine qua nulla omnino machina confici poteſt. Non ſolum autem ipſa machina frictione laborat, ſed etiam onus, interdum quoque potentia ſollicitans, quae ſine frictione moueri non poſſunt. In exemplo molarum enim ſupra allato tota fere vis, quae ad machinam mouendam requiritur, in frictione ſuperanda abſumitur. Atque ſi onus ſuper plano ſiue horizontali ſiue inclinato eſt promouendum; frictio imprimis ſuperari debet, quemadmodum euenit in plauſtris et rhedis promouendis. Quamquam autem frictio mirum in modum diminui poteſt, tamen ſemper omnino tolli nequit, atque in machinis eius ratio imprimis eſt habenda, cum per eam effectus, qui ſine ea oriri deberet, vehementer turbetur. Quantumuis autem prima fronte conſideratio frictionis difficilis et moleſta videatur, tamen integrum calculum fere aeque facile inſtitui, ac ſi frictio prorſus abeſſet. Quando enim machina cum onere in motum eſt conſtituenda, certa atque determinata pars potentiae ſollicitantis ad frictionem ſuperandam requiritur, quae eadem manet, ſiue machina celerius ſiue tardius moueatur. Quouis igitur caſu iſta vis frictionem ſuperans practice cognoſcetur, ſi ea potentia tentando inueſtigetur, quae machinam mouere incipiat: oneris autem vis renitens, ſi quae adeſt, in hoc negotio tolli debet. Haec ergo ſi ſemel fuerit inuenta, perpetuo a tota vi ſollicitante ſubtrahi debet, atque ex vi reſidua ipſe motus perinde conſequetur, prorſus ac ſi nulla frictio adeſſet.

§. 10. Praeterea de omnibus fere machinis est notandum, earum motum non esse acceleratum, sed ad sensum aequabilem existere; etiamsi potentia sollicitans indesinenter agat. Nisi enim machina celerrime moueatur, statim ac vis sollicitans cessat, eodem quasi momento totus machinae motus sistitur, cuius rei causa tam frictioni, quam aliis impedimentis, quibus omnes machinae obnoxiae sunt, est tribuenda. Cum igitur machina eadem celeritate, qua motum incepit, moueri pergat, si quidem potentia sollicitans indesinenter agat, hanc constantem celeritatem tuto ex effectu potentiae sollicitantis, quae alias in acceleratione consistit, colligere licebit, quippe quo acceleratio est maior, eo celerius etiam machina mouetur. Hoc autem eo magis a quolibet admittetur, cum principalis noster scopus in hoc versetur, vt pro quouis casu ea machina eligatur, qua onus celerrime moueri queat. His igitur praemissis ipsam tractationem aggredior, atque praecipuas machinarum species contemplabor, inuestigaturus, quanta celeritate datum onus a data potentia ope cuiusque machinae promoueatur.

Propositio I.

Tabula VIII. Fig. 1. §. 11. *Si vecti* AOC *super hypomochlio* Y *in eius centro grauitatis* O *sito, applicata sit in* A *potentia* P, *in* B *vero onus* Q; *inuenire celeritatem, qua onus* Q *a potentia* P *ope vectis mouebitur.*

Solutio.

Exprimat p vim, qua vectis punctum A a potentia P in directione AP sollicitatur; atque q vim, qua onus Q vectem in directione BQ trahit. Praeterea vero deno

tet

tet P inertiam potentiae P, et Q inertiam oneris Q. Sit porro massa ipsius vectis AC seu eius inertia $= A$, eiusque longitudo $AC = 2AO = 2a$ posito vecte vbique eiusdem crassitiei; at BO sit $= b$. Iam ex statica constat momentum ad vectem super hypomochlio mouendum esse $= ap - bq$; quod per momentum inertiarum diuisum dabit celeritatem angularem circa O. Momentum vero ipsius vectis habetur, multiplicando singulas vectis particulas in quadrata suarum distantiarum a centro motus, quod proinde, si latitudo vectis negligatur, vt plerumque fieri potest, per calculum reperietur $= \frac{Aa^2}{3}$. Inertiae vero potentiae P momentum prodibit multiplicando inertiam P in AO^2, eritque $= Pa^2$; quia in motu P eadem celeritate mouetur qua punctum A, punctum A vero per quadratum ipsius AO multiplicari debet. Pari modo momentum ex inertia oneris Q ortum est Qb^2, ita vt vniuersum momentum ex cunctis inertiis ortum sit $\frac{Aa^2}{3} + Pa^2 + Qb^2$. Hanc ob rem erit celeritas angularis, qua vectis super hypomochlio Y conuertetur $= \frac{ap - bq}{\frac{Aa^2}{3} + Pa^2 + Qb^2}$; quae ducta in $BO = b$ dabit veram celeritatem, qua onus Q mouebitur, nempe $\frac{abp - bbq}{\frac{Aa^2}{3} + Pa^2 + Qb^2}$. Haecque formula locum habet, si nulla adesset frictio; at si frictio affuerit, ponamus ad eam superandam vim Φ requiri in A applicandam; debebitque Φ a p auferri, atque in formula inuenta loco p substitui, $p - \Phi$, ita vt prouentura sit celeritas oneris $Q = \frac{ab(p-\Phi) - bbq}{\frac{Aa^2}{3} + Pa^2 + Qb^2}$. Q. E. I.

K 2 Co-

Corollarium 1.

Vt igitur onus Q in directione QB moueatur, necesse est, vt sit $a(p-\Phi) > bq$, seu $\frac{a}{b} > \frac{q}{p-\Phi}$; id quod etiam ex staticis liquet; nam si $ap = bq$, tum onus a potentia in aequilibrio tenetur. Quare ad onus mouendum debet esse $ap > bq$; ad frictionem autem simul superandam oportet, vt sit etiam $a(p-\Phi) > bq$.

Corollarium 2.

Si onus nulla vi actioni potentiae reluctetur, sed tantum eius inertia motui resistat, tum erit $q = o$. Hoc ergo casu onus mouebitur, si modo fuerit $a(p-\Phi) > o$, hoc est si $p > \Phi$. Quare hoc casu requiritur vt potentia sollicitans maior sit, quam vis frictioni superandae par; quod si fuerit, erit celeritas oneris $= \frac{ab(p-\Phi)}{\frac{Aa^2}{3} + Pa^2 + Qb^2}$. Locum habet iste casus, si onus etsi ponderosum motu horizontali sit promouendum.

Corollarium 3.

Si potentia sollicitans P inertia careat, quemadmodum fit, si vectis ab allisione aquae seu venti vrgeatur, tum erit $P = o$. Celeritas oneris igitur hoc casu erit $= \frac{ab(p-\Phi) - b^2 q}{\frac{Aa^2}{3} + Qb^2}$; maior igitur est, quam si potentia sollicitans inertiam habeat.

Corollarium 4.

Ex formula inuenta intelligitur duobus casibus celeritatem oneris euanescere, quorum primus est si $a(p-\Phi) =$ bq seu

bq ſeu $b = \frac{a(p-\Phi)}{q}$; alter vero ſi $b=0$, ex quo ſponte ſequitur, inter hos quaſi extremos valores ipſius b dari medium quempiam, quo onus celerrime moueatur.

Scholion.

§. 12. Poſuimus in hac propoſitione hypomochlium Y in ipſo centro grauitatis vectis eſſe conſtitutum, ne ipſius vectis pondus potentiam ſollicitantem vel augeret vel diminueret; ſed ex principiis hic adhibitis aeque facile erit ſolutionem ad alios quoque caſus accommodare. Deinde vectem ideo vbique eiusdem ſeci craſſitiei, quo eius momentum facilius calculo poſſet exponi, ſin autem vectis aliter ſit comparatus eius momentum per calculum eſt inueſtigandum et in formula inuenta loco $\frac{Aa^2}{3}$ ſubſtituendum. Neque vero etiam iſtud momentum $\frac{Aa^2}{3}$ pro vectibus vbique aeque craſſis valet, niſi ipſa craſſities prae longitudine euaneſcat, atque hypomochlium in ipſum grauitatis centrum incidat. Generalis autem regula pro inueniendo momento vectis prismatici ABCD reſpectu hypomochlii Y vbicunque poſiti haec eſt. Querendum eſt primo momentum reſpectu centri grauitatis O, quod eſt $\frac{A.AC^2}{12}$, ducta diagonali AC, et denotante A maſſam vectis; ad hocque addi debet $A.OY^2$, ſeu factum ex maſſa in quadratum diſtantiae hypomochlii a centro grauitatis; quo facto aggregatum $\frac{A.AC^2}{12} + A.OY^2$ dabit momentum vectis deſideratum. Denique notandum eſt, etſi hic vectem tantum heterodromum contemplatus ſum, tamen ſolutionem etiam vectes homodromos in ſe complecti. Namque his caſibus ſit quidem $BO=b$ negatiua, ſed potentia ſollicitans quoque in con- Figura 2. Figura 1.

 trariam

trariam plagam trahere debet, ita vt p vel $(p-\Phi)$ negatiuum obtineat valorem. His autem permutatis formula inuenta celeritatem oneris exprimens manet inuariata, scilicet $\frac{ab(p-\Phi)-b^2 q}{\frac{Aa^2}{3}+Pa^2+Qb^2}$, ita vt solutio ad omnis generis vectes aeque pateat.

Propositio 2.

Fig. 1.

§. 13. *Data potentia* P *vecti* AC *circa hypomochlium* Y *mobili applicata, inuenire punctum* B, *in quo onus* Q *applicatum celerrime moueatur.*

Solutio.

Ex praecedente propositione est oneris Q celeritas $= \frac{ab(p-\Phi)-b^2 q}{\frac{Aa^2}{3}+Pa^2+Qb^2}$, in qua expressione p denotat vim potentiae sollicitantis, P eiusdem inertiam; q vim oneris reluctantem, et Q eiusdem inertiam; $\frac{Aa^2}{3}$ momentum vectis inertiae, a, distantiam potentiae a hypomochlio, b distantiam oneris ab eodem: Φ denique vim ad frictionem superandam requisitam. His expositis problema propositum resoluetur, si in formula celeritatem oneris exprimente b fiat variabile atque formulae differentiale nihilo aequetur. Prodibit autem $(\frac{A}{3}+P)(p-\Phi)a^3 - 2(\frac{A}{3}+P)a^2 bq = Q(p-\Phi)ab^2$, seu $b^2 = -\frac{2(\frac{1}{3}A+P)abq}{Q(p-\Phi)} + \frac{(\frac{1}{3}A+P)a^2}{Q}$ vnde prodit

$$b = -\frac{aq(\frac{1}{3}A+P) \pm aV(q^2(\frac{1}{3}A+P)^2 + Q(\frac{1}{3}A+P)(p-\Phi)^2)}{Q(p-\Phi)}$$

De-

Debebit ergo esse $BO:AO = -1 \pm \sqrt{\left(1 + \frac{Q(p-\Phi)^2}{(\frac{1}{3}A+P)qq}\right)}$ $: \frac{Q(p-\Phi)}{q(\frac{1}{3}A+P)}$, vnde punctum quaesitum B facile definitur Q. E. I.

Corollarium 1.

Si onus Q omni reluctantia extrinseca careat, solaque inertia motui resistat, tum celerrime mouebitur, si capiatur $BO = b = \pm a\sqrt{\frac{\frac{1}{3}A+P}{Q}}$, quia hoc casu q euanescit. Quare punctum B hoc casu perinde est, in quonam vectis brachio capiatur, modo sit $BO:AO = \sqrt{(\frac{1}{3}A+P)}:\sqrt{Q}$.

Corollarium 2.

Sin autem onus inertia careat, atque vi tantum extrinseca q motui vectis resistat. Prout fere euenit, si lamina vehementer elastica debeat tendi, tum erit $Q=0$. quo casu aequatio vltimo inuenta absurdum indicare videtur ob denominatorum $=0$; sed ex initiali statim prodit $(p-\Phi)a = 2bq$. Erit ergo $BO:AO = p-\Phi : 2q$.

Scholion.

§. 14. Duplex situs puncti B, qui ob radicis quadratae extractionem prodiit, indicat quaesito satisfieri posse, punctum B tam in brachio OA quam OC accipiendo; alter enim valor ipsius B est affirmatiuus, alter negatiuus. Harum autem solutionum prior tantum nostro problemati ea significatione, qua est propositum, stricte intellecto satisfacit. Altera vero solutio, qua punctum B in brachium

chium AO cadit, isti quaestioni, quae quidem quoque in problemate continetur, satisfacit, qua quaeritur punctum in brachio OA, in quo si applicetur onus Q, id celerrime moueatur. Casus autem iste non spectat vectem homodromum, in vulgari sensu acceptum, hic enim tam potentia P quam onus Q viribus suis conspirant ad vectem in eandem plagam conuertendum, ita vt isto casu ne aequilibrium quidem locum habeat. Interim tamen manifestum est dari locum B in brachio OA, in quo onus Q celerrime moueatur, quem locum alter solutionis casus indicat.

Propositio 3.

Fig. 3. 4. §. 15. *Inuenire celeritatem, qua onus datum* Q *a potentia* P *ope axis in peritrochio* AOB *promouetur.*

Solutio.

Sit in hac machina radius maior, cui potentia P est applicata, $AO = a$; radius minor $OB = b$, in qua a centro O distantia onus Q trahitur. Massa autem ipsius machinae ponatur $= A$, eiusque momentum respectu axis per O transeuntis, circa quem machina mobilis existit $= M$; erit scilicet M aggregatum ex singulis machinae particulis in suarum ab axe distantiarum quadrata multiplicatis, quod aggregatum pro quouis casu proposito calculo est determinandum. Habebit ergo M semper huiusmodi formam Ak^2; atque si machina fuerit cylindrus ex materia homogenea constans erit $M = \frac{Aa^2}{2}$; vnde si machina ex duobus constet cylindris, eius momentum erit aggregatum ex momentis vtriusque cylindri. Sit porro vis, qua po-

potentia P machinam ſollicitat $= p$, eiusque inertia $=$ P. Oneris vero Q vis extrinſeca, ſi quam habet, qua effectui potentiae P obluctatur ſit $= q$, inertia vero $=$ Q. In figuris allegatis duo caſus repraeſentantur, quorum priore onus eſt pondus eleuandum, quo propterea tam q quam Q eius maſſae ſunt proportionales; poſteriore vero figura onus eſt moles, motu horizontali promouenda, quo igitur q euaneſcit. Quicquid autem ſit, momentum virium ad rotam conuertendam erit $ap - bq$, frictione neglecta; at ſi frictio affuerit, ad quam ſuperandam potentia Φ in radio maiore applicata requiritur, erit momentum virium $= a(p-\Phi) - bq$. Momentum autem inertiarum erit $= M + Pa^2 + Qb^2$, quia P eadem celeritate mouetur, qua machinae punctum, A, Q vero eadem celeritate, qua punctum B; prout in prima propoſitione iam notauimus. Ex his momentis igitur erit celeritas angularis genita vt $\frac{a(p-\Phi)-bq}{M+Pa^2+Qb^2}$, ideoque celeritas ipſa qua onus Q in directione QB ad machinam trahitur, erit vt $\frac{ab(p-\Phi)-b^2q}{M+Pa^2+Qb^2}$ Q. E. I.

Corollarium 1.

Quo igitur onus Q ad machinam attrahatur neceſſe eſt, vt ſit $a(p-\Phi) > bq$. Si enim ſit $ap = bq$, tum onus a potentia in aequilibrio conſeruatur, quare ad onus mouendum oportet vt ap tanto maius ſit quam bq, vt etiam frictioni ſuperandae par ſit.

Corollarium 2.

Si onus nulla vi extrinſeca actioni machinae reſiſtat, prout ſit in caſu figurae quartae, tum ob $q = 0$, erit celeritas, qua onus promouebitur vt $\frac{ab(p-\Phi)}{M+Pa^2+Qb^2}$. Hoc ergo casu onus semper promouebitur, modo potentia applicata maior sit, quam ad frictionem superandam opus est.

Corollarium 3.

Duo hic iterum casus sunt notandi, quibus celeritas oneris euanescit, qui sunt, quando est vel $a(p-\Phi)=bq$ vel $b=0$. Interque hos duos casus reliqui omnes, quibus onus ad machinam trahitur continentur. Quamobrem necesse est, vt inter hos casus vnus contineatur, quo onus celerrime moueatur.

Corollarium 4.

Si nullum adsit onus mouendum, sed tantum celeritas requiratur, qua potentia rotam in gyrum agit; fiet $q=0$ et $Q=0$. Celeritas igitur, qua rotae punctum B circumuertetur erit $=\frac{ab(p-\Phi)}{M+Pa^2}$ ideoque celeritas angularis machinae prodibit $=\frac{a(p-\Phi)}{M+Pa^2}$.

Corollarium 5.

Si potentia P euanescat, atque onus vi trahente polleat, machina in sensum contrarium conuertetur celeritate angulari, quae est vt $\frac{bq-a\Phi}{M+Qb^2}$. Frictio enim semper a potentia sollicitante auferri debet, cum motui perpetuo resistat.

Propositio 4.

§. 16. *Datis massa et momento machinae definire radium minorem* OB, *quo efficitur vt datum onus a data potentia ope machinae celerrime moueatur.*

So-

Solutio.

Manentibus omnibus denominationibus, quibus in propositione praecedente sumus vsi, erit celeritas, qua moles Q a potentia P ope machinae mouebitur vt $\frac{ab(p-\Phi)-b^2q}{M+Pa^2+Qb^2}$ Quare ad propositum problema soluendum quantitas radii minoris b ita est determinanda, vt ista expressio maximum obtineat valorem. Facto ergo b variabili atque formulae illius differentiali posito $=0$ habebitur, $Ma(p-\Phi) + Pa^3(p-\Phi) = 2(M+Pa^2)bq + Qab^2(p-\Phi)$, quae praebet $b^2 = -\frac{2(M+Pa^2)bq}{Qa(p-\Phi)} + \frac{M+Pa^2}{Q}$. ex qua oritur $b = -\frac{(M+Pa^2)q}{Qa(p-\Phi)} \pm \frac{\sqrt{((M+Pa^2)^2q^2+Qa^2(p-\Phi)^2(M+Pa^2))}}{Qa(p-\Phi)}$; quae aequatio quidem duplicem dat valorem ipsius b, sed pro instituto nostro tantum affirmatiuus locum habet, cum negatiuus in alio casu huc non pertinente maximi proprietate gaudeat. Erit ergo quaesitus radius minor $b = \frac{-(M+Pa^2)q+\sqrt{(q^2(M+Pa^2)^2+Qa^2(p-\Phi)^2(M+Pa^2))}}{Qa(p-\Phi)}$ Q. E. I.

Corollarium 1.

Si igitur radius minor b eius quantitatis accipiatur, quam formula inuenta indicat, onus celerrime promouebitur. Ipsa autem celeritas haec maxima erit $= \frac{q}{2Q}\left(-1+\sqrt{\left(1+\frac{Qa^2(p-\Phi)^2}{(M+Pa^2)q^2}\right)}\right)$, quae expressio reperitur, si loco b eius valor inuentus in formula $\frac{ab(p-\Phi)-b^2q}{M+Pa^2+Qb^2}$ substituatur.

Corollarium 2.

Si onus mouendum Q nulla vi extrinseca sit praeditum, sed eius sola inertia a potentia sollicitante superari debeat erit $q=0$, atque onus celerrime mouebitur, si radius

dius minor b capiatur $= \sqrt{\frac{M+Pa^2}{Q}}$. Tum autem celeritas erit $= \frac{a(p-\Phi)}{2\sqrt{Q(M+Pa^2)}}$.

Corollarium 3.

Sin autem onus mouendum inertia careat, atque tantum vis eius extrinſeca quaedam, cuiusmodi eſt vis elaſtica ſuperanda ſit, tum ob $Q=0$, erit $b=\frac{a(p-\Phi)}{2q}$. Ipſa autem celeritas maxima, qua hoc caſu onus mouebitur, erit $= \frac{a^2(p-\Phi)^2}{4q(M+Pa^2)}$. Hique ſunt duo caſus praecipui, inter quos reliqui omnes quibus onus et inertiam et vim extrinſecam habet, continentur.

Scholion.

§. 17. Ex hac propoſitione non ſolum axis in peritrochio vſus maxime lucroſus cognoſcitur, ſed etiam quantum interſit pro quouis caſu machinam maxime idoneam elegiſſe, abunde intelligitur. Niſi enim machina ita conficiatur, prout ſolutio poſtulat, fieri poteſt, vt idem onus a maxima potentia tardiſſime promoueatur, quod a longe minore potentia, machinae idoneae ope, celerius moueri poteſt. Cum igitur in vſu machinarum hoc precipue requiratur, vt datum onus a data potentia non ſolum moueatur, ſed etiam celerrime et minimo temporis diſpendio moueatur, perſpicuum eſt hanc propoſitionem in vita communi maximam vtilitatem afferre. Praeterea etiam hinc inſufficientia principii vulgo recepti ſatis ſuperque patet, quo ſtatuitur, quantum diminutione potentiae ſollicitantis lucremur, tantumdem per diminutionem celeritatis perdi. Celeritas enim oneris non a ſola potentia ſollicitante pendet, ſed etiam ab ipſius machinae indole, prout formulae inuentae ſatis declarant. Interim tamen id certum erit,

ſi

ſi ſemper machinae maxime idoneae adhibeantur, tum idem onus a maiore potentia celerius motum iri, quam a minore; ipſae autem celeritates non tenent potentiarum rationem; in caſu enim coroll. 2. rationem fere ſimplicem, in caſu autem coroll. 3. rationem habent fere duplicatam. Denique manifeſtum eſt in hac de motu machinarum doctrina, minime ſufficere vires potentiae et oneris tantum conſideraſſe, ſed etiam rationem inertiarum tam potentiae, quam oneris imprimis eſſe habendam, quae tamen vulgo, cum haec doctrina ſecundum ſtatica principia ſolum tractari ſolet, penitus negliguntur. Caſus autem ſupereſt, quo radius maior determinari debet, vt onus velociſſime a data potentia moueatur, poſito radio minore dato, qui caſus praecipue locum habet, quando circumuolutione cylindri onus ope funis circumuoluendi moueri debet, quem igitur in ſequente propoſitione euoluam.

Propoſitio 5.

§. 18. *Determinare longitudinem vectis* AC, *quo datum onus* Q *a data potentia* P *ope cylindri circa axem* O *mobilis celerrime promoueatur.*

Solutio.

Sit vt ante radius cylindri $BO = b$, et integer radius maior quaeſitus $ACO = a$, oneris Q vel eleuandi vel horizontaliter promouendi, prout vtrumque in figura repraeſentatur inertia $= Q$, et vis reluctans $= q$, potentiae P inertia $= P$ et vis ſollicitans $= p$. Maſſa vero cylindri ponatur $= A$, erit momentum ex eius inertia ortum $= \frac{Ab^2}{2}$, ſiquidem cylindrus ex materia vniformi conſtet, momentum autem ex inertia vectis AC ortum tuto negligi Tab. IX. Fig. 1.

 po-

poterit. Ad frictionem porro ſuperandam requiratur potentia Φ in diſtantia OC a centro O applicanda; cum enim frictio ſit conſtans, expedit eam a loco conſtante computare, quam ab etiamnum incognito A. His igitur praemiſſis erit celeritas, qua onus mouebitur $= \frac{abp - b^2\Phi - b^2q}{\frac{1}{2}Ab^2 + Pa^2 + Qb^2}$, quae, quo fiat maxima, ponatur a variabile, et differentiale ortum ponatur $= 0$. Prodibit autem $b^3p(\frac{1}{2}A + Q) + 2ab^2P(\Phi + q) = Pa^2bp$; vnde oritur $a^2 = \frac{2ab(\Phi+q)}{p} + \frac{b^2(\frac{1}{2}A+Q)}{P}$ quae aequatio praebet $a = \frac{b(\Phi+q)}{p} + \sqrt{(\frac{b^2(\Phi+q)^2}{pp} + \frac{b^2(\frac{1}{2}A+Q)}{P})}$ Debebit ergo fieri $AO:BO = 1 + \sqrt{(1 + \frac{pp(\frac{1}{2}A+Q)}{(\Phi+q)^2P})} : \frac{p}{\Phi+q}$; vnde longitudo vectis AC adhibendi aptiſſima cognoſcitur. Q. E. I.

Corollarium 1.

Cum igitur ſit $a = \frac{b(\Phi+q)}{p} + b\sqrt{(\frac{(\Phi+q)^2}{pp} + \frac{\frac{1}{2}A+Q}{P})}$ erit ipſa celeritas, qua onus Q ope machinae hoc modo applicatae promouebitur $= \frac{\sqrt{((\Phi+q)^2 + \frac{pp(\frac{1}{2}A+Q)}{P})} - \Phi - q}{A + 2Q}$ vnde perſpicitur, quo minor ſit maſſa cylindri, eo celerius onus motum iri.

Co-

Corollarium 2.

Si vis ſollicitans nullam habeat inertiam, tum radius maior AO fit infinite magnus. Quare in machinis, quae vento mouentur motus eo celerior exiſtit, quo longiores fuerint alae ventum excipientes, etiamſi maiorem non habeant ſuperficiem quam breuiores.

Corollarium 3.

Sequitur porro ex formula inuenta, quo maior fuerit vis ſollicitans p eo minorem vectem AC applicari debere, quo onus celerrime moueatur. Semper autem ceteris paribus maior potentia onus celerius mouebit quam minor.

Scholion.

§. 19. Supra iam monui, modum hunc, quo vtor celeritates exprimendi, ſtrictiſſimo ſenſu veritati non eſſe conſentaneum, ſed has expreſſiones ita tantum eſſe comparatas, vt ex earum quantitate celeritatis quantitas ſaltem colligi queat. Accurate enim loquendo iſtae expreſſiones, quas ad celeritates deſignandas vſurpo, accelerationem momentaneam tantum definiunt; ſatis autem perſpicuum eſt, quo maior ſit acceleratio, eo maiorem quoque fore ipſam celeritatem genitam. Hoc autem ad meum inſtitutum, quo potiſſimum in eos caſus inquiro, quibus onus celerrime moueatur, prorſus ſufficit; ea ipſa enim machina, in qua acceleratio oneris maxima exiſtit, onus quoque celerrime mouebit. Interim tamen non arduum eſt ex iisdem expreſſionibus veram oneris quouis loco celeritatem determinare. Cum enim in noſtro praeſenti caſu, cui praecedencedentes similes sunt, acceleratio oneris sit $= \frac{abp - b^2(\Phi + q)}{\frac{1}{2}Ab^2 + Pa^2 + Qb^2}$; ponamus onus iam per spatium x esse promotum, atque in hoc, quo nunc versatur loco celeritatem habere tantam, quantam graue ex altitudine v cadendo adipiscitur, eritque $dv = \frac{abp - b^2(\Phi + q)}{\frac{1}{2}Ab^2 + Pa^2 + Qb^2} dx$; Quocirca erit $v = \frac{abp - b^2(\Phi + q)}{\frac{1}{2}Ab^2 + Pa^2 + Qb^2} x$; cuius expressionis radix quadrata celeritatem oneris praebebit; ex quo adhuc clarius perspicitur, onus celerrime promoueri, si haec expressio $\frac{abp - b^2(\Phi + q)}{\frac{1}{2}Ab^2 + Pa^2 + Qb^2}$ maximum obtineat valorem. Sed hinc simul intelligitur onus perpetuo motu accelerato promoueri debere, simili ei, quo grauia delabuntur, id quod tamen in plerisque machinis non vsu venit, cuius phaenomeni causa praecipua esse videtur actio potentiae sollicitantis, quae plerumque non indesinenter aequali vi vrget, prout in calculo ponitur; id quod imprimis de iis machinis intelligendum est, quae viribus animalibus ad motum cientur. Praeterea vero etiam resistentia aeris, aliaque occulta impedimenta in causa esse possunt, quo motus statim aequabilis fiat, vlteriorque acceleratio cesset, quemadmodum in horologiis videre licet, quae descensu ponderum ne sensibilem quidem accelerationem nanciscuntur, etiamsi motu pendulorum careant.

Propositio 6.

Fig. 2. §. 20. *Si machina ex pluribus rotis constet inter se connexis; inuenire celeritatem qua onus* Q *a data potentia* P *ope huius machinae moueatur.*

So-

Solutio.

Ponamus hic tres rotas coniunctas, quarum prima circa centrum O, ſecunda circa C, et tertia circa E mobilis ſit. Quaelibet porro rota duplici praedita eſt disco maiore et minore, quorum minore quaeuis rota ſequentem mouet, circa minorem vero diſcum tertiae rotae tanquam circa cylindrum ope funis circumuoluendi onus promoueatur. Sit nunc potentiae P vis ad machinam mouendam $=p$, eiusque inertia $=P$; oneris niſus contrarius $=q$, et eius inertia $=Q$. Ponatur rotae tertiae DE momentum inertiae $=M$; momentum ſecundae $BC=L$, et momentum primae $=K$: Sit vero rotae primae radius maior $AO=a$; minor $BO=b$; rotae ſecundae radius maior $BC=c$, minor $CD=d$; rotae tertiae radius maior $DE=e$; minor $EF=f$. Frictio autem totius machinae tanta ſit, vt ad eam ſuperandam potentia Φ in A applicata requiratur. His praemiſſis erit momentum potentiae ſollicitantis ad primam rotam mouendam $=ap$, momentum vero ad ſecundam rotam mouendam $=\frac{ac}{b}p$; atque momentum ad tertiam rotam mouendam $=\frac{ace}{bd}p$, motui vero tertiae rotae reluctatur vis oneris momento fq. Quo circa momentum ad tertiam rotam mouendam erit $=\frac{ace}{bd}p-fq$, atque frictione in computum ducta, erit hoc momentum $=\frac{ace}{bd}(p-\Phi)-fq$. Si iam motum tertiae rotae tantum conſideremus, quippe quo motus oneris producitur, quem quaerimus, erit momentum inertiae rotae tertiae $=M$, et momentum inertiae oneris $=Qf^2$, Rotae ſecundae autem tum ſolum foret $=L$, vt poſuimus, ſi eodem, quo tertia motu angulari moueretur, at cum in ratione $\frac{DE}{CD}=\frac{e}{d}$ celerius moueatur, augendum eſt eius momentum in eadem ratione duplicata, ita vt ſit $L\frac{e^2}{a^2}$; atque ſimili modo proueniet momentum inertiae primae rotae $= \frac{Kc^2.e^2}{b^2.d^2}$. Momentum autem, quod ex inertia potentiae ſollicitantis naſcitur erit $= \frac{Pa^2c^2.e^2}{b^2.d^2}$; ita vt vniuerſum momentum, ex omnibus inertiis coniunctis ortum, ſit $= \frac{Pa^2c^2e^2}{b^2d^2} + \frac{Kc^2e^2}{b^2d^2} + \frac{Le^2}{d^2} + M + Qf^2$. Ex his naſcitur vis acceleratrix tertiae rotae $= \frac{\frac{ace(p-\Phi)}{bd} - fq}{\frac{Pa^2c^2e^2}{b^2d^2} + \frac{Kc^2e^2}{b^2d^2} + \frac{Le^2}{d^2} + M + Qf^2}$ $= \frac{abcde(p-\Phi) - b^2d^2fq}{Pa^2c^2e^2 + Kc^2e^2 + Lb^2e^2 + Mb^2d^2 + Qb^2d^2f^2}$; cui cum ipſam celeritatem angularem tertiae rotae proportionalem ponamus, erit celeritas oneris $= \frac{abcdef(p-\Phi) - b^2d^2f^2q}{Kc^2e^2 + Lb^2e^2 + Mb^2d^2 + Pa^2c^2e^2 + Qb^2d^2f^2}$. Ex qua formula ſimul intelligitur, ſi numerus rotarum adhuc maior ponatur, quemadmodum celeritas oneris ſit exprimenda. Q. E. I.

Corollarium 1.

Cum quaeuis rota ex duobus diſcis conſtet maiore et minore, erit $K = Aa^2 + Bb^2$; vbi A denotat partem quampiam maſſae diſci maioris primae rotae, B vero partem quamdam maſſae diſci minoris, quae partes erunt dimidiae, ſi diſci fuerint cylindri. Simili modo habebit L eiusmodi formam $Cc^2 + Dd^2$, atque M talem $Ee^2 + Ff^2$. His igitur formis ſurrogatis erit oneris celeritas, qua mouebitur $= \frac{abcdef(p-\Phi) - b^2d^2f^2q}{a^2c^2e^2(A+P) + b^2c^2e^2(B+C) + b^2d^2e^2(D+E) + b^2d^2f^2(F+Q)}$ ex qua formula facilius caſus plurium rotarum euoluentur.

Co-

Corollarium 2.

Si nunc ponatur ratio radii maioris ad minorem in prima rota vt $k : 1$ ſeu $\frac{a}{b} = k$, atque $\frac{c}{d} = l$; et $\frac{e}{f} = m$, erit celeritat oneris $= \frac{klm(p - \Phi) - q}{k^2 l^2 m^2 (A + P) + l^2 m^2 (B + C) + m^2 (D + E) + F + Q}$.

Corollarium 3.

Duobus ergo caſibus celeritas oneris poteſt eſſe nulla, quorum primus eſt, ſi ſit $klm(p - \Phi) = q$, alter vero ſi vel k, vel l, vel m fuerit $= 0$, illo enim caſu numerator euaneſcit, hoc autem denominator fit infinite magnus. Inter hos autem caſus omnes illi continentur, quibus onus actu mouetur.

Corollarium 4.

Dabitur ergo talis rotarum diſpoſitio pro datis potentia et onere, qua onus celerrime mouebitur; quae cum in vſu machinarum maximi ſit momenti, operae pretium erit eam inueſtigare, id quod in propoſitione ſequente praeſtabitur.

Propoſitio 7.

§. Inter omnes machinas, quae ex pluribus conſtant rotis coniunctis, quarum quaeque ſequentem mouet, eam determinare, cuius ope datum onus a data potentia celerrime promoueatur.

Solutio.

Retentis omnibus denominationibus, quibus in praecedente propoſitione ſum vſus, exprimet formula coroll. 2. commodiſſime celeritatem, qua onus Q ope machinae ex tribus rotis coniunctis compoſitae a potentia P mouebitur,

tur, et quae facillime ad quemcunque rotarum numerum accommodari poteſt. Erit ergo celeritas oneris $= \frac{klm(p-\Phi)-q}{kl^2m^2(A+P)+l^2m^2(B+C)+m^2(D+E)+F+Q}$ quae maxima eſt reddenda poſitis p, q, P et Q conſtantibus. Ponamus autem quoque quantitates A, B, C, D, E, F conſtantes, quae ex maſſis maiorum et minorum diſcorum, ex quibus rotae conſtant, determinantur. Quanquam enim hae quantitates a diametris rotarum pendent, atque iſtae diametri etiamnum ſunt incognitae, tamen quoque a craſſitie pendent, quae eſt arbitraria, et hanc ob rem ſine errore pro conſtantibus haberi poſſunt. Praeterea ad illam formam maximam efficiendam, non tam ipſam rotarum et diſcorum magnitudinem definimus, quam eorum mutuam relationem, numeros ſcilicet k, l, et m, ita vt ab harum variabilitate ipſa diſcorum quantitas non afficiatur. Sit ergo $klm = x$; numerusque x indicabit, quoties per machinam totam potentia applicata multiplicetur; atque ſit etiam $lm = y$, et $m = z$. Praeterea ſit breuitatis gratia $p-\Phi = r$; $A+P=K$; $B+C=L$; $D+E=M$ et $F+Q=N$, quibus ſuffectis erit celeritas oneris $= \frac{rx-q}{Kx^2+Ly^2+Mz^2+N}$ atque numeri x, y, z ita determinari debebunt, vt iſta expreſſio maximum obtineat valorem. Facile autem perſpicitur celeritatem fore eo maiorem, quo minores ſint numeri y et z, ita vt hos numeros definire non ſit opus. Quamobrem tantum x per methodum maximorum determinaſſe ſufficiet. Prodibit autem iſta aequatio $(Ly^2+Mz^2+N)r = Krx^2 - 2Kqx$, ſeu $x^2 = \frac{2qx}{r} + \frac{Ly^2+Mz^2+N}{K}$ ex qua oritur $x = \frac{q}{r} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{r^2} + \frac{Ly^2+Mz^2+N}{K}\right.}$ ſeu reſtitutis prioribus valoribus erit $klm = \frac{q}{p-\Phi} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{(p-\Phi)^2} + \frac{(B+C)l^2m^2+(D+E)m^2+F+Q}{A+P}\right)}$ qua aequatione problema ſoluitur. Q. E. I.

Co-

Corollarium 1.

Si valor ipſius x inuentus in expreſſione celeritatis ſubſtituatur, prodibit celeritas oneris maxima quaeſita $=$ $\frac{rr}{2Kr\sqrt{\left(\frac{q^2}{r^2}+\frac{Ly^2+Mz^2+N}{K}\right)}+2Kq}$ quam apparet eo maiorem fore, quo minores fiant numeri y et z, ſeu numeri l et m.

Corollarium 2.

Ad problema propoſitum ergo ſoluendum machinam ita inſtrui oportet, vt potentiae multiplicatio per totam machinam facta tanta fiat, quanta eſt inuenta. Rotae autem ipſae quotquot fuerint, ita ſunt diſponendae, vt eae, prima excepta, potentiam quam minime augeant.

Corollarium 3.

Intelligitur porro, quo minor ſit rotarum numerus, eo celerius onus a data potentia promoueri. Cum enim numeri y, z, nec quantitates L, M, N neque euaneſcere neque negatiuos valores induere queant, manifeſtum eſt, quo pauciores literae L, M, N, hoc eſt quo pauciores rotae adhibeantur, eo celerius onus promoueri poſſe.

Corollarium 4.

Si igitur aliae circumſtantiae machinam plurium rotarum requirant, tum ſcopus intentus obtinebitur, ſi in prima rota ratio inter radium maiorem et minorem ſeu k tam magna conſtituatur, quam fieri poteſt. Si enim k etiam maior fiat quam klm, tum ob l et m numeros vnitate minores, celeritas oneris eo maior euadet.

Scholion.

§. 22. Machinae ex pluribus rotis conſtantes tum praecipue adhiberi ſolent, quando per vnam rotam tanta potentiae multiplicatio produci nequit, quanta ad onus mouendum requiritur. His igitur caſibus primae rotae radius maior ad minorem maximam, quam fieri poteſt rationem tenere debebit; quo in ſequentibus autem rotis ratio inter radios maiores et minores, rationem aequalitatis minime ſuperet. Quando autem aliae circumſtantiae plures rotas requirunt, tum data regula maiore vtilitate adhiberi poteſt, qua in ſola prima rota maxima potentiae multiplicatio conſtitui debet. Hinc naſcitur regula ſumme vtilis pro molis tam ab aqua quam vento mouendis, quae ex ſua natura plures rotas non vero virium multiplicationem requirunt. Hoc caſu ergo ſit inertia potentiae ſollicitantis $P = 0$; atque cum nullum onus ſit mouendum praeter ipſas rotas erit et q et $Q = 0$; contritio enim granorum ſub frictione comprehendi poteſt. Vt igitur mola velociſſime molat neceſſe eſt vt ſit $klm = \frac{\sqrt{(B+C)l^2m^2 + (D+E)m^2 + F}}{A}$. Accepta igitur maxima ratione inter radium maiorem et minorem primae rotae, quae immediate vel a dente vel aqua agitatur, l et m ita accipi debent, vt fiat $Ak^2l^2m^2 = (B+C)l^2m^2 + (D+E)m^2 + F$ ſeu ob $F = 0$, quia nullum adeſt onus erit $Ak^2l^2 - (B+C)l^2 = D + E$, ideoque $l = \frac{\sqrt{(D+E)}}{\sqrt{(Ak^2 - B - C)}}$; vnde vtiliſſima ſtructura molarum, ex tribus rotis conſtantium conſequitur. His autem obſeruatis erit celeritas qua lapis molaris in gyrum agetur directe vt potentia ſollicitans et reciproce vt diameter vltimae rotae: vltimam ergo rotam molae connexam minimam fieri conueniet. Reliquarum machinarum examen, ne nimis ſim prolixus, in aliud tempus differam.

Ioh.