DISQVISITIO
DE
BILANCIBVS.
AVCTORE
L. Eulero.

Quanquam doctrina de bilancibus a plurimis auctoribus tanto ſtudio eſt pertractata, vt nil amplius hac in re deſiderari poſſe videatur: tamen fere omnes, duo capita, quae in fabrica bilancium maximi ſunt momenti, neglexerunt, vel potius animum ab iis abſtraxerunt, ne inquiſitio nimis fieret difficilis et intricata. Omnes enim propemodum, qui de bilancibus ſcripſerunt, ad pondus ipſius bilancis non attenderunt, ſed bilancem tanquam grauitatis expertem ſunt contemplati, quae poſitio, cum in rerum natura locum non inueniat, veram naturae bilancium cognitionem non parum impediuit; prout ex ſequentibus fuſius apparebit. Deinde etiam omnes tantum ad ſtatum aequilibrii reſpexerunt, nec de motu erant ſolliciti, quo bilanx ſeſe in ſitum quietis recipit. Ab hoc autem motu bonitas bilancis maxime pendet, ex eoque, ſi non recte ſe habeat, ingentia vitia oriri poſſunt. Hanc ob rem conſtitui in hac diſſertatione plenam theoriam de bilancibus ex certiſſimis mechanicis principiis euoluere; atque ex ea regulas deriuare, quae in conſtructione bilancium maximam habebunt vtilitatem. Etiamſi enim artifices ſola praxi edocti pleraſque harum regularum obſeruent, Tabula I. et II.

 tamen

tamen cum vera earum fundamenta nondum fuerint satis cognita, non est dubitandum, quin theoria penitus exculta, ipsa praxis ad summum perfectionis gradum euehatur. Ita autem in hoc negotio versabor, vt primum, proprietates, quas perfectam bilancem habere oportet, exponam; atque deinceps rationem bilances construendi inuestigem, qua illis requisitis satisfiat, et intentae proprietates obtineantur.

REQVISITVM I.

Bilanx perfecta ita debet esse comparata, vt, si vtrinque aequalia pondera tangentibus imponantur, bilanx in situ erecto quiescat.

Situs erectus bilancis duplici modo cognosci solet; scilicet vel ex situ verticali examinis seu lingulae, vel ex situ horizontali scapi seu lineae rectae, quae puncta scapi, ex quibus lances cum ponderibus suspenduntur, coniungit: ad scapum enim seu potius hanc lineam examen situm tenet normalem. Commodissime autem situs erectus bilancis ex situ verticali examinis cognoscitur; tota namque bilanx ex agina libere dependente suspenditur, quae agina cum semper teneat situm verticalem, congruentia examinis cum agina simul situm erectum bilancis indicare debet. Ceterum vsus, cui bilances sunt destinatae, hanc proprietatem potissimum postulat, quo ope ponderum cognitorum cuiusque oneris pondus expedite cognosci queat. Quamuis quidem aeque facile cuiusuis oneris pondus explorari posset, si bilanx ita instrueretur, vt pondera datam inter se rationem tenentia bilancem in situm erectum constituerent, tamen cum huius generis bilances pluribus labo-

laborent incommodis, id genus tanquam praecipuum hic examini subiiciam, quod in ponderum aequalitate consistit.

Problema I.

Structuram bilancis determinare, quo in situ erecto quiescat, si lancibus vtrinque pondera aequalia imponantur.

Solutio.

Sit O centrum motus, circa quod bilanx mobilis existit, A et B puncta scapi, ex quibus lances cum ponderibus suspenduntur. Sint porro MM et NN lances, et P et Q onera seu pondera vtrinque imposita; lancis vero MM pondus sit $=m$, et lancis NN pondus $=n$. Solius bilancis sine lancibus et ponderibus sumtae pondus ponatur $=M$, eiusque centrum grauitatis sit in g. Ponamus iam rectam AB horizontalem, in quam per centrum motus O ducatur normalis IOC, quae lingulam seu examen repraesentabit, situmque verticalem tenebit. Quo ergo haec bilanx ponderibus et lancibus onusta istum situm erectum conseruet, oportet vt momenta vtrinque sint aequalia. Hanc ob rem erit $(P+m)AC=(Q+n)BC+M.Cc$ ducta ex g in AB verticali gc. Quia autem per hypothesin pondera P et Q sint inter se aequalia, ponatur $P=Q=p$ eritque $(p+m)AC=(p+n)BC+M.Cc$ seu $p(AC-BC)=n.BC-m.AC+M.Cc$; cuius aequationis illa pars $p(AC-BC)$ vtcunque est variabilis, cum bilanx ad quaecunque pondera aequalia debeat esse accommodata; altera vero pars $n.BC-m.AC+M.Cc$ est constans, nec a ponderum impositorum quantitate pendet. Quocirca quo aequalitas inter has partes Tabula I. Figura I.

 esse

eſſe queat, neceſſe eſt, vt vtraque ſit $=o$; hinc obtinebimus has duas aequationes $AC = BC$ atque $m.AC = n.BC + M.Cc$ ſeu $m - n = \frac{M.Cc}{AC}$. Ex his aequationibus duae ſequentes regulae conſequuntur, pro ſtructura bilancium.

Reg. I. Perpendicularis OC, quae ex centro motus O in rectam AB puncta ſuſpenſionum iungentem demiſſa, eam ſimul in duas partes aequales diuidere debet.

Reg. II. Lances ita debent eſſe comparatae ratione ipſarum grauitatis, vt etiam vacuae appenſae bilancem in ſitu erecto conſeruent; hinc enim fluit altera aequatio, $m - n = \frac{M.Cc}{AC}$. Q. E. I.

Corollarium 1. Cum ergo ſit $AC = BC$ atque OC normalis in AB, erit triangulum AOB iſoſceles, et brachium $OA =$ brachio OB.

Corollarium 2. Si centrum grauitatis ſcapi g cadat in verticalem OC puta in G, tum ob $Cc = o$, fient lances inter ſe pondere aequales.

Corollarium 3. Si centrum grauitatis ſcapi g in rectam IOC cadat, tum etiam ſolus ſcapus non onuſtus ſitum erectum tenebit, quod non accidit, ſi g extra rectam IOC ceciderit.

Corollarium 4. Quia pondera P et Q aequalia bilancem in ſitu erecto tenent, perſpicuum eſt, ſi pondera commutentur, tum bilancem aeque in ſitu erecto eſſe manſuram.

Scholion 1. Solent vulgo pro bilancibus hae duae praecipue regulae praeſcribi, vt primo ſcapi brachia inter ſe exacte ſint aequalia, atque ſecundo vt ſint etiam aeque

grauia,

grauia, ſeu quod eodem redit, vt ſcapi centrum grauitatis in rectam OC cadat. Sed ex ſolutione problematis ſatis apparet, hanc poſteriorem regulam non eſſe abſolute neceſſariam; ſed bilancem huic primo requiſito ſatisfacere poſſe, etiamſi ſcapi centrum grauitatis, g, extra OC cadat. Dummodo igitur ſcapi brachia ſint aeque longa, vtcunque pondere inter ſe diſcrepent, bilanx ad ponderandum apta reddi poterit lancibus ſcilicet ita inſtruendis, vt bilancem in aequilibrio ſeruent; tum enim aequalia pondera lancibus impoſita aeque bilancem in ſitum erectum conſtituent, ac ſi brachia eſſent aequiponderantia. Hanc ob rem quo primo requiſito ſatisfiat, ſufficit vt brachia conficiantur exacte aeque longa, neque opus eſt, vt de aequalitate ponderum brachiorum tantopere ſimus ſolliciti.

Scholion 2. Sin autem brachia AC et BC longitudine fuerint inaequalia, tum pondera aequalia lancibus impoſita bilancem in ſitu erecto non conſeruabunt, ſi quidem ſolae lances appenſae hunc ſitum produxerint; ſed quo ſitus erectus obtineatur, longiori brachio minus pondus breuiori vero maius debet appendi; inuerſam nimirum brachiorum rationem pondera tenere debent. Ex quo perſpicitur, ſi haec pondera, quibus bilanx in ſitum erectum fuit perducta, inter ſe commutentur, ita vt pondus P lanci NN, pondus Q vero lanci MM imponatur, tum ſitum erectum conſeruari non poſſe, ſed bilancem in eam plagam, in quam brachium longius vergit, inclinari debere; vnde tutiſſimus obtinetur modus explorandi, vtrum ſcapi brachia ſint inter ſe aequaliter longa. Interim tamen, etiamſi bilanx vitio hoc laboret, cuiusuis oneris verum

pondus

pondus poterit cognosci, si postquam bilanx solis lancibus in situm erectum fuerit reducta, onus in vtraque lance ponderetur, atque inter pondera inuenta medium proportionale capiatur.

REQVISITVM II.

Bilanx perfecta ita debet esse comparata, vt ponderum lancibus impositorum vel minimam inaequalitatem sensibili inclinatione patefaciat.

De bilancibus vtique non solum requiri solet, vt ponderum aequalitatem ostendant, sed etiam vt, quando pondera imposita fuerint inaequalia, hanc ipsam inaequalitatem declarent. Fit autem hoc inclinatione scapi circa centrum motus vel axem in illam plagam, vbi grauius pondus est suspensum; haec ergo inclinatio eo maior esse debet, quo maius fuerit discrimen ponderum. Sed ista inclinatio praecipue requiritur, cum pondera appensa vel minimum a se inuicem differunt; quam proprietatem cum bilanx habuerit, exactissime cognosci potest, vtrum pondera imposita sint inter se aequalia an secus. Contra vero bilanx, quae hac proprietate caret, insignem errorem in ponderando producere potest, dum etiam ponderum inaequalium aequalitatem mentitur. Hanc ob rem bilances requiruntur, vt vel minimam ponderum impositorum inaequalitatem sensibili inclinatione ob oculos ponant.

Problema II.

Inclinationem determinare, qua pondera inaequalia lancibus imposita bilancem ex situ erecto declinant.

Tabula I. Figura 2. *Solutio.* Sit vt ante O centrum seu axis motus, circa quem scapus AOB mobilis existit, A et B puncta, ex ex quibus lances M et N ſuspenduntur, g vero centrum grauitatis ſcapi, eiusque pondus $=$ M. Ex O ad AB ducatur normalis OC, quae rectam AB per requiſitum I biſecabit, eaque producatur, in eamque ex g perpendicularis ducatur gG. Iam lanci M cuius pondus ſit m imponatur pondus p, lanci N vero, cuius pondus $=n$, impoſitum ſit maius pondus $p+q$. Inclinabitur ergo ſcapus circa O, ad quam inclinationem commodius repraeſentandam, ponam directionem grauitatis tanto angulo declinaſſe a verticali, quantum ſcapus inclinauit, ita vt nunc ſcapus in ſitu AB maneat, rectae vero AM, BN, gL, quae ante erant verticales, abeant in Am, Bn et gl; atque lances cum ponderibus progreſſae ſint in m et n. Cum igitur ponamus bilancem in hoc ſitu inclinato in aequilibrio eſſe conſtitutum, oportet vt momenta omnia circa O ſe mutuo deſtruant. Sit anguli inclinationis bilancis, cui anguli MAm, NBn, et Lgl aequales ſunt, ſinus $=a$, coſinus $=\alpha$ poſito ſinu toto $=1$: ex natura aequilibrii vero debet eſſe $(p+m)$AO. ſin. mAO $+$ Ma. OG $=(p+q+n)$BO ſin. nBO $+$ Mα. Cc; potentiam enim M ſeu pondus ſcapi, quae ſecundum directionem grauitatis gl agit, reſoluo in ſuas laterales Ma et Mα, quarum illa in directione Gg haec vero in gL eſt ſita. At eſt ſinus mAO $=$ ſin. (MAO $-$ MAm) $= \frac{AC.\alpha + OC.a}{AO}$; atque ſinus nBO $=$ ſin. (NBO $+$ NBn) $= \frac{AC.\alpha - OC.a}{AO}$ ponendo BC $=$ AC et BO $=$ AO. His ergo ſubſtitutis habebimus hanc aequationem $(p+m)(AC\alpha + OC.a) + Ma.OG = (p+q+n)(AC\alpha - OC.a) + M\alpha.Cc$, quae propter $m.AC = n.AC + M.Cc$ per requiſitum

 pri-

primum abit ordinata in hanc $\frac{a}{\alpha} = \frac{q.AC}{2p.OC + (m+n)OC + q.OC + M.OG}$ = tangenti anguli inclinationis, ad quam pondera p et $p + q$ lancibus M et N impoſita bilancem deducunt. Q. E. I.

Corollarium 1. Ex hac formula apparet, quo maior ſit longitudo brachiorum, eo maiorem quoque fore angulum inclinationis, qui a data differentia ponderum oritur ceteris paribus. Hinc ergo naſcitur pro conficiendis bilancibus

Regula III. Scapus bilancis tam longus fiat, quam fieri poteſt; cauendum ſcilicet ne a ponderibus appenſis incuruetur; quo longior enim ſcapus accipitur, eo magis inflexioni eſt obnoxius.

Corollarium 2. Tangens anguli inclinationis, quo libra ex ſitu erecto declinatur ſeu $\frac{a}{\alpha}$ eſt $\frac{q.AC}{(2p+m+n+q+M)OC + M.CG}$; vbi notandum in denominatore $2p + m + n + q + M$ integrum bilancis lancibus et ponderibus oneratae pondus exprimere.

Corollarium 3. Dato ergo angulo inclinationis bilancis; cuius tangens ſit $= A$, et pondere leuiore p, exceſſus grauioris q ſupra p reperiri poterit, erit namque $q = \frac{A(OC(2p+m+n) + M.OG)}{AC - A.OC}$; vnde apparet, ſi fuerit $OC = o$, tum exceſſum q etiam incognito pondere p definiri poſſe.

Corollarium 4. Si fuerit $(2p + m + n + q)OC + M.OG = o$ tum quidem minimum ſuperpondium q maximum generaret angulum inclinationis nempe rectum, ſed et hoc non conueniret, cum ponderatio foret difficillima.

Corollarium 5. Hanc ob rem quantitatis $(2p + m + n + q)OC + M.OG$ nec nihil nec multominus quantitas negatiua eſſe poterit. Interim tamen quo fuerit minor, eo eo maior orietur inclinatio a data ponderum impositorum differentia.

Scholion 1. Quamuis per hoc requisitum quantitas $(2p+m+n+q)OC+M.OG$ tam parua esse deberet quam fieri posset, tamen aliae rationes suadent, vt ea mediocrem obtineat valorem. Quando enim tertio requisito satisfacere volumus, tum eidem quantitati maximus valor tribui debebit, quamobrem diligenter cauendum est ne alteri requisito satisfaciendo alteri nimis parum satisfiat. Ceterum ex solutione huius problematis patet methodus, cuius ope ex bilancis inclinatione dignosci poterit, quanto alterum pondus altero sit grauius. Cum igitur pro data bilance regula fuerit formata, tum ad ponderandum carere poterimus minimis ponduscculis, quae alias ad perfectum aequilibrium in statu erecto producendum non sine molestia vsurpantur. Angulus autem inclinationis in hoc negotio commodissime cognoscetur ex arcu circulari centrum in o habente, et in gradus diuiso, qui in aginae supremo annectitur, in quo examen tanquam index inclinationis angulum indicabit.

Scholion 2. Hic etiam non est praetereundum, locum centri grauitatis g, quatenus extra verticalem OG cadit, formulam inuentam minime afficere, sed eam inuariatam manere, dummodo eandem a recta AB distantiam seruet. Multo minus igitur tanta cura in id erit incumbendum, vt brachia scapi fiant aeque ponderosa, cum inaequalitas ponderum brachiorum nec primo nec secundo requisito vel minimum aduersetur. Neque vero etiam sequenti requisito aduersari deprehendetur. Deinde etiam

 quod

quod alias in examinandis bilancibus fieri solet, sine sufficienti ratione inquiritur, vtrum solus scapus suspensus situm teneat erectum: et multo minore ratione illae bilances, in quibus hoc non deprehenditur, pro erroneis habentur. Cum ergo bilanx primo requisito satisfaciens fuerit inuenta, quod examen, quemadmodum sit instituendum, supra exposui, si, quantum huic requisito secundo satisfaciat, quis explorare velit, is postquam ponderibus impositis bilancem in situm erectum perduxerit, alteri ponderi tam parum adiiciat, quantum ad sensibilem inclinationem producendam sufficit; quo minus enim additamentum suffecerit, eo magis bilanx huic requisito satisfaciens. Saepius autem variae grauitatis ponderibus adhibendis istud examen suscipi conuenit, cuius rationem ex aequatione inuenta intelligere licet.

REQVISITVM III.

Perfecta bilanx ita debet esse comparata, vt, cum lancibus aequalia pondera fuerint imposita, atque bilanx ex situ erecto depellatur, tum ea maxima vi in situm erectum vrgeatur.

Requisitum hoc maximi est momenti et in plurimis bilancibus vehementer desideratur. Cum enim bilanx praecedentibus requisitis satisfaciens aequalibus ponderibus fuerit onusta, atque ex situ aequilibrii declinetur, tum necesse est, vt sese in eum situm restituat. Restitutio autem sine vi fieri nequit, quamobrem vis adesse debet, quae bilancem in situm erectum repellat; sin enim haec vis nulla esset, tum bilanx in situ inclinato permaneret, etiamsi pondera aequalia essent, et propterea inepta foret, et nullius vsus. Praeterea quoniam restitutio sem-

per

per a frictione aliquantulum impeditur, vis reſtituens frictioni ſuperandae par eſſe debet. Quo maior autem fuerit vis reſtituens, eo citius et fortius bilancem in ſitum aequilibrii reſtituet, neque frictio aliaque impedimenta nocebunt, quemadmodum in pluribus bilancibus euenit, quae vix in quietem perduci poſſunt. Interim tamen frictio omni ſtudio eſt vitanda, quod variis modis praeſtari poteſt, ſatis iam cognitis. Ex hac denique vis reſtituentis ratione tres bilancium ſpecies alias multum agitatae clare explicari poſſunt. Praeceps enim bilanx, quae etiam ſed incongrue celer vocatur, eſt, in qua vis reſtituens fit negatiua, efficitque vt bilanx aliquantillum ex ſitu aequilibrii depulſa non ſolum non reſtituatur, ſed adeo praeceps ſubuertatur. Pigra ſecundo eſt bilanx, quando vis reſtituens quidem eſt poſitiua, ſed tam parua, vt vix frictionem ſuperare queat. Tertia tandem ſpecies complectitur bilances bonas, quae illis vitiis carent, et quas hic deſcribere conſtitui.

Problema III.

Si bilanx, cuius lances aequalibus ponderibus ſint oneratae, dato angulo ex ſitu erecto inclinetur, inuenire vim, quae bilancem in ſitum erectum reſtituat.

Solutio. Vtrique lanci M et N onus ſit impoſitum, Figura 2.
cuius pondus $=p$; maneantque vt ante pondus ſapi $=M$, eiusque centrum grauitatis in g, et pondera lancium M et N reſpectiue m et n. Inclinetur nunc bilanx angulo, cuius ſinus $=a$ et coſinus $=\alpha$ ex ſitu erecto ita, vt bilanx tota ſitum teneat m A O B n, angulique M A m, NBn et Lgl aequales ſint angulo inclinationis. His praemiſſis

 erit

erit vis reſtituens quaeſita aequalis exceſſui momentorum quibus brachium OA deprimitur ſupra momenta, quibus brachium OB deprimitur. Iſte igitur exceſſus erit $= (p + m)$ AO. ſin. mAO $+ M\alpha$. OG $- (p + a)$ BO. ſin. nBO $- M\alpha$. Cc; iſte autem valor ob AO $=$ BO et AC $=$ BC atque ſin. mAO $= \frac{AC.\alpha + OC.a}{AO}$ nec non ſin. nBO $= \frac{AC.\alpha - OC.a}{AO}$ induet hanc formam $(p + m)(AC.\alpha + OC.a) + M.a.$ OG $- (p + n)(AC.\alpha - OC.a) - M.\alpha.Cc$. quae cum ſit $m.AC - n.AC - M.Cc = o$ reducetur ad $(2p + m + n)$ OC. $a + M.OG.a$. Huic igitur expreſſioni vis reſtituens eſt aequalis; tantaque vi bilanx ponderibus aequalibus p et p vtrinque onerata, cum angulo cuius ſinus eſt $= a$ inclinetur, in ſitum erectum reſtituitur. Q. E. I.

Corollarium 1. Ceteris ergo paribus vis reſtituens ſemper eſt proportionalis ſinui anguli, quo bilanx ex ſitu erecto declinatur, ita vt quo magis bilanx inclinetur, eo maiori vi ea ſe reſtituat.

Corollarium 2. Si vis reſtituens inuenta per ſinum anguli inclinationis a diuidatur, prodibit $(2p + m + n)$ OC $+$ M.OG, quo valore exprimitur firmitas, qua bilanx in ſitu ſuo erecto perſiſtit.

Corollarium 3. Si ergo $(2p + m + n)$OC $+$ M.OG fuerit quantitas negatiua, bilanx erit praeceps; ſin eadem quantitas habuerit valorem affirmatiuum quidem, ſed nimis paruum, tum bilanx erit pigra; at ſi eiusdem expreſſionis valor fuerit affirmatiuus ſatis magnus, bilanx erit bona.

Corollarium 4. Quo ergo huic requiſito plene ſatisfieret, oporteret $(2p + m + n)$OC $+$ M.OG maximum habere valorem; ſed per requiſitum ſecundum eidem

quan-

quantitati minimus valor poſtulatur. Quamobrem ne alterutri vis inferatur, mediocris valor huic quantitati erit tribuendus.

Corollarium 5. Si OC affirmatiuum habet valorem tum firmitas creſcit maioribus ponderibus imponendis; ſin OC fiat $=o$, tum firmitas bilancis in ſitu erecto perpetuo erit eadem, ſiue maioribus ſiue minoribus ponderibus fuerit onuſta. Sin autem OC negatiuum habuerit valorem, cadente ſcilicet C ſupra O, tum pro minoribus ponderibus bilanx poterit eſſe bona, maioribus autem ponderibus imponendis fiet pigra atque etiam praeceps.

Corollarium 6. Si punctum G ſupra O cadat, tum bilanx pro minoribus ponderibus poterit eſſe praeceps, quamdiu ſcilicet $2p+m+n$ minus fuerit quam $\frac{M.OG}{OC}$; cum autem maiora pondera imponantur, libra fiet ſucceſſiue pigra tandemque bona.

Corollarium 7. Bilances ergo confici poſſunt, quae ad minora pondera ſatis ſint bonae, ad maiora vero ineptae; contra etiam bilances idoneae eſſe poſſunt pro maioribus ponderibus, pro minoribus vero nullius vſus.

Scholion 1. Quanquam haec duo requiſita poſteriora ſecundum ſcilicet et tertium ita inter ſe pugnant vt alterum formulae $(2p+m+n)\,OC+M.\,OG$ minimum, alterum vero eiusdem formulae maximum valorem poſtulet, tamen augenda ſcapi longitudine ſecundo requiſito ſatisfieri poteſt ſine detrimento tertii. Cum ergo ſcapus ſit ſatis longus, in valore ipſius $(2p+m+n)\,OC+M.\,OG$ determinando magis ad tertium requiſitum erit reſpiciendum quam ad ſecundum. Interim tamen ſufficiet valorem illum mediocris magnitudinis aſſumſiſſe,

ſiſſe, cum id tantum intendatur; vt vis reſtituens frictioni ſuperandae par ſit. Quo magis ergo frictio minuetur, eo minor eſſe poterit valor formulae $(2p + m + n)$ $OC + M. OG$; quia inde tertium requiſitum nullam vim patitur, ſecundum vero eo fortius obtinetur. Quod autem ad frictionem attinet, probe notandum eſt, eam augeri, ſi maiora pondera bilanci imponantur; quo circa conueniet, bilancem ita conſtruere vt vis reſtituens eo magis augeatur, quo pondera appenſa ſint maiora. Hoc autem euenire non poteſt niſi OC affirmatiuum habuerit valorem; nam ſi punctum C ſupra O caderet, tum auctis ponderibus vis reſtituens minueretur, atque etiam negatiuum valorem conſequeretur, vnde bilanx praeceps et inutilis euaderet.

Scholion 2. Ex his annotationibus ſatis colligere licet, in bilancibus nec punctum C nec punctum G ſupra axem motus O commode conſtitui poſſe, niſi expreſſe bilanx deſideretur, quae vel ad minima vel ad maxima pondera tantum eſſet accommodata, pro reliquis vero inepta. Quamuis autem omnis bilanx vi ſtructurae et materiae ex qua eſt confecta, in ponderibus limites habeat, quos transgredi non licet, ne bilanci vis inferatur; tamen ob rationes iam expoſitas non conueniet alterutrum punctorum C et G ſupra O collocare. Exceptis igitur caſibus, quibus vel punctum C vel G ſupra axem motus O cadit, reliquarum ſpecierum bilancium duae praecipuae erunt, quibus vel punctum C vel punctum G in ipſum punctum O incidit; atque hae ſpecies ita ſunt comparatae, vt, ſi earum proprietates recenſuero, eo facilius reliquarum ſpecierum indoles cognoſci poſſit.

I. Ca-

I. Cadat igitur primo punctum C in axem motus O, centrum grauitatis autem ſcapi G infra rectam AB ſit collocatum interuallo GO, perinde enim eſt, ſiue in ipſam recta IOG incidat ſiue extra eam, quia eius diſtantia tantum ab AB in conſiderationem venit. Si nunc lanci MM pondus p lanci vero NN pondus $p+q$ imponatur iſta bilanx ex ſitu erecto inclinabitur ad angulum, cuius tangens erit $= \frac{q.AO}{M.OG}$. Iſta igitur bilanx hanc habebit proprietatem, vt ex data inclinatione facile diſcrimen ponderum innoteſcat, etiamſi neutrum pondus fuerit cognitum. Poſita enim tangente anguli inclinationis $= A$, erit ponderum differentia ſemper $= \frac{M.A.OG}{AO}$. huius igitur ſpeciei bilances commodiſſime arcu circulari inſtrui poſſunt, in quo inclinatio bilancis indicatur. Firmitas porro, qua bilanx cum pondera aequalia fuerint impoſita, in ſitu erecto perſiſtit erit $= M.OG$. vnde apparet in hoc bilancium genere firmitatem ſemper eſſe eandem ſiue pondera impoſita fuerint magna ſiue parua. Cum igitur frictio creſcat, creſcentibus ponderibus impoſitis, iſta bilanx exactior erit pro minoribus ponderibus explorandis, quam pro maioribus. Iſta igitur bilancium ſpecies potiſſimum vſum habebit in re docimaſtica, vbi minima tantum ponduſcula imponuntur et explorantur. Tabula II. Fig. 1.

II. Si centrum grauitatis ſcapi G in centrum motus O cadat, vel vtrumque ſaltem aequaliter diſtet a recta AB, habebitur altera primaria bilancium ſpecies, in qua punctum O ſupra recta AB poſitum erit. Si nunc huiusmodi bilancis lanci MM, cuius pondus ſit $= m$, imponatur pondus p, alteri vero lanci NN, cuius pondus ſit $= n$ pondus imponatur $= p+q$, bilanx ex ſitu erecto ad angulum inclinabitur cuius tangens erit $= \frac{q.AC}{(2p+m+n+q)OC}$. Tabula II. Fig. 2.

Ex data ergo inclinatione bilancis huius differentia ponderum cognoſci non poterit, niſi altero pondere cognito; vnde tamen alterius ponderis exceſſus q ope calculi facile determinabitur. Firmitas vero, qua bilanx iſta in ſitu erecto, cum pondera aequalia fuerint impoſita, perſiſtit eſt $= (2p + m + n)$ O C; ex qua formula apparet, firmitatem creſcere, ſi pondera maiora imponantur. Quocirca haec bilanx aeque apta erit ad pondera maiora exploranda quam ad minora; hoc vero a bilance prioris caſus deficiet, quod, in caſu ponderum impoſitorum inaequalium, diſcrimen minus ſenſibiliter indicet, ſi pondera fuerint maiora, quam ſi ſint minora. Vtraque igitur bilanx peculiaribus gaudet praerogatiuis, vnde reliquarum bilancium proprietates colligi poterunt.

Scholion 3. Tribus hiſce requiſitis continentur omnia quae alias in bilancibus requiri ſolent; ita vt bilanx, quae omnibus iſtis requiſitis ſatisfacit, merito pro perfecta haberi poſſit. Momenta igitur ad quae in confectione bilancium eſt attendendum, ſunt 1. punctorum ſcapi ex quibus lances ſuſpenduntur interuallum, quod per regulam tertiam maximum eſſe debet. 2. Diſtantia centri motus a recta, puncta ſuſpenſionum iungente, vbi notandum eſt hanc rectam a perpendiculari ex centro motus in eam ducta, in duas partes aequales ſecari debere per regulam primam. 3. Pondus ſcapi cum ſui centri grauitatis diſtantia a recta puncta ſuſpenſionum iungente. 4. Lances, quae ita debent eſſe comparatae, vt vacuae appenſae ſcapum in ſitu erecto teneant per requiſitum ſecundum. 5. Poſitio mutuo centri motus, centri grauitatis ſcapi, et puncti inter puncta ſuſpenſionum medii attente eſt conſideranda, cum inde efficiatur, vt vtrique requiſitorum ſecundi et tertii maxime ſatisfiat. In hoc autem negotio finis praeſertim inſpici debet, cui bilanx quaeque deſtinatur.

IN-