

25 209 25

tiam, qua mediis elasticis particulae in pulsibus agitantur, discriminem in radiorum indole creare posse: nullum enim est dubium, quin organum visus a pulsibus violentioribus fortius incitetur, quam a debilioribus. At vero hoc modo radiorum natura immutari nequit; atque parum atque foni, qui ratione intervallorum pulsuum convenient, inter se discrepare judicari solent, etiamsi alii sint aliis fortiores. Idem quoque experientia luculenter testatur; constat enim radium simplicem, verbi gratia rubrum perpetuo, utecumque diversimode infringatur, eundem colorem rubrum representare. Nemo autem dubitat; quin in transitu per media refringentia vis agitationis in pulsibus haud mediocriter immutatur. Totum itaque discriminem hinc oriundum in eo constabit, quod color ruber magis minusve vivide exprimitur, qua differentia natura coloris non immutari judicatur.

Caput IV.

De reflexione & refractione radiorum.

§. LXXI.

Cum leges reflexionis corporum elasticorum satis superque sint explicatae ac demonstratae, reflexio radiorum nulla laborat difficultate; sive enim radii lucis ex corporibus lucidis actu ejaculentur, sive per medium elasticum propagentur, eorum reflexio atque facile intelligitur. Requiritur scilicet ad hoc superficies elastica, ad quam

Euleri Opuscula.

Dd

si pul-

58. 210 59.

si pulsus appellant, particulae in agitacione constituta motum suum ita reflectere cogantur, ut angulus reflexionis aequalis sit angulo incidentiae; agitacione autem particularum sic immutata necesse est, ut pulsus eandem mutationem subeant. Unde perspicuum est, radios lucis per reflexionem aliam alterationem non pati, nisi ratione directionis, veramque indolem & celeritatem pulsum nullam mutationem perpeti.

*Tab. V.
Fig. 2.*

§. LXXII. Quo autem ratio reflexionis melius perspiciat, ponamus in superficiem planam reflectentem OR incidere conum luminosum ACQ, cuius radii extremi sint AC & AQ, quarum linearum directiones per reflexionem mutabuntur in CF & QS, ita ut sit $\angle ACO = \angle FCR$ & $\angle AQC = \angle RQS$. Productis ergo lineis FC & SQ ad concursum a, post reflexionem pulsus perinde erunt dispositi, ac si venirent a puncto a. Nempe cum ante reflexionem pulsus essent Bb, Cc, post reflexionem pulsuum positio erit Dd, Ee, Ff, similique modo propagabuntur, ac si ex punto a essent egressi, conusque luminosus esset F a S. Neque ergo per reflexionem intervallo pulsuum, neque eorum sequentis seu inaequalitas turbabitur, ita ut in organo visus eundem effectum producere debeant, ac si nulla reflexio accidisset; sola directione excepta.

*Tab. VI.
Fig. 1.*

§. LXXIII. Ad refractionem explicandam conceiplamus conum aetheris luminosum seu pulsibus agitatum, qui ex distantia quasi infinita sit ortus, ita ut is pro cylindro L P P / haberi

¶ 211 ¶

haberi queant, in quo dentur pulsus M_m , N_n , P_p , ad quorum directionem radii normales censeantur. Representabit ergo iste cylindrus fasciculum infinitorum radiorum lucis, qui rectis $L P & / p$ sint paralleli, atque ad pulsus M_m , N_n , P_p perpendicularares. Singuli igitur hi pulsus per ætherem uniformi & cognita celeritate essent progressuri, nisi obstacle vel aliud medium diversæ ab æthere naturæ invenient. Non solum autem isti pulsus in directum propagantur, sed etiam eadem inter se intervalla essent conservatura, ita ut radii secundum lineas rectas & motu æquabili promoveri essent censendi.

§. LXXIV. Ponamus nunc in ADB existere aliud medium, per quod quidem pulsus propagari queant, sed quod vel ratione densitatis vel elasticitatis ab æthere ita discreperet, ut pulsus per id minori celeritate propagentur; sitque AB superficies istius mediæ. Sit celeritas pulsuum in æthere ad eorum celeritatem in hoc altero medio ut μ ad ν , atque pervenerit pulsus P_p jam ita ad superficiem AB, ut punctum P eam attingat, p vero etiamnum ab ea sit remotum. Pulsus ergo punctum P ingredietur in medium ADB, dum punctum p adhuc extra id versatur, atque interea dum punctum p ad superficiem in τ appellat, illud punctum P jam penetraverit ad II usque, erique spatiū P II ad spatiū p τ in ratione celeritatum hoc est ut ν ad μ ; ideoque torus pulsus P_p , postquam in medium ADB intraverit, situm habebit II τ, cui praecedentes pulsus, qui jam ante intra-

Dd 2

verunt,

48 212 59

verunt, Q_q, R_r, S_s, &c. erunt paralleli: ita ut radii in hoc medio secundum rectas P S, &c. his pulsibus normales dispositi censi debant.

§. LXXV. Primum igitur patet, pulsum P_p, qui ex medio A C B in alterum medium A D B oblique intrat, si tunc sibi parallelum conservare non posse; si enim linea P_P ipsi P_p esset parallela, tum quoque intervallum P_P æquale foret intervallo p_P, ideoque celeritas pulsus in utroque medio foret eadem, quod est contra hypothesis. Hancobrem positio pulsus P_P in medio A D B erit inclinata ad ejusdem pulsus positionem P_p in altero medio A C B. Dum igitur positio pulsuum transita in aliud medium variatur, directio radiorum, quæ ad pulsus normalis est, tantumdem immutabitur; ideoque radii, cum in medio A C B directionem tenuissent L P, nunc in medio A D B secundum directionem P S erunt constituti, quæ linea ad pulsus P_P, Q_q, R_r, S_s est normalis; atque ipsi pulsus nunc secundum directionem P S progredientur, quæ directionis inflexio vocari solet refractio.

§. LXXVI. Quanta autem futura sit ista directionis inflexio ex ratione celeritarum μ : v facillime colligitur: cum enim sint spatia p_P & P_P utri celeritates μ ad v, anguli autem ad p_P & P_P sint recti, propterea quod pulsus secundum directionem sui positionem normalem progrediuntur, si linea P_P, quæ utriusque trianguli P_P & P_P est hypotenusa communis, instar sinus totius consideretur, erit p_P sinus anguli p_P & P_P sinus anguli P_P II. Quamobrem erit

MS. 213 SP

Fit sinus $\rightarrow P\pi$ ad sinum $P\approx\Pi$ ut μ ad v : ducta autem per punctum P recta CD ad superficiem AB normali, erit angulus $LPC = \rightarrow P\pi$ & angulus $SPD = P\approx\Pi$, ideoque habebitur

Si LPC : sin $SPD = \mu$: v .
Directio ergo radiorum incidentis LP & inflexi PS ita mutabitur, ut angulorum, quos hi radii cum perpendiculari CD constituant, sinus sint inter se ut celeritates radiorum.

§. LXXVII. In opticis autem angulus LPC incidentiae, & SPD angulus refractus vocari solet, unde erit sinus anguli incidentiae ad sinum anguli refracti, ut celeritas pulsuum per medium ACB ad celeritatem pulsuum per medium ADB . Quare si ambo media maneant eadem, radii autem diversae obliquitatis incidere considerentur, erit perpetuo eadem ratio inter sinus angulorum incidentiae & refractionis. Quod phænomenum cum in omnibus refractionibus constantissime observetur, quoniam tam plane & luculentiter per nostram theoriam explicatur, ejus veritatem maxime confirmat. Quanquam enim non ignoramus, per alias quoque theorias hoc idem phænomenon salvari, tamen consequentia plerumque minus videtur naturalis, & quod est rei est, amplissima quadam & constantissima lex naturæ non adimpletur.

§. LXXVIII. Qui enim refractionem non ex suis principiis, sed ex hac lege naturæ, qua natura omnes effectus per viam brevissimam exequi statutor, explicaverunt, re-

SS 214 Sp

Etissime staruerunt, radium, qui ex punto L ad punctum S sit per venturus, ejusmodi viam eligere debere, secundum quam tempore brevissimo ex L ad S per ringeret. Per methodum maximorum ac minimorum autem inflexio viz, dum radius ex medio A C B in medium A D B intrat, ita comparata reperitur, ut sinus anguli L P C esse debeat ad sinus anguli D P S, ut celeritas radii in medio A C B ad ejusdem celeritatem in medio A D B; quam eandem proportionem theoria nostra statim suppeditavit. Non solum ergo per hanc theoriam proprietas refractionum evidenter explicatur, sed etiam lex naturæ gravissima conservatur.

§. LXXIX. Quantumvis egregie ista refractionis explicatio experientiaz satisfacit, tamen diversa radiorum refrangibilitas a Neutono primum detecta huic theoriaz minus favere videtur. Radii enim rubri minus de via sua declinare observantur, quam cœrulei: quare cum refractione a celeritate pendeat, radiorum rubrorum per medium A D B transversum celeritas major esse deberet quam cœruleorum. Supra autem ostendimus celeritatem propagationis pulsuum non ab eorum intervallis, sed tantum a densitate & elasticitate pendere; hincque ergo omnis generis radii, quibuscumque intervallis pulsus a se invicem distent, parem refractionem pati deberent. Neque vero alias theoriaz hunc nodum feliciter solvunt, atque adeo Newtoniani diversam attractionis vim radius tribuere coguntur: quæ sententia cum aliunde satis

satis
venit
pra
radior
eam,
prior
um d
tum i
nisi q
bentui
do pu
in præ
celerit
enim a
usque
N n ce
vis acc
§.
quunto
pra pre
sus soli
tem pu
sit == c
quam p
us e, q

45 215 52

satis sit refutata, non opus est, ut ex hoc capite ejus inconvenientia ostendatur.

§. LXXX. Quodsi autem principia nostræ theoræ supra exposita diligentius prosequamur, non solum diversariorum refrangibilitatem explicare poterimus, sed etiam eam, etiamsi per experientiam nondum constaret, quasi a priori elicere possemus. Ubi enim supra celeritatem pulsuum definivimus, expresse monuimus, eam ad unicum tantum pulsum spectare, atque pro pluribus valere non posse, nisi quatenus singuli pulsus ab insequentibus non perturbentur. Si igitur perpendamus, quid evenire debeat; quando pulsus tam prope se invicem insequuntur, ut sequentes in præcedentes agere possint: facile perspiciemus, hac actione celeritatem pulsuum aliquantum augeri debere. Quodsi enim agitatio particularum, quæ pulsum $M m$ constituit, sese usque ad pulsum $N n$ extendat, necesse est ut iste pulsus $N n$ celerius propellatur, quam sponte sua, nisi hæc nova vis accessisset, progrederetur.

§. LXXXI. Quo pressius ergo pulsus se invicem insequuntur, eo magis eorum celeritas superabit eam, quam supra pro pulsibus solitariis invenimus. Si igitur celeritas pulsus solitarii in medio $A C B$ exprimatur per μ , distantia autem pulsuum successivorum seu intervallum $M N$ vel $M P$ sit $\equiv \epsilon$; erit celeritas horum pulsuum successivorum major quam μ , puta $\mu + M$, existente M ejusmodi funzione ipsius ϵ , quæ crescat, dum ϵ decrescit. Ponamus uno minuto secundo.

216

secundo edī i pulsus; atque literam μ exprimere spatiū, quod pulsus solitarius uno minuto percurrere voleat, erit $c = \frac{\mu}{i}$

seu $c = \frac{\mu + M}{i}$ ob auctam jam celeritatem pulsuum.

Cum autem hoc celeritatis augmentum sit minimum, tuto assumere licet $c = \frac{\mu}{i}$, eritque M ejusmodi functio ipsius $\frac{\mu}{i}$, quæ crescat decrescente i , seu crescente i . Ex quo erit M functio quæpiam ipsius $\frac{i}{\mu}$; quæ uti i crescit vel decrescit, simul crescat vel decrescat.

§. LXXXII. Etsi indoles hujus functionis non est cognita, tamen quacunque ea sit, quoniam est minima, phænomena perinde se habebunt. Sit igitur $M = \frac{a_i}{\mu}$: & cum celeritas radii in medio ABC sit $= \mu + \frac{a_i}{\mu}$, celeritas in medio ADB erit ob similem rationem $= v + \frac{a_i}{v}$. Quibus variisbus tanquam veris loco μ & v substitutis, predabit sinus anguli incidentiae C P L ad sinum anguli refracti D P S ut $\mu + \frac{a_i}{\mu}$ ad $v + \frac{a_i}{v}$, hoc est ob terminos $\frac{a_i}{\mu}$ & $\frac{a_i}{v}$ minimos uti μ ad $v + \frac{a_i(\mu\mu - vv)}{\mu\mu v}$. Refractio ergo revera ppter naturam utriusque mediū insuper pendebit a frequentia pulsuum

SS 217 SE

pulsuum : atque differentia inter sinus angulorum CPL & DPS eo minor erit, quo major fuerit numerus : seu pulsuum frequentia. Perspicuum ergo est, quomodo refrangibilitas variare, & quomodo theoria nostra cum experimentis Newtonianis consistere possit.

§. LXXXIII. Primum igitur refractio eo erit major, quo magis celeritates radiorum in utroque medio discrepent: atque si pulsus in utroque medio pari celeritate progrediantur, refractio erit nulla, quia factio $v = \mu$, etiam quantitates $\mu + \frac{a^i}{\mu}$ & $v + \frac{a^i}{v}$ inter se fiunt aequales. Deinde vero manente ratione μ ad v eadem, refractio eo erit minor, quo frequentiores fuerint pulsus. Si enim sit $\mu > v$ erit $v + \frac{a^i(\mu\mu - vv)}{\mu\mu v} > v$, ideoque ad μ proprius accedit quam v ; atque si sit $\mu < v$ erit $v + \frac{a^i(\mu\mu - vv)}{\mu\mu v} < v$; ideoque de nua ad μ proprius accedit quam v . Ex quo perspicitur, eos radios minus esse refrangibiles, qui majore pulsuum frequentia constent: eos autem, in quibus minor pulsuum frequentia insit, majorem refractionem pati: perpetuo autem refractionem esse minorem, quam si unicus pulsus solitarius ex uno medio in alterum transiret.

§. LXXXIV. Experientia autem constat radios, qui minimam refractionem patiuntur, in oculo colorem rubrum representare, eos autem, qui maxime sint refrangibiles, co-

Euleri Opuscula.

E e

lorem

35 218 56

forem violaceum exhibere. Vicissim ergo hinc intelligitur, radios, qui sensum coloris rubri excitant, quos Newtonus simpliciter radios rubros vocat, majori pulsuum frequentia constare, atque adeo eodem tempore saepius sensum visus percutere, quam radios violaceos. Diversitas igitur colorum, uti jam supra innuimus, a numero pulsuum, qui dato tempore in oculum incurunt, pender; ideoque inter radios diversorum colorum similis differentia intercedit, atque inter sonos ratione gravis & acuti differentes. Color scilicet ruber cum sonis acutioribus, violaceus autem cum sonis gravioribus erit comparandus; reliqui vero colores, uti flavus, viridis & ceruleus medium quoddam tenebunt, atque cum sonis intermediis comparari debebunt.

§. LXXXV. Cum igitur radii diversorum colorum, dum ex uno medio in aliud diversæ indolis transeunt, diversimode refringantur; manifestum est, si in medio A C B duo pluresve radii diversorum colorum inter se fuerint paralleli atque in superficiem A B oblique incident, eosdem, dum in alterum medium ingrediuntur, parallelismum non amplius conservare posse, atque adeo a se invicem divergere debere. Scilicet si radiorum celeritas per medium A C B major fuerit quam per medium A D B, radii rubri post refractionem cum perpendiculari P D maiorem angulum constituent, quam violacei. Ideoque hi radii cum ante in medio A C B essent contigui & quasi conjuncti, nunc in medio A D B a se invicem separabuntur. Nihil raman minus, si ex hoc medio

in

215 219 220

in aliud priori A C B simile per superficiem ipsi A B parallelam immersantur, denuo inter se sicut parallelis; quod ex formulis supra datis facile colligitur.

§. LXXXVI. Hujusmodi autem diversa refrangibilitas in singulis radiis tam ex sole, quam aliis corporibus lucidis egressis observatur. Dum enim cylindrus radiorum solis tenuissimus L P p / in superficiem refringentem A B oblique incidit, in eo post refractionem perpetuo separatio radiorum diversicolorum deprehenditur. Hinc Neutonus quemlibet radius lucis tanquam fasciculum omnium diversicolorum radiorum simplicium representat, qui in medio A D B diversimode refracti a se invicem separentur & dissolvantur, ut in §. præc. est ostensum. At vero hujusmodi fasciculorum fabrica ubique tam æquabilis nimis a simplicitate nature abhorre videtur, quam ut admitti posset. Quin etiam cum pulsus a motu vibratorio quodam oriantur, nullus motus ejusmodi concipi potest, unde hujusmodi fasciculi radiorum in æthere generentur.

§. LXXXVII. Ex experientia ergo tantum constat, pulsus, qui radios solis constituvnt, non omnes aequalibus intervallis inter se distare, sed illos magis alios minus a se invicem esse remotos, hancque inæqualitatem adeo in radio quovis tenuissimo locum habere. Quæ igitur hujus phænomeni vera sit causa, facilius intelligere poterimus, si ad eas solis particulas, unde pulsus in æthere originem trahunt, perspeximus. Cum autem hujusmodi pulsus a motu vibratorio-

Ec 2

prof.

45 220 58

proficiuntur; necesse est ut particulae solis, ex saltem quæ circa ejus superficiem hærent, in continuo versentur motu vibratorio, unde qualibet particula isto motu in æthere generabit pulsus vibrationibus conformes. Quare cum hi pulsus modo magis modo minus a se invicem distent, sequitur motum vibrationum non ubique esse uniformem; sed a co-lerioribus vibrationibus oriri pulsus frequentiores, a tardioribus minus frequentes, atque hujusmodi vibrationum in-equalitatem in quavis minima solis portione locum habere.

§. LXXXVIII. Si igitur qualibet solis particula vibrationes isochronas ederet, superficies solis repleta esse deberet particulis diversæ indolis, quarum aliae citius aliae tardius vibrationes suas absolverent. Neque vero tantum istæ variæ particulae per totam solis superficiem statui deberent dispersæ, sed etiam in quibusvis minimis portionibus tam æquabiliter inter se permixtæ, ut quasi ex quovis solis pan-
Eo omnium colorum radii egrediantur. At vero minime probabile videtur, hujusmodi æquabilem diversarum particu-larum permixtionem in sole admitti posse, cum ob sum-mum calorem omnes particulae in continua versentur agita-tione, ita ut in singulis locis modo hujus, modo alijs specie particulae abundare deberent. Quocirca hanc explicationem tanguam legitimus naturæ minus congruam, aque ac fasciu-los ante commemoratos merito repudiamus.

§. LXXXIX. Relinquitur ergo, ut singulae particulae suas vibrationes non isochronas habeant, ita ut eadem particula modo

49 221 50

modo celerius modo tardius agitetur; id quod veritati maxime consentaneum videtur. Cum enim tam in omni igne, quem praecepit in sole motus intestinus impetuosissimus infit, quo singulae particulae continuis quasi explosionibus inciduntur, motus vibratoriis, qui hinc uniuersique imprimitur, isochronus esse nequit. Namque omnia corpora, quae ad motum reciprocum recipiendum sunt apta, oscillationes tantum minimas isochronas peragere solent; quando autem fortius impelluntur, initio oscillationes celerius sese inseguuntur, quam cum vis jam remittitur, motusque sensim ad isochronismum reducuntur. Confirmatur hoc exemplo corda tensa, quae nimis raditer percussa initio sonum acutiorum edere solet, quam sub finem motus.

§. XC. Quoniam ergo in sole singulae particulae summa vehementia agitantur, ejusdem particulae vibrationes, cum primum est percussa, incitatores erunt, ideoque in aethere frequentiores pulsus producent, quam tum, cum motus jam relaxatur. Radii ergo solares, quia pulsibus non aequalib[us] constant, ad genus radiorum compescitorum pertinente, atque ad modum figure 6. erunt comparari. Pulsos scilicet P & O a primis vibrationibus profecti sibi erunt propiores, quam pulsus I & II, qui a motu vibratorio jam relaxato sunt orti. Cum autem in sole ista agitatio perpetuo duret, qualibet particula singulis momentis denuo incitabitur; ita si pulsus II fuerit ultimus, quem particula, antequam de novo impellatur, produxit, post eum

Tab. IV.
Fig. 6.

222

Mērūm pulsūs frequentiores sequentur, qui autem pedetētim sīent rātores, quoad particula, unde oriuntur, rātus novam impulsione accipiat; hocque modo constitutio rādiorum solariū verisimillima, & legib[us] naturā convenientissima videtur.

§. XCI. Quando ergo hujusmodi radius compositus in aliud medium A B oblique intrat, & refractionem subit, pulsūs propiores P p, O o, minus refringentur, quam renotiores I i, H h, ideoque a se invicem ita separabuntur, ut se invicem non amplius in linea recta insequantur. Hinc ergo quasi ex uno radio plures radii per refractionem nasci videbuntur, quorum alii magis, alii minus erunt inclinati ad rectam in P ad A B normaliter ductam. In illis autem, qui ab hac perpendiculari magis erunt remoti, pulsūs erunt frequentiores, in his autem rātores. Quāhquā autem in his radiis separatis pulsūs sunt interrupti, tamen quia in eodem radio H h P mox idem pulsūm ordo recurrit, atque pulsūs a radiis ex vicinis solis particulis orti locū vacua pulsūs suis supplerē possunt, ex uno radio composito plures radii simplices Imo innumeri orientur, quorum illi, qui a perpendiculari maxime recedunt, colorem rubrum, qui vero eo proxime iacent, colorem violaceum representabunt.

§. XCII. Hoc ergo modo ratio illius vulgarissimi phænomeni perspicue intelligitur, quo quisque radius solaris per refractionem in plures radios coloratos resolvi observatur.

Qua-

Qui
eti
alb
qu
su
lon
lite
den
rep
ciur
&

se fe
tioni
tervi
sequ
Lere
cido
meru
dens.
atque
menti
ideoq
Simili
sine .
.

223

Quare cum radius hujusmodi compositus & nondum refractus colorem album præ se ferat, manifestum est colorem album non a radiis simplicibus, sed compositis proficiens; in quibus frequentia pulsuum sit varia, atque intervalla pulsuum tam minora, quam colorem rubrum, quam majora colorem violaceum efficientia, atque singula intermedia, et qualiter inter se permixta & sibi certo quodam ordine succedentia contineantur. Hinc ergo ex radiis colorem album representantibus per refractionem omnes radiorum simplicium species elicere licet, qui tam colores extremos, rubrum & violaceum, quam omnes intermedios exhibeant.

§. XCIII. Pendet ergo color candidus, quem sol præ se fert, a certa variorum inter pulsus intervallorum permixtione: atque ideo si ista permixtio immutetur, ut alia intervalla reliquis superius occurrant, color candidus alterabitur, atque ad eum colorem, quem intervalli abundantia exhibent, accederet. Ita si agitatio particularum in corpore lucido minus fuerit vehementer, ut intervallorum majorum numeros prævaleat, color representabitur ad ceruleum accedens. Hujusmodi colore tincta videtur flamma spiritus vini, atque infima pars flammæ candelæ; ex aliis autem experimentis constat flammam spiritus vini minus esse efficacem, ideoque agitationem particularum minus esse vehementem. Flammæ modo in flamma candelæ, agitatio in ejus parte infima sine dubio est minima; in supremo autem spicere, ubi est

maxima

225 224 226

maxima, color cernitur rubicundus; inde enim ob maximum agitationem minora pulsuum intervalla præ reliquis abundare debent.

§. XCIV. Hæc igitur omnia phænomena theoriam nostram mirifice confirmant, cum non solum ei non repugnant, sed etiam tam naturaliter ex ea necessario consequantur. Quamvis ergo circa propagationem pulsuum, quam ob defectum scientiæ non ex primis motus principiis derivare licuit, nonnulla adhuc dubia superesse possent, tamen iste insignis cum experientia consensus ea nunc facile tolleret: quoniam in physica evenire non potest, ut falsa theoria tam egregie & tam naturaliter cum phænomenis conspiret. Reliqua autem phænomena, que nondum attigimus, veritatem hujus theoriz extra omnem dubitationem penitus collocabunt.



Caput V.

D

C

cor
tem
in e
puls
nem
tene
Etus
culai
igitu
ejusr
dubiiinvic
que /
tur e
& co
factui
Eul