

# DE LA FORCE DE PERCUSSION

ET DE SA VERITABLE MESURE,

par *Mr. EULER.*

Traduit du Latin.

---



**T**OUT CORPS, conformément au premier principe de la Méchanique, perseverant naturellement dans son etat, soit de repos, soit de mouvement uniforme & rectiligne; toutes les fois qu'un corps quelconque, ou commence à se mouvoir ayant été auparavant en repos, ou a un mouvement qui n'est point uniforme, ni direct, la cause de ce changement, quelle qu'elle soit s'appelle ordinairement **FORCE**. Tant que le Corps demeure dans le même etat, c'est à dire, en repos, ou dans un mouvement uniforme & rectiligne, la cause de cette conservation d'etat est dans la nature même du Corps, & l'on ne sauroit dire qu'aucune force extrinseque ait agi sur lui. C'est ce principe interne qu'on appelle **INERTIE**. En effet l'etat de chaque corps se conservant en vertu de sa propre constitution, il est nécessaire que la cause de tout changement soit externe, parce qu'il seroit absurde d'attribuer à un même corps un effort à con-

server son état, & en même tems à le changer. Si donc l'on ne donne le nom de Force qu'aux causes, qui peuvent changer l'état des corps, l'inertie par laquelle tout corps demeure dans son état, ne peut être appelée proprement Force, quoiqu'une véritable force puisse quelquefois en résulter. Car lorsque l'inertie maintient un corps dans son état de repos, ou de progression uniforme & directe, la même inertie peut être cause que l'état d'autres corps soit changé. Ainsi quoique le nom de force ne lui convienne pas, eu égard au corps où elle réside, cependant elle peut passer en force quant à d'autres corps. Il semble même très vraisemblable, que tous les changemens qui arrivent dans le monde, naissent sans exception de l'inertie, & qu'il n'y a point d'autres forces dans la nature, que celles que l'inertie y excite. Il faut montrer en peu de mots comment cela se passe, & nous arriverons par ce moyen à une idée plus exacte des forces.

*Fig. 1.*

II. CONSIDERONS le Corps A qui se meuve avec une vitesse donnée suivant la direction AC. Tant qu'il ne rencontre aucun obstacle, il continuera son mouvement avec la même vitesse, & suivant la même direction AC, & ainsi il persévérera dans son état, la cause de cette persévérance étant l'inertie même de ce corps. Mais posons qu'il y ait en B un autre corps en repos, & que le Corps A se soit déjà tellement approché de B que leurs extrémités *a* & *b* se touchent; il s'agit de découvrir ce qui doit arriver dans ce cas. Et d'abord, les deux corps étant impénétrables, il est manifeste que le Corps A ne sauroit demeurer dans son état, sans troubler celui de B. Car, pour que le corps A put continuer son mouvement, il seroit nécessaire qu'il chassât devant lui le corps B avec une vitesse égale ou plus grande, ou bien qu'il se détournât de côté. Ensuite si nous faisons attention au corps B, il ne pourra demeurer dans son état de  
 repos



repos, à moins que le corps A ne rentre dans le repos, ou qu'il ne rebrousse, où qu'il ne se détourne à coté. Tout cela montre clairement, que les deux corps à la fois ne sauroient conserver l'état où ils se trouvoient. Or comme la continuation du mouvement est l'effet de l'inertie du Corps A, & la persévérance dans le repos l'effet de l'inertie du Corps B, l'une & l'autre de ces causes ne pourront produire ensemble l'effet auquel elles tendent. Après donc que le corps A aura touché l'autre Corps B, il faut que l'état de l'un, ou celui de tous les deux soit changé, ou puis que l'un & l'autre Corps fait également effort pour conserver son état, & par conséquent qu'il ne peut y avoir de raison, pourquoi l'un souffriroit du changement plutôt que l'autre; il est évident que l'état de tous les deux doit être troublé. Mais quelque changement qui arrive dans l'un & dans l'autre, on infère des observations précédentes, qu'il doit procéder de la force d'inertie. Car lorsque l'état de repos du corps B se change en mouvement, la cause en est dans l'inertie du corps A, sans l'arrivée duquel B seroit demeuré dans un repos perpétuel; & pareillement la cause du changement qui arrive dans le mouvement du Corps A ne peut être que l'inertie de B, sans laquelle A auroit conservé son mouvement sans alteration.

III. POUR EXPLIQUER tout cela plus clairement, il est à propos d'examiner un peu plus attentivement l'idée de l'inertie. Puis qu'elle est dans tout corps la cause qui le fait persévérer dans son état, on ne peut la concevoir que comme un principe de résistance à tout changement d'état. Car on ne pourroit dire que le Corps a la faculté de demeurer dans son état, s'il obéissoit sans aucune résistance à une cause quelconque qui feroit effort pour l'en tirer. C'est ce qui autorise à donner à l'inertie le nom de Force, en prenant ce terme dans une signification plus étendue. Lors donc que le Corps A  
tend

tend par son inertie à conserver son mouvement uniforme rectiligne, il a en meme tems la force de resister à tous les obstacles; & le Corps B, dont l'inertie s'exerce à la conservation de son repos, a une force par laquelle il resiste à toutes les causes qui voudroient l'en tirer. Ainsi dans le choc de ces deux corps, tous deux ne pouvant conserver ensemble leur etat à cause de leur impenetrabilité, & l'inertie de l'un & de l'autre resistant au changement, il faut que l'inertie de l'un produise du changement dans celle de l'autre. C'est pourquoi, bien que l'inertie ne puisse etre reputée force à l'égard du Corps où elle se trouve, parce qu'elle n'y produit que la conservation de son etat, cependant elle peut devenir quant aux autres Corps une veritable force, par laquelle leur etat est changé. Or comme il arrive continuellement dans ce Monde parfaitement plein de corps diversement mus & agités, que plusieurs corps se choquent, & que les uns en empêchent d'autres de perseverer dans leur etat, il est necessaire que l'etat de tous ces Corps souffre de perpetuels changemens, & la cause de tous ces changemens sera la même, savoir l'inertie, par laquelle tous les Corps tendent à conserver leur etat. Les changemens que nous voyons arriver sans cesse dans le Monde ne nous obligent donc pas à attribuer aux Corps des forces motrices differentes de l'inertie, puis que celle-ci seule, dont chaque Corps est pourvu, peut & doit produire tous les changemens qu'on y observe.

IV. **TOUT CORPS**, par là même qu'il est composé de matiere, a en partage l'inertie, & ainsi l'inertie, de même que l'etendue & l'impenetrabilité, sera une propriété générale de toute matiere. Plus donc il y aura de matiere dans un Corps, & plus grande sera son inertie, comme reciproquement de la quantité d'inertie d'un Corps on fera en droit de conclurre la quantité de sa matiere. Et comme la quantité de matiere qui compose un Corps s'appelle sa masse, l'inertie

tie

tie de chaque Corps sera proportionnelle à sa masse. Ainsi le même Corps, soit en repos, soit en mouvement, a la même inertie ou la même force de persévérer dans son état, En effet la même force, par laquelle un corps en repos y demeure, fait que ce Corps mis en mouvement par une cause quelconque, tend à conserver ce mouvement d'une manière uniforme & directe. L'inertie conservant ainsi dans un corps mu deux choses, savoir sa vitesse & sa direction, elle déploie aussi son effet d'une double manière, car elle résiste, tant au changement de vitesse, qu'à celui de direction. De là vient que le Corps en mouvement peut rencontrer deux sortes d'obstacles, dont les uns s'opposent à la seule vitesse, & les autres à la seule direction. Dans l'un & dans l'autre cas le Corps exerce sa force sur ces obstacles. Quand il n'y a que la vitesse du corps qui soit changée par l'obstacle, comme cela arrive lorsque deux corps heurtent directement l'un contre l'autre, alors le changement qui en résulte est dit arriver par le choc ou la collision. Que si l'obstacle est de nature à n'attaquer que la direction, comme dans la gyration d'un corps par une fronde, ou dans le mouvement d'un corps par un tuyau courbe, alors c'est en pressant que cet obstacle agit, & l'on nomme cette pression, force centrifuge. Il naît donc de l'inertie des corps une double force, dont l'une produite par l'empêchement de la vitesse, s'appelle force de percussion, & l'autre née du changement de direction, est dite force de pression.

V. ON A toujours distingué ces deux sortes de forces, d'où naissent tous les changemens qui se passent dans le Monde, & l'on est effectivement fondé à mettre de la distinction entre elles, eu égard à la différente manière dont la force d'inertie s'y déploie. Ces deux sortes de forces ne sont néanmoins que des effets de l'inertie, & procèdent de la même cause. Mais quoique l'inertie réside perpétuellement dans le Corps, ces forces n'en naissent pourtant, que



quand l'état du Corps est changé, & ne durent qu'aussi long tems que le changement. Car le Corps en vertu de l'inertie résistant à tout dérangement dans son état, n'exerce sa force sur les obstacles qui s'opposent à son mouvement qu'autant que son état est changé; & dès qu'il arrive à un état, où l'obstacle ne l'arrête plus, il conserve par la force d'inertie cet état, jusqu'à ce que de nouveaux obstacles viennent encore l'en tirer. On comprend par là que plus l'état d'un corps est changé, & plus son inertie doit déployer de force, soit que ce changement se fasse dans la vitesse, ou dans la direction, ou dans l'un & dans l'autre. Car tant que le Corps demeure dans le même état de mouvement ou de repos, la force d'inertie se consume à conserver son état, & par conséquent se déploie toute entière au dedans du corps, sans produire rien au dehors. Mais quand des obstacles externes empêchent le corps de persévérer dans son état, & qu'ainsi sa force d'inertie ne sauroit produire son effet au dedans du corps, alors elle se déploie au dehors, & agit sur les obstacles externes, en sorte que le déchet que son effet souffre dans le corps, est exactement compensé par son action externe. Par tout donc où nous appercevons des forces dans le monde, nous pouvons hardiment conclurre qu'il y est arrivé quelque changement d'état dans les corps, comme reciproquement de tout changement d'état résulte l'existence des forces.

VI. AINSI QU'AND quelque Corps est dans un état, en vertu duquel les autres Corps qui lui sont contigus ne sauroient persévérer dans leur état, ce Corps sera exposé à l'action de forces qui changeront son état, à moins que ces forces ne se détruisent mutuellement; & c'est de semblables forces que procedent tous les changemens du Monde. Toute force donc qui s'exerce sur un Corps, & en change l'état, sera ou percussion, ou pression, suivant qu'elle nait du changement de vitesse, ou de direction des Corps, qui viennent  
à sa

à sa rencontre. La seconde espece de cette double force, savoir la pression, est ordinairement traitée dans la Statique, où l'on definit sa quantité, & où l'on compare entre elles les diverses pressions. La Méchanique d'un autre coté enseigne, combien l'état de chaque Corps doit être changé par une force quelconque qui le presse, de sorte que la Théorie des Pressions est presque complete. Mais il en est tout autrement de celle des Percussions, ou Chocs, en quoi consiste l'autre espece de forces; car la véritable quantité de ces forces n'est pas encore déterminée avec une évidence à l'abri de toute contradiction, & l'on n'a point trouvé de règle certaine de comparaison entre les divers Chocs, quoi qu'il ne reste presque plus aucun doute sur leur effet pour le dérangement de l'état des Corps. *Leibnitz*, & ceux qui l'ont suivi, mettent une si grande différence entre ces deux sortes de forces, qu'ils appellent les pressions des forces mortes, & les percussions des forces vives. Ils ont voulu montrer par cette opposition de noms, non seulement qu'il y a une très grande différence entre ces forces, mais même qu'on ne sauroit les comparer ensemble. Ainsi quoi qu'on eut une mesure assez exacte des pressions, ils ont inventé de nouvelles règles pour mesurer les percussions, & les comparer entre elles, ce qui a causé de très grandes controverses parmi les Mathématiciens, & même parmi les Philosophes.

VII. POUR RAMENER à des idées certaines & fixes cette Question, que les Philosophes proposent pour l'ordinaire d'une manière trop vague, considérons le corps B en repos, contre lequel un autre Corps A vienne heurter avec une vitesse donnée directement suivant la ligne *ab*; il est manifeste que le Corps B, lorsque le Corps A le choque, souffre l'action d'une certaine force qui trouble son état. Ce cas étant donc proposé, on demande combien grande sera cette force que soutiendra le Corps B? Les Philosophes à la vérité paroissent s'être mis peu en peine de déterminer la véritable

mesure de cette force, & ils se font bornés à comparer entre elles les diverses forces de même genre. Mais en estimant la quantité de la force par la quantité du changement, qui arrive dans l'état du Corps B, ils ont aisément reconnu qu'il arriveroit un plus grand changement dans le Corps B, si le Corps A qui le choque avoit plus de masse, ou de vitesse; d'où ils ont inferé qu'il falloit mesurer les forces, que deployent les Corps qui choquent par leurs masses & par leurs vitesses, de maniere que de plus grandes masses, ou un mouvement plus vîte, donnent le plus grandes forces. Mais les partisans de *Newton*, ou plutot ceux de *Descartes* & de *Leibnitz*, ne sont pas encore d'accord, de quelle formule on doit se servir, pour exprimer ce produit, tant de la masse que de la vitesse du corps qui choque. Les premiers veulent que ces forces soient exprimées en donnant le produit de la masse du corps qui choque par sa vitesse. *Leibnitz* pretend au contraire que la mesure de cette force se trouve dans le produit de la masse par le quarré de la vitesse. On fait assez avec quelle chaleur cette dispute a été poussée de part & d'autre, & je ne crois pas avoir besoin de rapporter les Argumens sur lesquels chaque parti fonde sa These. Car n'ayant jamais convenu entr'eux de l'effet, par la grandeur duquel il falloit mesurer cette force, leurs disputes ont degeneré le plus souvent en Logomachies, qui s'évanouiront, je pense, d'elles mêmes, dès qu'on aura trouvé la vraie maniere d'estimer & de mesurer les forces, dont les corps quelconques soutiennent l'action, lorsqu'ils se choquent reciproquement.

VIII. AU RESTE on voit manifestement que ni l'une ni l'autre de ces deux opinions n'admet aucune comparaison entre les forces de percussion & les pressions; car ni le produit de la masse par la vitesse, ni le produit de la masse par le quarré de la vitesse ne peuvent etre comparés avec aucune pression. C'est surtout là dessus que les Leibnitiens se fondent pour nier fortement que les forces vi-



ves & les forces mortes soient homogènes, & que l'on puisse ramener ces deux sortes de forces à aucune comparaison. Ils mettent presque la même différence entre la force vive & la force morte qu'on reconnoit entre les lignes & les surfaces, & regardent les forces vives, comme infiniment plus grandes que les forces mortes. Il leur semble même que l'Expérience confirme cette pensée, un coup très léger produisant souvent un effet supérieur à celui de la plus grande pression. C'est ainsi que nous voyons un coup médiocre de marteau enfoncer un clou dans la muraille, tandis que la plus grande pression y auroit à peine suffi, surtout si le même effet avoit dû être produit dans un aussi court espace de tems. Mais ceux qui s'appuyent sur cet exemple font bien voir qu'ils croient que l'effet de la percussion se produit dans un moment de tems, & comme dans un instant. Si cette circonstance étoit véritable, il ne resteroit aucun doute que les forces vives & les forces mortes ne dussent être regardées comme tout à fait hétérogènes. Car on ne sauroit concevoir aucune pression, quelque grande qu'elle soit, qui puisse dans un instant produire le moindre effet sensible ; & suivant cette hypothèse la force vive seroit effectivement à la force morte, comme la surface à la ligne. D'ailleurs, quand même le coup n'agiroit pas dans un instant, il paroît toujours y avoir une si grande différence entre les effets des coups & ceux des pressions, que quand on établiroit la proportionnalité des forces de percussion avec leurs vitesses, ou avec les quarrés de ces vitesses, ou avec une autre dignité quelconque, cependant on n'en pourroit jamais déduire aucune véritable pression équivalente à une percussion. Tout cela affermit les Leibnitiens dans la pensée qu'ils concluent juste, en disant qu'on ne sauroit faire aucune comparaison entre les forces vives & les forces mortes.

IX. POUR DIRE ce que je pense sur cette dispute au sujet de la mesure des forces vives, je remarque d'abord qu'on ne sauroit ab-

folument attribuer aucune force au corps mu, soit qu'on la regarde comme proportionnelle aux vitesses, ou qu'on la compare aux quarrés de ces vitesses. Car quand même la force qu'exerce un Corps, quand il en choque un autre qui est en repos seroit proportionnelle à sa vitesse, ou à son quarré, on ne pourroit pourtant la lui attribuer telle que dans ce cas, puis qu'il exerceroit une toute autre force, s'il choquoit un Corps mu. Ainsi cette force, de quelque maniere qu'on l'envisage, ne sauroit etre attribuée à aucun Corps considéré en soi, mais elle se rapporte uniquement à la relation où ce Corps se rencontre avec d'autres. En effet dans un Corps mu considéré en soi, il n'y a d'autre force que son inertie, par laquelle il conserve son etat, & cette force est toujours la même, soit que ce Corps demeure en repos, ou qu'il se me~~ue~~ve. Mais si ce Corps est forcé par d'autres Corps contigus à changer d'etat, alors l'inertie même se déploie en force proprement dite, qui ne sauroit etre absolument déterminée, parce qu'elle depend du changement qui arrive dans ce Corps. Pour répandre du jour là dessus, examinons le cas dans lequel le Corps A en mouvement est forcé de continuer sa route par un tuyau recourbé, ou suivant la surface courbe  $EaF$ , car dans ce cas le corps pressera la surface, partout où il la touchera en  $a$ , suivant la direction normale  $a$ , & avec une certaine force qu'on a coutume de déterminer en Méchanique tant par la masse du corps, que par sa vitesse, & par le rayon de la courbure  $Oa$ . Quoique dans ce cas le corps exerce une pression, ou une force morte, il seroit pourtant absurde d'attribuer à ce corps considéré en soi une force de pression certaine & déterminée, puisque cette force ne s'y trouve que dans de semblables cas, & que sa quantité peut souffrir de grandes variations relatives à la différente courbure  $EaF$ . Donc il seroit pareillement déraisonnable de mettre dans les Corps une certaine force absolue de pression, quoiqu'on voye ces Corps l'exercer dans certains

*Fig. 2.*

certain cas ; beaucoup moins encore peut-on définir la quantité de cette force , qui dépend principalement des circonstances externes, qui accompagnent le choc.

X. UNE SECONDE Observation, que de très grands hommes ont déjà faite, c'est que le principal fondement, sur lequel repose la mesure des forces vives, est non seulement chancelant, mais tombe même entièrement en ruine ; car il est démontré que l'effet du choc de deux ou de plusieurs Corps n'est pas produit dans un instant, mais qu'il demande un certain intervalle de tems. Dès que la chose est ainsi, l'heterogeneité entre les forces vives & les forces mortes cesse, puis qu'on peut toujours assigner une pression, qui dans le meme tems, quelque petit qu'il soit, produira le meme effet. Si donc les forces vives sont homogenes aux forces mortes, puisque l'on a la mesure & une connoissance parfaite de celles-ci, on n'est pas fondé à demander une autre mesure des forces vives, que celle qui dérive des forces mortes qui leur sont égales ; & c'est en quoi je m'assure que les partisans des deux sentimens s'accorderont aisément. Or que le changement d'état qui naît du choc de deux corps ne se fasse pas dans un instant, c'est ce que montrent de la manière la plus claire les experiences faites sur les corps qui ont quelque mollesse. Dans ceux-ci le choc imprime à chaque corps un petit creux, qui est encore visible après le choc, à moins que les corps ne soient doués d'elasticité. Une semblable impression ne sauroit assurément se faire dans un instant. Mais si le choc des corps mous demande un tems donné, il en faudra dire autant de celui des corps les plus durs, quoique dans ceux-ci ce tems puisse être si petit, qu'il échape à toutes nos idées. Le choc instantané ne sauroit non plus s'accorder avec la Loi souverainement constante de la Nature, en vertu de laquelle rien ne s'exécute subitement, & comme par fait. Suivant cette Loi un aussi grand changement, que l'est quelque fois celui que le choc de deux

corps

corps apporté à l'état de l'un & de l'autre, ne sauroit arriver sans correspondre à aucun tems. • Mais comme ce Phénomene n'a jamais été attaqué par aucun argument solide, & que l'extrême vitesse avec laquelle nous voyons arriver la plupart des chocs, ne fait aucune difficulté considérable, il seroit superflu de s'y étendre davantage, d'autant plus qu'on peut déterminer le tems de la durée de chaque choc par une Theorie fondée sur les principes les plus certains. •

XI. COMME LES creux que les corps s'impriment réciproquement dans le choc, donnent droit de conclure que le choc ne s'exécute pas dans un instant, il est réciproquement nécessaire, si le choc ne se fait pas dans un instant, que les corps se fassent des impressions mutuelles. Car puisqu'au premier moment que les Corps A & B ont commencé à se toucher, l'état de l'un & de l'autre n'étoit pas encore sensiblement changé, ni l'un ni l'autre de ces Corps ne sauroit continuer son mouvement, sans qu'une petite portion de l'un pénètre dans l'autre & y produise ce creux. Car pour que deux corps contigus s'avancassent, sans que la figure d'aucun fut changée, il faudroit qu'ils allassent d'un mouvement égal & commun; mais avant que leur mouvement soit ramené à cette égalité, un corps se plongera, pour ainsi dire, tant soit peu dans l'autre, & les particules placées aux extrémités seront forcées de céder au contact. En effet deux

*Fig. 3.* boules A & B, lors qu'elles s'entrechoquent se compriment tellement l'une l'autre dans le contact, que la portion convexe *eaf* de la boule A se change en la surface aplatie *eof*, & que pareillement la convexité *ebf* de l'autre boule devient *eof*, en sorte que le contact a lieu par tout l'espace *eof*. Or ces impressions que les Corps font les uns sur les autres dans le choc, seront plus grandes, à proportion que ces Corps seront plus mous, toutes choses étant d'ailleurs égales; au lieu que dans les corps tout à fait durs, les impressions seront très petites. Il résulte donc de là qu'une parfaite dureté, qui n'admette absolument

ment



ment aucune impression ne sauroit s'accorder avec les Loix de la nature. Car s'il y avoit des corps parfaitement durs, leur collision devoit réellement s'exécuter dans un instant, & le changement de leur état seroit subit & arriveroit par faut, ce qui répugne à l'ordre de la nature. Puis qu'il ne sauroit donc y avoir de choc, sans qu'il se fasse quelque impression sur les Corps, tant que le choc dure, les corps agissent en se pressant réciproquement, & c'est cette pression mutuelle qui change leur état. Par conséquent les forces que les Corps exercent les uns sur les autres dans la percussion, appartiennent au genre des pressions, & sont de véritables forces mortes, si tant est que l'on veuille employer cette expression, qui n'est plus convenable, puisque cette prétendue différence infinie entre les forces vives & les forces mortes doit cesser, dès qu'on les range toutes deux sous le genre commun des pressions.

XII. LA FORCE de percussion résultant ainsi des pressions que les corps exercent les uns sur les autres, tant que le choc dure, on la connoitra parfaitement, si l'on détermine ces pressions pour chaque moment du choc ; car par ce moyen on découvrira quelle pression l'un & l'autre éprouve pendant le choc. Or il est manifeste, qu'avec quelque vitesse que le choc s'acheve, ces pressions ne laissent pas d'être extrêmement inégales entr'elles. Car au premier moment que ces Corps se touchent, & commencent à agir l'un sur l'autre, cette pression est la plus petite, après quoi elle va continuellement en croissant, & devient la plus grande, lorsque les impressions réciproques sont les plus fortes. Ensuite, si les Corps n'ont aucune élasticité, & que les impressions reçues demeurent, les forces cessent aussitôt ; mais si les Corps sont élastiques, & que les parties comprimées se restituent dans leur premier état, alors les Corps continueront à se presser réciproquement, jusqu'à ce qu'ils s'éloignent l'un de l'autre. C'est pourquoi il est requis, pour comprendre parfaitement la force de percussion, de

définir premièrement le tems de la durée du choc, ensuite d'assigner la pression qui répond à chaque moment de ce tems; & comme on connoit l'effet des pressions pour changer l'état d'un corps quelconque, on arrivera par ce moyen à la véritable cause du changement de mouvement, qui arrive dans le choc. Ainsi la force de percussion n'est autre chose que l'opération d'une pression variable qui dure pendant un espace de tems donné, & pour la mesurer il faut avoir égard à ce tems, & aux variations, suivant lesquelles cette pression croît & décroît. On ne sauroit donc bien estimer la force de percussion par le seul effet, qui consiste dans le changement de l'état du Corps, un même changement pouvant naître de forces très différentes, dès qu'on néglige de faire attention au tems; & il est d'ailleurs d'une extrême importance de connoître la quantité de la force qu'endure réellement un Corps qui est frappé. C'est ainsi qu'une balle de fusil tirée contre un tronc d'arbre ne lui imprime qu'un très petit mouvement, quoique cette percussion produise une très grande pression. Pareillement quand la tête d'un homme est percée par une semblable balle, on estimeroit mal la force qu'elle exerce sur la tête par le mouvement qui est imprimé à tout le corps, puisqu'un effet égal auroit pu procéder d'autres causes, qui n'auroient point du tout été mortelles.

XIII. POUR DÉFINIR exactement cet effet de la percussion, il faut examiner l'impression que les Corps doivent souffrir d'une pression quelconque. Et d'abord il est évident que plus le corps est dur, & moins la même force y fait d'impression, & que par conséquent pour produire dans le même corps une plus grande impression, il est requis qu'une plus grande force se déploie. Mais il faut remarquer avant toutes choses qu'il ne sauroit y avoir de corps si dur qu'il ne reçoive quelque impression, même de la moindre force. Car une dureté parfaite dans les corps étant contraire à la nature, il n'y a de différence entr'eux à cet égard qu'en degrés. Or la moindre force

faisant

faisant une impression assez considerable sur les corps assez mous, il est necessaire qu'elle fasse une impression quelconque sur les corps même les plus durs, qui puisse etre comparée avec l'autre. Un corps souffre impression, lorsque celles de ses parties qui sont placées aux extremités, & qui soutiennent la force, cedent en dedans, & laissent un creux que le corps qui presse puisse occuper. La figure du corps reçoit donc un changement par la force qui le presse, & le corps est réduit en même tems à un moindre volume, à moins qu'il ne s'étende autant d'un autre côté qu'il est comprimé dans le lieu du contact. Lequel des deux qui arrive, c'est la même chose par rapport au but que nous nous proposons, de considerer seulement les plus petites impressions. Il sera donc convenable de mesurer les impressions par la capacité du creux, que forme la retraitte des particules pressées. Ainsi le corps A avoit avant le choc la figure *ea f*, mais à présent cette extremité etant reduite en *eo f*, la portion de la boule comprise entre *ea f* & *eo f* mesurera la quantité de l'impression, en cas que le Corps ait été exactement sphérique. Dans le même corps, & dans d'autres corps également durs, il paroît vraisemblable que les impressions sont proportionnelles aux forces qui pressent, en sorte qu'elles croissent en raison de la force avec laquelle deux Corps s'appliquent l'un contre l'autre. Il ne peut au reste demeurer aucun doute, quand ces impressions sont les plus petites, puisqu'une impression le double plus grande peut etre considerée comme divisée en deux parties, dont l'une & l'autre requiert la même force pour sa formation.

XIV. PUISQU'ON n'a point encore établi de mesure certaine pour la dureté, il semble qu'on ne peut rien faire de mieux que de l'estimer proportionnelle à la force qui est requise pour y faire une impression donnée. Ainsi la force par laquelle une impression donnée est faite sur un corps sera en raison composée de la dureté de ce Corps & de la quantité de l'impression. Par exemple, si la force

qui presse le Corps est = P, l'impression = V & la dureté = D, P fera comme DV, & reciproquement l'impression V comme  $\frac{P}{D}$  c'est à dire, directement comme la force qui presse, & reciproquement comme la dureté; pareillement la dureté fera directement comme la force, & reciproquement comme l'impression faite; d'où naît un moyen fort convenable de déterminer & de comparer entr'elles les duretés de differens Corps. Cependant il faut aussi avoir égard à la grandeur des corps, une impression aussi grande ne pouvant se faire dans les plus petits corps que dans les plus grands, à cause du défaut d'espace dans lequel les particules puissent être chassées. C'est pourquoi, comme nous ne considérons ici que les moindres impressions, nous attribuons aussi au Corps un volume tel qu'à son égard ces impressions puissent être comptées pour rien. Par ce moyen donc on connoîtra exactement la difference entre la dureté & la mollesse, puis qu'on appelle les corps d'autant plus mous, qu'une moindre force est requise pour y faire la même impression; & d'un autre côté les corps sont censés d'autant plus durs qu'une plus grande force est requise pour cet effet. Ce jugement ne renferme pourtant l'élasticité ni son défaut, car il naît de là une nouvelle division des Corps en élastiques & non élastiques. Or l'élasticité s'estime par la restitution de l'impression, après que la force a cessé de presser, & elle est dite parfaite, si le corps recouvre entièrement sa première figure, imparfaite, si la restitution ne se fait qu'en partie, & qu'il reste une trace de l'impression. On regarde comme entièrement dénués d'élasticité les corps, qui après avoir reçu une impression, la conservent sans aucun changement, lorsque la force a cessé d'agir. Les Corps mous donc, tout comme les durs, peuvent être doués, ou privés d'élasticité, de manière que la dureté ni la mollesse n'emportent pas avec elles l'élasticité ni sa privation.



XV. CONSIDERONS d'abord à présent le cas dans lequel le Corps A va heurter directement avec une vitesse donnée contre le Corps B immobile, & posons que le Corps B soit retenu fixe par une cause quelconque, en sorte qu'aucune force ne puisse l'ébranler de sa place. Que les deux Corps encore aient des bases, par lesquelles ils se touchent mutuellement, planes & mêmes égales, afin que les impressions puissent être plus aisément calculées, alors l'impression diminuera la longueur de l'un & de l'autre de ces deux corps. Soit la masse du Corps A  $\equiv A$ , laquelle masse le poids du corps indique & que sa vitesse avant le choc, ait été produite de la hauteur  $\equiv A$ ; quand il a commencé à toucher le corps B, posons que la distance ait été  $EG = f$ , laquelle distance diminuera dans le choc, parce que l'un & l'autre des deux Corps se compriment. Que le choc ait duré pendant le tems  $t$ , & que les corps soient dans l'état que représente la figure; que la vitesse du corps A, soit due à la hauteur  $v$ , & la distance  $EG$  soit à présent égale à  $Z$ , en sorte que les deux corps soient comprimés ensemble dans l'espace  $f - z$ . Nous définissons le mouvement, quant à la partie postérieure du corps  $EF$ , parce que l'anterieur  $MN$  est continuellement changée par la compression. Que dans un tems infiniment petit  $dt$  ces deux corps se pressent davantage, & que la dernière base  $EF$  parvienne en  $ef$ , alors la vitesse du corps A sera due à la hauteur  $v + dv$ , & comme  $eG = Z + dz$ ,  $Ee$  ou  $Ff$  sera  $\equiv -dz$ , lequel élément de l'espace étant décrit par la vitesse  $v$ ,  $dt$  sera  $\equiv \frac{-dz}{v}$ . Donc la compression de l'un & l'autre corps vaudra à présent  $f - z - dz$ . Car si l'on ajoute l'espace auquel la surface antérieure  $MN$  du corps A est réduite vers  $EF$  à l'espace raccourci que le corps B a reçu par la compression, la somme sera  $\equiv f - z$ , & le petit tems  $dt$  étant écoulé par dessus, elle sera  $\equiv f - z - dz$ .

XVI. COMME LES Corps en se comprimant mutuellement agissent l'un sur l'autre, que  $P$  soit la force avec laquelle les Corps dans cet état s'appliquent l'un à l'autre, en sorte que le Corps  $A$  qu'on présume avancer encore suivant la direction  $EG$  soit repoussé directement par la force  $P$ . Par conséquent en vertu des principes mécaniques  $A dv$  fera  $= - P \cdot dz = P dx$ . Si donc la diminution  $fz$  de l'intervalle  $EG$  causée par la compression est posée  $= x$ ,  $dz$  fera  $= - dx$ . Et comme la pression  $P$  dépend de la compression,  $P$  fera une certaine fonction de  $x$  même, que sera déterminée tout à l'heure. C'est pourquoi si  $\int P dx$  est pris de manière qu'il évanouisse, en posant  $x = 0$ ,  $A v$  fera  $= A a - \int P dx$ . De plus comme  $- dz$  est  $= dx = dt \vee v$ , la compression dure jusqu'à ce que  $dt \vee v$ , c'est à dire la vitesse du Corps  $A$  évanouisse; d'où l'on pourra inferer la plus grande compression par l'équation  $A a = \int P dx$ , & connoître en même tems la plus grande force, avec laquelle les Corps  $A$  &  $B$  se compriment mutuellement dans le choc. Les deux Corps étant réduits dans cet état, & le Corps ayant ainsi perdu tout mouvement, alors on prend en considération l'élasticité, s'il s'en trouve quelque degré dans les Corps. Car si les deux Corps sont dépourvus de toute élasticité, l'impression faite de part & d'autre subsistera, & comme il n'y aura plus de force qui sollicite ces Corps, ils demeureront tous deux dans cet état, & le Corps  $A$  conservera perpétuellement sa plus grande compression. Mais si les deux Corps sont parfaitement élastiques, & qu'ainsi la compression ait pour se restituer une force égale à celle qui l'a produite, le Corps  $A$  sera repoussé avec une force égale à celle avec laquelle il s'étoit approché, & retournant de l'état de la plus grande compression à l'état  $EG$ , il sera repoussé avec la même force  $P$ , & ainsi l'équation  $A v = A a - \int P dx$  indiquera le mouvement du corps  $A$ , jusqu'à ce que la valeur de la formule  $\int P dx$  évanouisse de nouveau

nouveau, ce qui arrivant, si  $x = 0$ , il est manifeste que le Corps A reflechit avec une vitesse égale à celle du choc, & cela en direction contraire, s'il avoit heurté directement. Enfin si les deux Corps ne sont pas parfaitement elastiques, & que les parties comprimées se restituent avec une moindre force, & seulement en partie, alors le mouvement du Corps A doit être soumis à un calcul particulier; mais il est toujours manifeste dans ce cas que le Corps A doit être réfléchi avec une vitesse moindre que celle qu'il avoit en s'approchant.

XVII. POUR DETERMINER la pression P, appellons au secours un cas connu par l'expérience. Posons donc que dans un Corps, dont la dureté soit  $= L$ , la force pressante V produise une impression, dont la profondeur soit  $= k^3$ , &  $k^3$  fera comme  $\frac{V}{L}$ . Que

la dureté du Corps A soit  $= M$  & celle du corps B  $= N$ , & l'amplitude de la base  $MN = cc$ , suivant laquelle l'impression se fasse dans l'un & dans l'autre corps. Puis donc que la force avec laquelle les deux Corps se compriment réciproquement, est  $= P$ ,

que la surface antérieure MN du Corps A soit entrée à la profondeur  $= r$  & la surface MN du Corps B à la profondeur  $= s$  on aura  $r + s = x = f - z$ , & l'impression du Corps A fera  $= ccr$ ,

celle du Corps B  $= cc s$ . Or étant  $\frac{V}{L} : k^3 = \frac{P}{M} : ccr = \frac{P}{N} :$

$cc s$ , on trouve  $r = \frac{L P k^3}{M V c c}$  &  $s = \frac{L P k^3}{N V c c}$  d'où vient  $\frac{L P k^3}{V c c}$

$\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N}\right) = x$  &  $P = \frac{M N V c c x}{(M + N) L k^3}$ , & ainsi par la

compression donnée  $x$  on connoit la force P avec laquelle les deux Corps se compriment mutuellement,  $\int P dx$  fera donc

$= MN$

$$= \frac{M N V c c x r}{2(M+N) L k^3} \text{ \& } A v = A a - \frac{M N V c c x x}{2(M+N) L k^3}. \text{ Et com-}$$

me la compression croit jusqu'à ce que le Corps A ait perdu tout mouvement, la force de compression sera la plus grande, quand  $v$

$$= 0, \text{ c'est à dire, quand } A a = \frac{M N V c c x x}{2(M+N) L k^3} \text{ ou } x =$$

$$\sqrt{\frac{2 A a (M+N) L k^3}{M N V c c}}. \text{ Or cette valeur substituée dans l'ex-}$$

pression superieure à la force P donnera  $P = \sqrt{\frac{2 A a M N V c c}{(M+N) L k^3}}$

$$\text{ou } P = \sqrt{\frac{2 V}{L k^3} \cdot \frac{M N c c}{M+N} A a}. \text{ En conséquence la plus grande}$$

impression de chaque Corps peut être assignée. Car la surface antérieure MN du Corps A sera pressée en dedans jusqu'à la profondeur

$$r = \sqrt{\frac{2 L k^3}{V} \cdot \frac{N}{(M+N) M c c} \cdot A a}, \text{ \& le corps B souffrira}$$

une impression jusqu'à la profondeur  $s = \sqrt{\frac{2 L k^3}{V} \cdot$

$$\frac{M}{(M+N) N c c} \cdot A a.$$

XVIII. C'EST DONC ainsi qu'on parvient à déterminer la plus grande force que soutiennent dans le choc les Corps A & B, dont B est réputé immobile, & les impressions qu'ils se font réciproquement. Mais il faut prendre garde de ne pas attacher aux formules que nous venons de trouver un sens plus étendu, que celui que nous leur avons attribué. En effet nous supposons des Corps d'une telle Constitution, qu'ils puissent non seulement recevoir les impressions des forces qui les pressent, mais aussi que de plus grandes forces

forces soient requises pour y faire de plus grandes impressions. Cela donne donc l'exclusion aux corps fluides & à tous ceux dans lesquels la même force peut pénétrer toujours plus en avant, pourvu qu'elle en ait le tems, sans que jamais elle parvienne à se trouver en équilibre avec la résistance. Ainsi un Corps pesant qui descend dans un fluide, s'enfonce continuellement davantage, & ne demeure en repos qu'après avoir atteint le fonds. De même un corps pénètre toujours ultérieurement dans de la bouë ou de la cire molle, quoique la force qui l'y pousse n'augmente pas; & si un boulet de fer est poussé avec assez de force, pour entrer dans un rempart, il continuë à s'y insinuer plus profondément, tant que la même force dure. Donc dans tous ces cas il ne faut pas plus de force, mais il n'est besoin que de plus de tems pour pénétrer à une plus grande profondeur. En effet il ne s'agit ici que de surmonter les premiers obstacles, lesquels étant une fois écartés, & la liaison des parties rompue dans cet endroit, le corps pénétrant avance toujours, rencontre les mêmes obstacles qu'au commencement, & les détruit par conséquent au moyen d'une force égale. Mais dans le sujet que nous considérons à présent, nous ne faisons attention qu'aux premiers obstacles, qui existent avant toute solution de parties, & qui sont sans doute tels qu'une plus grande impression demande aussi une plus grande force. C'est ce qui a principalement lieu à l'égard des Corps élastiques, dans lesquels une force donnée produit aussi une impression donnée, de manière que cette force continuant à presser, il n'en résulte pourtant pas une plus grande impression. Cette même propriété semble avoir lieu dans tous les Corps, tant que les impressions sont les plus petites, & que la liaison des parties n'est point altérée. Or ce sont les seuls cas que nous considérons ici, car dès que la structure des Corps est altérée, on ne peut plus faire avec le même succès l'estimation des forces qu'ils soutiennent.

XIX. CE QUI vient d'être dit nous met en état d'assigner le tems, auquel le choc est réduit à la plus grande compression; par ce moyen la force que le Corps B soutient à chaque moment sera connue, & l'on découvrira la véritable force de percussion. L'Elément du tems

étant donc  $dt = \frac{dx}{Vv}$ , si pour abrégé nous posons  $\frac{2A(M+N)Lk^3}{MNVcc}$

$= g$ , à cause de  $v = a - \frac{xx}{g}$  on aura  $dt = \frac{dx \sqrt{g}}{V(a g - xx)}$

&  $t = \sqrt{g}$ . A fin  $\frac{x}{\sqrt{ag}}$ . Le tems donc où la compression est

la plus grande, & où le choc s'acheve, si les deux Corps sont devenus d'élasticité, ce tems, dis-je, se manifestera, en posant  $v = 0$  ou  $x = \sqrt{ag}$ . En posant donc  $\pi$  pour la circonférence du cercle, dont le diamètre est  $= 1$ , ce tems sera  $= \frac{1}{2} \pi \sqrt{g}$ , lequel tems se réduira en secondes, si la longueur  $g$  s'exprime par des millièmes d'un pied Rhenan & que l'on divise le nombre  $\frac{1}{2} \pi \sqrt{g}$  par 250. Ou même ce tems pourra être égalé à l'ascension ou à la descente d'un pendule simple, dont la longueur soit  $= \frac{1}{2} g =$

$\frac{A(M+N)Lk^3}{MNVcc}$ , laquelle expression étant pour l'ordinaire la

plus petite, indique qu'un pareil choc s'achève dans le tems le plus petit. Or ce tems étant connu, la compression  $x$  peut être déterminée pour chaque moment, car  $x$  sera  $= \sqrt{ag} \sin \frac{t}{\sqrt{g}}$  & la pres-

sion pendant ce tems  $P = \frac{MNVcc \sqrt{ag}}{(M+N)Lk^3} \sin \frac{t}{\sqrt{g}} =$

$\frac{\sqrt{2} A a M N V c c}{V (M + N) L k^3} \sin. \frac{t}{\sqrt{g}}$ . Il est donc certain par là qu'on a la

force

force, que les Corps soutiennent à chaque moment du choc, & toutes ces forces momentanées étant considérées ensemble, on connoîtra l'effet de toute la percussion. Si les Corps n'ont point d'élasticité, le choc ne durera que jusqu'à l'état de la plus grande compression, dont le tems sera  $= \frac{1}{2} \pi \sqrt{g}$ ; mais si les Corps sont parfaitement élastiques, le choc ne cessera point que les impressions ne soient parfaitement restituées, & s'achèvera ainsi dans un tems double  $\pi \sqrt{g}$ , qui sera égal au tems d'une oscillation d'un pendule, dont la longueur est  $= \frac{1}{2} g = \frac{A (M+N) L k^3}{MN V c c}$ .

XX. MAIS POUR connoître plus clairement cette force si étonnante de la percussion, dévelopons en un exemple. Que les deux corps A & B soient également durs, ou  $M = N$ , & que sur ces deux Corps on fasse une expérience, qui apprenne qu'en les appliquant l'un contre l'autre par un poids de 100 lb, l'un & l'autre souffriront dans le contact une impression jusqu'à la profondeur de  $\frac{1}{1000}$  de pied; ce qui est un degré de dureté encore fort médiocre. On aura donc  $L = M = N$ ;  $V = 100$  lb. &  $k^3 = \frac{c c}{1000}$  d'où nait

$$\frac{2 V M N c c}{(M+N) L k^3} = 1000 V = 100000; \quad \& \quad \frac{L k^3}{M V c c} = \frac{L k^3}{N V c c}$$

$$= \frac{1}{100000}.$$

Ainsi la plus grande compression des Corps dans le choc se fera avec une force  $= \sqrt{100000} A a$  livres, si l'on exprime A en livres, & a en pieds Rhenans, & l'un & l'autre Corps feront impression jusqu'à la profondeur  $\sqrt{\frac{A a}{100000}}$  de pied. D'où la plus

F 2 grande

grande compression aussi bien que la plus grande impression sera comme la racine quarrée de  $Aa$ , c'est à dire en raison fousdoublée de la force vive avec laquelle le Corps A heurte. Posons que le Corps A soit d'une livre, & vienne heurter avec une vîtesse qui lui fasse parcourir avant le choc 100 pieds dans une seconde, en forte que

$$\frac{\sqrt{10000a}}{4} \text{ soit } = 100, \text{ on aura } a = 160 \text{ pieds \& } Aa = 160. \text{ Donc}$$

on trouvera la plus grande force de compression  $P = \sqrt{16000000} = 4000$  livres, en forte que ces deux corps soutiennent dans le choc la même force que s'ils étoient pressés l'un contre l'autre par un poids de 4000 livres. Or cette force produira dans chacun de

ces Corps une impression à la profondeur de  $\sqrt{\frac{160}{10000}} = \frac{1}{25}$  de

pied. C'est pourquoi si ces Corps ne peuvent recevoir une pareille impression sans se rompre, ce choc les fera éclater tous deux. Cet exemple rend donc manifeste la quantité de la force qui est jointe à la percussion, & l'expérience journaliere confirme pleinement la même chose.

XXI. MAIS VOYONS aussi avec quelle promptitude le choc arrive jusqu'à la plus grande compression. Pour cet effet il faut

chercher la valeur de la longueur  $g = \frac{2A(M+N)Lk^3}{MNVcc}$  qui

en lui substituant les valeurs prises ci-dessus se change en  $g = \frac{4}{100000}$

de pied, qui par conséquent dans les milliemes de pied est  $= \frac{4}{100} =$

$\frac{1}{25}$ , dont la racine quarrée  $\frac{1}{5}$  multipliée par  $\frac{1}{2}\pi = 1,570796$  donne  $\frac{1}{5}$

$\pi \sqrt{g} = 0,314159$ , lequel nombre divisé par 250 donne 0,001256, &

montre



montre que ce choc s'exécute dans le tems de  $\frac{1256}{1000000}$  Se-

condes, c'est à dire environ la  $\frac{1}{800}$  partie d'une Seconde, moment si

petit, qu'il est entierement imperceptible, ce qui fait qu'on doit moins s'étonner que la plupart des Philosophes ayent crû que le choc se faisoit dans un instant. Au reste il faut remarquer ici que la vitesse du Corps *a* qui heurte, n'entre point dans l'expression du tems, d'où résulte qu'avec quelque vitesse que le même Corps heurtât, le choc s'acheveroit dans le meme petit tems, pourvû que la dureté du Corps, & la base où se fait le contact soient la même. Car à proportion que la base  $MN = c c$  par laquelle les Corps se touchent, seroit moindre, le choc dureroit plus long tems en raison fousdoublée & la force de compression diminueroit suivant la même raison; mais les impressions qui sont faites aux Corps, croîtront en même raison, en sorte que plus le Corps *A* qui heurte sera aigu, & plus il pénétrera avant dans le corps *B*. Mais dans les cas où l'impression est si grande, que les particules des Corps sont privées de leur liaison naturelle, les formules précédentes perdent leur force; car aussitot que le lien des Corps est rompu, la résistance ne croit plus en raison de la pénétration, mais il faut considérer à chaque moment une action mutuelle, comme si le choc commençoit de nouveau. En effet la résistance sera presque constante, & ainsi la pénétration ne sera plus en raison fousdoublée de la force vive *A a*, mais elle sera dans la raison simple.

XXII. TANT QUE la liaison des particules n'est pas détruite par le choc, on peut connoître exactement la force de la percussion par les formules ci dessus proposées, pourvu que la figure antérieure du Corps *A* qui pénètre dans l'autre soit cylindrique ou prismatique.

Dans ces cas, comme  $\frac{2V}{Lk^3}$  est une quantité constante, la plus gran-

de compression se fera avec une force qui est comme  $\sqrt{\frac{MNcc}{M+N}}$ .

$Aa$ , & ainsi si la dureté des deux Corps, & le plan du contact  $cc$  demeurent les mêmes, cette force sera comme  $\sqrt{Aa}$ , ou comme la racine quarrée de la force vive du Corps  $A$  qui heurte. De là puisque  $\sqrt{a}$  est proportionelle à la vitesse même du Corps, la force de percussion sera en raison composée de la raison simple de vitesse, & de la raison fousdoublée de la masse du Corps qui heurte. Donc dans ce cas ni la proportion de Leibnitz, ni celle de Descartes n'ont point lieu. Mais cette force de percussion dépend principalement alors de la dureté de chaque Corps  $M \& N$ , en sorte que plus les Corps sont durs, & plus la force de percussion est grande. Ainsi si la dureté des deux Corps est égale, ou  $M = N$ , alors la force sera comme  $\sqrt{Mcc} \cdot Aa$ , c'est à dire, en raison fousdoublée composée de la force vive du Corps qui heurte, de la dureté & du plan de contact. Mais si la dureté  $M$  d'un des Corps est infinie, alors la force du coup sera comme  $\sqrt{Ncc} \cdot Aa$ , tandis que suivant la même formule, si  $M$  est  $= N$ , cette force devient comme  $\sqrt{\frac{1}{2}Ncc} \cdot Aa$ . Tout le reste etant donc égal, la force de percussion, si le Corps qui heurte est infiniment dur, sera à la force percutiente, si le Corps  $A$  qui heurte est aussi dur que l'autre  $B$ , comme  $\sqrt{2}$  à  $1$ . Ensuite pour ce qui regarde les impressions faites dans l'un & dans l'autre

Corps, celle que reçoit le Corps  $A$  sera comme  $\sqrt{\frac{N \cdot Aa}{(M+N)Mcc}}$ ,

& celle qu'éprouve le Corps  $B$  comme  $\sqrt{\frac{M \cdot Aa}{(M+N)Ncc}}$ . Si donc

la dureté du Corps  $A$ , savoir  $M$ , est infinie, il ne souffrira aucune pénétration, au lieu que le Corps  $B$  en souffrira jusqu'à la profondeur

$\sqrt{A}$

$\sqrt{\frac{Aa}{Ncc}}$ ; mais si la dureté des deux Corps est la même  $M = N$ , ils recevront tous deux des impressions égales, & elles se feront à la profondeur  $\sqrt{\frac{Aa}{2Ncc}}$ , en sorte que l'impression du Corps B dans ce cas sera à l'impression dans l'autre cas comme 1 à  $\sqrt{2}$ .

XXIII. IL SE présente une autre différence des Corps à considérer, quant à l'impression, & cette différence consiste dans la tenacité ou fragilité. Les Corps que nous appellons tenaces, sont ceux qui peuvent soutenir une médiocre impression, avant que de se rompre; au lieu que les Corps fragiles sont rompus par la moindre impression. Une propriété ordinaire des Corps tenaces, c'est aussi qu'ils ne se brisent pas si subitement, quoiqu'ils reçoivent une impression assez grande, mais qu'un certain tems est requis pour cet effet; d'où il arrive que le plus souvent ces Corps soutiennent la force de percussion sans en être endommagés. Au contraire les Corps fragiles se brisent aisément par la percussion, puis qu'il ne faut qu'une légère impression pour produire cet effet, & qu'il s'exécute dans le plus petit tems. L'extrême dureté des Corps fragiles est cause que la moindre percussion y produit une force qui égale la plus grande pression, & peut en conséquence opérer la rupture. Cet effet se remarque sur tout dans le verre subitement refroidi, dont la fragilité augmente beaucoup par ce moyen. On a coutume de faire avec de semblable verre des phioles, de la forme que représente la figure A E G F B; le fonds D G en est fort épais, & sa forme de voute en augmentant la consistance, il peut résister à la plus grande force externe. Mais si l'on jette en dedans un petit morceau de caillou C, sa chute brise toute la phiole, tandis qu'une bale de plomb beaucoup plus pesante jettée de la même manière ne produit aucun effet. Cette expérience renverse de fond en comble l'opinion de ceux qui prétendent qu'on doit estimer la

*Fig. 5.*

la

la force de percussion par la force vive. Mais les principes que nous avons proposés jusqu'à présent donnent une explication claire de ce Phenomene. Car en les suivant on remarque d'abord l'extreme dureté du caillou, qui étant estimée par l'impression que fait la force donnée, paroît au delà de mille fois plus grande que celle du plomb, ou de quelque autre métal; ajoutez qu'un pareil morceau a plusieurs angles, en sorte que lorsqu'il frappe le fonds, l'espace  $cc$  du contact est très petit; en conséquence de quoi un coup léger doit produire une impression assez profonde, pour que le verre fragile ne puisse la soutenir, sans eclater. Et si nous consultons les formules ci-dessus proposées, nous comprendrons aisément que les impressions faites par le plomb, ou par quelque autre métal doivent être beaucoup moindres.

XXIV. NOUS N'AVONS considéré jusqu'à présent que les percussions, dans lesquelles le Corps qui heurte, le fait avec une base plane, dont il pénètre l'autre. Supposons à présent que le Corps A, dont la figure antérieure soit MON, convexe de toutes parts, aille heurter le Corps immobile B, dont la partie antérieure IK soit plane. Posons encore que la dureté du Corps A soit incomparablement plus grande que celle du Corps B, en sorte que la résistance qu'il éprouve, en pénétrant par sa portion MON dans l'autre, puisse être comptée pour rien au prix de l'impression que souffre le Corps B. Soit A la masse du Corps qui heurte, &  $a$  la hauteur due à la vitesse, avec laquelle il aura choqué, que la lettre N enfin expose la dureté du Corps B. Le tems  $t$  étant écoulé, que le Corps A ait pénétré à la profondeur  $AO = x$ , que sa vitesse due à la hauteur soit  $v$ , & la pression avec laquelle les deux Corps sont comprimés  $= P$ , on aura  $A dv =$

$- P dx$  &  $dt = \frac{dx}{v}$ . L'impression même MON sera proportionnelle

nelle à quelque puissance de  $AO = x$ , puisqu'elle est la plus petite. En effet si O est une pointe pyramidale ou conique, l'impression fera comme  $x^3$ , & si c'est la pointe d'un conoïde parabolique, elle fera comme  $x^2$ . Soit donc, pour donner plus d'étendue à la détermination, l'impression  $= ax^n$ , on aura  $\frac{V}{L} : k^3 = \frac{P}{N} : ax^n$ , & par

conséquent  $P = \frac{NVax^n}{Lk^3}$ ; d'où naît  $Av = Aa - \frac{NVax^{n+1}}{(n+1)Lk^3}$ .

Quand donc le mouvement du Corps A cesse, & que la compression devient la plus grande,  $ax^{n+1}$  fera  $= \frac{(n+1)AaLk^3}{NV}$  &  $x =$

$\sqrt[n+1]{\frac{(n+1)AaLk^3}{aNV}}$ , qui est la profondeur de l'impression la plus

grande. Ainsi la plus grande force de percussion P fera

$= \frac{NVa}{Lk^3} \left( \frac{(n+1)AaLk^3}{aNV} \right)^{\frac{n}{n+1}} = \sqrt[n+1]{\frac{aNV}{Lk^3} (n+1)^n A^n a^n}$ .

Si donc la pointe est conique ou pyramidale, comme quand on enfonce un clou dans la muraille,  $n$  fera  $= 3$ , & le clou au premier

coup pénétrera à la profondeur  $x = \sqrt[4]{\frac{4Lk^3}{V}} \cdot \frac{Aa}{aN}$ , & la force fera  $=$

$\sqrt[4]{\frac{64V}{Lk^3} aNA^3 a^3}$ , à moins, comme nous en avons déjà souvent

averti, que la liaison des parties du Corps B ne se rompe.

XXV. NOUS AVONS considéré jusqu'à présent l'autre Corps B comme immobile, parce que c'est principalement dans ce cas qu'on a coutume d'examiner & de mesurer la force de percussion. Cepen-

dant, par la même methode, on peut determiner les forces & les impressions qui ont lieu, si l'un & l'autre Corps est en mouvement; & quand nous l'aurons fait, nous aurons déduit des premiers principes toutes les règles, suivant lesquelles le mouvement des Corps est troublé dans la collision. Considerons donc deux Corps A & B, dont les masses soient désignées par les mêmes Lettres A & B, & la dureté par M & N. Que ces Corps soient nûs avant le choc suivant la même direction VZ, le Corps A avec une vîtesse duë à la hauteur  $a$ , & B avec une vîtesse duë à la hauteur  $b$ . Que le Corps A se meuve avec plus de vîtesse que B, en sorte qu'il l'atteigne, & qu'il se fasse un choc, qui commence lorsque le centre de gravité du Corps A est au point A. Ensuite, le tems  $t$  etant ecoulé, que les deux Corps soient dans l'état, que représente la figure, & qu'en tirant du centre de gravité de chacun les lignes  $Aa$ ,  $Bb$ , perpendiculaires sur la droite VZ, on appelle  $Va = p$ ,  $Vb = q$ , en sorte que si l'intervalle AB est posé  $= z$ ,  $z$  soit  $= q - p$ . De plus que la vîtesse du Corps A soit duë à la hauteur  $v$ , & celle du Corps B à la hauteur  $u$ , on aura 
$$dt = \frac{dp}{Vv} = \frac{dq}{Vu}$$
 Qu'au commencement du choc la distance des centres de gravité soit  $AB = f$ , laquelle distance pendant la durée du choc fera moindre à cause des impressions faites dans les deux Corps. Que ces Corps se touchent reciproquement par le plan MN normal à la droite AB, en sorte que la moyenne direction des forces, avec lesquelles les deux Corps agissent mutuellement l'un sur l'autre, passe par le centre de gravité A & B des deux Corps. Car si cela n'arrivoit pas, outre le changement de vîtesse de l'un & de l'autre Corps, l'un des deux ou tous les deux aquerroient un mouvement gyrotoire, dont il ne convient pas de traiter ici. Comme on a donc  $f > z$ , soit  $x = f - z$ , &  $x$  exprimera la somme des impressions, qui ont été faites sur l'un & l'autre Corps.

XXVI. EN POSANT donc  $t = 0$ , on aura  $p = 0$ ,  $q = f$ ;  $z = f$  &  $x = 0$ , auxquelles valeurs les intégrations suivantes doivent être accommodées. Posons à présent que la force avec laquelle les deux Corps se compriment réciproquement soit  $= P$ , & comme par cette force le mouvement du Corps A est retardé, & celui du Corps B accéléré, cela nous fournira les deux équations suivantes

$$I. A dv = -P dp \text{ \& II. } B du = P dq.$$

Mais parce que  $q$  est  $= p + z = p + f - x$ , on aura  $dq = dp - dx$ , & par conséquent l'autre équation se change en  $B du = P dp - P dx$ , d'où l'on déduit  $A dv + B du = -P dx$ , & en intégrant  $Av + Bu = Aa + Bb - \int P dx$ , puisque l'intégrale  $\int P dx$  se prend de manière qu'elle évanouit en posant  $x = 0$ . Ensuite à cause de  $dp = dt \sqrt{v}$  & de  $dq = dt \sqrt{u}$ , on fera

$$I. \frac{A dv}{\sqrt{v}} = -P dt \text{ \& II. } \frac{B du}{\sqrt{u}} = P dt$$

& par conséquent  $\frac{A dv}{\sqrt{v}} + \frac{B du}{\sqrt{u}} = 0$ , dont l'intégrale est

$$A\sqrt{v} + B\sqrt{u} = A\sqrt{a} + B\sqrt{b}.$$

Que si les Corps sont dénués de toute élasticité, le choc durera jusqu'à ce que la plus grande impression soit faite de part & d'autre, ou  $dx = 0$ . Dans ce cas donc  $dq$  sera  $= dp$ , &  $\sqrt{v} = \sqrt{u}$ , à quoi si l'on a égard dans la dernière équation, cela fera

$$\sqrt{v} = \sqrt{u} = \frac{A\sqrt{a} + B\sqrt{b}}{A + B}$$

qui est la règle connue pour les Corps non élastiques. Mais quant aux Corps élastiques, leur choc ne cessera point, que les impressions ne soient évanouies de nouveau, & que  $x$  soit devenu  $= 0$ . Or dans ce cas  $\int P dx$  est  $= 0$ , & ainsi après le choc on aura  $Av + Bu =$

$Aa + Bb$ , qui joint avec l'équation donne  $AVv + BVu = AVa + BVb$ ; d'où l'on fait  $Va - Vb = Vu - Vv$  &  $Vv = Va - \frac{2B(Va - Vb)}{A + B}$  &  $Vu = Vb + \frac{2A(Va - Vb)}{A + B}$  qui sont

les règles très connues pour les collisions des Corps élastiques.

XXVII. MAIS POUR définir la pression  $P$  elle même, posons, comme ci dessus, qu'un Corps dont la dureté est  $= L$  reçoit de la force  $V$  une impression  $= k^3$ . Si donc le plan  $MN$ , par lequel les Corps se touchent mutuellement est  $= cc$ , que le Corps  $A$  reçoive une impression à la profondeur  $r$ , & le Corps  $B$  à la profondeur  $s$ , l'impression du premier fera  $= ccr$ , & celle du second

$= ccs$ . De là résultera comme auparavant  $\frac{V}{L} : k^3 = \frac{P}{M} : ccr$

$= \frac{P}{N} : ccs$ ; &  $r = \frac{LPk^3}{MVcc}$  &  $s = \frac{LPk^3}{NVcc}$ . Mais  $x$  est  $=$

$r + s$ , & par conséquent  $x = \frac{LPk^3(M + N)}{MNVcc}$ , & la pression

elle même  $P = \frac{MNVccx}{L(M + N)k^3}$ . C'est pourquoi on aura

$\int P dx = \frac{MNVccxx}{2(M + N)Lk^3}$ . Que si nous voulons à présent chercher la plus grande pression, qui a lieu, lorsque  $Vv = Vu$

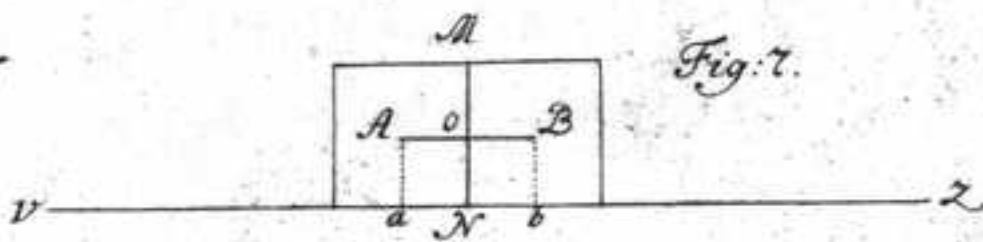
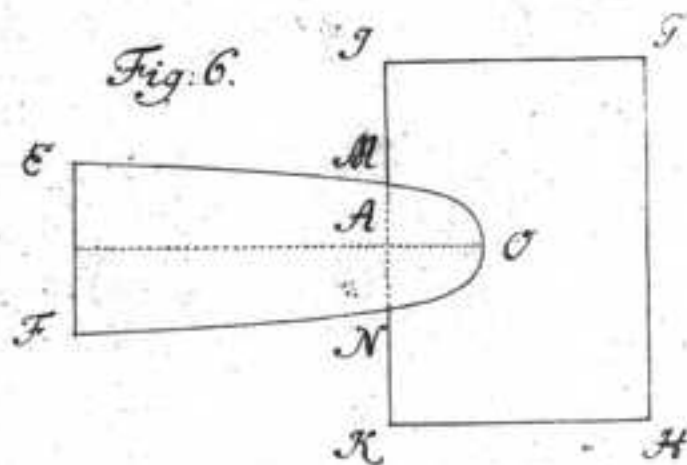
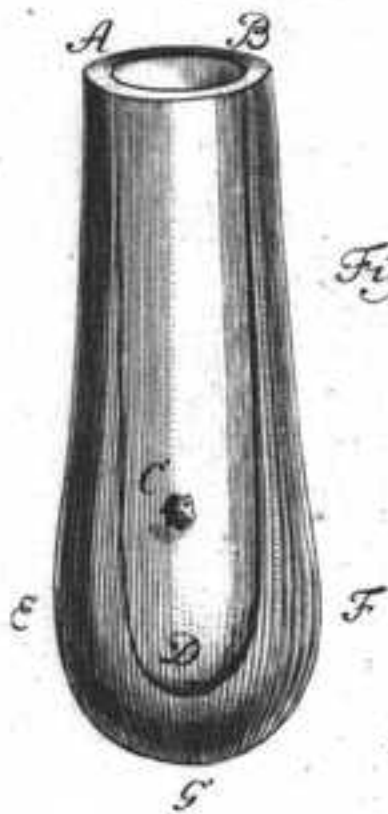
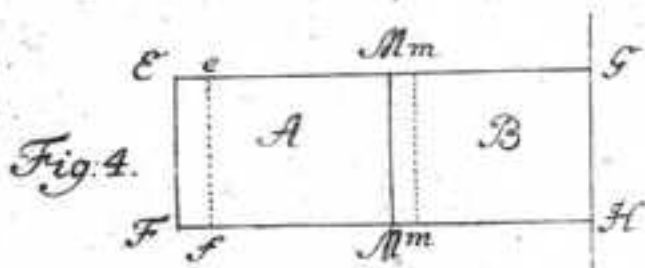
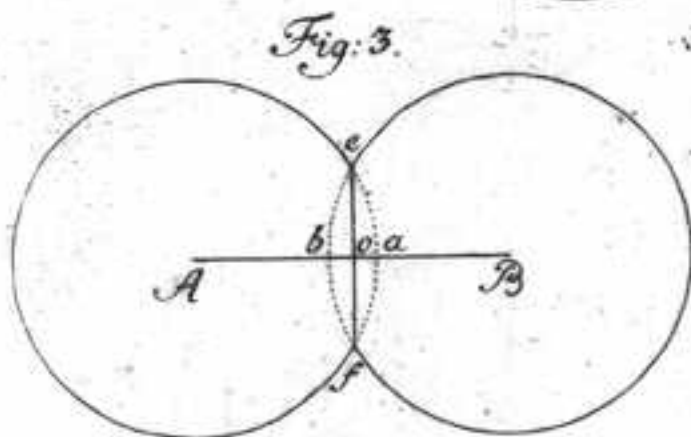
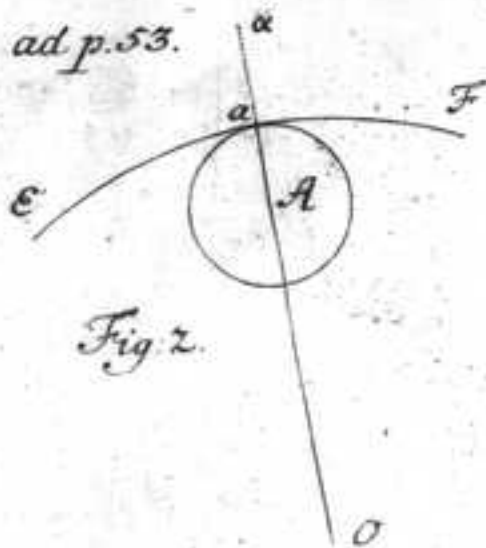
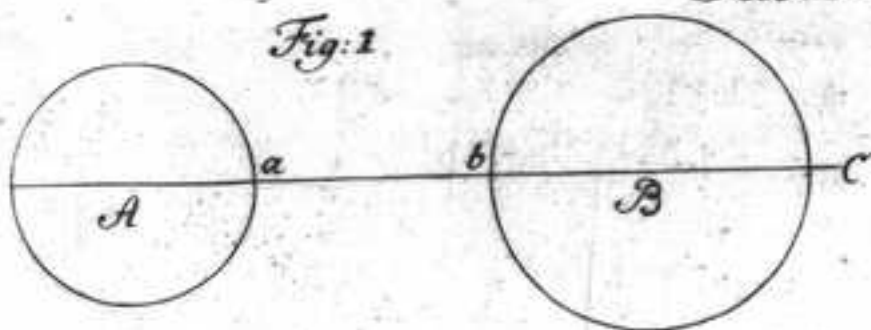
$= \frac{AVa + BVb}{A + B}$ , cela fera en substituant ces valeurs,

$$\frac{AB(Va - Vb)^2}{A + B} = \int P dx = \frac{MNVccxx}{2(M + N)Lk^3}$$

par où l'on trouve,  $x = V \frac{2Lk^3(M + N)AB(Va - Vb)^2}{VMNcc(A + B)}$ .

Par





Par ce moyen on connoit premierement l'impression faite à chaque Corps, qui fera  $r = \frac{N.x}{M+N}$  &  $s = \frac{M.x}{M+N}$ . Et la pression la plus grande fera

$$P = V \frac{2VMNccAB(Va-Vb)^2}{Lk^3(M+N)(A+B)}.$$

Si donc le Corps B étoit en repos avant le choc, la force de compression fera  $P = V \frac{2VMNcc.ABa}{Lk^3(M+N)(A+B)}$ ; qui étant pour

le Corps B tout à fait immobile,  $V \frac{2VMNcc.Aa}{Lk^3(M+N)}$ , la compres-

sion dans le cas de la mobilité fera à la compression dans le cas de l'immobilité comme  $V B$  à  $V(A+B)$ . Je passe sous silence plusieurs autres propriétés considérables, qu'on peut encore déduire aisément de ces formules.

