DISSERTATION
SUR LA
MEILLEURE CONSTRUCTION
DU
CABESTAN.

Cette Piece est une des quatre entre lesquelles le Prix double a été partagé.

Pressa momordit humum, superas nunc gaudet ad auras
Anchora judicio tendere nostra tuo.

DISSERTATION
SUR LA
MEILLEURE CONSTRUCTION
DU CABESTAN.

Pressa momordit humum, superas nunc gaudet ad auras
Anchora judicio tendere nostra tuo.

Iº. *PRELIMINAIRES.*

§. I. DANS la question que l'Académie Royale des Sciences a proposée pour l'année 1739. en vue d'enrichir & de perfectionner la navigation, il s'agit de la meilleure construction du Cabestan: machine qui sert dans un navire à élever de grands fardeaux, & principalement à lever les ancres. Car cette machine, dans l'état où elle se trouve à présent, est sujette à beaucoup d'inconvéniens, dont les principaux sont, que la tournevire ou l'autre cordage venant à être roulé jusqu'au bout de l'essieu du Cabestan, & à le remplir, on est à diverses reprises obligé pour choquer la tournevire, & par-là de suspendre l'opération, ce qui la rend en premier lieu difficile & pénible, & en second lieu, trop lente en plusieurs rencontres. C'est pourquoi, pour satisfaire d'une maniere claire & distincte à cette question, il est à propos de la diviser en deux parties, dont la premiere roulera sur les inconvéniens qu'on vient de marquer, & laquelle par conséquent exige une telle solution, où l'on indique des moyens de les éviter entiérement, ou au moins de les diminuer le plus qu'il sera possible. Mais à l'autre partie de la question proposée, on satisfera par la construction d'une machine, au moyen de laquelle on puisse lever l'ancre ou autre fardeau, le plus promptement qu'il se peut, en employant la même force.

§. II. D'abord il paroit que cette question est uniquement du ressort d'un Machiniste, & que ni l'Analyse, ni la Géométrie ne peuvent être d'aucun secours pour la résoudre: & peut-être on ne s'attendra qu'à une solution purement méchanique, & destituée de principes Mathématiques, & qui ne feroit due qu'à un heureux hazard: car c'est effectivement au hazard & à l'expérience que sont dues jusqu'à présent ces sortes de machines, sans que la science y ait contribué presque en rien. Mais si on reflechit qu'une Compagnie, aussi éclairée que l'Académie Royale, a jugé ce sujet digne d'être proposé publiquement, on le doit regarder comme d'une plus grande conséquence, & présumer que la solution qu'on exige, peut non-seulement influer sur la méchanique vulgaire, mais, de plus, contribuer à étendre considérablement nos connoissances. Les Arts & les Sciences sont si étroitement unis & alliés ensemble, que ceux-là ne s'enrichissent qu'à mesure que celles-ci se perfectionnent.

§. III. C'est-là en effet ce que je pense au sujet de la question proposée, & je me flatte de faire voir évidemment, que pour en donner une solution valable & telle que l'Académie Royale la souhaite, il faut non-seulement appeller la Géométrie & l'Analyse au secours, mais aussi étendre considérablement les bornes de la Méchanique sublime. C'est-à-dire, que je prouverai l'insuffisance des principes de Méchanique jusqu'ici connus pour la résolution des questions de cette nature, & le besoin où l'on est d'aller plus loin, & d'en découvrir de nouveaux qui, fortifiés de l'Analyse, puissent nous conduire à une solution complette. C'est pourquoi c'est à établir ces nouveaux principes, que je m'attacherai d'abord dans cette Dissertation. Par leur moyen on pourra non-seulement déterminer la Machine dont il s'agit, mais aussi les porter généralement toutes au plus haut point de perfection. C'est pourquoi outre l'espoir de satisfaire pleinement à la question proposée par l'Académie, que me fait naître la découverte de ces principes, je me flatte d'avoir ouvert un vaste champ à une infinité de nouvelles inventions très-utiles au sujet des Machines.

§. IV. Toute recherche où l'on se propose de connoître & d'expliquer quelle Machine que ce soit, doit être divisée en deux parties. Dans la premiere on s'attache uniquement à connoitre l'équilibre des Machines, ou à déterminer la raison entre la puissance & la résistance du poids ou du fardeau qui produit l'état de l'équilibre. Mais dans la seconde on doit envisager le mouvement des Machines mêmes, qui fait avancer le fardeau, & déterminer la vitesse actuelle & le tems dans lequel le fardeau est tiré par un espace donné. La premiere partie a été si souvent traitée, & est si connue, qu'elle ne laisse plus rien à désirer. La seconde, au contraire, est si peu cultivée jusqu'ici, qu'à peine peut-on établir quelque chose de sûr touchant le mouvement même des Machines: ce qui est cependant l'essentiel dont il s'agit. Cette faute ne doit point être imputée au calcul ou à l'Analyse, mais plutôt au manque des principes de Méchanique, absolument nécessaires pour développer ces mouvemens composés. Ainsi il ne faut pas s'étonner si, ignorés comme ils le sont pour la plûpart, on n'a presque rien découvert jusqu'ici touchant le mouvement actuel des Machines.

§. V. Cependant il est fort aisé de sentir la nécessité de cette théorie du mouvement des Machines, soit pour en juger, soit pour les perfectionner. Qu'on veuille faire avancer un certain fardeau avec une force donnée; il y a toujours plusieurs Machines, & même une infinité de la même sorte ou espéce, qu'on peut employer pour produire cet effet: mais pour déterminer celle qui le produira le plus vîte, il faut nécessairement avoir recours à cette théorie, jusqu'à présent si peu connue. Si, par exemple, il falloit élever un poids de 1000 livres avec une force égale à 100 livres par le moyen d'un Treuil ou Cabestan, il faut que la longueur des barres soit plus de dix fois plus grande que le rayon de l'essieu, de sorte qu'on se pourra servir de toutes les raisons qui surpassent la décuple. Mais qui ne s'apperçoit d'abord que si on prenoit la raison trop grande, il en résulteroit autant d'inconvéniens que si elle étoit trop proche de celle de 10 à 1? D'où il suit qu'il doit y avoir une certaine & déterminée raison entre la longueur des barres & l'épaisseur de l'essieu, moyennant laquelle le poids puisse être élevé le plus promptement. Dans l'exemple qu'on vient d'alléguer, cette raison se trouve environ de 20 à 1 au jugement des Experts; c'est-à-dire, que pour élever un poids de 1000 livres par un poids de 100 livres dans le moindre tems par le moyen d'un Treuil, il faut que le grand rayon auquel est appliquée la force, soit environ vingt fois plus grand que le petit auquel le fardeau est attaché; ensorte qu'une raison plus grande n'apporteroit pas moins de retard dans l'opération, qu'une raison plus petite.

§. VI. Tout cela, & bien d'autres choses encore touchant l'effet des Machines, & dont il est absolument nécessaire de porter un jugement solide, ne peuvent nullement être déduites de la théorie où l'on s'est borné jusqu'à présent, & qui ne va qu'à déterminer la raison requise pour produire l'équilibre entre le poids & la puissance. Ce qui fait d'autant mieux sentir l'utilité & la nécessité d'une autre théorie touchant les Machines, par le secours de laquelle on puisse déterminer leur mouvement, de même que la vitesse avec laquelle elles peuvent mouvoir le poids

par une force donnée. Par le moyen de cette théorie nonseulement il sera aisé de connoître quelle Machine mouvra un poids plus vîte ou plus lentement, (en quoi consiste la connoissance des Machines;) mais de plus, en employant la méthode *de maximis & minimis*, on pourra assigner entre toutes les Machines possibles, précisément celle par le moyen de laquelle un corps donné sera mû par une puissance donnée le plus promptement. Or puisque plus une Machine accélere son effet, plus elle doit être censée parfaite, il suit que cette nouvelle théorie sera propre à donner à toutes sortes de Machines la derniere perfection, dont elles sont susceptibles. Si donc on vient à déterminer entre toutes les Machines celle qui fera avancer le plus vîte un certain poids par une force donnée, je dis que c'est celle qu'on doit tenir pour la plus parfaite; & en vain en cherchera-t-on une qui le soit plus.

§. VII. J'espere donc d'avoir mis dans tout son jour ce que j'ai avancé plus haut; je veux dire, que bien loin que la question proposée par l'Académie Royale des Sciences, ne donne aucune prise à la Géométrie & à l'Analyse, il est impossible de la résoudre convenablement sans recourir au calcul & à une nouvelle théorie des Machines, à quelques petits secours près, qu'on doit de la pratique. Car lorsqu'on demande une Machine qui serve dans un vaisseau à élever une ancre, ou un autre grand fardeau avec le plus de facilité, c'est principalement à ménager le tems, qu'on doit s'attacher, & à faire ensorte qu'une opération en prenne le moins qu'il est possible. Dans cette vue donc on demande une Machine qui soit premiérement exempte des inconvéniens qui résultent de la nécessité où l'on est de choquer plusieurs fois, & d'interrompre l'opération; & en second lieu, qui produise son effet dans le plus court espace de tems. Pour satisfaire à la premiere de ces deux conditions, on donnera pour cette partie du Cabestan, autour de laquelle se roule la Tournevire, une structure plus commode & plus avantageuse, & une maniere de rouler aussi plus commodément ce cordage; ce que je ferai en dernier lieu de cette piece, après avoir développé l'autre partie de cette question; parce que c'est ici où il faut le plus consulter la pratique, & surquoi cependant la théorie donne beaucoup de lumieres. Quant à l'autre condition, qui sera ici la premiere, il n'est pas possible d'y satisfaire sans l'Analyse, & sans la nouvelle théorie des Machines, qui en explique & détermine le mouvement.

§. VIII. Mais afin de faire mieux connoître de quels nouveaux principes de Méchanique on a besoin pour déterminer le mouvement des Machines & la vîtesse du poids, il est nécessaire de commencer par la premiere théorie, qui ne roule uniquement que sur l'équilibre entre la puissance & le poids. On emploie dans cette théorie les principes de Statique, en conséquence desquels on indique la quantité de force sollicitante qu'il faut pour tenir en équilibre ou en repos, un certain poids qu'on veut mouvoir par une certaine Machine. C'est en quoi consiste la multiplication de la puissance sollicitante, qui fait qu'une petite force appliquée à une Machine, devient capable de soutenir un grand poids; & c'est ce que cette théorie dès long-tems épuisée, fait suffisamment connoître. Or quoiqu'on n'y fasse attention qu'à l'équilibre, & point du tout au mouvement même, il n'y a pourtant personne qui ne voye d'abord que si on applique à une Machine une plus grande force qu'il ne faut pour l'équilibre, le poids sera mis en mouvement. On peut encore en tirer cette conséquence, que plus on augmentera la force sollicitante; plus le corps sera mû vîte. Mais on ne peut rien conclure de cette théorie par rapport à la vîtesse & au mouvement même, qu'une puissance imprime dans ces cas à un corps à l'aide d'une Machine quelconque.

§. IX. Pour déterminer donc ce mouvement des Machines, qui se fait lorsqu'on applique plus de force que n'en demande l'équilibre, il faut établir des principes Méchaniques, tels qu'on puisse par leur moyen assigner à chaque

instant, tant l'accélération momentanée, que la vîtesse même, si un corps quelconque, & comme on voudra mobile, est sollicité par une ou par plusieurs puissances. Il est vrai que lorsque les corps à qui des puissances impriment du mouvement, sont tels, qu'on peut les regarder comme des points, (ce qui arrive si on n'a égard dans le calcul qu'au mouvement total, & qu'on néglige le mouvement des parties relatives entr'elles;) alors je conviens que les principes de Méchanique assez connus, suffisent pour déterminer l'accélération & le mouvement lui-même. C'est de ces principes qu'on a pû effectivement déterminer le mouvement des corps graves, soit dans leur chûte, soit qu'ils ayent été projectés obliquement; & aussi ceux des corps célestes, de même que ceux d'oscillation. Mais si un corps auquel sont appliquées des puissances, est composé de plusieurs parties dont les mouvemens dépendent l'un de l'autre, comme cela arrive dans presque toutes les Machines, alors ces principes sont d'un foible secours pour développer ce mouvement, & il faut nécessairement recourir à d'autres nouveaux principes propres à cette fin.

§. X. Je vais donc expliquer ces principes, à la faveur desquels on peut déterminer exactement le mouvement des Machines. Je les appuyerai sur des démonstrations évidentes & Géométriques, autant que mon dessein le permettra. Ensuite j'envisagerai les Machines en général, & je ferai le détail de tous les moments relatifs, tant à la structure de la Machine, qu'à la puissance & au fardeau, auxquels il faut nécessairement faire attention, si on veut juger de l'action & du mouvement des Machines. Après avoir mis ce fondement je considérerai le Cabestan même, & en ayant déterminé le mouvement par les principes établis ci-devant, je chercherai par la méthode *de maximis & minimis*, entre toutes les Machines de cette espéce, celle par le moyen de laquelle on pourra élever l'ancre, ou mouvoir d'autres fardeaux en moins de tems qu'il est possible. Enfin je détaillerai la structure de la Machine déja trouvée, qui la garantisse le plus qu'il est possible des inconvéniens que le roulement du cordage occasionne, & qui permette de pouvoir achever l'opération sans interruption. Je me flatte qu'en exécutant le plan que je viens de tracer, j'aurai satisfait à la question suivant les vûes de la célébre Académie qui l'a proposée, & de plus découvert une méthode universelle, sûre & unique pour pouvoir juger sainement de toutes les Machines en général, & pour les porter au plus haut dégré de perfection.

IIe. *PRINCIPES DE MECHANIQUE.*

§. XI. Avant que d'entrer dans l'explication de ces principes de Méchanique propres à répandre de la lumiere sur le sujet dont il s'agit, il est à propos de toucher légérement les premiers principes du mouvement, quoiqu'ils soient assez connus, & servent de base à la théorie du mouvement telle qu'elle a été traitée jusqu'ici, afin de faire mieux sentir la connexion des nouveaux principes, avec ceux qu'on connoit déja, mais sur-tout leur nature & leur usage. Les principes connus du mouvement, regardent particuliérement les corps infiniment petits, qui ne sont capables que d'un mouvement progressif. Néanmoins ils sont d'une utilité importante pour déterminer le mouvement total des corps d'une grandeur finie, en négligeant le mouvement relatif des parties entre elles. Ces principes, dis-je, servent à déterminer le mouvement que des forces quelconques impriment aux corps qu'elles sollicitent, lorsque toutes les parties des corps reçoivent un même mouvement, ou que, supposé qu'il y ait un mouvement de rotation, on peut le négliger. C'est ainsi que Newton & d'autres, ont fort bien déterminé par le moyen de ces principes, le mouvement des corps pésants, qui tombent librement, ou qui sont obliquement projectés, quoique ces corps soient d'une grandeur finie ; & outre cela on a résolu quantité d'autres questions sur le mouvement des corps d'une grandeur finie, tant dans le vuide que dans des milieux résistans, ausquels ces principes étoient suffisans.

§. XII. Il ne sera pas inutile, je pense, de réduire à des notions distinctes les termes de masses des corps, de puissances & de vitesse, afin de mettre plus clairement devant les yeux la force & l'étendue des principes du mouvement, tant de ceux qui sont connus, que des nouveaux que je vais établir. La *Masse* donc est la quantité de matiere dont un corps est composé ; & qu'on doit prendre en considération dans la génération ou altération du mouvement, à cause de la force d'inertie propre à toute matiere. Car plus il y a de matiere dans un corps, moins la puissance appliquée à ce corps y produit d'effet. Or parce que les poids de tous les corps situés autour de notre terre sont proportionnels à la quantité de matiere dont ils sont composés, on pourra employer le poids que chaque corps a sur la surface de la terre, ou qu'il y auroit s'il y étoit placé, pour exprimer la masse de ce corps. Ainsi si par la lettre M je désigne la masse d'un corps quelconque, cette lettre M marquera en même tems le poids que ce corps auroit, s'il étoit sur la surface de la terre.

§. XIII. Par *Puissance* on entend une force quelconque capable de mouvoir un corps, ou de changer son mouvement. Une telle puissance est la gravité, en vertu de laquelle tous les corps terrestres tendent en bas ; & dans tous ces corps la force de la gravité est égale à leur poids. De là résulte une maniere assez commode d'exprimer toutes les puissances par des poids, lorsqu'on prend à la place d'une puissance quelconque, un poids qui tend en bas avec une force égale à celle avec laquelle cette puissance sollicite le corps auquel elle est appliquée dans sa direction. Ainsi si une puissance P sollicite un corps, la lettre P désignera le poids qui tend en bas avec autant de force, que la puissance pousse le corps dans sa direction. On peut donc en se servant de cette maniere de désigner, regarder les masses des corps & les puissances sollicitantes, comme des quantités homogenes entr'elles, puiſque les unes & les autres s'expriment par des poids : ce qui procure bien des avantages dans la théorie du mouvement. N'auroit-on pas, par exemple, une idée bien claire de la maſſe de la Lune, ſi on ſçavoit combien elle péſeroit, placée ſur la terre? Et la force avec laquelle elle eſt attirée vers la terre, ne ſeroit-elle pas diſtinctement connue, ſi on ſçavoit aſſigner un poids ſur la terre dont l'effort pour deſcendre fût égal à celui avec lequel la Lune eſt ſollicitée vers la terre?

§. XIV. Quant à la vîteſſe, on peut ſe ſervir de pluſieurs moyens pour la meſurer; mais celui-ci qui ſe prend de la chûte des Graves dans la Verticale, paroît être le plus commode pour notre deſſein; parce que nous avons une idée aſſez claire tant d'une hauteur déterminée, que de la vîteſſe qu'un corps tombant de cette hauteur acquiert. On ſçait que les vîteſſes tiennent la raiſon ſoudoublée des hauteurs, & que la vîteſſe qu'un corps a acquiſe à la fin de chaque deſcente, eſt égale à celle qu'il faudroit à un corps qui ſe mouveroit uniformement pour parcourir un eſpace double dans le même tems que l'autre a employé dans ſa chûte. C'eſt pourquoi pour meſurer une vîteſſe quelconque, je me ſervirai de la hauteur d'où un corps tombant acquiert la même vîteſſe; & j'appellerai cette hauteur dans la ſuite *la Hauteur due à la vîteſſe.* Ainſi ſi je dis que la hauteur due à la vîteſſe d'un certain corps, eſt v, j'entends que ce corps ſe meut avec autant de vîteſſe, qu'un autre en acquiert lorſqu'il tombe de la hauteur v ſur la ſurface de la terre. Or il eſt clair que ces hauteurs n'expriment pas tant les vîteſſes mêmes que leurs quarrés, puiſque les vîteſſes acquiſes par la chûte ſont en raiſon ſoudoublée des hauteurs. Ainſi dans l'exemple allégué, ce n'eſt pas la hauteur v qu'il faut employer pour déſigner la vîteſſe même, mais plutôt $\sqrt{v}$.

§. XV. Après avoir réduit à des expreſſions déterminées les maſſes, les puiſſances & les vîteſſes, on ſera mieux en état d'expliquer la nature & l'uſage des principes de Méchanique. Je ſuppoſe qu'un corps dont la maſſe eſt M ſe meuve

meuve avec autant de vîteſſe qu'il auroit s'il étoit tombé de la hauteur v, ou bien que la hauteur v ſoit la hauteur due à la vîteſſe. Que ce corps ſoit maintenant ſollicité par une puiſſance P, dont la direction ſoit la même que celle du mouvement : ce corps donc ſera accéléré (ſa direction demeurant la même) de façon que pendant qu'il parcourt l'élément de l'eſpace dx, il devient $dv = \frac{Pdx}{M}$. C'eſt-à-dire, lorſque le corps a parcouru le petit eſpace dx, ſa vîteſſe s'augmentera, & ce ne ſera plus v, mais $v + dv$ ou $v + \frac{Pdx}{M}$, qui exprimera la hauteur due. Dans cette expreſſion il eſt à remarquer que la fraction $\frac{P}{M}$ ne déſigne qu'un nombre abſolu à cauſe de P & M exprimés par des poids, & partant $v + \frac{Pdx}{M}$ ne dénote qu'une longueur ſimple. Voilà le premier principe, d'où l'on peut connoître l'action des puiſſances dans la génération ou l'altération du mouvement des corps.

§. XVI. Si la direction de la puiſſance eſt directement oppoſée à la direction dans laquelle le corps ſe meut, alors la direction ne changera pas non plus qu'auparavant, mais la vîteſſe ſera diminuée dans la même proportion, enſorte que l'élément de l'eſpace dx étant parcouru, il ſera $dv = -\frac{Pdx}{M}$, & la hauteur due alors à la vîteſſe $= v - \frac{Pdx}{M}$. Mais ſi la direction de la puiſſance eſt oblique par rapport à la direction du mouvement du corps, il faut alors décompoſer la puiſſance en deux latérales, dont la direction de l'une tombe ſur celle du corps, & la direction de l'autre ſoit perpendiculaire à celle-ci. Cela étant fait, la premiere puiſſance latérale agira comme ſi elle étoit ſeule, je veux dire qu'elle augmentera ou diminuera la vîteſſe ſuivant le principe précédent, ſans altérer la direction. Mais l'autre, dont la direction eſt perpendiculaire à celle du mouvement du corps, n'altérera en rien la vîteſſe; mais toute ſon action n'ira qu'à changer la direction du corps. Ainſi une telle puiſſance normale P fera perdre à un corps ſon mouvement rectiligne, qu'il tâche de conserver en vertu de la premiere loi du mouvement, & le forcera à décrire un petit arc de cercle, dont le rayon de courbure sera $= \frac{2Mv}{P}$. C'est-là le second principe de Méchanique déja connu, d'où l'on a dérivé les mouvemens curvilignes des corps sollicités par des puissances quelconques.

§ XVII. Or ces principes ne sont d'aucun usage dans la recherche du mouvement, à moins que les corps ne soient effectivement infiniment petits, comme des points, ou qu'on ne puisse les regarder comme tels sans aucune erreur : ce qu'on peut faire lorsque la direction de la puissance sollicitante passe par le centre de gravité du corps. Dans ce cas en effet, il est permis d'envisager le corps comme tout ramassé dans son centre de gravité, & alors on pourra déterminer le mouvement par les principes dont on vient de parler. Mais lorsque la direction de la puissance ne passe pas par le centre de gravité du corps, on ne pourra pas assigner tout l'effet de la puissance par le moyen de ces principes, & cela d'autant moins que le corps qui doit être mû ne sera pas libre, ou qu'il sera retenu par quelque obstacle selon sa structure; comme cela arrive dans toutes les Machines, & surtout dans celles de la nature du Cabestan, lesquelles ne sont susceptibles que d'un mouvement circulaire autour d'un ou de plusieurs axes fixes, par le moyen duquel on fait avancer le fardeau. Par-là on voit manifestement que pour connoître & déterminer par le calcul ces mouvemens que des puissances quelconques impriment à des corps de cette nature, les principes qu'on vient de donner ne sont d'aucune ressource : mais qu'il en faut d'autres, si l'on veut connoître au juste ces mouvemens composés & variés.

§. XVIII. Je commencerai donc par les corps infléxibles, dont les parties conservent entr'elles une situation immuable; je les supposerai premiérement libres & nulle part arrêtés, afin qu'ils puissent se mouvoir librement en tous sens & en toute maniere, suivant que les puissances l'exigent. Un tel corps abandonné à lui-même, qu'aucune puissance ne sollicite, ou demeurera perpétuellement en repos, ou s'il est en mouvement, continuera à se mouvoir, ensorte que son centre de gravité se mouvera uniformément en ligne droite. Cependant, soit qu'il reste en repos, ou qu'il se meuve comme on vient de dire, il peut avoir un mouvement autour d'un axe, qui passe par son centre de gravité. Si donc un corps vient à prendre un tel mouvement de rotation, il le conservera toujours uniforme, tout comme l'autre mouvement progressif. Tout corps de cette nature par consequent est susceptible de deux mouvemens indépendans l'un de l'autre; dont l'un est progressif, qui fait que le centre de gravité d'un corps se meut uniformément en ligne droite; l'autre est un mouvement de rotation, par lequel un corps tourne uniformément autour d'un axe qui passe par son centre de gravité. Je pourrois établir sur des démonstrations Géométriques ces principes touchant le mouvement des corps roides, libres, & sur qui n'agit aucune puissance; mais comme ils ne servent pas principalement à mon dessein, je n'en ajouterai pas la démonstration, d'autant plus que les Phénoménes & les principes reçûs ne laissent pas douter de leur vérité.

§. XIX. Qu'il survienne maintenant des puissances qui sollicitent un tel corps, soit qu'il soit en repos ou en mouvement, les puissances produiront pareillement deux effets dans ce corps, tant par rapport au mouvement progressif, en tant qu'elles le feront naître ou changer, que par rapport au mouvement de rotation autour d'un axe qui passe par le centre de gravité, entant qu'elles le produisent ou altérent. Ces deux effets sont outre cela tels, qu'ils n'ont aucune liaison entr'eux, & que l'un n'influe point sur l'autre; ce qui procure l'avantage de pouvoir déterminer chacun d'eux séparément, sans faire attention à l'autre. Je veux dire, que la formation & le changement du mouvement progressif, où on ne considere que le mouvement du centre de gravité se fait toujours de la même maniere, soit que le corps tourne sur lui-même ou non ; ainsi que pour déterminer le mouvement progressif, on n'a pas besoin d'avoir égard au mouvement de rotation. Il en est de même de celui-ci. Qu'il y ait un mouvement progressif ou non, le mouvement de rotation se forme & se modifie tout de même. Ainsi lorsqu'il en est question, il est permis de faire entiérement abstraction du mouvement progressif, & d'envisager hardiment le centre de gravité, comme s'il étoit en repos. Il me seroit pareillement aisé de démontrer Géométriquement tout ce que je viens d'avancer, si cela me conduisoit directement à mon but, & si je ne craignois d'être trop long.

§. XX. Quant à ce qui concerne donc l'effet qu'une puissance quelconque produit dans un corps par rapport à son mouvement progressif, on pourra toujours le déterminer avec justesse par le moyen d'un seul principe, qui est celui ci : Que pour déterminer le mouvement progressif d'un corps sollicité par des puissances quelconques, il faut concevoir que tout le corps est concentré dans son centre de gravité, & que toutes les puissances sont appliquées à ce point dans les mêmes directions, c'est-à-dire, dans des directions paralleles à celles qu'elles ont en effet. Cela fait, toute la question se réduit au cas dans lequel on recherche le mouvement d'un point sollicité par des puissances, à quoi les principes connus dont on a fait mention ci-dessus, suffisent. De-là on voit clairement ce que j'ai avancé plus haut, sçavoir, que ces principes ne se bornent pas aux corps infiniment petits, mais qu'ils servent aussi à faire connoître le mouvement progressif de tous les corps. Mais il n'en est pas de même du mouvement de rotation ; car il demande d'autres principes que je vais expliquer.

§. XXI. C'est d'abord à l'axe autour duquel ce mouvement se fait, qu'il faut faire attention, & ensuite à la vîtesse avec laquelle il se fait, que l'on connoît par la vîtesse avec laquelle une particule à une distance donnée de l'axe, se meut. Or dans les corps libres, tels que ceux que j'ai

maintenant en vue, le mouvement de rotation ne se peut faire qu'autour d'un axe qui passe par le centre de gravité du corps. Car pour que ce mouvement autour d'un tel axe, déterminé & en repos puisse durer, il faut que toutes les forces centrifuges autour de cet axe se tiennent mutuellement en équilibre. D'où il suit nécessairement que cet axe passe par le centre de gravité du corps. Mais au contraire, toute droite qui passe par ce centre, ne peut pas faire la fonction d'un axe de rotation ; parce que toutes ces droites ne produisent pas toujours l'équilibre entre les forces centrifuges. C'est pourquoi lorsqu'un corps commence à tourner autour d'un tel axe qui n'a pas cette propriété, alors le mouvement de rotation se dérangera d'abord, bien qu'il ne survienne aucune force étrangere ; & l'axe se changera en passant pourtant toujours par le centre de gravité, jusqu'à ce qu'il soit parvenu dans une telle situation, où les forces centrifuges se tiennent parfaitement en équilibre.

§. XXII. C'est-là aussi la raison pour laquelle il est bien souvent fort difficile de déterminer ce mouvement de rotation dans des corps libres, sur qui des forces quelconques font impression ; lorsque l'axe autour duquel elles commencent à le faire tourner, n'a pas la propriété mentionnée. Mais cette difficulté ne m'arrêtera pas, puisqu'il n'y a dans les Machines, qui font présentement mon objet, aucun de ces mouvemens de rotation libres, dont l'axe se forme de lui-même : car bien loin de là les axes autour desquels ces mouvemens se font, y sont fixes, & par la structure immobiles. Or soit que l'axe soit libre, soit qu'il soit déterminé & fixé, il faut également les mêmes principes pour connoître comment les puissances produisent ou changent ce mouvement de rotation. Le dernier de ces cas, qui a lieu dans les Machines, est plus aisé à manier que le premier ; parce que dans celui-ci, avant que d'être en état de développer le mouvement de rotation, il faut déterminer l'axe par la direction des puissances sollicitantes, & par la nature du corps même, au lieu que dans l'autre cas les axes ſont déja donnés & connus par la ſtructure des Machines.

§. XXIII. C'eſt pourquoi j'enviſagerai l'axe de rotation comme fixe ; car quoique dans les corps libres il n'y en ait point de tel, cependant quand on l'aura une fois déterminé, le mouvement ſe fera dans ces corps, tout comme autour d'un axe fixe. Il faut donc donner des principes, par le moyen deſquels on puiſſe expliquer & déterminer exactement, comment ſe produit le mouvement de rotation autour d'un axe fixe & connu, & comment les forces ſollicitantes peuvent le changer. Je ſuppoſerai donc qu'un axe ferme & immobile traverſe le corps, que je conſidere de façon pourtant qu'il puiſſe être librement mû autour de cet axe. Enſuite je rechercherai l'effet de chaque puiſſance appliquée au corps par rapport à la formation & à l'altération du mouvement autour de l'axe ; car c'eſt par-là que je me frayerai le chemin à la connoiſſance du mouvement des Machines, de quelque eſpéce & ſtructure que ce puiſſe être, & en conſéquence de celui par lequel une puiſſance donnée fait avancer un poids par le moyen d'une certaine Machine. Enfin, après avoir établi & démontré ces principes, je me verrai en état d'entreprendre la réſolution du ſujet propoſé.

Fig. 1. §. XXIV. Soit donc premierement le petit corps A mobile autour du pôle O, qu'il ſe meuve effectivement dans la circonférence du cercle TAV, avec une vîteſſe due à la hauteur v. Puiſque donc la vîteſſe même eſt comme $\sqrt{v}$, la vîteſſe angulaire, ou l'angle décrit dans un tems donné, ſera comme $\frac{\sqrt{v}}{AO}$. A préſent que ce petit corps, pendant qu'il parcourt le petit arc Aa, ſoit ſollicité par la puiſſance $AP = P$, dont la direction ſoit dans le plan AOV, & perpendiculaire au rayon AO : car ſi la direction de la puiſſance n'eſt pas telle, il faudra la réſoudre en ſes latérales, dont il n'y aura que celle qui eſt perpendiculaire à AO & dans le plan AOV, qui affecte le mouvement de rotation. L'increment donc de la vîteſſe du corps A, tandis qu'il parcourt l'élément Aa, ſe déterminera par cette équation, $dv = \frac{P.Aa}{A}$; A marquant la maſſe du corps A. Par conſéquent la vîteſſe angulaire, qui étoit auparavant comme $\frac{\sqrt{v}}{AO}$, ſera maintenant comme $\frac{\sqrt{\left(v+\frac{P.Aa}{A}\right)}}{AO} = \frac{\sqrt{v}}{AO} + \frac{P.Aa}{2A.AO.\sqrt{v}}$: donc l'accroiſſement de la vîteſſe angulaire ſera $\frac{P.Aa}{2A.AO.\sqrt{v}}$. Or $\frac{Aa}{\sqrt{v}}$ étant comme le tems, dans lequel cet accroiſſement ſe produit, cet accroiſſement ſera comme $\frac{P\,dt}{A.AO}$; dt déſignant cet élément du tems. Mais parce que la force actuelle avec laquelle le mouvement de rotation eſt altéré, doit être eſtimée par l'increment de la vîteſſe angulaire dans un tems donné ; cette force de rotation dans notre cas ſera $= \frac{P}{A.AO}$. D'où il eſt clair que ſi on multiplie la force de rotation exprimée de cette façon par $Aa.AO$, on obtiendra l'increment de la hauteur due à la vîteſſe du corps A, pendant qu'il parcourt le petit arc Aa ; & par là on comprendra ſuffiſamment ce terme de *force de rotation* dont je me ſervirai dans la ſuite.

§. XXV. Ayant donné cette idée de la force de rotation, je vais chercher de quelle grandeur doit être un autre corps M placé à une diſtance donnée MO du pôle O, & par quelle puiſſance Mm il doit être ſollicité afin qu'il en réſulte, quant au mouvement de rotation, la même choſe que dans le premier corps A ſollicité par la puiſſance Aa à la diſtance AO du pôle. Si cela eſt une fois déterminé, il ſera facile d'aſſigner tant la force que le mouvement de rotation pour pluſieurs de ces petits corps unis, ou ce qui revient au même, pour un corps roide quelconque, mobile autour d'un axe fixe & ſollicité par des puiſſances quelconques ; ce que je ferai voir bien-tôt. Or il eſt manifeſte premierement que dans le cas propoſé où on doit ſubſtituer la puiſſance Mm à la place de celle Aa, il faut néceſſaire- Fig. 2.

ment que les moments de l'une & de l'autre soient égaux entr'eux, ce qui donne $Mm. MO = Aa. AO$. Mais outre cela la force de rotation doit aussi être la même de part & d'autre. C'est pourquoi appellant A & M les masses des corpuscules A & M, on aura $\frac{Aa}{A.AO} = \frac{Mm}{M.MO}$. Or comme on a par la premiere condition $Mm = \frac{Aa.AO}{MO}$, si on substitue cette valeur à la place de Mm dans l'autre équation, on aura $\frac{Aa}{A.AO} = \frac{Aa.AO}{M.MO^2}$; & partant $M = \frac{A.AO^2}{MO^2}$. Pour trouver donc le mouvement de rotation d'une particule quelconque A éloignée de l'axe de rotation O de l'intervale AO, & sollicitée par la puissance Aa, on peut substituer hardiment dans une distance donnée OM du même axe O, le petit corps $M = \frac{A.AO^2}{MO^2}$ qui soit sollicité par la puissance $Mm = \frac{Aa.AO}{MO}$.

Fig. 3. §. XXVI. Soit présentement un systême de plusieurs petits corps A, B, C, D, E fortement alliés entr'eux, de même qu'à l'axe de rotation O, autour duquel ce systême soit mobile. Qu'à chacun de ces petits corps soient respectivement appliquées les puissances Aa, Bb, Cc, Dd, Ee, toutes d'un même sens. S'il y en avoit qui agissent en sens contraire, cela n'apporteroit aucune difficulté dans le cas même, mais seulement dans les signes $+$ & $-$. Pour déterminer donc le mouvement de rotation de ce systême de corps, je prends une distance fixe comme celle de OM de l'axe O; & je place au point M à la place du corps A, le corps $= \frac{A.AO^2}{MO^2}$ sollicité par la puissance $\frac{Aa.AO}{MO}$. Pareillement je substitue dans le même point M au lieu du corps B, un corps $= \frac{B.BO^2}{MO^2}$ sollicité par la puissance $\frac{Bb.BO}{MO}$, & en continuant de pareilles substitutions pour chaque corps du systême, j'aurai à substituer au lieu de tous au point M la masse $M = \frac{A.AO^2 + B.BO^2 + C.CO^2 + D.DO^2 + E.EO^2}{MO^2}$ qui sollicitée

licitée par la seule puissance $Mm = \frac{Aa.AO + Bb.BO + Cc.CO + Dd.DO + Ee.EO}{MO}$ subira les mêmes Phénoménes du mouvement de rotation, que le systême de tous les corpuscules lui-même. C'est pourquoi puisque la force de rotation dans le cas qu'on vient de trouver, $= \frac{Mm}{MMO}$, la force de rotation du systême proposé produite par toutes les puissances sollicitantes, sera $= \frac{Aa.AO + Bb.BO + Cc.CO + Dd.DO + Ee.EO}{A.AO^2 + B.BO^2 + C.CO^2 + D.DO^2 + E.EO^2}$, laquelle étant multipliée par $M\mu.\ MO$ exprimera l'increment de la hauteur due à la vîtesse, que le point M acquiert lorsqu'il parcourt autour du pôle O le petit arc Mm.

§. XXVII. Maintenant si nous examinons l'expression qui indique la force de rotation, nous remarquerons que c'est une fraction dont le numérateur est la somme de tous les moments que toutes les puissances ont, étant rapportées à l'axe de rotation, & dont le dénominateur est la somme de tous les produits qui proviennent de la multiplication de chaque particule par le quarré de sa distance à l'axe de rotation. J'appellerai cette derniere somme, qui forme le dénominateur de la fraction trouvée pour la force de rotation, le Moment de la Matiere du corps par rapport à l'axe autour duquel se fait la rotation. Ainsi pour trouver le moment de la matiere d'un corps quelconque roide, & mobile autour d'un certain axe, on n'a qu'à multiplier chaque particule du corps par le quarré de sa distance de cet axe, & à rassembler en une somme tous ces produits. C'est pourquoi on aura la force de rotation de chaque corps mobile autour d'un axe fixe, & sollicité par des puissances quelconques, si on divise le moment des puissances sollicitantes par le moment de la matiere du corps, tous deux par rapport à l'axe de rotation.

§. XXVIII. On peut donc déterminer tant l'accélération que la vîtesse même, qu'un corps mobile autour d'un axe fixe, acquiert, par ces deux momens des puissances sollicitantes & de la matiere par rapport à l'axe de rotation. Au dernier de ces momens je donne le nom de Moment de la matiere, parce que dans celui-là entre la considération de la matiere & de l'inertie. Le premier de ces momens donc, qui est celui des puissances sollicitantes, divisé par le moment de la matiere, donnera la force de rotation, de la même maniere que dans les mouvemens progressifs la puissance même divisée par la matiere même du corps, exprime la force accélératrice. Cette grande analogie mérite bien d'être remarquée. Enfin l'usage de ces principes que je viens d'établir, autant que mon dessein le requiert, sur des démonstrations solides, est d'une très-grande étendue dans la Méchanique pour la solution de quantité de problêmes, qu'on n'oseroit pas même entreprendre sans cela; ce qu'on reconnoitra bien-tôt mieux quand je parviendrai aux Machines. Mais outre cela on peut déduire d'une maniere très-aisée de ces principes, tout ce qu'on fait touchant les centres d'oscillation & de percussion, & bien d'autres choses encore: & quoique ce soient des choses assez connues, cette maniere de les déduire, paroît cependant plus naturelle; puisqu'elle est immédiatement fondée sur des premiers principes de Méchanique, non-seulement très-certains, mais aussi nécessairement vrais.

III°. *De l'action des Machines en général.*

§. XXIX. Dans toutes sortes de Machines, outre la raison de la multiplication de la force sollicitante, qui est presque la seule chose qu'on a coutume de considérer, il faut sur-tout faire attention à la structure de la Machine, & ensuite à la nature des puissances & du fardeau, si on veut porter un jugement solide du mouvement & de l'effet des Machines. Dans celles qui demandent maintenant nos réflexions, il faut examiner non-seulement la connéxité des parties & leur mobilité respective, mais de plus la masse de chaque partie & leur figure, tant extérieure qu'intérieure.

Or soit que les parties de la Machine ayent un mouvement progressif tandis que la Machine se meut, ou un mouvement de rotation autour d'un certain axe, la masse de chaque partie entrera dans le calcul. Mais parce que dans ce dernier cas il faut déterminer le moment de la matiere; il faut, outre la quantité de la masse même, connoître la structure intérieure, & sur-tout la figure du corps dont il s'agit. Mais comme le sujet nous borne à ces sortes de Machines, qui ne sont composées que de cylindres mobiles sur des axes qui passent par leur milieu, comme sont le Treuil, le Vindas, & sur-tout le Cabestan, il suffira de sçavoir que le moment de matiere du cylindre mobile autour de son axe, est égal à la masse ou au poids du cylindre multiplié par la moitié du quarré du rayon de la base. Ainsi si le poids du cylindre est $= A$ & le demi diamétre de sa baze $= a$, le moment de la matiere sera $= \frac{A a^2}{2}$, pourvû que le cylindre soit d'une matiere homogene.

§. XXX. En second lieu, dans l'examen des Machines il faut tenir compte de la force qui leur imprime du mouvement, & par-là aux fardeaux. Ordinairement on ne considere que la quantité & la direction de cette force; parce que ces deux choses suffisent pour juger de l'équilibre. Mais quand il s'agit du mouvement même, & de déterminer la vîtesse avec laquelle le fardeau est mû, alors outre la quantité & la direction de la force sollicitante, il faut considérer sa nature intrinseque; c'est-à-dire, la matiere unie à la force, & qui doit être mise en mouvement en même tems que la force meut la Machine. Or il est manifeste par la génération du mouvement, que si à la force sollicitante est jointe une masse, qui doit être mue conjointement avec la Machine & le fardeau, plus cette masse est grande, plus le mouvement sera retardé. D'où il suit que dans toutes les forces qu'on applique pour faire mouvoir une machine outre leur quantité & leur direction, il faut considérer la matiere dans laquelle la force subsiste.

En recherchant donc le mouvement des Machines, je dois au sujet des puissances, prendre en considération trois différentes choses ; dont la premiere est la direction suivant laquelle la puissance agit sur la Machine ; la seconde est sa quantité, qu'on estimera par un poids qui fait autant d'effort pour descendre : & la troisiéme enfin sera la matiere étroitement jointe à la force, & que j'appellerai l'Inertie de la force sollicitante. Elle doit donc être également exprimée par un poids, de la même maniere que j'y ai réduit ci-dessus la quantité des masses.

§. XXXI. Cela fait voir qu'il y a une grande différence à mettre entre les forces qui animent des Machines, laquelle peut être négligée si on ne fait d'attention qu'à l'équilibre ; cette différence regardant proprement l'inertie de la force sollicitante. Ainsi si une Machine se met en mouvement par un poids qui descend perpendiculairement, le poids exprimera tant la quantité de la force même, que son inertie. Mais si le poids descend sur un plan incliné, la quantité de la force sera moindre que le poids même, & cela en raison du sinus de l'angle d'inclinaison du plan au sinus total ; mais l'inertie restera comme auparavant exprimée par le poids entier, ensorte qu'en ce cas la force sollicitante sera moindre que son inertie. De-là vient que ces sortes de forces où il y a beaucoup d'inertie, impriment aux Machines un mouvement plus lent. Une autre espéce de forces sont les ressorts, qui sont capables d'imprimer à une Machine un mouvement plus vite, parce qu'il n'y a d'ordinaire qu'une petite masse, c'est-à-dire, une petite quantité d'inertie unie à une assez grande force élastique. Il en est à peu près de même des forces des hommes & des animaux, qu'on emploie pour faire jouer quelque Machine. Ces forces avantageusement appliquées font un effet considérable, parce qu'il n'y a que peu de matiere à proportion de la quantité de la force, qui se meuve en même tems. Or rien ne paroît plus commode en fait de forces, que celles que le vent ou l'eau fournissent, principalement si leur impulsion se fait directement contre des aîles, comme dans un moulin à-vent, sur qui le vent exerce continuellement la même force, soit que la Machine soit en repos ou non. Dans ce cas il n'y a outre cela absolument aucune inertie jointe à ces forces, parce que le mouvement que produit l'action de la force dans l'eau ou dans l'air, ne ralentit point du tout le mouvement de la Machine. C'est donc du vent ou d'une eau courante, qu'il faut emprunter des forces pour rendre le mouvement des Machines le plus vîte. Après ces forces viennent celles que l'on tire des ressorts très-bandés, & les puissances des hommes & des bêtes appliquées avantageusement, parce qu'à ces forces se joint peu d'inertie, à proportion de leur quantité. Enfin on doit s'attendre à l'effet le plus lent, si les forces qu'on emploie sont prises de la descente des poids, sur-tout si elle se fait obliquement ; car c'est dans ce cas qu'à une petite force sollicitante se joint une grande inertie. Or il est à remarquer qu'en faisant cette comparaison des forces de différentes espéces, je les suppose toutes égales quant à leur quantité & leur direction.

§. XXXII. Je viens maintenant au fardeau qui doit être mû à l'aide de la Machine. Il y faut pareillement considérer trois choses, 1°. son inertie, ou la masse qui doit être mue ; 2°. sa résistance, ou la force qui est contraire à la force sollicitante ; & 3°. la direction de cette force de résistance, s'il y en a. C'est de-là que provient une différence très-considérable dans les fardeaux. Les uns ne font aucune résistance, ou n'ont point de force contraire à celle qui sollicite : ce qui arrive lorsqu'il n'y a qu'à mettre la seule masse du fardeau en mouvement ; comme s'il faut faire avancer un poids d'un mouvement horizontal ; car sa pésanteur en ce cas ne s'oppose à l'action de la Machine, qu'entant qu'elle augmente le frottement ; & il n'y a que l'inertie de la matiere, & le frottement à surmonter. La même chose a lieu dans les horloges & dans plusieurs sortes de moulins, où il n'y a aucune force contraire à la puiſſance ſollicitante ; mais toute la force ſollicitante s'emploie à produire du mouvement, ſans trouver d'autre obſtacle que l'inertie de la matiere dont la Machine eſt compoſée, & le frottement. Ces ſortes de Machines ne ſont donc point du reſſort de la Statique ordinaire, où l'on ne conſidere que l'état d'équilibre, & où l'on ne recherche que la raiſon entre la puiſſance ſollicitante & la force de la réſiſtance d'où ſe forme l'équilibre. Or dans ces cas il n'y a point du tout de force de réſiſtance ; car il faut bien diſtinguer la force de la réſiſtance, qui eſt une force contraire à la puiſſance ſollicitante, d'avec l'inertie. Celle-ci eſt propre par ſa nature à toute matiere ; mais celle-là vient de dehors comme de la gravité, & d'autres forces qui exiſtent dans le monde.

§. XXXIII. Or un corps ſollicité au-dehors par une force, en a une de réſiſtance, par laquelle il s'oppoſe au mouvement de la Machine. Cela arrive ſur-tout lorſqu'il faut élever des poids de bas en-haut : car dans ce cas il faut non-ſeulement vaincre l'inertie du poids, & imprimer à celui-ci du mouvement ; mais auſſi, & c'eſt à quoi il faut principalement faire attention, il faut ſurmonter la force de la réſiſtance avec laquelle le poids tend en bas. Je veux dire, que la force ſollicitante doit être à cette réſiſtance du poids en raiſon plus grande qu'il ne faut pour l'équilibre ; & c'eſt-là le cas principal & preſque unique qu'on a coutume de traiter dans la Statique, où il ne s'agit que de l'équilibre. Il en va de même à peu près s'il faut bander un reſſort par le moyen d'une Machine, & comprimer ou extraire l'air par des pompes pneumatiques ; car dans ces opérations la force de la réſiſtance forme un très-grand obſtacle à l'action des Machines ; mais l'inertie de la matiere qui doit être miſe en mouvement, eſt aſſez petite. Or c'eſt de l'inertie tant du poids que de la puiſſance, & de la Machine elle-même, que dépend principalement le mouvement de la Machine & du poids ; car plus la maſſe que la puiſſance doit mouvoir eſt grande, plus le mouvement ſera lent, comme cela ſuit de tous les principes que j'ai établis.

§. XXXIV. En dernier lieu, lorſqu'il eſt queſtion de déterminer le mouvement des Machines, il faut tenir compte du frottement qui diminue conſidérablement la vîteſſe. Pour donner la plus grande perfection aux Machines, on doit donc s'attacher ſur-tout à faire qu'il y ait le moins de frottement qu'il eſt poſſible ; on a trouvé à cet effet d'excellens expédiens. Or s'il n'eſt pas poſſible d'éviter tout-à-fait le frottement, il faut faire enſorte qu'il ſoit entiérement, en vertu de la conſtruction de la Machine, dans l'endroit où le mouvement eſt le plus lent ; ce qui d'ordinaire ſe pratique en diminuant les eſſieux autour deſquels le mouvement ſe fait, ou en les faiſant mouvoir ſur d'autres eſſieux plus petits. Mais s'il n'y a pas moyen d'éviter le frottement, il faut de néceſſité le faire entrer dans le calcul. Et bien que cela paroiſſe d'abord très-difficile, cependant en y faiſant mûrement attention, & en l'examinant de près, la difficulté s'applanit, & le calcul n'en devient ni plus long, ni plus embaraſſé. En effet, comme le frottement doit être mis au nombre de ces réſiſtances qui ſont conſtantes, ou pour parler comme Newton, proportionnelles au moment du tems ; il faudra également la même force pour ſurmonter le frottement, ſoit que le mouvement ſoit lent ou rapide. C'eſt pour cette raiſon que dans toute Machine déterminée, on doit toujours deſtiner au frottement une partie de la force ſollicitante ; & du reſte on en déterminera le mouvement total. Cette partie de la force ſollicitante étant donc une fois trouvée, ce qu'il n'eſt pas même mal-aiſé de faire par la pratique : ſçavoir en augmentant, dès qu'on eſt parvenu à l'équilibre, la puiſſance peu à peu par dégrés, juſqu'à ce que la Machine commence à ſe mouvoir : cela étant fait, on aura la force qu'il faut pour ſurmonter le frottement, & on n'aura plus de peine dans le calcul.

IV°. *Du Cabestan le plus avantageux par rapport à la vîtesse avec laquelle il agit.*

§ XXXV. Après avoir établi les principes, & fait les observations nécessaires sur les Machines en général, je puis enfin passer à la question même que l'Académie Royale des Sciences a proposée. La construction du Cabestan sera donc d'abord l'objet de mes recherches; & elle doit être telle, que le fardeau soit mû avec la plus grande vîtesse par une puissance donnée. Mais avant toutes choses il faut déterminer le genre de Machines d'où on doit prendre le Cabestan ou autre Machine équivalente; ce qui est sans doute le Treuil ou l'*Axis in peritrochio.* Car les poulies & les mouffles sont sujets à trop d'inconvéniens sur la mer, & la seule longueur excessive des cordes qu'elles exigeroient pour élever les ancres, suffit pour les faire rejetter, quoique d'ailleurs cette espéce de Machines soit très-propre à accélérer l'effet. Les vis agissent avec trop de lenteur, & par cela même ne font d'aucun usage pour notre dessein. C'est pourquoi je m'attacherai uniquement aux Cabestans mêmes, tant simples que composés; & je chercherai premierement la vîtesse avec laquelle ils feront mouvoir le fardeau : après quoi je déterminerai par la méthode *de maximis & minimis*, d'entre toutes ces Machines celle par laquelle la même puissance produira le plus promt effet.

Fig. 4. §. XXXVI. Soit donc CD un Cabestan simple, ou un cylindre mobile autour de son axe; & que ce soit autour de ce cylindre que se roule le cordage FE qui tire ou qui éleve un fardeau. Soit de plus la puissance appliquée aux Barres A qu'on fait entrer jusqu'au fond des trous B, qui sont à la tête du Cabestan; ou aussi en deux endroits, lorsque le Cabestan est fait pour virer sur deux ponts, ce qui est la même chose pour le calcul. Appellons la longueur des barres f, & soit la masse ou le poids du cylindre $= A$, & son rayon de la base $= a$; d'où le moment de la matiere de tout le cylindre sera $= \frac{Aa^2}{2}$. Soit encore la force de la puissance sollicitante pour faire tourner la machine $= p$; & sa matiere ou son inertie $= P$; & que la force de la résistance du fardeau, qui est contraire à l'action de la puissance, s'il y en a, soit $= q$; & l'inertie ou la masse du fardeau $= Q$. Enfin supposons qu'il faille appliquer en A outre la force, qui est requise pour l'équilibre, une force φ, pour surmonter le frottement, & pour faire mouvoir la Machine, laquelle étant soustraite de la puissance sollicitante p, le reste $p - \varphi$ sera la force actuelle, qui s'emploie pour faire avancer le fardeau.

§. XXXVII. Cela fait, voyons maintenant quelle sera la force de rotation avec laquelle tournera le cylindre; parce que c'est par son moyen, qu'on pourra déterminer le mouvement du cylindre, & la vîtesse avec laquelle le fardeau Q sera mû. Or comme la force de rotation s'exprime par une fraction dont le numérateur est le moment des puissances sollicitantes, & le dénominateur est le moment de la matiere qui doit être mûe, je chercherai ces deux momens pour le cas en question. La puissance sollicitante étant donc $= p - \varphi$, soit qu'elle soit appliquée à une seule barre, ou distribuée sur plusieurs, son moment pour tourner le cylindre sera $= (p - \varphi) f$, d'où on doit soustraire le moment qui provient de la force de la résistance du fardeau, laquelle est $= q$; ce moment-ci sera donc $= aq$; ensorte que le vrai moment des forces sera $= f(p - \varphi) - aq$. Maintenant le moment de la matiere du cylindre est $= \frac{Aa^2}{2}$, auquel il faut encore ajouter les momens de la matiere, lesquels résultent des inerties tant de la puissance P, que du fardeau Q. Or comme la matiere unie à la puissance se meut avec la même vîtesse que le point A auquel elle est appliquée, on pourra la concevoir comme ramassée dans ce même point A; & ainsi on doit la multiplier par le quarré de sa distance de l'axe de rotation, pour avoir son moment par rapport au mouvement de rotation ; & ce moment sera par conséquent $= Pf^2$. Pareillement comme le fardeau se meut avec la même vîtesse que la superficie extérieure du cylindre, son moment sera $= Qa^2$. C'est pourquoi le moment total de toute la matiere qui doit être mise en mouvement, sera $= \frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2$.

§. XXXVIII. Ayant donc trouvé ces deux momens, la force de rotation sera $= \frac{f(p-\varphi) - a^2 q}{\frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2}$ à laquelle l'accélération momentanée du mouvement de rotation est proportionnelle. Si on la multiplie donc par le rayon du cylindre, elle exprimera l'accélération que la surface du cylindre, & par conséquent le fardeau lui-même recevront ; & ainsi l'accélération du fardeau sera $= \frac{af(p-\varphi) - a^2 q}{\frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2}$. Si donc le fardeau avoit déja parcouru l'espace x, & acquis une vîtesse due à la hauteur v, alors on auroit $dv = \frac{af(p-\varphi) - a^2 q}{\frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2} dx$, & en intégrant $v = \frac{af(p-\varphi) - a^2 q}{\frac{1}{2} A a^2 + R f^2 + Q a^2} x$. D'où il est clair, que la vîtesse du fardeau même sera proportionnelle à la racine quarrée de cette expression, & elle sera par conséquent en raison soudoublée des espaces parcourus. Cela devroit être effectivement ainsi, si la puissance agissoit sans relâche, & qu'il n'y eût aucun obstacle. Mais comme les puissances des hommes qu'on emploie pour cette opération n'agissent pas continuellement ; & que le milieu même dans lequel se fait le mouvement, oppose de la résistance ; on donnera bien tôt une vîtesse constante au fardeau, que l'on pourroit aussi déterminer si l'on faisoit entrer dans le calcul cette résistance, & si mon sujet le demandoit. Or il n'exige principalement de moi, que de rechercher une Machine qui enléve le plus promptement le fardeau. C'est pourquoi il me suffira d'examiner cette expression $\frac{af(p-\varphi) - a^2 q}{\frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2}$; puisqu'il est hors de doute que plus cette expression sera grande, plus aussi sera grande la vîtesse avec laquelle le fardeau sera enlevé.

§. XXXIX. Or si on fait attention à cette expression $\frac{af(p-\varphi) - a^2 q}{\frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2}$, on trouvera que pour mouvoir le fardeau il faut que soit $af(p-\varphi) - a^2 q > 0$, ou $f > \frac{aq}{p-\varphi}$. Mais il est évident qu'il ne suit pas que plus f surpasse cette expression $\frac{aq}{p-\varphi}$, plus aussi la vîtesse doit être grande. Car si on prenoit $f = \infty$, l'accélération s'evanouiroit de rechef, à cause de Pf^2 infiniment grand dans le dénominateur. Il n'y a donc que deux cas, où l'accélération du fardeau devienne $= 0$, qui sont $f = \frac{aq}{p-\varphi}$, & $f = \infty$; & c'est dans ces deux limites de f, que sont contenus tous les cas auxquels le fardeau peut être actuellement mû ; & parmi lesquels il y en aura nécessairement un, qui produira la plus grande vîtesse. Voici donc le problême qu'il faudra résoudre par la méthode *de maximis & minimis : Etant donnés le Cylindre CD de même que les forces & les inerties de la puissance & du fardeau, déterminer la longueur des Barres AB ou f, afin que le fardeau soit mû avec la plus grande vîtesse.* La résolution de ce problême fournira par conséquent la construction la plus avantageuse d'un Cabestan simple, qui n'est composé que d'un seul cylindre mobile autour de son axe.

§. XL. Dans ce problême les quantités données ou constantes sont A, a, P, p, Q & q, & l'inconnue variable est f. Or quant à ce qui concerne le frottement φ, comme il regarde le point encore inconnu A, il n'est pas à propos de le concevoir appliqué à cet endroit. Soit donc φ une force capable de vaincre le frottement, si elle est appliquée à une distance donnée $= a$ de l'axe de rotation. Cela fait, la formule dont il faut faire un *maximum*, se changera en celle-ci $\frac{afp - a^2(q+\varphi)}{\frac{1}{2} A a^2 + P f^2 + Q a^2}$. Pour déterminer donc f, en vertu de laquelle la formule deviendra un *maximum*, il faut la différencier en faisant f variable, & la différentielle $= 0$;

par-là on obtiendra cette équation $o = \frac{1}{2} A a^3 p - P a f^2 p + Q a^3 p + 2 P a^2 f (q + \varphi)$ ou $ff = \frac{2 P a f (q+\varphi) + a^3 p (\frac{1}{2} A + Q)}{p p}$ qui donne $f = a \left(\frac{q+\varphi}{p} + \sqrt{ \left(\frac{(q+\varphi)^2}{p p} + \frac{\frac{1}{2} A + Q}{p} \right) } \right)$. Cette équation donne donc à connoître la raison la plus avantageuse, entre la longueur des barres f, & le rayon du cylindre a.

§. XLI. Faisons maintenant servir tout ceci à lever l'ancre; & déterminons le Cabestan le plus propre à cet effet; q sera donc le poids de l'ancre dans l'eau, & Q exprimera la masse de l'ancre & du cordage conjointement, parce que le cordage perd presque toute sa pésanteur dans l'eau, mais non pas son inertie. Ainsi Q sera $> q$; & on pourra assez sûrement mettre $Q + \frac{1}{2} A = 2 (q + \varphi)$. Outre cela, comme la force que déploie un homme en virant, est à peu près égale à son poids, on peut faire hardiment $P = p$. Ces substitutions étant faites, on aura $f = \left(\frac{q+\varphi}{p} + \sqrt{ \left(\frac{(q+\varphi)^2}{p p} + \frac{2(q+\varphi)}{p} \right) } \right) a$, ou à peu près $f = a \left(1 + \frac{2(q+\varphi)}{p} \right)$. Au moins on voit clairement que f doit être plus grand que $\frac{2(q+\varphi)}{p} a$, & pourtant plus petit que $a \left(1 + \frac{2(q+\varphi)}{p} \right)$, ce qui ne cause presque aucune différence dans la pratique. De-là il est donc clair que la raison de la barre f au rayon du cylindre a, doit être un peu plus que deux fois plus grande que celle qui est requise pour produire l'équilibre, & outre cela pour surmonter le frottement.

§. XLII. Or lorsque la puissance sollicitante est si petite en comparaison du poids de l'ancre, qu'il faudroit en suivant la régle trouvée, ou que le cylindre fût trop menu, ou que les barres fussent trop longues; alternative, où les inconvéniens seroient également grands; alors pour opérer avec le plus d'avantage, il sera à propos de se servir d'un Cabestan composé de deux cylindres; c'est pourquoi il convient d'appliquer le même calcul à ces sortes de Cabestans, qu'on nomme Cabestans à lanterne. Soit donc $D G$ un cylindre, autour duquel se roule la Tournevire, dont la masse ou le poids soit $= A$, son rayon $= a$; soit en outre la force de la résistance du fardeau tiré par le cordage $E F$, $= q$, & son inertie $= Q$. Supposons que ce cylindre soit garni en D d'une roue à dent que la lanterne B qui se trouve au Cabestan $C B$, fait mouvoir, & que ce Cabestan tourne par le moyen de la puissance p appliquée en A aux barres $A C$, dont la longueur est $= f$, & à laquelle soit unie une matiere ou inertie $= P$. Soit la masse ou le poids du cylindre $C B = B$, & son rayon $= b$; ensorte que son moment d'inertie par rapport au mouvement autour de son axe, soit $= \frac{1}{2} B b^2$. Que le nombre des dents de la roue D soit à celui des rais ou des fuseaux de la lanterne B comme m à n, ensorte que la vîtesse angulaire du cylindre DG, soit à la vîtesse angulaire du cylindre $C B$ comme n à m. Et qu'enfin on conçoive que le frottement est tel, qu'à sa place la résistance du fardeau peutêtre augmentée de la force φ. Fig. 5.

§. XLIII. Voilà donc dans cette Machine deux mouvemens de rotation, l'un du cylindre $D G$, & l'autre du cylindre $C B$. Le premier est celui qu'il nous importe le plus d'examiner, parce que de son mouvement dépend celui du fardeau, qui est ce qu'on cherche. Ce mouvement donc de rotation du cylindre $D G$, se fera connoître par le moment des forces divisé par celui de l'inertie. Or le moment de la puissance p pour faire tourner le cylindre $C B$, est $= f p$; & par conséquent le moment de cette même puissance pour faire tourner le cylindre $D G$ est $= \frac{m}{n} f p$. Outre cela le moment qui provient de la résistance q du fardeau & du frottement φ sera $= a (q + \varphi)$; qui soustrait du précédent, donne le véritable moment des forces $= \frac{m}{n} f p - a (q + \varphi)$, qui fera tourner le cylindre $D G$. Mais le moment d'inertie de ce cylindre est $\frac{A a^2}{2}$ & le moment d'inertie du fardeau eſt comme ci-deſſus $= Q a^2$. Afin donc de déterminer le moment des inerties de l'autre cylindre & de la puiſſance, je conſidérerai premierement le mouvement de rotation du ſeul cylindre CB, par rapport auquel le moment des inerties ſera $= Pf^2 + \frac{1}{2} B b^2$, qui ſerviroit auſſi pour le mouvement de rotation du cylindre DG, s'ils ſe mouvoient l'un & l'autre également vîte. Mais puiſque le mouvement de rotation du cylindre CB ſurpaſſe celui du cylindre DG en raiſon de m à n; il faudra augmenter ce moment en raiſon doublée de celle de m à n. D'où il ſuit que par rapport au mouvement de rotation du cylindre DG, le moment de l'axe CB & de l'inertie de la puiſſance, ſera $= \frac{m^2}{n^2}(Pf^2 + \frac{1}{2} B b^2)$. Donc le moment total des inerties par rapport au mouvement de rotation du cylindre DG ſera $= \frac{1}{2} A a^2 + Q a^2 + \frac{m^2}{2 n^2} B b^2 + \frac{m^2}{n^2} P f^2$.

§. XLIV. Ayant ainſi déterminé les momens tant des forces ſollicitantes que des inerties, la force de rotation qui fait tourner le cylindre DG ſera $= \frac{m\, n\, f\, p - n^2 a\,(q + \varphi)}{\frac{1}{2} n^2 A a^2 + \frac{1}{2} m^2 B b^2 + n^2 Q a^2 + m^2 P f^2}$. De-là réſultera donc la force avec laquelle le fardeau s'accélere $= \frac{m\, n\, a\, f\, p - n^2 a^2 (q + \varphi)}{\frac{1}{2} n^2 A a^2 + \frac{1}{2} m^2 B b^2 + n^2 Q a^2 + m^2 P f^2}$; plus cette force par conſéquent ſera grande, plus le fardeau ſe mouvera vîte. Or il y a trois cas où cette expreſſion s'évanouit, ſi on regarde f & la raiſon $\frac{m}{n}$ comme variables. Le premier eſt ſi $\frac{m}{n} f = \frac{q + \varphi}{p}$, le ſecond ſi $f = \infty$, & le troiſiéme ſi $\frac{m}{n} = \infty$. Ces trois cas ſont comme les limites entre leſquelles ſont compris tous ceux auſquels le fardeau ſe meut actuellement. On pourra donc aſſigner de telles valeurs pour f & $\frac{m}{n}$, qui étant ſubſtituées, donneront le plus prompt mouvement du fardeau. Il faut donc déterminer ces valeurs pour donner à cette machine ſa plus grande perfection,

& pour ſçavoir de quelle maniere un Cabeſtan double ou à lanterne, doit être conſtruit pour enlever un fardeau avec le plus de promptitude.

§. XLV. A cet effet il faut regarder A, a, B, b, P, p, Q, q, & φ, comme des quantités conſtantes, & f & $\frac{m}{n}$ comme variables, dont on doit chercher la valeur par la méthode *de maximis & minimis*. Faiſant donc dans l'expreſſion trouvée $\frac{m}{n} = z$ & $f z = y$, on aura cette formule, $\frac{a p y - a^2 (q + \varphi)}{\frac{1}{2} A a^2 + \frac{1}{2} B b^2 z^2 + Q a^2 + P y^2}$, dont il faut faire un *maximum*; d'où il paroît que ſi on aſſigne à la quantité y ſa valeur, on ne pourra déterminer par la méthode *de maximis & minimis* l'autre variable z, qu'en la faiſant auſſi petite que les circonſtances le permettent. C'eſt pourquoi il ſuffira de ne chercher que la ſeule changeante y, laquelle ſera déterminée par cette équation, $P p y^2 = 2 P a (q + \varphi) y + \frac{1}{2} A a^2 p + \frac{1}{2} B b^2 p z^2 + Q a^2 p$; qui donne $y = \frac{a(q + \varphi)}{p} + \sqrt{\left(\frac{a^2 (q + \varphi)^2}{p^2} + \frac{\frac{1}{2} A a^2 + \frac{1}{2} B b^2 z^2 + Q a^2}{p}\right)}$. Et en ne conſidérant que l'opération de lever les ancres, comme on l'a fait dans le premier cas, on aura par les mêmes ſuppoſitions & approximations, $y = \frac{2 a (q + \varphi)}{p} + a = \frac{m}{n} f$. C'eſt donc de cette équation, qu'on pourra déduire la conſtruction la plus avantageuſe des Cabeſtans compoſés à lanterne.

§. XLVI. Or il ſuit de cette équation, que la longueur des barres AC, multipliée par la raiſon du nombre des dents de la roue D à celui des fuſeaux de la lanterne B, doit être au demi diamétre de la baze de l'eſſieu DG, comme le double du poids de l'ancre, & du frottement avec la puiſſance ſollicitante, à la puiſſance ſollicitante elle-même. Etant donc donnés le poids de l'ancre, la force mouvante & l'épaiſſeur de l'eſſieu DG, autour duquel ſe roule la tournevire, on déterminera le produit de la longueur des barres par la fraction $\frac{m}{n}$; puiſqu'on a $\frac{m}{n} f = \frac{2 a (q + \varphi)}{p} + a$. Or pour déterminer féparément la longueur des barres f & la fraction $\frac{m}{n}$, il faut avoir égard aux circonftances de la part du vaiffeau, fur la grandeur duquel il faut régler la longueur des barres. Ayant donc déterminé cette longueur des barres f par la capacité du vaiffeau, on n'aura qu'à proportionner la roue D avec la lanterne B, enforte que $\frac{m}{n} = \frac{2a(q+\varphi)+af}{fp}$. Lors donc que quelques circonftances empêchent qu'un Cabeftan fimple ne puiffe recevoir la plus grande perfection, il n'y a qu'à fe fervir d'un Cabeftan compofé, tel que celui dont nous venons de donner la defcription, & qui pourra être employé dans tous les vaiffeaux, n'y ayant aucune circonftance qui empêche fon ufage. Outre cela ce Cabeftan compofé peut auffi fervir au lieu d'un fimple lorfque l'opération l'exige: on n'aura pour cet effet qu'à ôter l'effieu DG de fa place, ou feulement la roue D. Mais ces avantages fe préfentent d'eux-mêmes fi naturellement, qu'il feroit fuperflu de m'y arrêter davantage.

V°. *Des inconvéniens qui réfultent du choquement de la Tournevire, & de la maniere de les éviter.*

§. XLVII. Je viens enfin à la difficulté principale, qui confifte en ce que la Tournevire venant à être roulée fur le Cabeftan & à le remplir, on eft obligé de fufpendre l'ouvrage jufqu'à ce qu'on ait développé le cordage, & qu'on l'ait relevé; c'eft ce qu'on appelle choquer la Tournevire, ce qui rend la manœuvre de lever l'ancre fi pénible & fi lente. Quelque parfait donc qu'on puiffe rendre un Cabeftan, par le moyen des régles que nous avons données dans la fection précédente, & quelque propre qu'il fût à accélerer confidérablement l'opération, on ne gagneroit cependant pas beaucoup, fi on ne remedioit à l'inconvénient caufé par le choquement de la Tournevire. Or de quelque maniere qu'on s'y prenne à cet effet, on n'a rien à changer à la conftruction du Cabeftan ci-deffus trouvée; car

car il ne faut chercher du remede à cet inconvénient que dans une ftructure particuliere du Treuil autour duquel la Tournevire fe roule, & dans la maniere de la rouler. Ainfi la conftruction la plus avantageufe du Cabeftan, demeure toujours la même, & la queftion dont il s'agit à préfent, eft abfolument détachée de la précédente. Il ne pourra donc pas y avoir de contradictions entre les deux folutions. C'eft pourquoi la premiere étant donnée, il ne me refte qu'à trouver la feconde pour fatisfaire pleinement à la queftion propofée par l'illuftre Académie Royale des Sciences.

§. XLVIII. Quoique ces deux queftions que je me fuis formées, ne dépendent point l'une de l'autre, cependant la folution de la premiere eft d'un grand avantage pour réfoudre la feconde. Car comme le manque d'efpace fur lequel le cordage fe roule, oblige principalement à choquer, on éviteroit ou au moins on diminueroit très-confidérablement cet inconvénient, fi on faifoit le Treuil affez long & affez gros pour que tout le cordage, ou au moins une plus grande partie pût fe dévider deffus. Or la folution précédente, où j'ai déterminé la meilleure ftructure du Cabeftan compofé à lanterne, fait voir clairement, ce qui d'ailleurs pouvoit paroître paradoxe, que l'accélération du fardeau ni la perfection du Cabeftan, ne dépendent point de l'épaiffeur du Treuil DG. C'eft pourquoi puifque la quantité du Treuil DG eft encore indéterminée, il fera très-avantageux de le faire auffi grand qu'il fe pourra, & de l'allonger de façon qu'il paffe d'un pont à l'autre. En lui donnant donc le plus d'épaiffeur & de longueur que les autres circonftances, aufquelles il faut refléchir, le permettront, on gagnera l'avantage de n'être plus obligé à choquer, ou du moins de choquer beaucoup moins fouvent. Et tout cela fe pourra pratiquer fans faire le moindre tort aux avantages de notre Cabeftan, mentionnés ci-deffus.

§. XLIX. Quoiqu'il me femble avoir déja fatisfait pleinement à la queftion, ayant fait voir très-clairement par le calcul appuyé fur des principes géométriquement démontrés, qu'on peut grossir le Treuil très-considérablement sans rien diminuer à la vîtesse & à la promptitude de la Machine; cependant je proposerai encore un autre expédient pour n'être pas obligé de choquer la Tournevire, afin que si quelques circonstances empêchoient le grossissement du Treuil, on pût avoir recours à celui-ci. Ma pensée est de faire ensorte qu'il ne soit pas nécessaire que le cordage fasse plusieurs tours sur le Treuil quand on le vire, & qu'il reste toujours au même endroit de l'essieu. Sans contredit si cela réussit, on évitera non-seulement tous les inconvéniens que le fréquent choquement occasionne, mais même la Machine en deviendra par-là plus parfaite & plus commode à manier. Car alors on pourra se servir d'un Treuil beaucoup plus court & moins embarrassant; ce qui rendra le Cabestan beaucoup plus léger & plus facile à manier, sans parler de quantité d'autres avantages.

§. L. Lorsque le cable fait plus d'un tour sur le Treuil, il faut de nécessité que lorsqu'on vire au Cabestan, les tours du cable montent ou descendent, & cela à chaque tour de toute la grosseur du cordage. Il n'y a donc d'autre remede à cela, sinon de faire ensorte que le cordage ne fasse jamais un tour entier; voici comme on pourroit y parvenir. *Fig. 6.* Il faut faire autour de l'arbre $A\,B$ une cannelure $C\,B$ à permettre au cable de s'y enfoncer à moitié; il faut ensuite que cette cannelure soit extrêmement rude, afin que le cordage venant à être tendu, ne puisse pas glisser à cause du grand frottement; ce qui sera encore moins à craindre si l'essieu est fort gros. Après cela on manœuvrera de cette *Fig. 7.* sorte. On fera entrer dans la cannelure $C\,D$ le cable E, au bout duquel est attaché l'ancre ou le fardeau qu'on veut enlever, de façon pourtant qu'il ne fasse pas un tour entier; & on l'étendra de D en F, ou on le roulera en $G\,F$ autour d'un autre Treuil $K\,L$. La Machine étant en cet état, pour peu qu'on emploie de force pour tourner le Treuil $K\,L$, on tiendra le cable $F\,D$ tendu, & cette force quoique très-petite, avec le frottement de la cannelure suffira pour

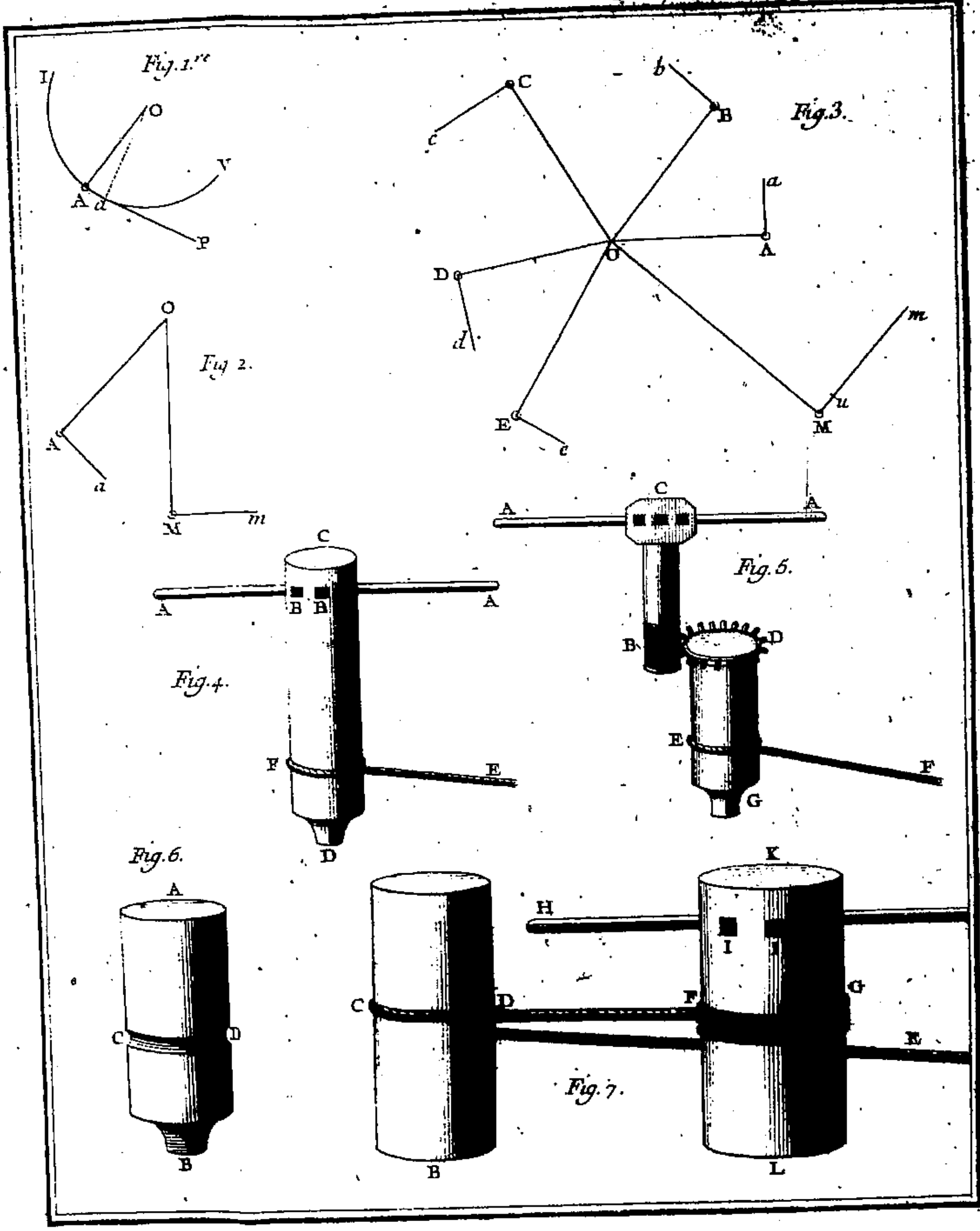
Fig. 1.re
I
O
V
A
a
P
Fig. 2.
O
A
a
M
m
Fig. 3.
C
c
b
B
a
A
O
D
d
E
e
M
m
u
Fig. 4.
C
A
B B
A
F
E
D
Fig. 5.
C
A
A
B
D
E
F
G
Fig. 6.
A
C
D
B
Fig. 7.
C
D
B
H
K
I
I
F
G
E
L

empêcher que le cable ne gliſſe ſur le Treuil CD. De cette maniere donc on pourra continuer l'opération ſans aucune interruption, quelque longueur qu'ait le cable. Car quant à celui qu'on vire ſur l'arbre KL, on n'aura pas beſoin de choquer, parce que la force qu'on y employe n'eſt pas grande, & que le redoublement du cordage ne cauſera pas de difficultés.

SUPPLEMENT.

§. I. QUelles que ſoient les raiſons que l'illuſtre Académie a eues de différer encore deux années à prononcer ſur la queſtion touchant la meilleure maniere de conſtruire le Cabeſtan, je dois convenir que ce délai eſt arrivé très-heureuſement pour moi; car effectivement dans ma Diſſertation précédente, après avoir examiné la conſtruction des Machines en général, & déterminé la diſpoſition la plus avantageuſe des parties d'une Machine quelconque, il ne me reſta plus aſſez de tems pour m'attacher plus particuliérement au nœud de la queſtion, & pour développer tous les avantages qui découlent de ma théorie, touchant la perfection du Cabeſtan; mais ces deux années ſont venues très-favorablement me donner tout le loiſir néceſſaire pour mieux approfondir cette matiere, & pour penſer à une Machine qui ſatisfît pleinement à la queſtion. A dire le vrai, il ne me paroiſſoit pas alors à moi-même que je l'euſſe parfaitement réſolue & levé toutes les difficultés, qui ſont très-grandes; mais content de la ſolution qu'en donnoit ma théorie, je me voyois obligé de laiſſer à d'autres le ſoin d'appliquer celle-ci à la pratique. Quoique ma théorie n'ait plus beſoin d'être perfectionnée, elle ne peut pourtant ſervir qu'à pouvoir juger ſainement d'une Machine déja inventée, & à lui donner le dernier dégré de perfection; mais elle ne donne aucune ouverture à qui veut inventer. On ne doit en attendre du secours, que lorsqu'on s'est déja formé l'idée d'une Machine; alors on sentira combien cette théorie est utile pour déterminer la proportion que les parties doivent avoir entr'elles, & leur arrangement, afin que l'effet qu'on attend de certaines forces données, soit produit le plus promptement.

§. II. De cette façon la solution doit avoir deux parties: la premiere doit rouler en général sur la forme de la Machine qu'on a inventée; c'est-à-dire, dans le cas présent, qu'il faut premierement fixer les puissances, aussi-bien que les instrumens pour lever les ancres, & pour exécuter les autres manœuvres ausquelles on emploie le Cabestan. Dans la seconde, étant données la structure de la Machine en général, la puissance & le fardeau, il s'agit de déterminer par des régles infaillibles chaque partie de la Machine, pour que l'effet en soit le plus prompt. Quant à cette seconde partie, il me semble que je l'ai presque tout-à-fait épuisée dans ma premiere Dissertation; car par la théorie que j'y ai établie, on est en état de déterminer le plus haut point de perfection dont chaque Machine est susceptible, & de l'y porter. Soit donc qu'on conserve les Cabestans ordinaires, soit qu'on en invente de nouveaux, ma théorie rendra toujours les mêmes services, en leur donnant le plus haut dégré de perfection.

§. III. Si pour traiter cette seconde Partie, il faut nécessairement avoir recours à la pure Géométrie & aux Régles que j'ai établies avec évidence dans ma premiere Dissertation, la premiere Partie au contraire, ne dépend que du génie de l'Inventeur, qui doit porter son attention sur toutes les circonstances & sur tous les inconvéniens attachés à l'opération qu'il a en vue. Cette Partie donc ne demande d'autres régles que celles que la pratique fournit, & qui vont à rendre la manœuvre plus aisée. Pour cet effet il faut choisir entre toutes les Machines simples, celles qui paroissent les plus propres à faire l'effet qu'on souhaite, & refléchir sur tous les obstacles & toutes les difficultés qui peuvent arrêter ou retarder la manœuvre; après quoi il ne reste qu'à imaginer une Machine exempte, le plus qu'il est possible, de tous ces inconvéniens. Nous avons une obligation très-particuliere à l'illustre Académie Royale, de ce qu'elle a bien voulu faire le détail de tous les inconvéniens ausquels les Cabestans ordinaires sont sujets, & indiquer ceux ausquels elle souhaite qu'on remédie. Matiere effectivement capable d'exercer l'esprit, & digne de ses recherches.

§. IV. De toutes les espéces de Machines simples qu'on peut employer pour lever une ancre, le Treuil, sans contredit, est la plus convenable. Non-seulement toutes celles dont on se sert actuellement, ou qu'on a proposées, sont prises de cette classe; mais de plus, toutes les autres, comme les vis & les poulies, seroient ou trop incommodes, ou feroient perdre trop de tems, si l'on vouloit en faire usage. C'est pourquoi il faut s'en tenir au Treuil, & partant à la forme des Cabestans ordinaires, soit simples, soit doubles. Mais nous verrons dans la suite, après avoir expliqué la maniere dont on léve l'ancre, s'il vaut mieux se servir d'un Cabestan simple, ou d'un composé.

§. V. Comme il est impossible que le cable qui soutient l'ancre, tourne sur le Cabestan & l'enveloppe à cause de sa trop grande épaisseur, on se sert communément sur les grands vaisseaux d'une autre corde, nommée Tournevire, assez forte pour tirer le cable avec l'ancre, mais cependant assez souple pour être roulée sur le Cabestan. Il faut donc amarrer continuellement, par le moyen des bosses, le cable à la Tournevire; & dès que chaque partie du cable amarrée est parvenue au Cabestan, il faut la délier, & cette opération se répete jusqu'à ce que l'ancre soit levée.

§. VI. Les inconvéniens attachés à cette manœuvre, sont de deux sortes. Premiérement, cette nécessité où l'on est d'amarrer & de délier la Tournevire au cable, rend cette manœuvre très-lente & bien pénible, & qui devient très-difficile s'il survient une tempête. En second lieu, quoique la Tournevire se développe à mesure qu'on la vire sur le Cabestan, cependant comme elle fait plusieurs tours sur le Cabestan, ces tours doivent nécessairement monter ou descendre; ce qui fait que lorsqu'ils sont parvenus à une extrémité du Cabestan, il faut interrompre l'opération pour remettre la Tournevire à sa premiere place. Outre cela il faut prendre garde qu'elle ne se replie sur elle-même; & quand cela arrive, ce n'est pas sans peine & sans perdre beaucoup de tems, souvent si précieux, qu'on la remet en état. Tout cela, comme on voit, rend cette manœuvre pesante & embarrassée.

§. VII. Pour se débarrasser donc de tant de difficultés qui accompagnent la méthode ordinaire de lever l'ancre, le moyen le plus sûr & peut-être l'unique, à mon avis, seroit d'abolir l'usage de la Tournevire, & de faire travailler la Machine immédiatement sur le cable. Si cela se pouvoit faire, on se délivreroit de l'inconvénient de lier & de délier continuellement la Tournevire: & le second qui résulte du fréquent choquement de la Tournevire, disparoît en même tems; car comme la roideur du cable empêche qu'il ne se puisse rouler sur le Cabestan, ce second inconvénient ne peut avoir lieu ici. C'étoit-là l'idée que je m'étois formée dans ma Dissertation précédente, où je voulois qu'on appliquât le cable sur un cylindre assez ample, de façon qu'il ne fît pas un tour entier. Par-là je croyois gagner cet avantage, que le cable resteroit toujours à la même place sur le Cabestan; mais cependant je compris aisément que de la maniere que j'avois proposée, le frottement seul ne pourroit pas contrebalancer le poids de l'ancre: ce qui m'oblige d'abandonner tout-à-fait cette idée.

§. VIII. Malgré cela je persiste cependant à croire qu'on peut appliquer sur une portion de la circonférence du Cabestan le cable, ensorte que le mouvement du Cabestan le fasse avancer, & que l'ancre se léve sans que le poids & la résistance de l'ancre oblige le cable de céder ou de glisser sur la surface du Cabestan, quoiqu'il n'en touche qu'une

petite partie. Si je fais voir que cela est possible, il me semble que j'aurai levé toutes les difficultés ausquelles la maniere ordinaire est sujette. Car premiérement le Cabestan agira d'un mouvement continu & sans interruption, par conséquent le cable sera tiré d'un mouvement égal & uniforme, & toute la manœuvre s'achevera tout de-suite & sans perdre inutilement du tems.

§. IX. Comme c'est dans cette application immédiate du cable sur le Cabestan, que consiste ce qu'il y a de particulier dans mon idée, il sera à propos de l'expliquer d'abord. Que $BCEO$ représente une section horizontale du Cabestan faite à l'endroit sur lequel le cable s'applique: que le Cabestan lui-même soit mobile autour de l'axe vertical qui passe par le centre O de la section, comme ils le sont ordinairement. Soit de plus $A\ b\ c\ D$ un cable attaché à son ancre du côté A, qui ne touche le Cabestan qu'en $B\ C$; mais qui y soit pour ainsi-dire tellement comme colé, qu'aucune force si grande qu'elle soit, ne puisse le faire glisser. Le Cabestan donc étant en repos, le cable tiendra de cette maniere l'ancre suspendue, laquelle ne pourra descendre malgré tout son poids. Si l'on vient à virer le Cabestan dans le sens $B\ C\ E$, on aménera nécessairement le cable, & l'ancre s'enlevera, & cela jusqu'à ce qu'elle soit hors de l'eau. Ainsi rien n'arrêtera ni n'interrompra cette manœuvre, pourvû que le cable tienne si fort au Cabestan, qu'il ne lui soit pas possible de glisser. *Fig. 1.*

§. X. Cette forte adhésion du cable au Cabestan, sera donc l'objet principal de mes recherches. Si c'est avec succès, & que j'indique une maniere commode & sûre de produire cette adhésion, il faudra tomber d'accord non-seulement que ma Méthode de lever l'ancre est préférable à la Méthode où l'on se sert de la Tournevire, mais outre cela qu'elle est si parfaite qu'il n'est pas possible d'en souhaiter une qui le soit plus, pas même de l'imaginer. La premiere chose cependant à laquelle il faut penser, c'est de faire que cette portion du Cabestan où le cable s'ajuste, soit assez ample pour qu'il en puiſſe prendre la courbure aiſément, au moins celle de l'arc BC. Je montrerai ci-après comment cela ſe peut faire, ſans préjudice de l'effet des forces mouvantes.

§. XI. Pour mieux comprendre cela, on peut concevoir que le Cabeſtan a dans cet endroit une canelure proportionnée à la groſſeur du cable, & garnie de pointes aſſez fortes, qui s'inſinuant dans le cable l'empêchent de gliſſer, & le font obéir au mouvement du Cabeſtan. Du reſte je ne propoſe cette idée que pour faire voir d'abord qu'il eſt poſſible que le cable ſoit tiré immédiatement par le Cabeſtan; car je ſuis bien éloigné de croire que cela ſoit praticable. Combien d'inconvéniens n'auroit point l'uſage de ces pointes? Elles auroient bien-tôt déchiré le cable, dont la conſervation eſt trop de conſéquence; mais ſurtout il ſeroit à craindre qu'à cauſe de ſa roideur il ne ſe dégageât de ces pointes, ou qu'il ne les arrachât, auquel cas l'ancre retomberoit auſſi-tôt.

§. XII. Ces raiſons m'obligent donc à recourir à d'autres expédiens pour faire ſuivre au cable le mouvement du Cabeſtan, pour empêcher qu'il ne gliſſe, qu'outre cela il ne ſe détériore, & enfin pour que toute la manœuvre s'exécute ſans danger, & ſans craindre que le gliſſement du cable ne la rende vaine. J'ai imaginé ſuivant ces vues, deux Machines; c'eſt à l'illuſtre Académie à décider laquelle des deux mérite la préférence. Pour moi il me ſemble que l'une & l'autre ſatisfont à la queſtion, & que leur manœuvre ſera aſſez prompte, ſans obſtacle, & à l'abri de tout accident.

§. XIII. Tout le monde ſçait qu'il y a une très-grande force dans le frottement. On le peut augmenter, ſoit par la preſſion, ſoit en rendant les ſurfaces rudes & raboteuſes, au point de pouvoir réſiſter à une très-grande puiſſance. C'eſt non-ſeulement ce que l'expérience confirme; mais de plus on peut augmenter le frottement autant qu'on le veut, ce qui peut ſervir utilement à mon deſſein; car la

Machine

Machine que je viens d'ébaucher, requiert un frottement capable d'empêcher que la péſanteur de l'ancre, ou même un poids beaucoup plus grand ne puiſſe faire gliſſer le cable ſur le Cabeſtan, quoiqu'il ne le touche que dans une portion de ſa circonférence. J'ai imaginé deux moyens de produire & de multiplier tant qu'on voudra ce frottement, d'où réſulteront deux eſpéces de Cabeſtans qui pourront s'ils trouvent de l'approbation, ſervir à toutes les manœuvres auſquelles ces Machines ſont ordinairement deſtinées. Toute la différence qu'il y aura entre les Cabeſtans ordinaires & les miens, c'eſt que par le moyen de ceux-ci, la manœuvre quelle qu'elle puiſſe être, s'exécutera ſans Tournevire & ſans tant d'embarras, d'un mouvement égal & non interrompu.

§. XIV. Dans la premiere de ces deux Machines, je multiplie le frottement autant qu'il eſt néceſſaire, par la preſſion du cable ſur le Cabeſtan dont la ſurface peut être raboteuſe, quoique cependant il ſuffiſe ſimplement qu'elle ne ſoit pas polie. Tout cela me ſemble très-praticable; car il y a beaucoup plus de difficulté à diminuer le frottement dans les Machines, qu'à le multiplier. Il s'y produit ſouvent beaucoup plus qu'on ne le voudroit. Il me paroît donc que c'eſt une choſe très-aiſée à introduire dans toutes ſortes de Machines, ſans avoir beſoin d'appuyer mon ſentiment ſur pluſieurs expériences.

§. XV. Soit donc derechef le cercle BCE une ſection horizontale du Cabeſtan faite à l'endroit où il reçoit le cable. Qu'il y ait là une canelure dont la ſurface ſoit très-inégale & raboteuſe, ſans pourtant que ces aſpérités puiſſent endommager le cable, mais auſſi aſſez fortes pour n'être pas ſitôt applanies. Que le cable $ABCD$ ſoit appliqué au Cabeſtan, de façon qu'il n'y ait que la portion BFC qui le touche & s'engage dans la canelure. Pour ſerrer cette portion contre le Cabeſtan, ſoient trois ou pluſieurs poulies F, G, H, très-mobiles autour de leurs axes f, g, h, & qu'on puiſſe approcher du cable, & enſuite arrêter par le moyen des clous *Fig. 2.*

ou des vis p, q. Comme cet artifice eſt ſimple & ſans difficulté, l'adreſſe de l'ouvrier peut aiſément ſuppléer au reſte.

§. XVI. Ces poulies donc pourront ſerrer très-fortement le cable contre le Cabeſtan, & par conſéquent augmenter de telle ſorte le frottement, que le cable ne pourra pas échapper. De plus, ces poulies pourront auſſi avoir tout autour une canelure fort raboteuſe; & pour empêcher le cable de reculer, il faudra qu'elles ne puiſſent tourner que d'un côté, ſuivant la direction ABC, c'eſt-à-dire, en même ſens que le Cabeſtan. C'eſt pourquoi on garnira ces poulies de roues à dents, comme il eſt repréſenté en G, de maniere que le crochet d'arrêt empêchera la poulie de tourner en ſens contraire. Or non-ſeulement il faut que toutes les poulies ſoient faites de cette ſorte, mais auſſi le Cabeſtan lui-même doit être garni comme à l'ordinaire de ſes clinquets & taquets, afin qu'il ſe trouve arrêté dès que la force mouvante ceſſe d'agir.

§. XVII. Maintenant on conçoit ſans peine quel ſera l'effet d'un Cabeſtan conſtruit de cette façon. Premiérement, ſi l'action des forces motrices vient à ceſſer tout à coup, non-ſeulement toute la Machine demeurera en repos, mais de plus l'ancre reſtera ſuſpendue ſans pouvoir retomber. Or comme ni le Cabeſtan ni les poulies qui compriment le cable, ne peuvent tourner dans le ſens auquel les ſollicite le poids de l'ancre, celle-ci ne pourra pas deſcendre, à moins que l'effort qu'elle fait pour cet effet, ne ſoit tel qu'il ſurmonte le frottement & faſſe gliſſer le cable entre le Cabeſtan & les poulies. Mais on peut ſi aiſément augmenter le frottement, ſoit en faiſant, comme je l'ai dit, les canelures des poulies & du Cabeſtan très-raboteuſes, ou en redoublant la compreſſion, qu'il ſera capable de réſiſter à une force dix fois plus grande que n'eſt celle avec laquelle l'ancre tend à deſcendre. On pourroit alléguer à ce ſujet quantité d'expériences ſur la force du frottement, ſi la choſe n'étoit par elle-même aſſez claire, & ſi l'on ne pouvoit pas augmenter tant que l'on veut le frottement, ou

par la preſſion, ou par le nombre des poulies. Je ſuis d'opinion que trois, ou tout au plus quatre, peuvent ſuffire pour l'ancre la plus péſante.

§. XVIII. La Machine ſoutiendra donc de cette maniere l'ancre, quelque péſante qu'elle ſoit, nonobſtant que les forces n'agiſſent plus. Or il eſt manifeſte que ſi on vient à en employer aſſez pour tourner le Cabeſtan, alors l'ancre s'élévera; car ſi le Cabeſtan tourne du ſens BCE, il faut néceſſairement que le cable qui ſuit ce mouvement, léve l'ancre. Les poulies qui ſerrent le cable n'y apporteront aucun obſtacle, puiſqu'elles ſe meuvent très librement autour de leurs axes, j'entends du côté que le cable doit ſe mouvoir pour lever l'ancre: opération qui, comme on voit, ſe fera d'un mouvement égal & continu, ſans qu'il puiſſe naître d'empêchemens qui la puiſſent retarder ou interrompre, à quelque profondeur que l'ancre ſe trouve. C'eſt pourquoi je ne doute nullement que ma Méthode ne mérite d'être préférée à la maniere vulgaire, vû qu'elle eſt non-ſeulement exemte de tous les inconvéniens qu'a celle-ci, mais qu'outre cela elle eſt auſſi ſimple & auſſi expéditive qu'il eſt poſſible de l'imaginer.

§. XIX. On pourroit objecter que cette compreſſion du cable, rend le virement au Cabeſtan plus difficile. Je l'avoue. Mais cette difficulté me ſemble ſi peu de choſe, qu'elle doit diſparoître en comparaiſon de tous les avantages qu'on a d'ailleurs. Pour la lever, il n'y a qu'à augmenter tant ſoit peu les forces. Cependant je vais donner une autre maniere de Cabeſtan exemte de ce défaut, ſuppoſé que c'en ſoit un. Le fondement de cette Machine eſt pris de ce qu'on voit faire tous les jours aux Matelots qui tirent de très-grands fardeaux avec une corde. On ne s'étonne point que la corde ne leur échappe pas des mains; la raiſon en eſt qu'en la prenant & la ſerrant un peu, la réſiſtance du fardeau ne peut pas la faire gliſſer. C'eſt pourquoi ſi l'ancre n'étoit pas trop péſante & le cable trop épais, il eſt évident qu'on pourroit lever l'ancre en empoignant le cable, & en le tirant avec une force suffisante.

§. XX. Mais si le poids énorme de l'ancre & la roideur du cable rendent cet ouvrage impossible aux hommes, il ne le seroit pas cependant à des Géans d'une certaine taille. On peut les concevoir si grands qu'ils pourroient manier aussi aisément un cable que nous manions une ficelle; ainsi ils pourroient sans doute lever l'ancre avec leurs mains. Il s'agit donc de faire ensorte que le cable soit saisi, retenu & comprimé avec assez de force, pour qu'il puisse être tiré de la même maniere. C'est pourquoi si j'indique une Machine qui imite l'action de ces Géans, en prenant pour ainsi dire le cable avec les mains & en le tirant, je me flate qu'une pareille Machine satisfera parfaitement à la question que l'illustre Académie a proposée. Je ne vois pas qu'il soit difficile d'exécuter par le moyen des Machines, ce que des Géans pourroient faire avec leurs bras, & d'en inventer une propre à cet effet.

§ XXI. Pour faire la fonction de mains, il faudra adapter tout autour du Cabestan, à l'endroit où passe le cable, des bras armés de tenailles, telles qu'on en voit deux représentées aux lettres *G* & *H*. Mais on en peut concevoir un plus grand nombre, à proportion de la grosseur du Cabestan. Les unes, comme *FH*, retiendront toujours le cable; car on pourra les ajuster de telle sorte, comme je le ferai voir bien-tôt, qu'à mesure qu'elles saisissent le cable, elles le serrent assez fortement, tandis que les autres comme *GE*, demeurent ouvertes & sont faites de façon que le mouvement du Cabestan les faisant avancer en *M*, elles reçoivent le cable & se referment d'abord. Outre cela chacune de ces tenailles, dès qu'elle a pincé le cable, le tient serré par l'espace d'un arc d'environ cent-vingt dégrés, après quoi elle le lâche en se rouvrant, de façon que la troisiéme partie de ces tenailles tient toujours le cable & le tire. De sorte que si le Cabestan a douze de ces bras, il y en aura continuellement quatre en action, & s'il étoit nécessaire, on en pourroit encore augmenter le nombre.

§. XXII. Voilà en général quelle est la Machine que je propose, par où l'on voit comment on peut tirer un cable & élever une ancre, ou quelque autre fardeau, par le moyen de ces tenailles. Mais je n'ai pas encore fait voir par quel méchanisme elles pincent le cable, quand elles en approchent, & le lâchent ensuite. On comprend cependant qu'un pareil méchanisme rendroit une Machine propre à servir utilement. Au reste il faut observer ici qu'on doit empêcher le Cabestan de dévirer, de même que dans la précédente Machine, ce qui se fera par les moyens ordinaires. Il convient outre cela de faire les branches de ces tenailles assez larges pour tenir plus fortement le cable, & afin qu'elles ne puissent pas l'endommager, de les garnir de bon cuir.

§. XXIII. Toute la difficulté se réduit donc à inventer un moyen pour faire ensorte que les tenailles qui se trouvent du côté *G* restent ouvertes, & que celles qui viennent vers *H*, comme par exemple en *M*, pincent le cable, se referment aussi-tôt, & le tiennent serré en le tirant le long d'un arc d'environ cent-vingt dégrés; qu'ensuite elles se rouvrent & abandonnent le cable pour être mis en son lieu. Pour cela, il n'y a qu'à garnir ces tenailles de ressorts qui les tiennent continuellement ouvertes, ce qu'on peut faire très-aisément en appliquant des lames élastiques & fortes, comme *g* qui repoussent la branche supérieure *mG* des tenailles, qui doit avoir une charniere en *m*. La construction de ces tenailles me paroît assez éclaircie, pour qu'un Ouvrier n'ait pas de peine à les faire.

§. XXIV. Mais pour faire que ces tenailles pincent le cable à propos, il faudra placer autour du Cabestan *ABC*, le corps *EFHG* fait en forme de couronne, comme la figure le représente, & l'assurer très-fortement. C'est pardessous ce corps que les tenailles se meuvent quand on vire au Cabestan. Cette espéce de couronne doit avoir plus d'épaisseur du côté *FHf*, que du côté *EGe*, afin que les tenailles qui se trouvent sous la partie mince *Ge*, puissent rester ouvertes, leurs branches fort écartées, tandis que les *Fig. 4.*

autres qui viennent ſous la partie épaiſſe *fH*, ſont obligées de ſerrer le cable, puiſque la branche ſupérieure qui eſt mobile, eſt forcée à ſe baiſſer. Mais pour que le mouvement de ces tenailles lorſqu'elles paſſent ſous ce corps circulaire, ſe faſſe ſans frottement ſenſible, on voit aſſez, ſans que je le diſe, qu'il n'y a qu'à garnir de roulettes le deſſus des branches ſupérieures des tenailles.

§. XXV. La Machine étant donc toute préparée comme on vient de le dire, & jouant, les tenailles parviendront de *G* en *e* ouvertes, là chacune recevra le cable qu'on aura conduit & dirigé vers *e* par le moyen des poulies *p* & *q*. Enſuite dès que la tenaille parcourt l'eſpace *ef*, & eſt parvenue à l'endroit le plus abaiſſé de la couronne, la branche ſupérieure ſera comprimée, ainſi la tenaille ſe fermera, tiendra le cable très-ferme, & le tirera juſqu'à ce que parvenue en *k* où la couronne perd de ſon épaiſſeur, elle ſe rouvre & lâche priſe.

§. XXVI. Si l'on veut que cette Machine ne manque jamais de produire ſon effet, il faut faire enſorte qu'on puiſſe baiſſer plus ou moins cette couronne par le moyen des vis; ce qui eſt d'une néceſſité indiſpenſable, vû la différente groſſeur des cables dont les uns demandent d'être ſerrés plus fortement que les autres. L'on pourra donc agencer cette couronne, de ſorte que les tenailles ſerreront autant qu'il faudra. Effectivement toute la difficulté que cette opération peut avoir, conſiſte à ne pas ſerrer trop ni trop peu les tenailles; car ſi elles étoient trop ſerrées, cela arrêteroit de beaucoup le mouvement; ou du moins le rendroit trop pénible: & ſi elles l'étoient trop peu, il ſeroit à craindre que le cable n'échappât aux tenailles, & ne fût emporté par le fardeau. On peut aiſément parer ces deux inconvéniens par l'expédient que j'ai indiqué, c'eſt-à-dire, en faiſant qu'on puiſſe abaiſſer la couronne à ſon gré par le moyen des vis.

§. XXVII. Voilà donc la deſcription de la ſeconde Machine, qui, de même que la premiere, me paroît pro-

pre à lever l'ancre ſûrement, d'un mouvement ſuivi & ſans tous les embarras qui accompagnent les méthodes juſqu'à préſent uſitées. L'une & l'autre peut être employée non-ſeulement à lever l'ancre, mais auſſi à tous les autres uſages auſquels les Cabeſtans ſont ordinairement deſtinés. Je me flate que ces deux Machines ſatisfont à la queſtion que l'illuſtre Académie Royale a propoſée, puiſque non-ſeulement j'ai remédié aux inconvéniens qui naiſſent de la Tournevire & des fréquentes interruptions, mais de plus que j'ai donné deux Machines dont on peut faire uſage en mer, & même dans le fort d'une tempête, avec autant de commodité & de ſûreté que ſur terre. Comme on ne pourroit pas exiger ſur terre plus de perfection dans ces Machines, à plus forte raiſon n'en peut-on pas ſouhaiter de plus commodes ſur mer.

§. XXVIII. Maintenant après avoir donné deux manieres de conſtruire cette partie du Cabeſtan qui agit immédiatement ſur le cable, il nous reſte à décrire l'autre partie de cette Machine, c'eſt-à-dire, celle à laquelle s'appliquent les forces motrices, & qui va aboutir à celle dont nous avons fait la deſcription. Dans ces deux manieres le reſte du Cabeſtan peut être le même, puiſque la force que le Cabeſtan a dans l'un & l'autre cas à ſurmonter de la part du fardeau, eſt preſque la même. Car outre que le cable dans ces deux Machines ſe trouve également éloigné de l'axe de mouvement du Cabeſtan, c'eſt-à-dire, autant qu'il le faut pour que le cable ſe puiſſe courber; la réſiſtance auſſi que produit le frottement, eſt preſque égale de part & d'autre: d'où il ſuit que dans les deux cas, on n'a pas beſoin de varier la conſtruction de la partie ſupérieure du Cabeſtan.

§. XXIX. Puis donc que le cable ſe trouve à une auſſi grande diſtance de l'axe du Cabeſtan, & que le rayon du cercle que le cable décrit autour du Cabeſtan, eſt beaucoup plus grand que celui que décrit ordinairement la Tournevire, il n'y a plus moyen de ſe ſervir du Cabeſtan simple : car je n'ai d'autres forces pour faire agir mes Machines, que celles qu'on employe aux Cabestans simples. Or il faudroit, pour toutes les deux, des barres qui fussent d'autant plus longues que les ordinaires, que le cable, suivant mon idée, se doit trouver plus éloigné de l'axe de mouvement, que ne l'est ordinairement la Tournevire. Mais il résulteroit de-là que les barres seroient si excessivement longues, qu'on ne pourroit pas même s'en servir sur les plus grands vaisseaux.

§. XXX. Pour remédier donc à cette prodigieuse longueur des barres, & pour compenser l'effet qu'elles auroient produit sur les Cabestans simples, il n'y a point d'autre parti à prendre que de faire un Cabestan composé, qui consiste en deux cylindres, une roue à dents, & une lanterne par où ils se communiquent. L'Equipage manœuvrera à l'un de ces cylindres, tandis que l'autre aménera l'ancre ou tel autre fardeau qu'on voudra. Celui-ci pourra être construit d'une de ces deux manieres que j'ai expliquées, ensorte que le cable soit ou comprimé par les poulies, ou pincé par les tenailles. C'est pourquoi il faut faire voir maintenant quelle longueur on doit donner aux barres qui doivent agir sur le cylindre supérieur, & quelle doit être la raison entre la roue à dents, & les barreaux de la lanterne, ou entre les vîtesses des deux cylindres, afin que l'opération s'achéve le plus promptement qu'il est possible. Pour faire cette recherche, j'aurai recours aux régles contenues dans la Dissertation que j'envoyai il y a deux ans.

Fig. 5. §. XXXI. Concevons donc un Cabestan composé, comme il est représenté dans la figure. Qu'il consiste en deux cylindres AB & CD, dont l'inférieur CD est placé entre le premier pont RS, & le second PQ; & que le cylindre supérieur AB s'éléve au-dessus du second pont PQ : qu'ils soient joints l'un à l'autre par le moyen de la lanterne B attachée au cylindre supérieur, & de la roue à dents dont l'inférieur est bordé : que celui-ci agisse sur le

cable

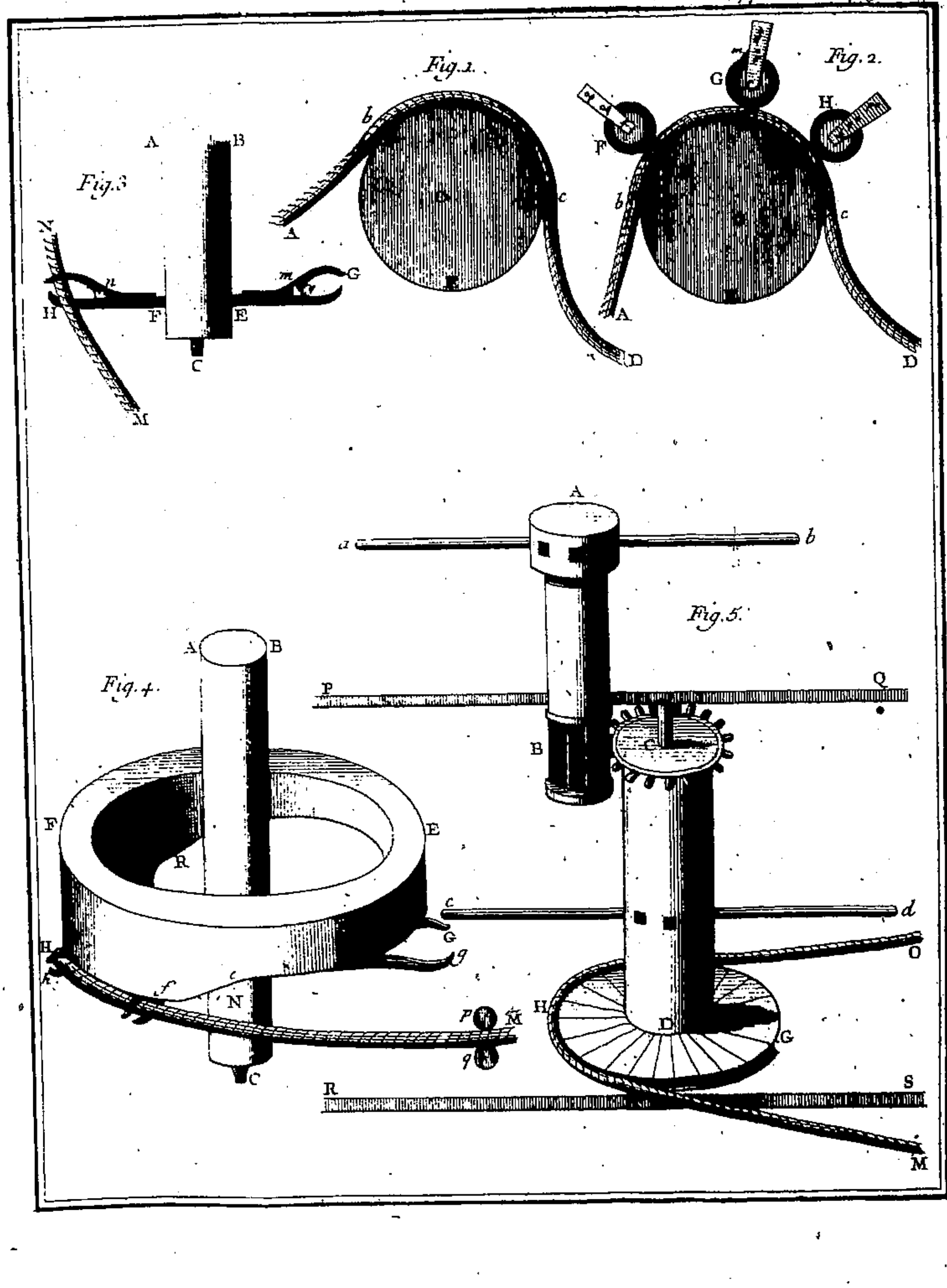
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5.

cable $MNHO$ en le tirant de l'une ou de l'autre maniere décrites ci-dessus ; c'est pourquoi la façon dont le cable est tiré, n'est pas exprimée dans la figure, les descriptions précédentes pouvant y suppléer, quelle que soit la maniere qu'on ait choisie. De plus, on pourra construire cette Machine de façon qu'on puisse virer les deux cylindres en même tems, & c'est la raison pour laquelle j'ai mis des barres aux deux cylindres dans la figure. Je me souviens d'avoir vû la même chose dans les Machines approuvées par l'Académie, & je suis fort persuadé que cela peut s'exécuter très-aisément.

§. XXXII. Appliquons maintenant les régles que j'ai données dans ma Differtation précédente, pour donner toute la perfection possible aux Machines, & leur faire produire leur effet le plus promptement qu'il se peut. Soit le nombre des dents de la roue $C = m$, & le nombre des barreaux de la lanterne $B = n$: partant la vîtesse angulaire du cylindre supérieur, sera à la vîtesse angulaire de l'inférieur comme m à n. Soit de plus la longueur des barres des deux cylindres, ou plutôt la distance du point de chaque barre où la force est appliquée à l'axe du cylindre $= f$, & la distance du cable H à l'axe du cylindre inférieur $HD = h$. C'est de cette distance que dépend le moment du fardeau. Outre cela que toute la force qui meut chaque cylindre soit $= p$, force à laquelle soit jointe une matiere ou inertie $= P$, & que la résistance du poids qu'on veut tirer, soit q, & son inertie Q Soit enfin le frotement de toute la Machine, par rapport à la force résistante du fardeau $= \varphi$, ensorte que le total de la résistance que la Machine doit vaincre, soit $= q + \varphi$.

§. XXXIII. Qu'on suppose à présent le poids du cylindre supérieur $= A$, le rayon de sa section $= a$, ensorte que le moment d'inertie de ce cylindre est $= \frac{a^2}{\;}$. Que le poids de l'inférieur soit $= C$, & le rayon de sa section $= c$, & partant son moment d'inertie sera $= \frac{1}{2} Cc^2$.

Or le moment de la force p qui fait mouvoir le cylindre supérieur est $= fp$, d'où résulte le moment qui fera agir l'inférieur $= \frac{m}{n} fp$, lequel est mû lui-même par la force p qui lui est appliquée, dont le moment est fp, ensorte que le moment total qui fera tourner le cylindre inférieur est $\frac{m+n}{n} fp$; d'où si l'on soustrait le moment de la force qui s'oppose au virement de ce cylindre, & qui est $= h(q+\varphi)$ on aura le moment vrai & actuel qui fait tourner le cylindre inférieur $= \frac{m+n}{n} fp - h(q+\varphi)$.

§. XXXIV. Cherchons maintenant le moment d'inertie de toute la matiere qui doit être mise en mouvement. Premiérement, le moment d'inertie du fardeau est $= Q h^2$ & celui du cylindre inférieur $= \frac{1}{2} C c^2$. Ensuite le moment d'inertie qui naît de la matiere, jointe à la force p qui fait tourner le cylindre inférieur, est $P f^2$. Enfin le moment d'inertie & de la force qui fait agir le cylindre supérieur, & du cylindre lui-même, est ensemble $= P f^2 + \frac{1}{2} A a^2$, si l'on a égard au mouvement de rotation du cylindre supérieur: c'est pourquoi ce moment par rapport au moment de rotation du cylindre inférieur, sera $= \frac{m^2}{n^2}(P f^2 + \frac{1}{2} A a^2)$ comme je l'ai fait voir dans ma Dissertation. De tout cela il résulte que le moment total d'inertie, par rapport à la rotation du cylindre inférieur, sera $= Q h^2 + \frac{1}{2} C c^2 + P f^2 + \frac{m^2}{n^2}(P f^2 + \frac{1}{2} A a^2)$; mais par rapport aussi à la même rotation, le moment de la force qui fait tourner, est $= \frac{m+n}{n} fp - h(q+\varphi)$. C'est pourquoi la force avec laquelle le cylindre inférieur sera tourné, & par conséquent le poids tiré sera $= \dfrac{\frac{m+n}{n} fp - h(q+\varphi)}{\frac{m^2+n^2}{n^2} P f^2 + Q h^2 + \frac{m^2}{2nn} A a^2 + \frac{1}{2} C c^2}$, d'où résulte finalement la force qui accélere le mouvement du poids $= \dfrac{\frac{m+n}{n} fhp - hh(q+\varphi)}{\frac{m^2+n^2}{n^2} P f^2 + Q h^2 + \frac{m^2}{2n^2} A a^2 + \frac{1}{2} C c^2}$.

§. XXXV. Voyons présentement quelle proportion on doit donner à chaque partie de la Machine, afin que cette force accélératrice soit la plus grande, & que par conséquent le fardeau se meuve le plus vîte qu'il se peut. Premiérement, la valeur de la lettre h se détermine dans cette Machine d'elle-même, puisque la distance du cable à l'axe du cylindre doit être telle, qu'il puisse, vû sa roideur, prendre une courbure qui réponde au rayon h; ainsi on regardera la lettre h comme une quantité constante. En second lieu, la longueur des barres f est déterminée par la grandeur du vaisseau, ensorte qu'on ne peut pas l'augmenter au-delà de certaines limites : on envisagera donc aussi f comme constante. En troisiéme lieu, puisque la masse de la Machine, les forces agissantes & la résistance du fardeau, sont données avec leurs inerties, il ne reste plus qu'à déterminer la raison de m à n. Faisant donc $\frac{m}{n} = z$, on déterminera la lettre z, en faisant cette formule $\frac{fpz + fp - h(q+\varphi)}{(Pf^2 + \frac{1}{2} A a^2) zz + Pff + Qhh + \frac{1}{2} Cc^2}$ un *Maximum*.

§. XXXVI. Pour pouvoir donc traiter cette formule avec plus de facilité, selon la Méthode *de maximis & minimis*, on fera pour abreger $fp = \alpha$ & $h(q+\varphi) - fp = \beta$; car je regarde $h(q+\varphi) > fp$, parce qu'on suppose que la force appliquée au Cabestan inférieur, ne peut pas seule faire avancer le fardeau. On supposera ensuite $Pf^2 + \frac{1}{2} A a^2 = \gamma$ & $Pff + Qh^2 + \frac{1}{2} C c^2 = \delta$, & on aura cette formule $\frac{\alpha z - \beta}{\gamma zz + \delta}$, dont il faudra faire un *Maximum*. On aura donc $\alpha \delta = \alpha \gamma zz - 2\beta\gamma z$, ou $zz = \frac{2\beta\gamma z + \alpha\delta}{\alpha\gamma}$, d'où on tire $z = \frac{\beta\gamma + \sqrt{(\beta\beta\gamma\gamma + \alpha^2\gamma\delta)}}{\alpha\gamma}$; c'est-à-dire, en substituant les valeurs véritables, $z = \frac{m}{n} = \frac{h(q+\varphi)}{fp} - 1 \pm \sqrt{\left(\frac{h^2(q+\varphi)^2}{ffpp} - \frac{2h(q+\varphi)}{fp} + 1 + \frac{Pff+Qhh+\frac{1}{2}Cc^2}{Pff+\frac{1}{2}Aa^2}\right)}$. Au reste, où les signes sont ambigus, il n'y a que le supérieur $+$ qui ait lieu; puisqu'autrement la valeur de la fraction $\frac{m}{n}$ deviendroit négative; ce qui ne se peut.

§. XXXVII. Appliquons à notre sujet la formule que nous venons de trouver. Premiérement Q sera $> q$, parce que l'ancre avec le cable conserve dans l'eau son inertie, quoiqu'elle perde beaucoup de son poids ou de sa résistance. Ensuite, comme les hommes qui poussent peuvent vaincre une force presque égale à celle de leurs corps, P sera à peu de chose près $= p$. Outre cela, on peut prendre hardiment à la place de la fraction $\frac{Pff+Qhh+\frac{1}{2}Cc^2}{Pff+\frac{1}{2}Aa^2}$ celle-ci $\frac{Pff+Qhh}{Pff}$, tant parce que les termes $\frac{1}{2}Cc^2 + \frac{1}{2}Aa^2$ sont très-petits, en comparaison des autres, que parce que $\frac{1}{2}Cc^2 > \frac{1}{2}Aa^2$ presque dans la même raison que $Pff + Qhh > Pff$: c'est pourquoi on aura $\frac{m}{n} = \frac{h(q+\varphi)}{fp} - 1 + \sqrt{\left(\frac{hh(q+\varphi)^2}{ffpp} - \frac{2h(q+\varphi)}{fp} + 2 + \frac{Qhh}{ffp}\right)}$.

§. XXXVIII. Pour tirer plus d'usage de cette formule, nous supposerons $f = 2h$: ce qui se peut fort bien, puisque pour courber le cable il suffit que le rayon de sa courbure soit la moitié de la longueur des barres f, & par cette supposition il restera assez de place à ceux qui virent au cylindre inférieur. On aura par-là $\frac{m}{n} = \frac{q+\varphi}{2p} - 1 + \sqrt{\left(\frac{(q+\varphi)^2}{4pp} - \frac{(q+\varphi)}{p} + 2 + \frac{Q}{4p}\right)}$. De plus, sans trop s'écarter, on peut supposer $q + \varphi$ ou toute la résistance de l'ancre avec le frottement trois fois plus grande que la force appliquée à un seul cylindre; ensorte que la force totale appliquée aux deux cylindres, soit à la résistance $q + \varphi$, comme 2 est à 3; car il sera à propos de construire la Ma-

chine ensorte que l'on puisse lever l'ancre avec une force moindre que n'est son poids; & même si l'on vouloit en employer une plus grande, l'ouvrage s'acheveroit d'autant plus promptement. En faisant donc $\frac{q+\varphi}{p} = 3$, on aura $\frac{m}{n} = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{4} + 1 + \frac{Q}{4p}\right)}$. On peut enfin supposer assez sûrement l'inertie Q du fardeau qu'on doit mouvoir quatre fois plus grande que l'inertie des forces agissantes P ou p, ce qui donnera finalement $\frac{m}{n} = \frac{1}{2} + \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = 2$. C'est pourquoi le nombre des dents de la roue doit être deux fois plus grand que celui des barreaux de la lanterne B, & partant tandis que le cylindre supérieur fera deux tours, l'inférieur n'en fera qu'un.

§. XXXIX. Il résulte presque la même raison, quoique les circonstances différent assez considérablement de celles que nous avons supposées; puisque près d'un *maximum* les changemens sont presque imperceptibles. Et il me semble que je ne me suis pas beaucoup écarté par mes suppositions de ce qui arrive effectivement sur les vaisseaux. Voici donc la maniere la plus commode & la plus avantageuse de construire un Cabestan: c'est premiérement de prendre pour la longueur des barres le double de la distance qu'il y a du cable à l'axe du cylindre. Ensuite de faire que le nombre des dents de la roue C soit double de celui des barreaux de la lanterne B; d'où il suit que le cylindre supérieur se mouvera deux fois plus vîte que l'inférieur. Il faut outre cela observer que la force qu'on applique à chaque cylindre soit égale, & de plus environ trois fois plus petite que la résistance du fardeau jointe au frottement. Il y a toujours sur chaque vaisseau plus de monde qu'il n'en faut pour produire cette force. De plus l'inégalité de mouvement que j'ai établie entre les deux cylindres, me paroît raisonnable; si elle étoit plus grande, il arriveroit infailliblement qu'une partie de ceux qui virent au Cabestan, iroient ou trop vîte ou trop lentement. Voilà quelles sont les raisons qui me persuadent qu'on peut introduire avec beaucoup de succès l'usage des Cabestans, tels que je viens de les décrire, & adopter mes hypothéses.

§. XL. De cette maniere on pourra donc se servir très-avantageusement de ces Cabestans, non-seulement pour lever l'ancre, mais aussi tout autre grand fardeau, puisqu'il faut à peu près la même manœuvre. Mais lorsqu'il s'agit de faire avancer horizontalement de grandes masses, où la force de la résistance q disparoît, & où il n'y a que l'inertie Q qui entre en considération, il est bien vrai qu'il faudroit souvent d'autres Cabestans, si l'on vouloit faire le plus vîte. Cependant comme pour chaque opération différente qui peut survenir on n'ira pas faire un nouveau Cabestan, on peut s'en tenir à celui que nous venons de donner, dont la manœuvre sera toujours beaucoup plus prompte que celle des Cabestans ordinaires, quoique dans certains cas elle pût l'être davantage. C'est ce que donne à connoître la force accélératrice trouvée §. 34. qui, au cas que le fardeau Q soit très-grand, deviendra beaucoup plus grande, en faisant $\frac{m}{n} = 2$, qu'elle ne le feroit, si comme dans les Cabestans simples, $\frac{m}{n}$ étoit $= 1$.

§. XLI. Au reste j'ai crû devoir passer sous silence certaines circonstances du Cabestan, moins essentielles, parce qu'elles sont très-connues; telle est, par exemple, l'épaisseur des cylindres qu'on doit déterminer sur la force qu'ils soutiennent. Outre cela, l'élinguet pour empêcher que les cylindres ne dévirent, & dont l'un ou l'autre doit être garni. Tous les deux, à mon avis, doivent l'être, & l'inférieur sans contredit, puisqu'il soutient le plus grand effort. Si le cylindre supérieur en a un, il pourra être employé seul aux manœuvres qui demandent moins de force, & fera la fonction de Cabestan simple, tel qu'en ont communément les vaisseaux. Pour le rendre plus propre à cet usage, il feroit à propos qu'on pût ôter, lorsqu'il en feroit besoin, la roue

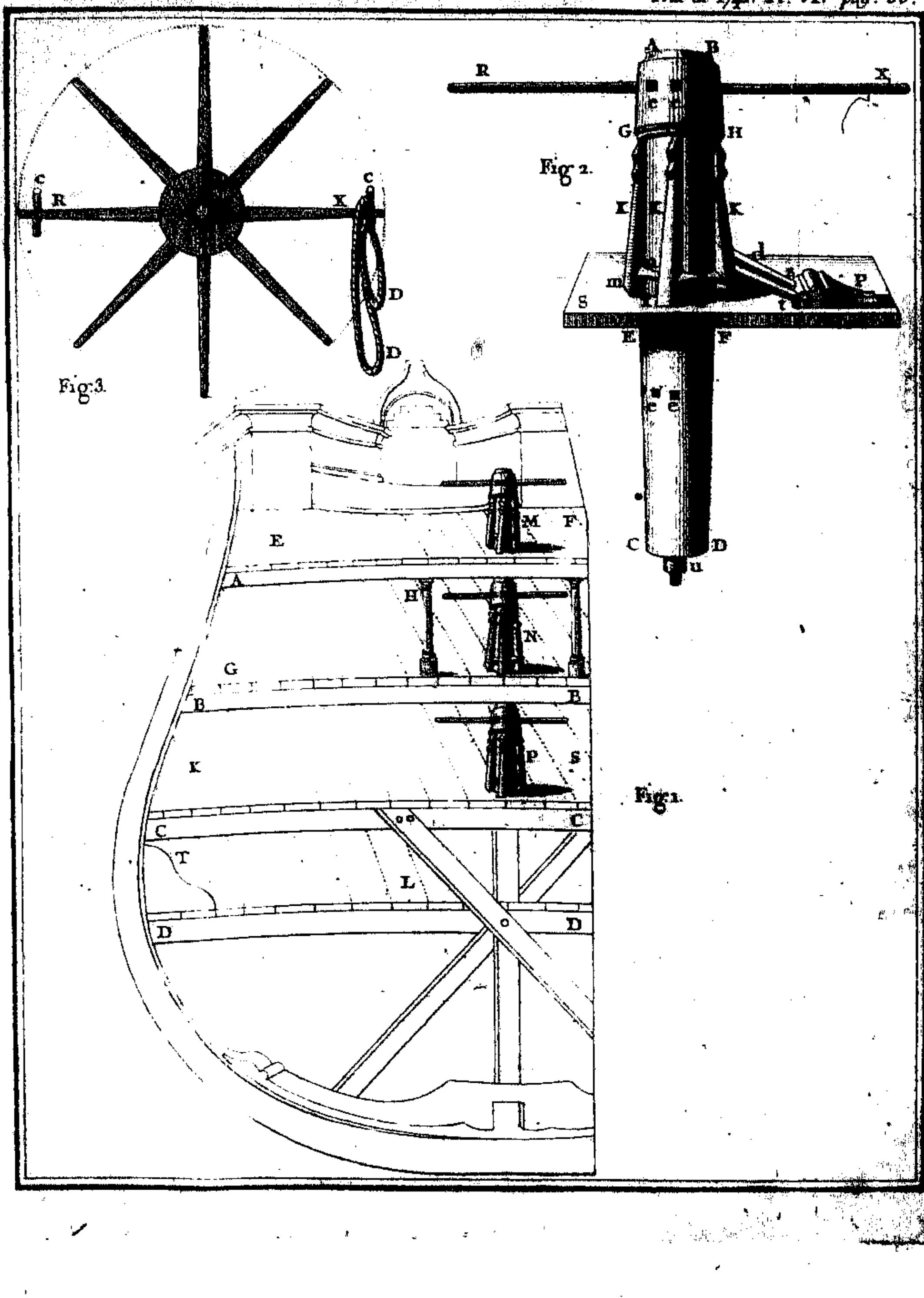
Fig. 3.
C
R
X
C
D
D
Fig. 2.
A
B
R
X
e
G
H
I
K
K
d
m
P
S
t
E
F
e
e
C
D
u
Fig. 1.
M
F
E
A
H
N
G
B
B
K
P
S
C
C
T
L
D
D