ORBITAE SOLARIS DETERMINATIO.

AVCTORE
Leonh. Eulero.

§. 1.

Ope methodi, quam in praecedente dissertatione exposui, facile erit orbitam, quam terra motu annuo circa solem describit, seu quod eodem redit orbitam solarem determinare, ex datis tribus locis solis ex terra visis, vna cum temporum interuallis. Quamobrem ad orbitam solis quam exactissime definiendam, oportet vt ex obseruationibus astronomicis tria solis loca eligamus, de quibus minime dubitare licet. Huiusmodi autem solis loca in ecliptica seu orbita sua cum ex altitudinibus meridianis deriuare necesse sit, conducet eiusmodi obseruationes ad hunc vsum adhibere, quae circa aequinoctia sint factae, eo quod his temporibus minimus error in longitudine oriatur. Reiiciendas igitur ad hunc finem esse iudico obseruationes circa solstitia factas, cum his temporibus etiam ex accuratissimis obseruationibus de loco solis vix ad aliquot minuta prima certi esse possimus.

§ 2. Perlustraui ergo in hunc finem *Flamsteedii* historiam coelestem, atque ex altitudinibus solis meridianis eius loca in ecliptica calculo deducere sum annisus.

sus. Cum autem istae obseruationes neque a refractionibus sint purgatae, neque omnes vt opinor sint aeque bonae censendae, ex iis vix ausus sum quippiam circa solis orbitam concludere. Cum vero prolegomena in tertio volumine huius operis perlegissem, deprehendi *Flamsteedium* huic ipsi inquisitioni operam dedisse, at methodum, qua is locum apogaei et excentricitatem orbitae solis assignare annisus est, minime probare possum. Verissimas enim primo censet tabulas suas motus medii solis, de quibus omnino ad hoc institutum exequendum dubitare debuisset; deinde vero locum apogaei tantum paulisper immutauit excentricitatis nulla habita ratione, quo vni vel alteri obseruationi satisfaceret. Facile autem perspicitur, hac methodo vix quicquam profici posse.

§. 3. Interim tamen obseruationes, quibus *Flamsteedius* in hoc negotio est vsus, ipse certissimas et exactissimas praedicat, neque ego de bonitate earum dubitandum esse existimo, cum sine dubio ad hoc institutum eas selegerit, de quibus maxime erat certus. Hanc ob rem ego non dubito easdem obseruationes vsurpare ad orbitam solis ope meae methodi determinandam, ex iis vero praeterea tales obseruationes eligam, quae circa aequinoctia sunt factae, quippe quae eo magis certae sunt habendae. Obseruationes ergo, quas ad hoc institutum adhibere constitui, sunt tres sequentes, anno 1690 factae. Mense scilicet Martio die 7 meridie locum solis exhibet in ♓, 27° 21′, 47″.
Dein-

Deinde eiusdem menſis die 14 erat ſol in ♈ 4°, 17′, 18″. Atque tertio menſe ſeptembri die 15 erat ſol in ♎ 2°, 45′, 37″. Quae ſolis loca ex altitudinibus meridianis exactiſſime obſeruatis deduxit ipſe *Flamſtedius*.

§. 4. In his autem locis ſol verſabatur ipſo puncto veri meridiei, dum per meridianum tranſiebat. Quare quo anomalias medias ex his temporibus recte concludamus oportet haec tempora ope aequationis temporis corrigere. Quo facto erunt vt ſequitur.

Tempore medio	*Solis loca*
Mart. d. 7. 12^h. 8′, 24″	11 S, 27°, 21′, 27″
Mart. 14 d. 12^h. 6′, 15″	0 S, 4°, 17′, 18″
Sept. 15 d. 11^h. 51′, 27″	6 S, 2°, 45′, 37″

Harum obſeruationum primam ſumo igitur tanquam terminum, et pono eius anomaliam veram $= z$, atque anomaliam mediam $= x$. Praeterea $1 : v$ mihi denotat rationem diſtantiae mediae ad excentricitatem, adeo vt hae tres quantitates z, x et v ex his tribus obſeruationibus debeant determinari. Ponatur ſecundae obſeruationis anomalia vera $= z + f$, et media $= x + m$; tertiae vero obſeruationis anomalia vera $= z + g$ et media $= x + n$. Quae quantitates f, g, m et n ex ipſis obſeruationibus immediate determinantur.

§. 5. Differentia temporum inter primam et ſecundam obſeruationem eſt ergo 6 d, 23^h, 57′, 51″, cui tempori motus medius respondet $6°, 53', 52''$. Cum autem inter ea aequinoctia circiter $1''$ sint retrogressa, erit differentia inter anomalias medias primae et secundae obseruationis $m = 6°, 53', 51''$. Differentia vero inter loca solis est $6°, 55', 31''$, quae similiter minuto secundo minuta ob praecessionem aequinoctiorum dat differentiam inter anomalias veras primae et secundae obseruationis $f = 6°, 55', 30''$. Deinde differentia temporum primae et tertiae obseruationis est 191 d. $23^h, 43', 3''$ cui motus medius respondet $189°, 12', 0''$: hinc motu aequinoctiorum $26''$ subtracto remanet differentia inter anomalias medias primae et tertiae obseruationis, $n = 189°, 11', 34''$. Denique differentia inter solis loca primae et tertiae obseruationis $26''$ diminuta dat differentiam inter anomalias veras primae et tertiae obseruationis $g = 185°, 23', 24''$.

§. 6. His prapaeratis sequitur vt quantitatem anguli cuiusdam P, qui est anomalia excentri, definiamus, quo cognito facile omnia, quae requiruntur, determinare licet. Ostendi autem in praecedente mea dissertatione fore proxime tang. $P = \frac{\int \frac{m+f}{2} - \left(\frac{m-f}{n-g}\right) \int \frac{n+g}{2}}{\int v. \frac{m+f}{2} - \left(\frac{m-f}{n-g}\right) \int v. \frac{n+g}{2}}$ posito sinu toto $= 1$. Quo igitur ista expressio per calculum definiatur, sequenti modo operationes instituo.

$m = 6°, 53', 51''$	$f = 6°, 55', 30''$
$n = 189°, 11', 34''$	$g = 185°, 23', 24''$

Ex his erit

$$m-f=-1', 39''=-99''$$
$$n-g=8°, 48', 10''=13690''$$

atque

$$-\left(\frac{m-f}{n-g}\right)=0,0072315.$$

Praeterea est

$$\frac{m+f}{2}=6°, 54', 40''$$

et

$$\frac{n+g}{2}=187°, 17', 29''$$

Iam vero est

$$\int\frac{m+f}{2}=1203393$$

atque

$$\int\frac{n+g}{2}=-1269155$$

qui multiplicatus per $-\left(\frac{m-f}{n-g}\right)=0,0072315$ dat -9178. Erit ergo numerator fractionis, cui tang. P aequatur $=1194115$. Praeterea est $\int v.\frac{m+f}{2}=72661$ atque $\int v.\frac{n+g}{2}=19919130$ qui ductus in $-\left(\frac{m-f}{n-g}\right)=0,0072315$ dat $-\left(\frac{m-f}{n-g}\right)\int v.\frac{n+g}{2}=144045$. Vnde fit denominator $=216706$. Diuidatur nunc factum ex numeratore in sinum totum per denominatorem et prodibit tang. P$=55103000$. Quocirca inuentus est angulus P$=79°,42', 51''$, qui autem valor tantum est vero proximus, et sequenti modo corrigi debet.

§. 7. Ex valore ipsius P sequentes litterae Q et R habebuntur, nempe cum sit P$=79°, 42', 51''$, erit

Q=P

$Q = P + \frac{m+f}{2} = 86°, 37', 31''$, atque $R = P + \frac{g+n}{2} = 267°, 0', 20''$. Ex his valoribus erit $v = \frac{\frac{m-f}{2}}{\int Q - \int P} = \frac{\frac{n-g}{2}}{\int R - \int P}$, vnde patet valorem ipſius v fore negatiuum, id quod indicat diſtantiam primae obſeruationis non ab apogaeo ſed ab perigaeo inuentum iri. Erit ergo $l - v = l\frac{f-m}{2} - l(\int Q - \int P)$, in qua expreſſione notandum eſt, quia ſinus cum angulis comparantur, a logarithmis ſinuum ſubtrahi debere $4,6855704$, quo logarithmi minutorum ſecundorum obtineantur. Ob eandem rationem erit $\frac{f-m}{2}$ in minutis ſecundis $= 49,5$ atque $l\frac{f-m}{2} = 1,6946052$.

Iam vero eſt

$\int Q =$	9982658
et $\int P =$	9839292
ideoque $\int Q - \int P =$	143366
atque $l(\int Q - \int P) =$	$8,1564482$
a quo ſubtrah. $=$	$4,6855704$
reſtat	$3,4708778$
ſubtr. a $l\frac{f-m}{2} =$	$1,6946052$
erit $l - v = -$	$1,7762726$
	ſeu $v = \frac{-99}{5915}$

hic vero valor ſicut et reliqui correctione ſequente habet opus.

§. 8. Ad hanc correctionem inſtituendam quaerantur valores litterarum M et N ex ſequentibus formulis:

 M =

$$M = \frac{f+m}{2} + \frac{v^2}{8} \int 2P - \frac{v^2}{8} \int 2Q.$$
$$N = \frac{g+n}{2} + \frac{v^2}{8} \int 2P - \frac{v^2}{8} \int 2R.$$

vbi a logarithmis ſinuum ſubtrahi debet 4, 6855704. Quia vero ſinguli ſinus multiplicati ſunt per $\frac{v^2}{8}$ cuius logarithmus eſt $-4, 4556252$, a logarithmis ſinuum ſubtrahi debet iſte logarithmus 9, 1412056 et numerus logarithmo reſiduo reſpondens dabit numerum minutorum ſecundorum. Compendii autem gratia non eſt opus vt anguli 2 P, 2 Q, 2 R ad minuta ſecunda vsque ſumantur: tanta enim accuratio eſſet ſuperflua. His praemiſſis erit vt ſequitur:

$$\int 2P = \int 159^\circ, 26' = \int 20^\circ, 34'.$$
$$\int 2Q = \int 173^\circ, 15' = \int 6^\circ, 45'.$$
$$\int 2R = \int 534^\circ, 1' = \int 5^\circ, 59'.$$

Hinc erit

$$l\int 2P = 9, 5456745$$
ſubtrahatur $9, 1412056$
$$0, 4044689$$

ergo $\frac{v^2}{8} \int 2P = 2\frac{1}{2}''$

Simili modo

$$l\int 2Q = 9, 0701761$$
ſubtrahatur $9, 1412056$
$$(-1), 9289705$$

ergo $\frac{v^2}{8} \int 2Q = 0, 85''$
atque $\frac{v^2}{8} \int 2R = 0, 75''$

Ex his prodit

$$M = 6^\circ, 54', 42'' \text{ et}$$
$$N = 187^\circ, 17', 31''.$$

§. 9.

§. 9. Quia valores litterarum M et N tam parum discrepant ab $\frac{m+f}{2}$ et $\frac{n+g}{2}$ correctio litterarum P et v fere erit insensibilis; interim tamen ad vsum regulae a me traditae ostendendum calculum instituam. Ostendi igitur fore tang. $P = \frac{\int M - (\frac{m-M}{n-N}) \int N}{\int v.M - (\frac{m-M}{n-N}) \int v.N}$ posito sinu toto $= 1$. Ad hunc ergo angulum P detegendum sequenti modo operor

$$m - M = -50, 69'$$
$$n - N = 1°, 54', 3, 21'' = 6843, 21''$$

ergo $-(\frac{M-M}{n-N}) = 0, 0074073$

Praeterea est

$$\int M = 1203003$$
$$\int N = -1296242$$

ergo $-(\frac{m-M}{n-N}) \int N = -9400$
ergo numerator $= 1193603$

Deinde est

$$\int v.M = 72670$$
$$\int v.N = 19919123$$

Erit ergo

$-(\frac{m-M}{n-N}) \int v.N = 149306$ ideoque
denominator $= 221976$

Inuenitur ergo

tang. $P = 5377 1000$
ideoque $P = 79°, 27', 54''$.

§. 10. Sumto ergo hoc valore pro vero angulo P erit $Q = P + M = 86°, 22', 36''$ et $R = P + N = 266°, 45', 25''$, atque ex his erit verus valor ipſius $v = \frac{m - M}{\int Q - \int P} = \frac{n - N}{\int R - \int P}$, quae expreſſio vt ante debet tractari. Ex aequatione autem $v = \frac{n - N}{\int R - \int P}$ prodit $l - v = -1,7761733$ qui eſt verus valor ipſius v, atque diſtantia media ad excentricitatem vt 100000 ad 1674.

§. 11. Ex his nunc per praecepta tradita vtraque anomalia loci ſolis in prima obſeruatione poterit definiri, in quo autem notandum eſt ob valorem ipſius v negatiuum a perigaeo anomalias computatas prodire. Erit autem primi ſolis loci obſeruati 11 S, 27°, 21', 27'' anomalia media $x = P + v \int P$ et anomalia vera $z = P - v \int P + \frac{v^2}{4} \int 2 P$ etc. ad quos valores inueniendos eſt

$$P = 79°, 27', 54''$$
$$l \int P = 9,9926192$$
$$\text{ſubtr.}\ \underline{4,6855704}$$
$$5,3070488$$
$$l - v = \underline{-1,7761733}$$
$$l - v \int P = 3,5308755$$
$$\text{ergo}\ - v \int P = 3395'' = 56', 35''$$
$$l \int 2P = 9,5556433$$
$$\text{ſubtr.}\ \underline{4,6855704}$$
$$4,8700729$$
$$l \tfrac{v^2}{4} = \underline{-4,1655562}$$
$$l \tfrac{v^2}{4} \int 2P = 0,7045167$$

ergo $\frac{v^2}{4} \int 2P = 5''$. Ex his ergo fit

$x =$

$$x = 78, 31', 19'' = 2S, 18°, 31', 19''$$
$$z = 80°, 24', 34'' = 2S, 20°, 24', 34''$$

§. 12. Cum igitur Sol fuerit A. 1690. Menſ. Martio $7^d, 12^h, 8', 24''$ in ecliptica 11 S, 27°, 21′, 27″, erat illo tempore aequatio 1°, 53′, 15″ addenda ad motum medium. Quamobrem illo tempore erat motus medius ſolis 11 S, 25°, 28′, 12″ atque 1690 die 7 Martii ipſo meridie iuxta tempus medium erat motus medius ſolis 11 S, 25°, 27′, 52″. Ergo A. 1689. completo ſeu initio anni 1690. erat motus medius ſolis 9 S, 20°, 24′, 42″, qui locus ſi cum tabulis motus medii ſolis in Lexico Harris comparetur, deprehendetur 40″ maior, et hanc ob rem illae tabulae pro obſeruatorio Greenwicenſi augeri debent 40″. Quocirca erit

A. a C. N.	Motus medius ☉
1701	9 S, 20°, 44′, 30″
1721	9 S, 20°, 53′, 34″
1741	9 S, 21°, 2′, 38″
1761	9 S, 21°, 11′, 42″
1781	9 S, 21°, 20′, 46″
1801	9 S, 21°, 29′, 51″

In tabula pro annis intermediis nihil eſt mutandum.

§. 13. Subtrahatur a vero loco ſolis	11 S, 27°, 21′, 27″
anomalia vera inuenta,	2 S, 20°, 24′, 34″
prodibit locus perigaei orbitae ſolaris.	9 S, 6°, 56′, 53″

Quam-

Quamobrem apogaeum orbitae solaris erat

A. 1690. d. 7. Mart. in 3 S, 6°, 56′, 53″
atque initio anni 1690. in 3 S, 6°, 56′, 44″
atque initio anni 1701. in 3 S, 7°, 5′, 54″

Quare a loco apogaei solis ex tabulis astronomicis citatis inuento perpetuo subtrahi debet 34′, 16″, âdeo vt in illis tabulis plusquam dimidio gradu apogaeum sit nimis promotum.

§. 14. Logarithmum rationis excentricitatis ad distantiam mediam inuenimus $- 1, 7761733$, ita vt sit distantia media ad excentricitatem, vt 100000 ad 1674 seu vt 5973 ad 100. Si nunc ille logarithmus iuxta regulam in sequ. diss. expositam addatur ad 5, 6154596 prodibit 3, 8392863, cui respondet numerus 6907″ pro aequatione maxima, est ergo aequatio maxima $= 1°, 55′, 7″$.

§. 15. Restat vt definiatur anomalia media, cui maxima aequatio respondet; id quod per regulam meam sequenti modo fiet.

Ad log. sinus totius 10, 0000000
addatur $l\frac{v^3}{4} = -$ 5, 9305799
4, 0694200
qui est log. sinus anguli 14‴
est ergo $q = 14‴$.
Deinde ad 5, 3144295
addatur $lv = -$ 1, 7761733
3, 5382562

cui respondet numerus 3454″ seu 57′, 34″. Quamobrem erit anomalia media cui aequatio maxima respondet 90°, 57′, 34″; atque anomalia vera, cui aequatio maxima respondet, erit 89°, 2′, 27″.

SO-