

possisse, ut ab his tangendis arceantur thrones, & quotquot tempus omne in Mathesi consumere prohibentur. Autor itaque præcipua illa inventa, quibus in Mathesi non datur sublimis, cum primis principiis evidenter connexa propofuit, ut unusquisque, qui a legendis Elementis Autoris ordine ac lento gradu progreditur, eadem facilitate illa perspicere possit, qua facillima in anterioribus perspexerat; atque adeo brevi temporis spatio, non neglectis studiis aliis, egregios in intimiori Mathesi progressus facere queat. Mechanica in primis atque Hydraulica, plurimis accessibus aucta, Theoriam de motu gravium ultra *Galileanam*, in qua acquiescit prior editio, ad omnem hypothesein possibilem extendit. Addidit methodos investigandi centrum gravitatis in spatii mixtilineis & in perimetris figurarum reffilinearum. In motu composito tendentiam mediam definire docet. Integrum Caput octavum de descensu & ascensu corporum in lineis curvis inseruit. Continentur in eo præclara maxime hujus ævi inventa de lineâ isochrona non minus in hypothesei *Galilæana*, quam in hypothesei directionis in centro Telluris convergentium, & in quacunque accelerationis hypothesei; de curvâ isochrona paracentrica; de curvâ tautochrona; de tempore descensus per curvam in quacunque gravitatis hypothesei, sive directiones supponantur parallelæ, sive convergentes, sive mobile descendat in concavitate, sive in convexitate curvæ; de curvâ brachystochrona & synchroana, & de curvâ æquilibriumis. Theoriam de motu penduli ex sublimioribus inventis fecit uberiores, theoriam de centro oscillationis planiorem. In determinando centro oscillationis non modo difficiliora quædam adiecit problemata, veluti in figuris circa basin agitatis, sed integram quoque præxim de centro gravitatis in figuris in latu agitatis determinando, eodemque in figuris solidis inveniendo. In Capite de motu projectorum præter alia accessit analytica curvæ projectionis investigatio, non minus in hypothesei gravitatis cujuscunque directionibus in centro Telluris convergentibus, quam in hypothesei directionum parallelarum. Addidit quoque hand paucæ,

paucæ, quæ desiderabantur, in Capite de motu corporum ex percussione. Imprimis autem theoriam de viribus centralibus uberissime pertractavit, cujus antea primas tantummodo lineas duxerat. Integrum nunc quoque accessit Caput decimum quartum, de resistentia mediis, satis amplum. Non commemoramus alias accessiones minores, etiã longe utilissimas, atque hoc nomine silentio præterimus; quæ passim Hydrostaticæ ac Aerometrice adspersa fuerunt. Hydraulice theoriam præter alias accessiones duobus Capitis integris de curvâ Aluminium & de percussione fluidorum aucta. Ubi de percussione fluidorum agit, vim quoque determinare docet, quam ventus, indirecte impingens in alas molendini, exerit ad eas convertendas, ac inde porro situm alatum analytice investigat, in quo eas ventus maxima celeritate convertit. Repeties quoque ibidem principia, quibus actio aquæ in palmas rotarum molarium determinatur. Colophonem vero addit problematis de solido minimæ resistentiæ solutio. Quoniam, qui *Tomum primum*, non consentiente Autore, Genevæ recuderat, Privilegium pro toto Opere Casareum impetraverat, ut has ratione adigeret Autorem, ne Tomos ceteros nisi typis suis in lucem publicam emitti pateretur, ex intervallo nunc demum prodit *Tomus secundus*, libris in foro finitis, & Privilegio ad Viduam *Rengeri* ejusque generum translato. Spem vero facit Autor in Præfatione, fore, ut tertius breviori multo temporis spatio sequatur.

**L. EULERI CONSTRUCTIO ÆQUATIONUM
quarundam differentialium, quæ indeterminatarum
separationem non admittunt.**

Constructiones, quibus Geometre ad determinandas quasvis magnitudines utuntur, duplicis sunt generis; ad quorum alterum referri possunt omnes constructiones Geometricæ, tam planæ, quam solidæ & lineares; ad alterum vero pertinent eæ constructiones, quæ vel quadraturis curvarum, vel resificationibus, perficiuntur. Illas adhibemus in Geometria

communi ad radices æquationum algebraicarum quarumcunque exprimendas; id quod efficitur, uti constat, intersectione linearum vel restarum, vel curvarum, prout æquatio oblata possulat. Posterioris vero generis constructiones, quas transcendentes appellare licet, inserunt ad æquationes differentiales resolvendas, quæ in algebraicas transmutari nequeunt. Æquationes autem, sive algebraicæ, sive transcendentes, in quibus duæ insunt quantitates indeterminatæ, huiusmodi requirunt constructiones, ut, altera indeterminatarum pro lubitu assumpta, altera determinetur; in quo efficiendo pro æquationibus algebraicis, tanquam postulatam præmittitur, ut data magnitudine z , ejus quæcunque functio algebraica Z possit exhiberi. Pro differentialibus autem vel transcendendis æquationibus insuper requiritur, ut, postea quantitate z , functio ejus quæcunque transcendens $\int Z dz$, in qua Z significat functionem quancunque ipsius z , sive algebraicam, sive transcendentem, denuo definiti, atque adeo tanquam data considerari possit. Hanc ob rem igitur, quoties æquatio proposita ita potest transformari, ut altera indeterminata, vel ejus quædam functio, æqualis esse debeat certæ cuidam functioni æternis indeterminata, toties illius æquationis constructio erit in promptu. Vocari autem solet ista æquationum transmutatio indeterminatarum separatio; ex quo simul intelligitur, quare semper ad æquationes transcendentes construendas huiusmodi separatio tam solite requiratur. In algebraicis quidem æquationibus hæc separatio non est necessaria ad constructionem adornandam. Quomodocunque enim in iis indeterminatæ sint permixtæ, totum negotium æquæ facillè perficitur. Verum, quod ad differentiales æquationes attinet, ne unica quidem poterit assignari, quæ constructioes omnes ita sunt comparatæ, ut ex iis ipsis separatio indeterminatarum, etiam si alias fuerit inventu difficilissima, sponte sequatur. Hanc ob rem non parum me præstissimè arbitror, cum nuper in constructiones æquationum quarundam differentialium, quæ indeterminatas a se invicem sepa-

rari

rari non patiuntur, incidissimè, simulque cognovissimè, has constructiones plus non postulare, quam ante concedi solere observaveram. Prima æquatio, quæ occurrebat, erat huius formæ $dy + \frac{y^2 dx}{x} = \frac{x dx}{x^2 + a}$ in qua non solum indeterminatas a se invicem separare ego non possum, sed ipsa etiam constructio demonstrabit, huiusmodi separationem locum habere non posse. Si enim succederet, perspicuum erit, comparationem perimetrorum ellipsis dissimilium ex ea esse secuturam, quæ tamen, ne circuli quidem concessa quadratura, exhiberi potest. Iam vero æquationem sequenti modo constructo. Fiant super eodem axe conjugato infinitæ ellipses, quæ ergo solo axe transverso a se invicem discrepant. Ex his conficiatur nova curva, in qua, si abscissæ æquales capiuntur axibus ellipsis transversis, applicatæ sint æquales peripheriis eorundem ellipsis. Hoc factò, vocetur axis ille conjugatus constans i , abscissæ huius novæ curvæ, seu axis transversus ellipsis cuiusdam ponatur $= r$, & applicata, seu perimenter ejusdem ellipsis $= q$. Accipiantur nunc $x =$

$r(r^2 - i)$, eritque $y = \frac{(r^2 - i)^2 dq}{qr dr}$, quæ constructio, quia q ex da-

ta r per rectificationem curvæ cognita habetur, prorsus est legitima. Simili modo deductus sum mox ad constructio-nem celeberrimam huius æquationis $ax^n dx = dy + y^2 dx$, quam primum Cl. Comes *Riccati* in lucem produxit, cunctisque Geometris examinandam tradidit. Deinceps quidem varietate comparuerunt meditationes, quæ autem omnes nihil aliud continent, nisi ut casus particulares, seu valores loco n substituendos, exhibuerint, quibus ista æquatio separationem & integrationem quoque admittit. Nemo vero, quantum scio, ne unicum quidem assignavit casum, quo constructio persici possit, præter illos exhibitos. Ut taceam igitur universalem, quicquid n significet, constructionem, quæ, nisi meæ methodi beneficio, vix a quoquam poterit inveniri: sequenti ratione ego istam æquationem resolvo. Quantitas ista

$$\text{differentialis } n(n+4) dx (1-z^2)^{2n+4} + 2 dx (1-z^2)^{2n+4}$$

Aaa2

$$\frac{-n-4}{2x} \int \frac{-n-4}{c^{n+2}}$$

$\frac{2zRf}{c^{n+2} + c^{n+2}}$ $\frac{-2zRf}{n+2}$, in qua z est variabilis, f constans, & numerus, cujus logarithmus hyperbolicus est 1, ita integratur, ut, facto $z = 0$, tota evanescat. Quod quidem integrale, etiam si re ipsa exhiberi nequeat, tamen per quadraturas constructi, ideoque tanquam cognitum considerari poterit. In hoc deinceps integrali ponatur $z = 1$, & habebitur quantitas, quæ erit functio quædam ipsius f . Scribatur porro in hac functione ax^{n+2} loco f , & quantitas relinans, quæ tota ex x & constantibus erit composita, vocetur P . Invento nunc hoc modo P dico, fore $y = \frac{dP}{Pd x}$, qui est verus ipsius y va-

lor in æquatione proposita $ax^n dx = dy + y^2 dx$. Notandum est autem, hanc solutionem locum non habere, quoties n fuerit numerus intra hos terminos 0 & -2 contentus. At huic incommodo facile remedium adhibetur, ita, ut ista constructio nihilominus pro universalis sit habenda. Cum enim, uti constat ex iis, quæ Cl. *Daniel Bernoulli* hac de æquatione in publicum edidit, ista æquatio, si sit separabilis in casu $n = m$, separari quoque possit in casu $n = \frac{-m}{m+1}$ vel $n = -m-4$; per-

spicuum est, casus omnes intra limites 0 & -2 contentos reduci posse ad alios, qui intra limites -2 & -4 comprehenduntur, & hanc ob rem non amplius excluduntur. Oblervo autem, formulam illam differentialem $n(n+4) dz$

$$\frac{-n-4}{(1-x^2)^{2n+4} + 2dz(1-x^2)^{2n+4}(c^{n+2} + c^{n+2})}$$

quoties $\frac{-n-4}{2n+4}$ sit vel 0 vel numerus integer affirmativus, toties re ipsa posse integrari. Hoc vero accidit, quoties fuerit $n = \frac{-4K}{2K-1}$, de-

notante K numerum quemcumque affirmativum integrum. Quia deinde æquatio, si exponens ipsius x est $\frac{-n}{n+1}$, ad hanc $ax^n dx = dy + y^2 dx$ potest reduci, erit illa formula quoque inte-

integrabilis, si fuerit $n = \frac{-4K}{2K+1}$. Atque sic procedunt illi ipsi casus, jam ab aliis eruti, quibus indeterminatae in æquatione proposita a se invicem possunt separari.

CONSPECTUS REIPUBLICÆ LITTERARIÆ,
sive Via ad Historiam Literariam, juvenuti studiose
aperta a CHRISTOPH. AUG. HEUMANNO, D.
Editio tertia, locupletior.

Hanoveræ, apud Jo. Jac. Fœrsterum, 1733, 8.
Alph. 1 pl. 7.

Liber hic, cujus prima editio, plagulis novem constans, A. 1718. prodit, altera, ita locupletata, ut septendecim implet plagulis, A. 1722 publicata est, cum abunde notus ritusque sit; novissimam hanc editionem ita tractabimus, ut ex iis tantum quædam exceperimus, quæ nunc denum accesserunt. Esi vero *trium* quoque *priorum Captum* nec pauca sunt, nec leves, accessiones, liber tamen *quartum* statim *Caput* ingredi, in quo per compendium describitur Historia literarum inde a vetustissimis temporibus usque ad hanc nostram ætatem. Hic §. 2 e scholis Prophetis, quarum in sacro Codice non una mentio, concludit, literas haud negligenter coluisse veteres Hebræos. Non enim videntur in scholas suas a Prophetis recepti fuisse, nisi qui in minoribus scholis jam perreperant legendi scribendique artem. Arithmeticam, fundamenta religionis prima, & hujusmodi alia, Græciam jam antiquissimis temporibus fuisse literarum domicilium, ex eo §. XI manifestum facit, quod jam olim Carthagine, itemque Romæ, regnante *Romulo*, denique apud Persas, lingua Græca fuerit lingua literarum. Ecclesiam Christianam primos suos scriptores plerisque accepisse ab ethnicis, observat §. 15. *Originem* non honoris causa vocatum fuisse *Adamantium*, sed id nominis inde a puero gessisse, docet §. 17, ubi & de *Laëtantii* nomine idem statuit. De Theologi-