

5.

EULER A LAGRANGE.

Berolini, die 24 aprilis 1756 (1).

VIR CLARISSIME ATQUE ACUTISSIME,

Binas tuas epistolas alteram circa finem anni elapsi, alteram vero nuper ad me datas cum voluptate perlegi, summamque ingenii tui perspicaciam maxime sum admiratus. Non solum enim methodum illam abstrusissimam maximorum et minimorum, cujus equidem prima quasi elementa exposueram, ex veris iisque subtilissimis principiis elicuisti, verum etiam eandem ad penitus perfecisse videris, ut nihil amplius, quod in hoc genere desiderari queat, sit relictum. Quamobrem tibi, vir clarissime, ex animo gratulor, ac te etiam atque etiam rogo ut quæ in hoc genere tam felici cum successu es meditatus, ea omni studio penitus perscrutari ac perficere pergas. Subtilissimæ autem hic occurrunt quæstiones, quæ non solum omnem ingenii solertiam, sed etiam maximam circumspectionem in ratiocinando postulant, quandoquidem hæc methodus nobis objecta plurimis plerumque circumstantiis involuta exhibet, quas nisi calculum ad exempla determinata applicemus, vix distincte perspicere valeamus. Ita cum investigatio curvæ maximi cujusdam minimive proprietate præditæ perduxerit ad hanc æquationem $L = 0$, quæ scilicet indicat, tractu curvæ paullulum immutato, variationem inde ortam evanescere, quemadmodum natura maximi minimive postulat, dubito, an æquationes

$$dL = 0, \quad d^2L = 0$$

seu

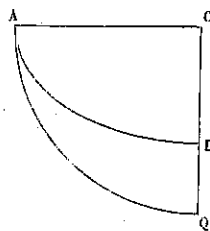
$$L = a \quad \text{vel} \quad L = a + bx,$$

ad eundem scopum sub aliis circumstantiis perducere queant. Neque etiam transformatio formulæ $\int L \delta y$ in $L \int \delta y - dL \int^2 \delta y \dots$, novas

(1) Mss. t. IV, f° 6. — *Opera postuma*, t. II, p. 556.

determinationes mihi quidem suppeditare videtur, sed tantum indicare, si sit $L = 0$, fore etiam $dL = 0$, quod utique verum est, sed conclusio inversa locum non habet. Nam, nisi sit $L = 0$, ratio maximi vel minimi non amplius versatur : sed fortasse hujusmodi positiones aliis problematis solvendis inservire poterunt. Quod autem ad brachistochronas per tria plurave puncta data transeuntes attinet, crediderim eas non esse curvas continuas, sed a quovis puncto ad proximum sequens arcum cycloidis duci oportere, quo tempus translationis ab altero ad alterum fiat minimum. Si enim corpus celerrime singulas has portiones percurrat, totam curvam, sine dubio, tempore brevissimo conficiet.

Deinde si non inter omnes curvas, sed eas tantum quæ sub certo quodam genere continentur, quærat^{ur} ea, quæ maximi minimive proprietate gaudeat, tua quidem methodus ad hujusmodi quæstiones æquo cum successu adhiberi potest, dum mea nullius est usus, sed evolutio calculi sæpe numero maximis obnoxia est difficultatibus. Veluti si super semiaxe horizontali dato AC infiniti describantur quadrantes elliptici



AD, AQ quæ ratione semiaxis conjugati CD, CQ differunt inter eosque quærat^{ur} is AD, super quo corpus in vacuo descensum ex A incipiens citissime ad rectam verticalem CQ perveniat, æquatio infinita pro specie hujus ellipsis invenitur, unde nonnisi appropinquando valor semiaxis conjugati CD definiri potest. Adhibitis autem appropinquationibus reperis esse debere $8CD^2 = 3AC^2$ seu $CD = AC\sqrt{\frac{3}{8}}$. Scire ergo velim, an hæc sit vera solutio, et si sit vera, an ea non directe ope methodi cujusdam certæ obtineri queat.

Litteras tuas tam profundis meditationibus refertas cum illustrissimo

Præside nostro ⁽¹⁾ communicavi, qui summam tuam sagacitatem mecum plurimum est admiratus, simulque tibi pro suscepto principii minimæ actionis patrocinio maximas agit gratias, tuoque nomine numerum sociorum Academiæ nostræ haud mediocriter illustratum iri censet; quod munus ut tibi conferatur, prima oblata occasione curabit. De eo quoque mecum est collocutus, ut ex te seiscitarer, an non sedem, qua Taurini frueris, cum alia in Germania, sub auspiciis Regis nostri magnificentissimi, cui te commendare vellet, permutare cupias, qua de re ut me certiore facias enixe rogo; mihi enim certe nihil exoptatius evenire posset quam si tecum coram communicare, tuaque consuetudine frui liceret. Vale et fave, vir præstantissime,

Tibi deditissimo

L. EULERO ⁽²⁾.

6.

LAGRANGE A EULER.

Taurini, die 19 mai 1756 ⁽³⁾.

VIR AMPLISSIME ATQUE CELEBERRIME, FACTOR HONORATISSIME,

Gratias, quas possum, maximas tibi ago, vir clarissime, neque unquam agere desinam pro tot, tantisque, quibus abundant nuperæ literæ tuæ humanitatis, atque affectus erga me testimoniis, imprimisque pro singulari quæ tibi mei cura est, dum suavissimæ atque inæstimabilis consuetudinis tuæ participem facere me posse studeo. Equidem res ista, ut verum fatear, licet summopere ardua, ac pene impossibilis mihi hactenus visa sit, maximum tamen, et præcipuum votorum meorum semper constituit, unde me tibi, hac occasione, peculiari modo obstrictissimum, devinctissimumque esse debere agnosco. Quod itaque ad sedem

⁽¹⁾ Marpertuis.

⁽²⁾ L'adresse a été couverte d'encre et on ne peut lire que *Monsieur* [Lagrange] *Tournier*. . . Turin. Au dos, de la main de Lagrange : *L. Eulero, diei 21 aprile*.

⁽³⁾ *Lettres inédites*, p. 17.