

Non omittendum quod calculum hunc ad superficies etiam maximi minimique proprietate quapiam præditas inveniendas eadem facilitate et universalitate applicuerim, quod etsi jam a quopiam fuerit præstitum, intelligere vehementer gauderem.

3.

EULER A LAGRANGE.

Berolini, die 6 sept. 1755 (1).

VIR PRÆSTANTISSIME ATQUE EXCELLENTISSIME,

Perlectis tuis postremis litteris, quibus Theoriam maximorum ac minimorum ad summum fere perfectionis fastigium erexisse videris, eximiam ingenii tui sagacitatem satis admirari non possum. Cum enim non solum in Tractatu meo de hoc argumento (2) methodum mere analyticam desideravissem, qua regulæ ibi traditæ erui possent, sed etiam deinceps non parum studii in hujusmodi methodo detegenda consump-
sissem, maximo sane gaudio me affecisti, quod tuas profundissimas æque ac solidissimas meditationes super his rebus mecum benevole communicare voluisti; quamobrem tibi me maxime obstrictum agnosco. Statim autem perspexi analysin tuam, qua meas hujusmodi problema-
tum solutiones per sola analyseos præcepta elicuisse multo latius patere mea methodo ideis geometricis innixa. In universa enim serie valorum ipsius y , qui singulis valoribus ipsius x respondent, donec x dato valori a æquetur, ego unicam valorem ipsius y data quadam particula δy augeri concepi, indeque incrementum in formula integrali $\int z \delta x$ ortum investigari, dum tu, vir clarissime, singulas valores ipsius y

(1) Mss. t. IV, f° 4. Le troisième feuillet est en partie déchiré. — *Leonardi Euleri opera postuma*. Petropoli. 1862, in-4°, t. I, p. 555.

(2) C'est le Traité : *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minime proprietate gaudentes*, cité plus haut, p. 138, note 6.

indefinita incrementa δy capere assumis quam ob causam etiam non dubito quin tua analysis, si penitius excolatur, ad multo profundiora mox sit perductura. Cujusquidem præstantiæ jam eximia exempla a te feliciter confecta circa lineas citissimi appulsus ad datam lineam, quin etiam de methodo maximorum ad superficies applicata commemoras, quæ omnia ut accuratius persequaris, etiam atque etiam te rogo. Mea quidem methodo usus plures hujusmodi quæstiones circa superficies pertractavi in Scientia navali, quæ duobus voluminibus in-4^o, Petropoli pluribus abhinc annis prodiit (¹). Quod autem ad tuam methodum, qua singulis applicatis y incrementa δy tribuis, attinet, antequam hoc ipsum quod non aperte indicas, animadverti, de consensu tuarum formularum cum meis dubitaveram. Ut enim $\int Z dx$ fiat maximum, existente

$$dZ = N dy + P d^2y + Q d^3y + \dots$$

(ubi quidem pro dx unitatem ponis, non pro x uti forte lapsu calami notas), necesse est id tuo signandi more sit $\delta \int Z dx$ seu $\int \delta Z dx = 0$. At vero invenio ponendo tecum 1 pro dx

$$\begin{aligned} \delta \int Z = \int (N - dP + d^2Q - d^3R + \dots) \delta y \\ + (P - dQ + d^2R + \dots) \delta y + (Q - dR + \dots) d \delta y + \dots \end{aligned}$$

et unde concludis esse debere

$$N - dP + d^2Q - d^3R + \dots = 0,$$

cum tamen natura maximorum tantum postulet ut sit

$$\int (N - dP + d^2Q - d^3R + \dots) \delta y = 0,$$

Verum perspecta amplitudine

Si unicæ applicatæ y increm

$$\int (N - dP + d^2Q - \dots) \delta y \quad (\text{il y a ici une grande déchirure})$$

$$\text{partes } (P - dQ + d^2R - \dots) \delta y + (Q$$

$x = a$ referantur, evanescere

sensus deprehendatur.

(¹) *Scientia navalis, seu tractatus de construendis ac dirigendis navibus*. Petropoli, 1749, 2 vol. in-4^o.

Vehementer etiam te rogo, vir clarissime, ut mihi ignoscas, quod ad tuas priores litteras commercium nostræ urbis cum Italia ut nisi per mercatores promoveatur non possit. Quare cum mihi jam mercatorem tuum indicaveris, has litteras ad eum per mercatorem mittere rogo, ad quem etiam tuam responsionem, qua forte me honorare volueris, per tuum mercatorem mittere vellem.

Quod autem in prioribus litteris de analogia differentialium cujusque ordinis formulæ xy et terminorum binorum potestatis $(a + b)^m$ attulisti, eam jam a Leibnizio observatam esse memini quod, nisi fallor, in ejus cum Bernoullio commercio (1) reperies. Vale et fave

Tibi addictissimo

L. EULERO.

A Monsieur Durand pour remettre s. l. p. à M. Louis Grange Tournier, à Turin.

Au dos, de la main de Lagrange : sig^r L. Eulero, dei 6 7^{bre} 1755.

4.

LAGRANGE A EULER.

Taurini, die 20 novembris 1755 (2).

VIR AMPLISSIME ATQUE CELEBERRIME, FAUTOR COLENDISSIME.

Redditæ mihi sunt, dum ruri essem, literæ tuæ expectatissimæ, ex quibus jucundissimum præter modum fuit intelligere meditationeulas

(1) Voir *Virorum celeberr. Got. Gul. Leibnizii et Johan. Bernoullii commercium philosophicum et mathematicum*, 1745, in-4°, t. I., Epistola XII, p. 65. — Voir t. XIII, p. 313.

(2) *Lettres inédites*, p. 13.