

habe meine Hoffnung zu Ersetzung des erlittenen Verlusts noch nicht aufgegeben, da ich deswegen sowohl von des Hrn. Hettmanns als des Hrn. Grosskanzlers Hochgräfl. Excellenz die gnädigste Versicherung erhalten habe, und mir von der Akademie angerathen worden, mich auch deswegen bey unserm Gesandten, dem Hrn. Baron von Goltz, zu melden; doch scheinen mir die gegenwärtigen Umstände dazu noch nicht die günstigsten zu seyn. Doch überwiegt unsern Kummer himmelweit unsere inbrünstige Freude über die höchst wunderbare und göttliche Errettung unseres allertheuersten Königs, und unsere Kirchen erschallen immer von den herzlichsten Lobeserhebungen Seiner glorwürdigst regierenden Russisch Kaiserl. Majestät, welchen der Allerhöchste mit allem nur möglichen Segen überschütten wolle!

Ich habe das feste Vertrauen zu Ew. gnädigen Zuneigung, dass Dieselben über die weitläufige Erzählung meiner Umstände nicht ungeduldig werden, sondern uns noch ferner Dero hochgeschätzte Wohlgelegenheit zuzuwenden geruhen werden, zu welcher ich mich sammt den Meinigen auf das inständigste ganz gehorsamst empfehle. Der Allmächtige Gott wolle Ew. bey beständiger Gesundheit und allem wahrhaftigen Wohlseyn immerfort erhalten und in allen Stücken Seinen reichen und herzerquickenden Segen verspüren lassen. Ich habe die Ehre u. s. w.

Euler.

LETTRE CLXX.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Théorème d'analyse.

Berlin d. 25. September 1762.

Simple lettre de politesse, comme la précédente. Un feuillet annexé contient ce qui suit:

Theorema. Si habeantur numeri quocunque inaequales a, b, c, d etc., ex iisque formentur sequentes fractiones

$$\frac{a^n}{(a-b)(a-c)(a-d) \text{ etc.}}, \frac{b^n}{(b-a)(b-c)(b-d) \text{ etc.}}, \frac{c^n}{(c-a)(c-b)(c-d) \text{ etc.}},$$

$$\frac{d^n}{(d-a)(d-b)(d-c) \text{ etc.}}, \text{ etc.}$$

earum summa semper est $= 0$, si exponens n (quem integrum intelligi oportet) minor sit numero factorum in singulis denominatoribus. Sin autem ei sit aequalis, summa fit $= 1$.

Exemplum. Sint numeri propositi 10, 9, 7, 4, 2 erit

$$\frac{10^n}{1.3.6.8} - \frac{9^n}{1.2.5.7} + \frac{7^n}{3.2.3.5} - \frac{4^n}{6.5.3.2} + \frac{2^n}{8.7.5.2} = 0$$

si $n < 4$, at si $n = 4$, summa est = 1. Sit $n = 0$, erit

$$\frac{1}{144} - \frac{1}{70} + \frac{1}{90} - \frac{1}{180} + \frac{1}{560} = 0$$

est manifestum. In genere, fractionibus ad communem denominatorem reductis fit

$$35 \cdot 10^n - 72 \cdot 9^n + 56 \cdot 7^n - 28 \cdot 4^n + 9 \cdot 2^n = 0,$$

dummodo $n < 4$.

Dieses theorema scheint nicht wenig merkwürdig zu seyn; es dünkt mich aber, Ew. haben mir schon längst dergleichen etwas mitzutheilen geruhet.

Euler.



LETTRE CLXXI.

=

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Billet de remerciement. Encore une observation sur le théorème des lettres précédentes relatif à la décomposition des nombres en quarrés.

St. Petersburg d. 19. October 1762.

Ew. beyde letztere Briefe sind mir d. 15. Juli und 11 October allhier richtig abgegeben worden. Für das mir communicirte schöne theorema sage ich schuldigsten Dank, befinde mich aber jetzo gänzlich ausser Stande selbiges pro dignitate zu betrachten*).

Ich habe unlängst einige tomos vom Hamburger Magazin

*) Les infirmités de l'âge de l'auteur se manifestent aussi dans l'écriture de cette lettre qui, quoique belle encore, est cependant incertaine et tremblante. Le lecteur voudra bien remarquer qu'il y a un espace de six ans entre la date de cette lettre et celle de la lettre précédente.