LETTRE CLVIII.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Même sujet.

St. Petersburg d. 5. August 1755.

Ew. werthestes Schreiben vom 17 Mai habe ich d. 29. ejusd. wohl erhalten und daraus mit vielem Vergnügen ersehen, dass Sie meine Anmerkungen über die Verwandlung des numeri primi $1+4ef$ in $PP+eQQ$ richtig befunden. Sie führen zwar an, dass die von Ihnen demonstrirte Proposition, numerum $1+4f$, si est primus, esse $=PP+QQ$, zu würklicher Determination der numerorum P et Q im Geringsten nichts beyträget, allein ich bin der Meinung, quidquid per certum et determinatum numerum tentaminum inveniri potest, illud pro invento habendum esse, als z. Ex. wenn ein problema ad aequationem quatuor potestatum reduciret wird, wo man per unum, duo, vel tria tentamina die radicem satisfacientem finden muss. Imgleichen halte ich das problema: invenire omnes divisores numeri dati, pro solubili, quia solvi potest per finitum numerum tentaminum etc. In dem casu nun, da Ew. gefunden haben, dass ein jeder numerus primus hujus formae $1+4f=PP+QQ$, sind zugleich die numeri P et Q für gefunden zu achten, quia per numerum finitum tentaminum inveniri possunt, denn ich darf nur P oder Q den numeris integris $1, 2, 3,$ etc. successive $=$ setzen, und deren quadrata von dem numero primo $1+4f$ so lang subtrahiren, bis das residuum ein quadratum wird, wozu noch viele compendia, ut eligantur numeri idonei, angegeben werden können.

Die demonstrationes zu den casibus $1+8f$ und $1+12f$ möchte ich gern sehen, im Fall sie nicht weitläufig sind und eine sehr grosse Attention erfordern.

Sonst habe ich noch gefunden, dass wenn y durch diese Aequation

$$\frac{(ayy+2by-a)(byy-2ay-b)}{(yy+1)^2}=abeSS$$

und posita S rationali, y rationalis wird, alsdann auch die Aequation Statt hat

$$aa+bb=\frac{((ayy+2by-a)-(byy-2ay-b))^2}{(yy+1)^2}+2abeSS,$$

welcher casus, wie ich schon in meinem letzten Schreiben angemerket, allezeit auf die Form $PP+eQQ$ reducirt werden kann; ja wenn in dieser letzten Formul P oder Q nur unico casu gegeben wird, so kann ich daraus unzählige similes et rationales finden, nehmlich

$$\frac{(ePyy+2eQy-P)^2+e(Q+2Py-eQyy)^2}{(eyy+1)^2},$$

wenn ich vor y einen numerum quemcunque rationalem annehme, als z. Ex. weil $89=\frac{9^2}{2^2}+\frac{11.5^2}{2^2}$, allwo $P=\frac{9}{2}$, $Q=\frac{5}{2}$, $e=11$, so wird posita $y=2$, der numerus primus $89=\frac{607^2+11.179^2}{90^2}$, welches vielleicht noch zu andern Anmerkungen Gelegenheit geben wird.

Goldbach.

LETTRE CLIX.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Même sujet. Développements ultérieurs. Intégration d'équations différentielles analogues à celle de Riccati. Nomination d'Euler à l'Académie de Paris et lettre du comte d'Argenson. Sommation d'une série qui se rencontre dans le tome II de la Mécanique.

Berlin d. 23. August 1755.

Es muss allerdings die reductio numeri primi $1+4f$ ad formam $PP+QQ$ pro possibili gehalten werden, ungeacht keine Regul gegeben werden kann, in jedem Fall die quadrata PP und QQ selbst zu finden, sondern die Sache auf blosses Probiren ankommt. Ich hatte aber dieses nur angeführt um zu zeigen, dass um dieses theorema zu beweisen, quod $1+4f=PP+QQ$, die Demonstration nicht aus der wirklichen Resolution hergeleitet werden könne. Nehmlich dato numero f in genere, halte ich für unmöglich die Zahlen P und Q per f zu bestimmen. Eben so verhält sich auch die Sach mit diesem theoremate, quod $1+8f=2PP+QQ$ (wenn nehmlich $1+8f$ ein numerus primus