

LETTRE CXXIV.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Suite sur la courbe catoptrique.

Moscou d. 27. März 1749.

Aus der von Ew. mir übersandten Figur sowohl, als aus dem casu der curvae tricuspidalis, triangulo aequilatero inscriptibilis, kann ich nicht anders urtheilen, als dass die arcus ac , ab , cb nicht nur aequales sondern auch similes, und die puncta d , m , n curvas illas in duas partes aequales bisecantia seyn sollen. Wenn nun dieses ist, so müssen auch die puncta I et K von dem medio axis CD (welches Ew. in der Figur mit keinem Buchstaben bezeichnet haben und indessen r heissen kann) aequae distantia seyn, woraus denn ferner folget, dass die curva generatrix auch hexagono regulari circumscriptibilis sey und mit dem circulo, cujus radius est Cr in den sex punctis C , I , A , D , B , K coin-

cidiren müsse, womit aber die übersandte und hiebey zurückkommende Figur (die mir wieder zuzuschicken bitte) nicht übereinstimmt, weil sonst alle diese puncta in dem punctirt gezogenen Circul stehen müssten. Wenn aber auch die arcus ab , bc , ca nur longitudine aequales und nicht similes wären, so müsste nichts desto weniger folgen, dass die puncta A , B , C ein triangulum aequilaterum, circulo, cujus radius est Cr , inscriptum, formiren und in den punctirt gezogenen Circul fallen, dessen Centrum r zugleich der Mittelpunct des trianguli aequilateri ist, wie denn auch ferner die distantiae punctorum EA und EB aequales seyn müssten, welche doch in der Figur um ein gar merkliches differiren. Dieses alles habe nur deswegen erinnern wollen, damit Ew. überzeuget würden, dass ich die mir übersandte Figur nicht nur obenhin angesehen, sondern mit einiger Attention (woran es mir oftmals zu fehlen pflaget) betrachtet habe.

Was ich von den quadratis $AA + BB + CC$ etc. in meinem vorigen gemeldet hatte, ist, wie ich aus Dero Solution ersehe, von keiner Erheblichkeit gewesen und einer Distraction zuzuschreiben.

Goldbach.

P. S. v. 1. April 1749. Nachdem ich ungefähr die curvam generatricem abermal betrachtet, so habe befunden, dass bey der, von Ew. mir übersandten Figur nichts Essentielles zu erinnern gewesen, welches bey Zeiten, um Dero-selben keine vergebliche Mühe zu machen, melden wollen, wobey nur noch dieses anmerke, dass von der punctirt gezeichneten curva exteriori (welche man trigibberam nennen könnte) cujus omnes normales curvam secantes aequales

sunt, die curva, normales omnes in duas partes aequales dividens, wie die innere Figur anzeigt, tricuspidalis ist.

Die aequatio $4n + 5 = 4\Box + 4\Box + \Box$ (allwo \Box ein quadratum impar, \square ein quadratum par bedeutet) ist zwar allezeit möglich, man kann aber für \Box , so eines von den vier quadratis ist, nicht ein jedes pro lubitu annehmen, wie in der aequatione $4\Box + \Box + \Box + \Box = 8n + 7$ geschieht, allwo vor eines von diesen vier quadratis ein jedes quadratum $< 8n + 7$ genommen werden kann.



LETTRE CXXV.

=

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Suite des recherches arithmétiques.

Berlin d. 12. April 1749.

Nummehr habe ich endlich einen bündigen Beweis gefunden, dass ein jeglicher numerus primus von dieser Form $4n + 1$ eine summa duor. quadr. ist. Es sey \Box das Zeichen der Zahlen, welche summae duor. quadr. sind, so sind meine Sätze folgende:

I. Si $a = \Box$ et $b = \Box$, erit etiam $ab = \Box$, wovon der Beweis leicht.

II. Si $ab = \Box$ et $a = \Box$, erit etiam $b = \Box$. Hievon ist der Beweis schon schwerer und erfordert einige Sätze.

III. Summa duor. quadr. $aa + bb$, ubi a et b communem divisorem non habeant, nullos alios admittit divisores, nisi qui ipsi sint \Box .