

dratorum laterum eine solche Zahl $8n + 7$, und kann folglich rationaliter nicht in drey quadrata resolvirt werden.

Ew. dubium gegen die figuram curvae, deren normalis curvam secans allenthalben constans ist, kann ich nicht genug einsehen. Es sey (Fig. 31) EAF eine solche curva, wo die recta utrinque normalis $EF = 2a$, die abscissa $AP = x$, die applicata $PE = y$, und P eine functio rationalis von p , so habe gefunden, dass $x = \int p dP - \frac{a}{\sqrt{1+pp}}$, und $y = P + \frac{ap}{\sqrt{1+pp}}$. Hieraus wird $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{p}$ und folglich die applicata y maxima, wenn $\frac{dy}{dx} = 0$, d. i. wenn $p = \infty$. Nun kann aber für P eine solche functio von p angenommen werden, dass in diesem Fall eben nicht wird $P = -ap + a\sqrt{1+pp}$, oder $P = 0$, weil $p = \infty$. Hingegen wird die applicata maxima seyn $= P + a$, wenn in P gesetzt wird $p = \infty$, und die abscissa wird $x = \int p dP$.

Euler.



LETTRE CXX.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Réponse à la lettre précédente. Deux théorèmes de nombres.

St. Petersburg d. 7. September 1748.

Die in Charten vorgestellte Sonnenfinsterniss und die dazu gehörige gedruckte Beschreibung sind mir Tages zuvor und also noch zu rechter Zeit eingehändig worden, vor deren Uebersendung ich Ew. schuldigsten Dank sage, wie ich denn Deroselben zugleich zu der genauen Uebereinstimmung dieser Sonnenfinsterniss mit Dero tabulis astronomicis von Herzen gratulire und ein Gleiches von der letztverwichenen Mondfinsterniss zu erfahren hoffe. Ich habe auch nicht unterlassen gehörigen Ortes die verlangte Erinnerung wegen der Scientiae navalis zu thun, und zuverlässig vernommen, dass man, wie mir schon vorhero bekannt war, und Ew. ohne Zweifel bereits von Andern werden erfahren haben, mit dem Druck dieses Werkes eifrigst fortfährt.

Die für $8n + 1$ angegebene Formel ist allerdings unrichtig; ich habe aber bey Gelegenheit des theorematismatis Fermatiani noch bemerkt, dass gleichwie ein jedes quadratum impar, oder radice impariter paris, dummodo minus sit quam $8m + 7$, diese Eigenschaft hat, dass es eines von den vier quadratis ist, deren aggregatum $= 8m + 7$; also auch ein jedes quadratum impar, oder radice pariter paris, dummodo sit minus quam $8m + 3$, diese Eigenschaft hat, dass es eines von den vier quadratis ist, deren summa $= 8m + 3$. Weil nun 0 unter die quadrata pariter paria mit gerechnet werden kann, so geschiehet es gleichsam per accidens, dass alle numeri $8m + 3$ auch aus drey quadratis imparibus allein bestehen können. Wenn man ein quadratum par durch \square , und ein quadratum impar durch \square , ein quadratum ambiguum aber, so diverso respectu par oder impar seyn kann, durch \square oder \square andeutet, so lässt sich dieses alles durch folgende Formel exprimiren

$$4\square + \square + \square + \square = 8m + 5 \pm 2,$$

allwo vor \square , in casu signi superioris $+$, ein quadratum impar, in casu signi inferioris $-$ aber ein quadratum par zu verstehen ist.

Ich habe auch observiret, dass wenn man setzet

$$2(2a + 1)^2 + 4bb + (2c - 1)^2 = 4n - 1$$

und $8n - 6 = 2(2A + 1)^2 + 4BB + 4CC$, posito pro n numero eodem integro positivo, alsdann allezeit genommen werden könne $B = b$. Es sey z. Ex. $n = 29$, so kann beiden Aequationen ein Genüge geschehen, wenn man setzet $B = b = 4$, denn es wird $2 \cdot 1 + 4 \cdot 16 + 49 = 115$ und $2 \cdot 49 + 4 \cdot 16 + 4 \cdot 16 = 226$.

Was die curvas, deren normalis curvam secans allenthalben constans ist, anlangt, so bin ich der Meinung, dass

wenn in denselben ein axis curvam in duas partes similes et aequales dividens $= 2a$ angenommen wird, die applicata maxima nicht anders als $= a$ seyn könne, und dieses aus folgender Ursache: Sit (Fig. 33) axis $AB = 2a$; sit normalis in axem incidens $ER = a - u$, erit normalis ab axe reflexa RF sub eodem angulo ($FRB = ERA$) $= a + u$. Cum igitur in casu, quo normalis fit perpendicularis ad axem, quantitas variabilis u fiat $= 0$, adeoque ipsa normalis $= a$, applicata vero maxima nihil aliud sit nisi normalis ad axem perpendicularis, sequitur applicatam maximam in omnibus istis curvis esse $= a$. Dahero sehe ich nicht, wie die applicata maxima $= a + P$ seyn könne, ohne dass $P = 0$ sey.

Goldbach.

